Nederlandsch Boschbouw-Tijdschrift

OPRICHTER Dr. J. R. BEVERSLUIS

Orgaan van de Nederlandsche Boschbouwvereeniging

17e Jaargang | No. 7 | Juli 1944

Oorspronkelijke Bijdragen

DE NAUWKEURIGHEID VAN METINGEN MET DEN HOOGTEMETER VAN WEISE

(Avec résumé en français)

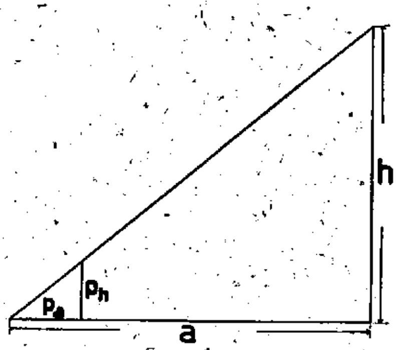
door A. Stoffels.

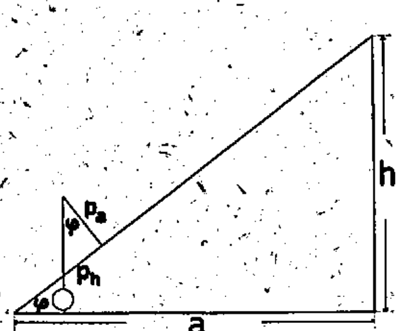
De hoogte is één van de factoren, die den inhoud van een stam bepalen. De hoogte van staande boomen kan worden geschat, doch voor nauwkeuriger werk zal men moeten meten met behulp van een hoogtemeter. Het aantal instrumenten hiervoor is zeer groot; er zijn zeer eenvoudige en ook uiterst ingewikkelde hoogtemeters.

De werkwijzen ter berekening van de hoogte van stammen kunnen we in twee hoofdgroepen verdeelen:

1) methoden met meting van den afstand van het instrument tot den boom;
2) methoden, waarbij de afstand van het instrument tot den boom niet wordt gemeten, doch een verticale afstand op de plaats van den boom wordt vastgelegd of bepaald.

Ook wiskundig bezien bestaan er tusschen beide groepen verschillen. De onder ten eerste genoemde methoden steunen op het beginsel van de gelijkvormigheid van twee rechthoekige driehoeken, terwijl de onder ten tweede bedoelde werkwijzen het beginsel van de evenredigheid van de stukken, waarin twee evenwijdige rechten door drie snijdende lijnen worden verdeeld, ten grondslag hebben.





Bij de methoden met meting van den afstand van het instrument tot den boom kunnen we nog twee gevallen onderscheiden al naar gelang van de ligging van de gelijkvormige driehoeken ten opzichte van elkander. In de linksche der twee figuren kan de eene rechthoekige driehoek door vermenigvuldiging uit den anderen ontstaan worden gedacht. In de rechtsche figuur is dit niet mogelijk. Doch in beide figuren is:

$$h : a = p_h : p_a$$

$$h = \frac{a.p_h}{p_a}$$

De afstand a wordt vooraf vastgesteld, evenals de lengte p_a op den hoogtemeter, waarna de waarde p_h kan worden afgelezen en zoodoende de hoogte h worden gevonden. Tot de eerste ondergroep behooren de hoogtemeters van Meyer-Hoszfeld, Havleck, Klausner en Klein, tot de tweede ondergroep onder meer die van Winkler, Groszbauer, Faustmann en Weise.

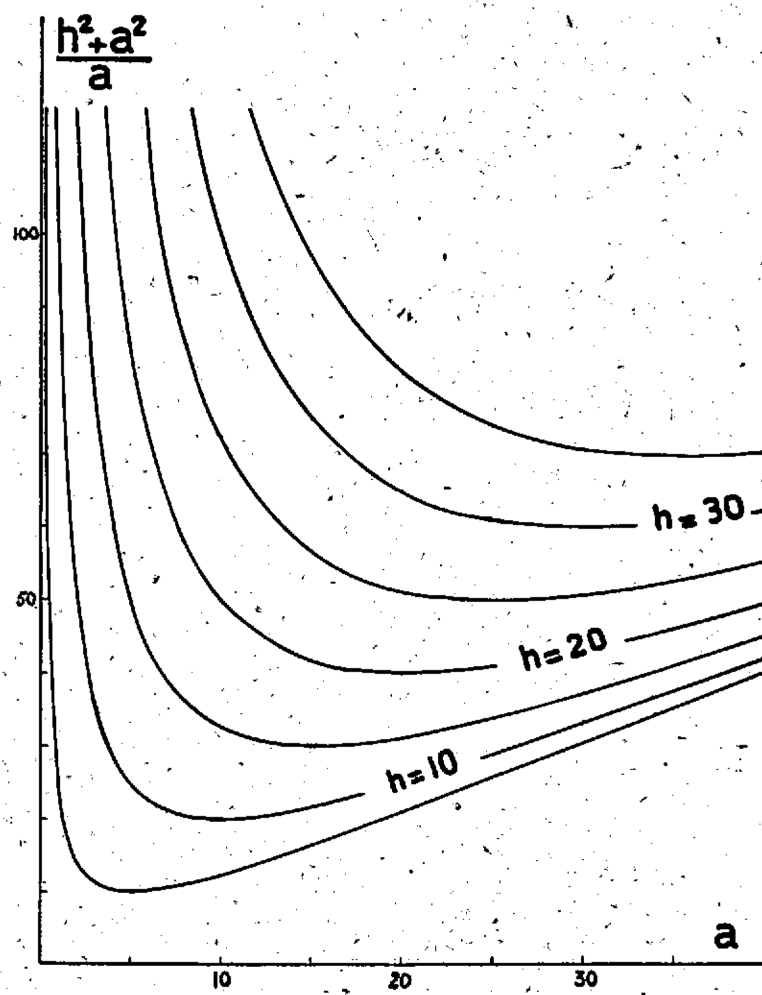
De korte inleiding diende om de plaats aan te duiden, die de hoogtemeter van Weise onder de verschillende instrumenten inneemt.

In vlak terrein, zooals we in ons land veel aantreffen, kan men de hoogte van een stam vinden door op een bepaalden afstand a van den boom op den top te richten en zoodoende de lengte te bepalen van den stam boven het vlak van het oog van den waarnemer. Hierbij kan dan de afstand van het oog boven den grond worden geteld om de hoogte van den stam te vinden. In de figuur is:

$$h = a \operatorname{tg} \varphi,$$

waarna dus de hoogte van den stam wordt gevonden door bij deze hoogte h den afstand van het oog boven den grond i te tellen. De hoogte van den stam is derhalve $h + i$.

De fouten, die we bij de hoogtebepaling maken, bestaan feitelijk uitsluitend in de instelling van den hoek φ. De metingen van den afstand a tot den boom en van de hoogte i van het oog boven den grond zijn natuurlijk ook aan fouten onderhevig, doch we kunnen deze onnauwkeurigheden zonder veel gevaar verwaarloozen.



Noemen we de middelbare fout bij de instelling van den hoek τ_φ en die van de genoemde hoogte τ_h, dan is:

$$\tau_h = a \sec^2 \varphi . \tau_\varphi ,$$

aangezien $\sec^2 \varphi$ het differentiaalquotient van $\operatorname{tg}\varphi$ voorstelt (φ in radialen uitgedrukt). De bovenstaande betrekking kunnen we als volgt herleiden:

$$\tau_h = a\,(\mathrm{tg}^2\,\varphi + 1).\,\tau_\varphi$$

$$\tau_h = a\,(\frac{h^2}{a^2} + 1)\,\tau_\varphi.$$

$$\tau_h = \frac{h^2 + a^2}{a}.\,\tau_\varphi.$$

Uit deze betrekking kunnen we allereerst den meest geschikten afstand voor de hoogtemeting afleiden. Dit is vanzelfsprekend die afstand a, die de fout τ_h zoo klein mogelijk maakt of met andere woorden de waarde van a, waarvoor de factor $(h^2 + a^2) : a$ minimaal is. Het eerste differentiaalquotient moet dan gelijk aan O zijn:

$$h^2 \times \frac{-1}{a^2} + 1 = 0$$

$$h = a.$$

De beste resultaten kan men derhalve verkrijgen, wanneer men den afstand van het instrument tot den boom gelijk neemt aan de hoogte van den stam boven het vlak van het oog. Deze minimale fout wordt thans:

$$\tau_{h\ min} = 2a\,.\,\tau_\varphi.$$

Voor een beoordeeling van de grootte der fouten bij verschillende afstanden a is in de voorgaande grafiek de waarde van de factor $(h^2 + a^2) : a$ voorgesteld. We zien hier vooral duidelijk uit, dat de fouten zich sneller vergrooten, wanneer men den afstand a kleiner dan hoogte h neemt dan in het geval van grootere waarden van a. Dit beteekent, dat men er voor moet waken om de afstand a niet te klein in verhouding tot de hoogte h te nemen.

Ten einde nadere gegevens over de fouten te verkrijgen, werden door vier personen in totaal aan 137 vrij staande boomen hoogtemetingen verricht en werd na de velling de lengte opgemeten. De vier personen beschikten over eenige ervaring in het meten met den hoogtemeter van W e i s e, terwijl steeds rechtstaande stammen werden gekozen, waarvan de top goed kon worden waargenomen.

De fout t_h van een enkele hoogtebepaling is gelijk aan het verschil van de gemeten hoogte en de werkelijke lengte van den stam. Uit de fout t_h kan men de fout t_φ berekenen, welke in den hoek φ werd gemaakt volgens de betrekking:

$$t_\varphi = \frac{a}{h^2 + a^2}\,t_h.$$

De fouten in de hoeken φ zijn bij alle 137 bepalingen berekend, waarna de waarden voor de middelbare fout zoowel voor enkele hoogteklassen als voor het geheel van alle metingen zijn bepaald. Deze waarden werden berekend volgens de betrekking:

$$\tau_\varphi = \sqrt{\frac{\sum t_\varphi\ t_\varphi}{n}},$$

waarbij n het aantal hoogtebepalingen voorstelt.

De resultaten van deze berekeningen zijn in het volgende staatje samengevat:

hoogte h in meters (hauteur h en mètres)	aantal metingen (nombre des mesurages)	middelbare fout in radialen (erreur moyenne en radiales)
10—11	3	0.0229
11—12	—	—
12—13	2	0.0217
13—14	7	0.0138
14—15	19	0.0189
15—16	19	0.0165
16—17	23	0.0174
17—18	21	0.0179
18—19	22	0.0173
19—20	14	0.0166
20—21	7	0.0195
10—21	137	0.0177

Uit deze cijfers blijkt, dat de waarden van τ_φ in de verschillende hoogteklassen niet sterk uiteenloopen. De laagste klassen geven iets afwijkende waarden, doch de aantallen metingen in deze klassen zijn zeer klein, zoodat aan deze waarden geen groote nauwkeurigheid mag worden toegeschreven. De overeenstemming van de waarden τ_φ in de verschillende klassen verwondert ons in het geheel niet, omdat de hoek φ en daarmede ook de fout in dezen hoek onafhankelijk is van de hoogte van den stam.

Geheel feilloos is deze laatste gedachtengang niet. Immers bij de hoogtemeting met het instrument van W e i s e worden de hoogten steeds op halve meters afgerond. De fout τ_φ is dus niet uitsluitend afhankelijk van de waarneming. De fout t_h in de hoogte kunnen we splitsen in een fout w ten gevolge van de waarneming en een fout r ten gevolge van de afronding:

$$t_h = w + r.$$

De afrondingsfout r kan loopen van — 0.25 m tot + 0.25 m. Het kwadraat van de middelbare fout τ_r bedraagt derhalve:

$$\tau_r^2 = \int_{-0.25}^{+0.25} r^2 \times 2\, dr = \frac{2}{3}\left[r^3 \right]_{-0.25}^{+0.25} = 0.020833$$

$$\tau_r = 0.1443.$$

Het gedeelte van de middelbare fout τ_φ, dat voor rekening van de afronding komt, is zoowel afhankelijk van den afstand van het instrument tot den boom als van de hoogte. Zooals men door een becijfering kan zien, is deze bij kleinere hoogten grooter dan bij grootere. Loopen de hoogten niet sterk uiteen, dan kan deze omstandigheid evenwel worden verwaarloosd.

De waarde van τ_φ, welke beslissend is voor de middelbare fouten in de berekende hoogten, is natuurlijk sterk afhankelijk van den persoon van den waarnemer. Het is derhalve moeilijk cijfers voor middelbare fouten van metingen met den hoogtemeter van Weise te geven. De hier beschouwde 137 waarnemingen werden door vier personen gedaan. De resultaten geven derhalve gemiddelde cijfers voor deze vier waarnemers. Wil men eenigszins een indruk hebben van de middelbare fouten van metingen met den hoogtemeter van Weise, dan zou men zich van deze min of meer algemeen te noemen cijfers kunnen bedienen. Op grond van de waargenomen waarde τ_φ = 0.0177 zijn in de onderstaande tabel de middelbare fouten in meters aangegeven voor metingen met den genoemden hoogtemeter.

h \ a	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m	30 m
4—6 m	0.1—0.2	0.2	0.3			
6—8 m	0.2—0.3	0.2—0.3	0.3			
8—10 m	0.3—0.4	0.3—0.4	0.3—0.4			
10—12 m	0.4—0.6	0.4—0.4	0.4—0.4	0.5		
12—14 m	0.6—0.8	0.4—0.5	0.4—0.5	0.5	0.6	
14—16 m	0.8—1.0	0.5—0.6	0.5—0.6	0.5—0.6	0.6	0.7
16—18 m	1.0—1.2	0.6—0.8	0.6—0.7	0.6—0.6	0.6—0.7	0.7
18—20 m	1.2—1.5	0.8—0.9	0.7—0.7	0.6—0.7	0.7—0.7	0.7—0.8
20—22 m		0.9—1.0	0.7—0.8	0.7—0.8	0.7—0.8	0.8—0.8
22—24 m		1.0—1.2	0.8—0.9	0.8—0.9	0.8—0.9	0.8—0.9
24—26 m		1.2—1.4	0.9—1.0	0.9—1.0	0.9—0.9	0.9—0.9
26—28 m		1.4—1.6	1.0—1.2	1.0—1.1	0.9—1.0	0.9—1.0
28—30 m		1.6—1.8	1.2—1.3	1.1—1.2	1.0—1.1	1.0—1.1

Middelbare fouten in meters (Erreurs moyennes en mètres).

L'Exactitude des mesurages à l'aide du dendromètre de Weise.

(Résumé.)

Sur un terrain plat on mesure à l'aide du dendromètre de Weise la hauteur d'un arbre en mesurant la hauteur h au-dessus du niveau de l'oeuil, augmentée de la distance i de l'oeuil jusqu' à la terre.

De l'une des figures il résulte que

$$h = a \operatorname{tg} \varphi$$

dans laquelle a représente la distance de l'observateur jusqu' à l'arbre et φ l'angle, sous laquelle est vue la cime.

L'erreur que nous commettons en mesurant, consiste au fond en la fixation de l'angle φ. Si l'on représente l'erreur moyenne commise à la fixation de cette angle par τ_φ (en radiales), alors l'erreur moyenne de la hauteur τ_h est:

$$\tau_h = a \sec^2 \varphi$$

ou

$$\tau_h = \frac{h^2 + a^2}{a} \tau_\varphi.$$

Le facteur $(h^2 + a^2) : a$ étant minimal pour $h = a$, les meilleurs résultats sont obtenus, quand la distance de l'observateur jusqu' à l'arbre est égale à la hauteur h. Cette erreur moyenne minimale devient alors:

$$\tau_{h \min} = 2a \cdot \tau_\varphi$$

Par quatre personnes 137 observations furent exécutées. Les valeurs de τ_φ obtenues dans les classes de hauteur diffèrent peu, ce qui n'est point étonnant, puisque l'angle φ est indépendante de la longueur de l'arbre. Comme moyenne générale on a trouvé $\tau_\varphi = 0.0177$.

Quoique des influences individuelles jouent évidemment un rôle important on a pu établir à la base der résultats, obtenus par ces quatre observateurs, une table indiquant les erreurs moyennes pour les mesurages à l'aide du dendromètre de Weise.