Nederlands Bosbouw Tijdschrift, orgaan van de Koninklijke Nederlandse Bosbouw Vereniging, met bijdragen en mededelingen van de Nederlandse Vereniging van Bos-eigenaren. 33e Jrg. No. 5, mei 1961

Algemene Bijdragen

DE TOEPASSING VAN HET NOMOGRAM-BEGINSEL OP DE SPILINHOUDSFUNCTIES DER NEDERLANDSE INHOUDSTABELLEN

[524.314/.315]

door

P. G. DE VRIES

Instituut voor Bosbouwkundig Onderzoek (I.B.O.)

SUMMARY:

THE PRINCIPLE OF NOMOGRAMS APPLIED TO THE STEM VOLUME FUNCTIONS OF THE VOLUME TABLES FOR FOREST TREES GROWN IN THE NETHERLANDS.

The statistical data on which the volume tables for different commercial tree species grown in the Netherlands are based, have been adjusted in most cases by different adjustment methods, a review of which is given in table 1.

Investigations by the Institute of Forestry Research of the State Agricultural University at Wageningen, Netherlands, have shown that for practical purposes the results obtained by the various adjustment functions can satisfactorily accurate be represented by the function:

$$v = a\ d^{\beta}\ h^{\gamma}$$ *(Berkhout, Bosman, Bähler; 1922),*

in which v = stem volume, d = diameter at breast height (1.30 m), and h = tree height, α, β and γ being parameters specific to a given tree species which can be solved by mathematical adjustment.

Used as an adjustment function for original data, the above formula bears a more "natural" character than functions in which secondary characteristics, such as the form factor, appear, as in the former only actually measured variables are subjected to adjustment. The individual computation of secondary characteristics needlessly encumbers the arithmetical operations while in the end the adjusted volume only is needed. Consequently it is not clear why volumes should be adjusted via the formfactor.

With the exception of Näslund's function (10) the formulae of table 1, and particularly the above formula, can easily be represented by simple nomograms consisting of three parallel, calibrated straight lines, being the axes for diameter, height and stem volume. The stem volume of a tree with a breast height diameter d_1 and a height h_1 is then found on the volume axis at the point where it is intersected by the straight line connecting the values d_1 and h_1 on their respective axes.

The principles on which such nomograms are based (fig. 1) are shown, using Van Soest's function (1) for Japanese larch as an example. The reduced accessory nomogram is shown in figure 2.

The accuracy of nomogram readings in comparison with Van Soest's table is tested for an original nomogram size of 35 × 50 cm and its

photographical reduction to size 18.5 × 26.5 cm on A4-size paper, and proves to be very satisfactory, the deviations being -1.0% and -2.4% respectively.

Nomograms serve to present elaborate tables in a very simple and handy way, whilst interpolation is reduced to a mere mechanical action. The author considers these reasons sufficient to justify a more extensive use of nomograms than has been the case up to now either in addition to, or instead of volume tables.

De massa- of inhoudstabellen die voor verschillende Nederlandse houtsoorten worden gebruikt, zijn verkregen door vereffening van de meetgegevens van een in het algemeen vrij groot aantal stammen. De wiskundige vereffening van dit statistische materiaal is echter niet altijd op dezelfde wijze geschied; in tabel 1 vindt men een overzicht van de toegepaste vereffeningsmethoden.

Tabel 1.

Houtsoort *Tree species*	Vereffeningsfunctie *Volume table adjusted by*	Auteur *Author*	Jaar *Year*
Inlandse eik *Oak*	$f = 0{,}36948 + \frac{0{,}69614}{h} + 0{,}08293\,\frac{h}{d_{1{,}3}}$	Bähler/Bosman	1953
Populier *Poplar*	Verband grondvlak en massa (volgens rechte lijn van Gehrhardt-Kopetzky) in hoogteklassen	Bosman/ Van Laar	1955
Groveden *Scots pine*	$f = 0{,}3714 + \frac{1{,}3789}{h} + 0{,}0527\,\frac{h}{d_{1{,}3}}$	Comm. Meten Hout op Stam v/h Bosschap	1955
Douglas *Douglas fir*	$f = 0{,}64600 - 0{,}3741\,\sqrt{d_{1{,}3}}$	Van Laar/ Van Soest	1956
Oostenrijkse den *Austrian pine*	$f = 0{,}163 + \frac{0{,}398}{\log h}$	Van Soest	1958
Corsicaanse den *Corsican pine*	f grafisch voor $h \leqq 10$ m. voor $h \geqq 11$ m: $f = 0{,}53$	Van Soest	1958
Amerikaanse eik *Red oak*	f grafisch voor h = 2 t/m 9 m voor $h > 9$ m: $f = 0{,}117 + \frac{0{,}802}{\log d_{1{,}3}}$	Van Soest	1958
Japanse lariks *Japanese larch*	$f = 0{,}6463 - 0{,}1190 \log d_{1{,}3}$	Van Soest	1959
Fijnspar *Norway spruce*	$v = 0{,}04143\ d_{1{,}3}^{1{,}6704}\ h^{1{,}3337}$	Bosman/ De Vries	1959
Beuk *Beech*	$v = 0{,}049\ d_{1{,}3}^{1{,}78189}\ h^{1{,}08345}$	Bosman/ De Vries	1960

Naast een grafische en enige half-grafische methoden vindt men in tabel 1 vergelijkingen voor het vormgetal en voor de spilinhoud, en het is vooral de vereffeningswijze volgens deze vergelijkingen die van belang is voor de representatie van de inhoudstabellen volgens een geheel ander beginsel dan de tot nu toe in de Nederlandse bosbouw gebruikelijke *tabelvorm* (inhoudstabel) met 2 ingangen, namelijk de diameter op borst-

hoogte (d) en de hoogte (h), waarbij men de spilinhoud op het snijpunt der cijferkolommen afleest.

Zo vindt men het vereffende vormgetal voor de Japanse lariks uit:

$$f = 0{,}6463 - 0{,}1190 \log d \text{ (Van Soest, 1959)} \quad (1)$$

waarin d de diameter in cm op borsthoogte (1,30 m) is.

De algemene inhoudsformule voor een stam luidt:

$$v = g\,h\,f = \frac{\pi}{4}\,d^2\,h\,f \quad (2)$$

Subsituteert men hierin de gevonden waarde voor f voor de Japanse lariks (1), dan krijgt men als inhoud van een Japanse lariks-stam: $V = \frac{\pi}{4}\,d^2\,h\,(0{,}6463 - 0{,}1190 \log 10\,d)$, waarin h en d beide zijn uitdrukt in dm, of

$$v = h \left\{ d^2\,(0{,}41414 - 0{,}09346 \log d) \right\} \text{ dm}^3 \quad (3)$$

Voor h = 10 m, d = 10 cm wordt v = 41 dm³, hetgeen de in de inhoudstabel voor de Japanse lariks (Van Soest, 1959) opgegeven inhoud is.

Een bezwaar van het vereffenen van vormgetallen is, dat men ze, als afgeleid kenmerk, eerst voor elke stam afzonderlijk moet berekenen uit de individuele daadwerkelijk gemeten gegevens (hoogte, d en sectieinhoud) als:

$$f_x = \frac{v_x}{\frac{\pi}{4}\,d_x^2\,h_x} \quad (4)$$

terwijl men later de vereffende inhoud van een stam met afmetingen d_x en h_x vindt als:

$$v^* = \frac{\pi}{4} d_x^2\,h_x\,f_x^* \quad (5)$$

waarin de asterisken de vereffende waarden aanduiden.

Uit (4) volgt:

$$v_x = \frac{\pi}{4}\,d_x^2\,h_x\,f_x \quad (6)$$

$$\text{of } v_x = F\,(d_x, h_x, f_x) \quad (7)$$

Daar nu f_x steeds een functie is van òf d_x, òf h_x òf van beide, kan men v_x schrijven als:

$$v_x = \psi\,(d_x, h_x) \quad (8)$$

Aan deze voorwaarde voldoet de formule van Berkhout, Bosman en Bähler (1922) uitstekend:

$$v_x = \alpha\,d_x^{\beta}\,h_x^{\gamma} \quad (9)$$

waarin α, β en γ de door vereffening te bepalen, voor elke houtsoort specifieke parameters zijn. Deze functie vertoont bovendien 3 parameters in plaats van twee (zoals in een aantal der in tabel 1 genoemde functies het geval is) en kan daardoor beter aan een gegeven richtingstendens van een puntenzwerm worden aangepast.

De functie van Näslund: $f = p + \frac{q}{h} + r\frac{h}{d}$, (10)
gebruikt bijvoorbeeld bij de groveden, heeft eveneens het voordeel van 3 parameters (p, q, r), doch het nadeel dat er een individueel te berekenen quotient in voorkomt. Daar volgens berekeningen (I.B.O., 1960) de met de formule van Näslund verkregen uitkomsten uitstekend door functie (9) voorgesteld kunnen worden, wordt door ons aan laatstgenoemde functie de voorkeur gegeven. In vergelijking met de volgens Näslund verkregen uitkomsten treden slechts verschillen op welke kleiner dan de meetfout zijn.

De spilinhoud kan dus zeer goed direct worden vereffend met een functie als (9), waarin werkelijk gemeten, dus „natuurlijke" grootheden voorkomen. Het is dan ook niet duidelijk, om welke redenen bij de samenstelling van een inhoudstabel nog algemeen de omweg van vormgetalvereffening wordt gevolgd. Hoewel de vereffeningsfuncties voor het vormgetal daarvoor bruikbaar zijn (zoals uit navolgend voorbeeld blijkt), heeft de functie (9) nog rekentechnische voordelen bij de weergave in *nomogramvorm*.

In een *nomogram* worden de waarden van de variabelen in een formule voorgesteld door calibreringen op rechte of kromme assen, zódanig, dat elke willekeurige rechte index-lijn deze assen snijdt in punten, die aan de gegeven formule voldoen. Op de eigenschappen en de constructie van een eenvoudig nomogram zal hieronder nader worden ingegaan. Als voorbeeld wordt het nomogram voor de spilinhoudsfunctie (3) van de Japanse lariks gekozen.

Indien men deze functie (3) logarithmeert verkrijgt men:

$$\log v = \log h + \log \left\{ d^2 (0{,}41414 - 0{,}09346 \log d) \right\}, \text{ of}$$

$$\log \left\{ d^2 (0{,}41414 - 0{,}09346 \log d \right\} - \log v + \log h = 0 \quad (11)$$

Stelt men $D = f(d) = \log \left\{ d^2 (0{,}41414 - 0{,}09346 \log d) \right\}$ (12)

$$V = \varphi(v) = -\log v \quad (13)$$

$$H = F(h) = \log h \quad (14)$$

dan gaat (11) over in de voorwaarde:

$$f(d) + \varphi(v) + F(h) = 0 \quad (15)$$

of
$$D + V + H = 0 \quad (16)$$

Een dergelijke vorm kan worden voorgesteld door een nomogram, bestaande uit 3 evenwijdige gecalibreerde rechte lijnen, namelijk een D-as (diameter-waarden), een V-as (inhouden) en een H-as (hoogten), zodanig verdeeld, dat men op elke willekeurige rechte lijn die een zekere d-waarde verbindt met een zekere h-waarde, het spilvolume afleest op het punt waar deze rechte de V-as snijdt. Een dergelijk nomogram is voorgesteld in fig. 1; het moet aan bepaalde eigenschappen voldoen, die uit de volgende beschouwing zullen blijken.

Een willekeurige afleeslijn PQR snijdt de 3 evenwijdige nomogramassen D, V en H (welke in de figuur nog niet gecalibreerd zijn) in de *punten* P, Q en R, gelegen bij de *getalwaarden* D, V en H (zie (12),

(13), (14)), welke op zichzelf dus weer zijn bepaald door zekere d, v en h-waarden.

Volgens (16) moet gelden:

$$D + V + H = 0 \quad (17)$$

Bij de laagste waarde van D en H, namelijk D_o en H_o, respectievelijk bepaald door de kleinste diameter (d_o) en geringste hoogte (h_o) behoort ook de laagste waarde van V (nl. V_o, bepaald door v_o zoals deze volgt uit d_o en h_o), welke waarden eveneens aan (16) moeten voldoen, dus:

$$D_o + V_o + H_o = 0, \quad (18)$$

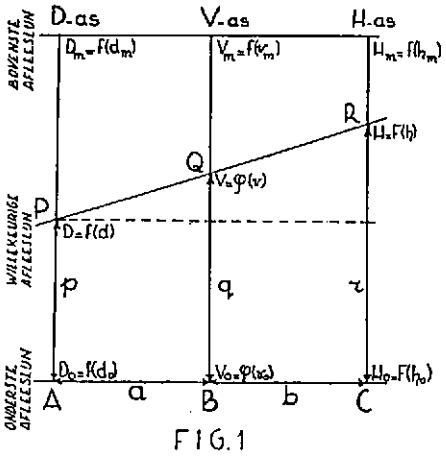


FIG.1

Fig. 1. Eigenschappen van een uit 3 evenwijdige lijnen bestaand nomogram.

terwijl zij op de onderste afleeslijn (A B C) van het nomogram moeten liggen.

Door (18) van (17) af te trekken verkrijgt men:

$$(D - D_o) + (V - V_o) + (H - H_o) = 0 \quad (19)$$

In fig. 1 geldt, wat betreft de *lijnstukken*, de volgende evenredigheid:

$$\frac{q - p}{r - p} = \frac{a}{a + b}, \text{ of}$$

$$bp - q(a + b) + ar = 0 \quad (20)$$

Indien men de eenheid van lengte (de zogenaamde *schaalfactor*) langs de D-as λ_1 noemt, die langs de V- en H-assen respectievelijk λ_2 en λ^3, dan zijn λ_1, λ_2 en λ_3 dus de factoren waarmede men resp. de *getalwaarden* D, V en H moet vermenigvuldigen om de *afstand* van het schaalnulpunt te verkrijgen, zodat:

$$p = \lambda_1 D - \lambda_1 D_o = \lambda_1 (D - D_o) \quad (21)$$

en analoog:

$$q = \lambda_2 (V - V_o) \quad (22)$$

$$r = \lambda_3 (H - H_o) \quad (23)$$

Substitutie van (21) t/m (23) in (20) levert:

$$b\lambda_1 (D-D_o) - \lambda_2 (a+b)(V-V_o) + a\lambda_3 (H-H_o) = 0 \quad (24)$$

Daar (19) en (24) equivalente uitdrukkingen zijn, geldt:

$$b\lambda_1 = -\lambda_2 (a+b) = a\lambda_3 \quad (25)$$

zodat:

$$\frac{a}{b} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \quad (26)$$

en

$$\lambda_2 = \frac{-\lambda_1 \lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_3} \quad (27)$$

De bovenste afleeslijn van het nomogram verbindt de getal-waarden

$D_m = f(d_m)$ en $H_m = F(h_m)$, waarin d_m en h_m respectievelijk de grootste diameter en grootste hoogte zijn, terwijl de op het snijpunt van deze lijn en de V-as gelegen grootste getalwaarde V_m een functie is van v_m, namelijk $\varphi(v_m)$, waarin v_m volgens (3) door d_m en h_m is bepaald.

De schaalfactoren λ_1 en λ_3, en daarmede de verhouding $\frac{a}{b}$ (26) zijn afhankelijk van het gewenste nomogramformaat en het verschil tussen de maximum- en minimumwaarden op de assen.

Kiest men als lengte der assen op het papier bijvoorbeeld 50 cm dan is dus:

$$50 = \lambda_1 (D_m - D_o) \qquad \text{of}$$

$$\lambda_1 = \frac{50}{D_m - D_o} \text{ cm} \tag{28}$$

en analoog $\lambda_3 = \frac{50}{H_m - H_o}$ cm (29)

terwijl λ_2 uit (27) volgt.

Men kan de D, V en H-assen vervolgens op elke gewenste wijze calibreren door de afstanden van D_o tot D_x, V_o tot V_x, en H_o tot H_x langs respectievelijk de D, V en H-assen te berekenen als volgt:

afstand D_o tot $D_x = \lambda_1 (D_x - D_o)$, waarin $D_x = f(d_x)$.
afstand V_o tot $V_x = \lambda_2 (V_x - V_o)$, waarin $V_x = \varphi(v_x)$.
afstand H_o tot $H_x = \lambda_3 (H_x - H_o)$, waarin $H_x = F(h_x)$.

Men schrijft natuurlijk bij de aldus gemaakte indeling de waarden d_x, v_x en h_x en niet die van D_x, V_x en H_x, welke laatste slechts dienen om de afstanden tot de schaal-nulpunten te berekenen.

Het uitzetten van de afstanden langs de assen kan met een in mm verdeelde maatlat geschieden, waarbij men op een nauwkeurigheid van ongeveer 0,5 mm mag rekenen. Daar de schaalverdeling bij hogere waarden nauwer wordt, neemt de nauwkeurigheid van een afstand tussen 2 schaalstrepen langs de assen in bovenwaartse richting af, hetgeen men kan compenseren door het nomogram ruime afmetingen te geven. Een bruikbare afmeting, die fotografisch nog goed verkleind kan worden, is bijvoorbeeld 50 cm voor de assen en 35 à 40 cm voor de afstand tussen de buitenste assen. Het kan echter nog voorkomen dat een der assen een zodanig groot verschil tussen de uiterste waarden moet weergeven, dat een duidelijk nomogram voor praktisch gebruik ongeschikte afmetingen zou verkrijgen. Het verdient dan aanbeveling het nomogram in twee of meer afzonderlijk te construeren gedeelten te splitsen.

Zo liggen de diameters uit de tabel voor de Japanse lariks tussen 3 en 50 cm, welk traject niet meer nauwkeurig op een 50 cm lange D-as kan worden voorgesteld. Het nomogram werd daarom in 2 delen gesplitst, elk met aslengten van 50 cm en een afstand tussen de D- en H-as van 35 cm. Deel I, waarvan men een verkleinde afbeelding in fig. 2 vindt, werd vervaardigd voor diameters van 3 tot 30 cm (respectievelijk

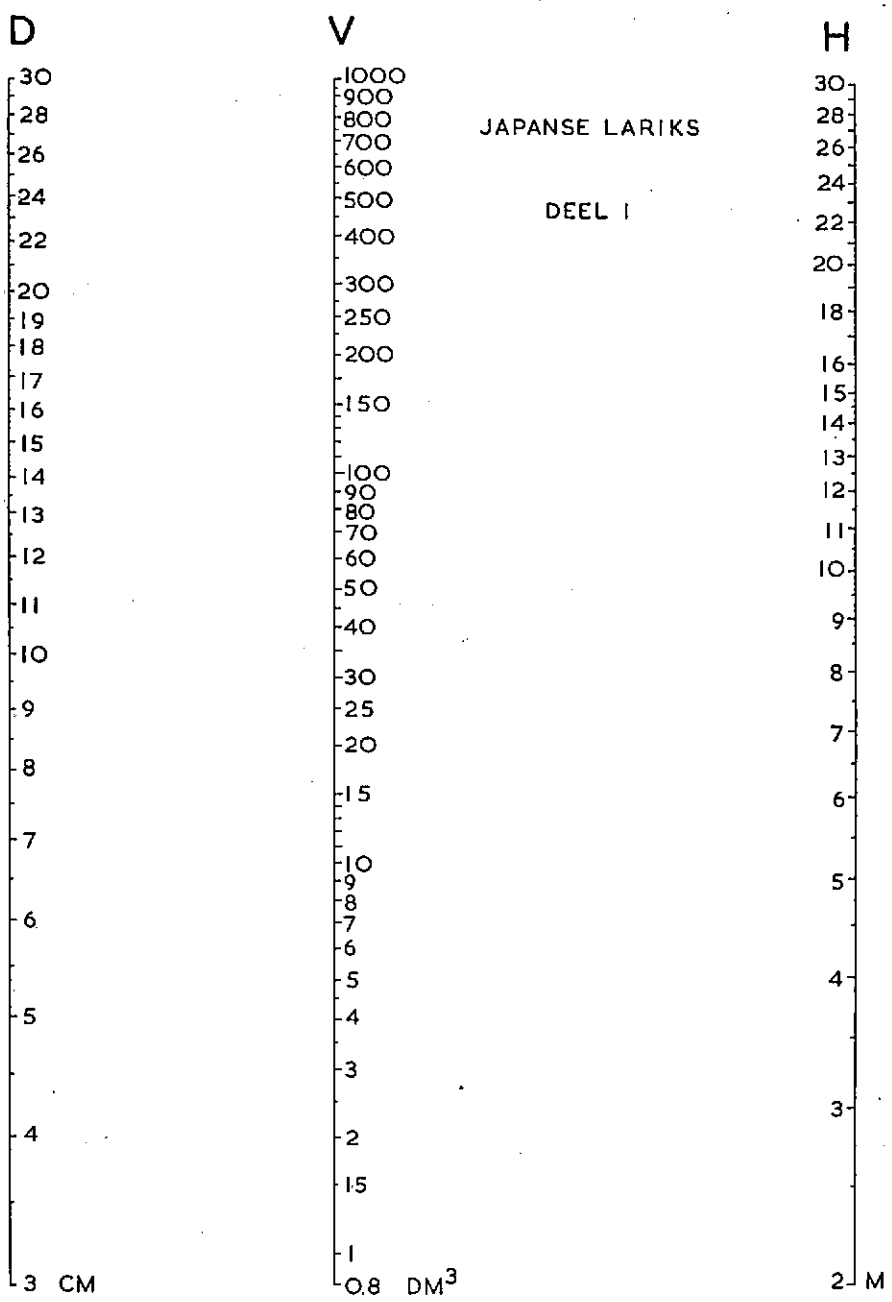


Fig. 2. Nomogram voor de bepaling van de Spilhoutmassa met bast (V) uit de dbh met bast (D) en de hoogte (H).

inhouden van 0,8 tot 1000 dm³), en deel II voor diameters van 30—50 cm (respectievelijk inhouden van 500 tot 2800 dm³). Het origineel van deel I werd fotografisch verkleind op papierformaat A 4, waardoor de aslengten 26,5, en de afstand tussen de D- en H-assen 18,5 cm werden (verkleining ongeveer 2 ×). Ter bepaling van de nauwkeurigheid werden zowel in het origineel als in de verkleining daarvan door 3 waarnemers 12, voor het gehele traject der 3 assen representatieve aflezingen gedaan. Met de volgens (3) berekende inhoud als norm bedroeg de gemiddelde afwijking voor het originele nomogram —1,0% en voor de verkleining —2,4% (systematisch negatief). Hierbij viel het op, dat de bij de verkleining gevonden grotere afwijkingen althans ten dele door lensvertekening en/of ongelijkmatige papierkrimp moeten zijn veroorzaakt.

Voor practische doeleinden zijn de voordelen van het gebruik van nomogrammen boven dat van inhoudstabellen duidelijk:
1. Het interpoleren tussen diameters of tussen hoogten of tussen deze beide kenmerken, dat, indien het veelvuldig nodig is, een belangrijke vermoeidheidsfactor vormt en daardoor aanleiding kan geven tot vergissingen, wordt vervangen door een mechanische handeling en een directe aflezing van het resultaat.
2. Het nomogram geeft het cijfermateriaal van de inhoudstabel in zeer eenvoudige en bovendien compacte, gemakkelijk hanteerbare vorm weer, waardoor bijvoorbeeld snel vergelijkingen tussen houtsoorten plaats kunnen vinden.
3. De geringe omvang van een nomogram in vergelijking tot tabellarisch cijfermateriaal maakt het zeer geschikt voor fotografische reproductie op elke gewenste schaal, waardoor nagenoeg elke gewenste afleesnauwkeurigheid kan worden bereikt.
4. Het werken met rijen en kolommen, en het bladeren in de tabel worden vervangen door het gebruik van een (liefst doorzichtige) lineaal in een plat vlak. Het gebruik van de rand van een stuk blanco reproductiefilmstrook als afleeslijn werd door ons zeer doeltreffend bevonden.

Om bovengenoemde redenen zou het gebruik van nomogrammen in de bosbouw, naast of in plaats van inhoudstabellen, zeker aanbeveling verdienen.

Literatuur:

1. Van Soest, J.: Stem form and volume of Japanese larch (Larix leptolepis Gord.) in the Netherlands (thesis). Wageningen, 1959.
2. Toft, L. and McKay, A. D. D.: Practical mathematics. London, 1951; by Pitman and Sons Ltd.