

DE INHOUDSBEPALING VAN
GROVEDENNEN-OPSTANDEN MET BEHULP VAN
STANDAARDKROMMEN *)

(avec résumé en français)

[524 : 174.7 *Pinus sylvestris*]

door

A. STOFFELS

1. *Inleiding.*

Wanneer we de inhoud van een opstand willen weten, dan staan ons daarvoor verschillende wegen open en het hangt van het doel van de inhoudsbepaling af welke werkwijze we zullen kiezen. Hierbij spelen de tijdsduur en daarmee de kosten van een dergelijke bepaling een zeer belangrijke rol.

De nauwkeurigste bepaling zou men verkrijgen, wanneer men elke boom voor zich ging bezien en de inhoud door verschillende doorsnede-metingen zou gaan bepalen. Voor de meeste doeleinden kost het beklimmen van alle bomen of het doen van optische diktemetingen te veel tijd. Men zal er eventueel slechts toe over kunnen gaan om de hoogte en de doorsnede op borsthoogte van elke boom te bepalen, terwijl men de meting van doorsneden op andere hoogten slechts aan een beperkt aantal bomen zal uitvoeren.

Doch ook het meten van de hoogten van alle bomen is een tijdrovende bezigheid en daarom bepaalt men veelal slechts de hoogten van een zeker aantal bomen van de opstand en brengt deze hoogten in verband met de diameters op borsthoogte. De regressielijn tussen hoogte en diameter op borsthoogte noemt men de hoogtekromme en men bezigt deze kromme veelal om de gemiddelde hoogten van bomen behorende tot de verschillende diameterklassen te benaderen.

Wil men de inhoudsbepaling verder vereenvoudigen, dan kan men er toe overgaan om ook de verschillende doorsnede-metingen aan het beperkte aantal modelbomen achterwege te laten en kan men gebruik maken van gegevens, die het algemene gemiddelde van de inhouden van bomen met een bepaalde hoogte en een bepaalde diameter op borsthoogte aangeven.

Het spreekt voor zich, dat al deze vereenvoudigingen de kans op onnauwkeurigheden vergroten. Doch men moet hierbij de factoren, die de waarschijnlijke fout bepalen, in het oog houden. Men moet bedenken, dat ook in een opstand de spreidingen groot kunnen zijn. Zo is het geenszins uitgesloten, dat bij het kiezen van een beperkt aantal modelbomen de foutkans groter is dan bij het gebruik van gemiddelden berekend uit de gegevens van zeer vele opstanden. Tischendorf (36) heeft op deze omstandigheden reeds duidelijk gewezen.

*) Korte Mededeling Bosbouwproefstation T.N.O. No. 14.

2. De massatabel.

De tabel, waarin de algemene gemiddelde inhouden van bomen van een bepaalde houtsoort zijn verzameld bij verschillende hoogten en diameters op borsthoogte noemt men een massatabel. Dergelijke tabellen zijn in de gehele wereld bekend en vele zijn reeds lang geleden vervaardigd. De praktijk heeft hun bruikbaarheid voldoende bewezen. In Duitsland kent men algemeen de tabellen van Grundner-Schwappach (4) en in Zweden die van Näslund (24, 25). Engeland heeft verschillende tabellen van Hummel en anderen (6, 7, 8, 9), terwijl men in Frankrijk een oude goede tabel van Vivier (3, 37) heeft. Kortgeleden heeft Becking (1) voor ons land een massatabel voor de douglas samengesteld.

Sommige onderzoekers zijn van mening, dat hoogte en diameter op borsthoogte onvoldoende zijn om de inhoud van een boom te bepalen. De spreiding in de regressie zou te groot zijn. In het bijzonder geldt dit bezwaar, wanneer men een tabel wenst samen te stellen voor een zeer uitgebreid gebied, waar de klimatologische factoren sterk uiteenlopen. Zo heeft Jonson (12) een derde factor naar voren gebracht voor de inhoudsbepaling en wel de ligging van het zwaartepunt van de kroon. Ilvessalo (11) meent een derde factor gevonden te hebben in de diameter op een hoogte van 6.30 m boven de grond.

Voor ons kleine land, waarin de klimatologische factoren niet zo sterk uiteenlopen als in Zweden en Finland, is de behoefte aan dergelijke tabellen natuurlijk minder groot.

Het werken met de oude massatabellen is een ieder zeker bekend. Men meet de diameters op borsthoogte van alle bomen en bepaalt de hoogten van een beperkt aantal stammen. Vervolgens bepaalt men langs grafische weg de hoogtekromme en leest de gemiddelde hoogte van elke diameterklasse af. De massatabel verschaft ons tenslotte de inhoud, die bij elke diameter en bijbehorende hoogte als algemeen gemiddelde geldt.

3. De vormhoogtetabel.

Ten gerieve van de praktijk heeft men de massatabel een andere vorm gegeven. In 1936 heeft van Laer (16) een tabel gemaakt, waarin men bij een bepaalde diameter en een bepaalde hoogte de zogenaamde vormhoogte, dit is het product van vormgetal en hoogte, kan vinden. Aangezien men van de opstanden vaak ook het totale grondvlak wenst te becijferen, heeft deze methode het voordeel, dat het rekenwerk nauwkeuriger kan worden uitgevoerd.

Men bepaalt thans eerst van elke diameterklasse het bijbehorende grondvlak en vermenigvuldigt dit met het aantal stammen van die klasse. De som van de grondvlakken van alle klassen geeft ons het totale grondvlak van de opstand. Hierna zoekt men uit de tabel de vormhoogte, die men bij elke diameterklasse en de uit de hoogtekromme daarbij gevonden hoogte als algemeen gemiddelde mag aannemen. Door vermenigvuldiging met de grondvlakken der diameterklassen verkrijgt men de totale inhouden van de bomen behorende tot de verschillende klassen. De som van alle klasseninhouden is de inhoud van de gehele opstand.

De aldus uitgevoerde berekening heeft het voordeel boven die met de massatabel, dat fouten door afrondingen bij grote aantallen stammen thans grotendeels vermeden worden.

Aangezien ook hier een hoogtekromme moet worden samengesteld,

heb ik (33) vroeger naar voren gebracht, dat men in plaats van vormhoogtetabellen zeer goed grafieken kan gebruiken en de hoogtekromme op een grafiek kan tekenen, die tevens de gegevens van de vormhoogten bevat.

4. *Standaard-hoogtekrommen.*

Sinds vele jaren zijn verschillende studies over de regressie tussen hoogte en diameter gemaakt. Sommige onderzoekers, zoals Tischendorf (35), Näslund (22, 23), Korsun (13), Henriksen (5) en Prodan (27) geven formules voor de regressielijn. Anderen, zoals Leporský (20), hechten aan een wiskundige verwerking in het algemeen minder waarde. Ten behoeve van de bosbedrijfsregeling zal men in het algemeen wel niet tot een rekenkundige verwerking volgens een bepaalde vergelijking van de regressielijn overgaan en ook de correctie, die ik (34) voor een grafische vereffening meende te moeten aangeven, zal hier wel achterwege moeten blijven.

Wiedemann (38) en Lang (19) hebben gevonden, dat de hoogtekromme van opstanden met eenzelfde gemiddelde grondvlak en eenzelfde gemiddelde hoogte van de boom met het gemiddelde grondvlak veel overeenstemming vertoonden. Wiskundig kunnen we zeggen, dat er een stochastische afhankelijkheid bestaat tussen de parameters van de hoogtekromme en de gemiddelde diameter en de daarbij behorende gemiddelde hoogte van opstanden. Het is vooral de hoogte, die deze afhankelijkheid bepaalt, doch voor verschillende houtsoorten is ook de gemiddelde diameter van duidelijke invloed.

Deze onderzoekers zijn er toe overgegaan zogenaamde standaard-hoogtekrommen samen te stellen. Het is daarbij slechts nodig van een opstand de gemiddelde diameter en de gemiddelde hoogte bij die diameter te kennen, waardoor het mogelijk is de standaard-hoogtekromme te vinden, die in het algemeen voor een opstand met de gevonden gemiddelde diameter en hoogte geldt.

De methode heeft het voordeel, dat men slechts enkele hoogtemetingen behoeft te verrichten aan bomen, die ongeveer de gemiddelde diameter op borsthoogte bezitten. Vele tijdrovende hoogtebepalingen zijn overbodig en ook het trekken van een hoogtekromme kan nu achterwege blijven, omdat men de gegevens van de passende standaard-hoogtekromme gebruikt. Soms bezigt men hierbij niet de berekende gemiddelde diameter, maar de diameter van de boom volgens de regel van Weise.

Dit gebruik van algemene lijnen voor de hoogtekrommen kan het resultaat ongunstig beïnvloeden. Het spreekt voor zich, dat het opstellen van een hoogtekromme uit een groot aantal hoogtemetingen beter is dan het gebruik van een standaard-hoogtekromme. Maar wanneer men om tijd te besparen zich moet beperken tot slechts een klein aantal hoogtemetingen, dan zal in vele gevallen de standaard-hoogtekromme de regressielijn tussen hoogte en diameter van een opstand meer nabij komen dan de op het oog getrokken hoogtekromme.

5. *Standaard-vormhoogtekrommen.*

Uit de standaard-hoogtekrommen van Wiedemann (38) en de massatabellen van Grundner-Schwappach (4) heeft von Laer (17) standaard-vormhoogte krommen samengesteld. Deze hebben dezelfde voordelen als

de vormhoogtetabellen. De berekeningswijze is logischer en geeft minder gevaar voor afrondingsfouten bij grote aantallen bomen in de diameterklassen.

Ook hier dient men de gemiddelde diameter van de opstand te bepalen, hetzij door een rekenkundige becijfering, hetzij door gebruik te maken van de stelling van Weise. Daarna meet men wederom de hoogten van bomen met deze gemiddelde diameter en middelt deze waarden. Uit de gemiddelde diameter en de bijbehorende hoogte vindt men de standaard-vormhoogtekromme, die in het algemeen van toepassing is. De verdere uitvoering is thans zeer eenvoudig.

6. Standaard-inhoudskrommen.

Tenslotte kan men nog een stap verder gaan en zogenaamde standaard-inhoudskrommen samenstellen. Spiecker (31, 32) heeft deze voor verschillende houtsoorten samengesteld en kort geleden zijn verbeterde tabellen van von Laer en Spiecker (18) verschenen. Na de gebruikelijke bepaling van de gemiddelde diameter en de bijbehorende gemiddelde hoogte kan men uit een hulptabel de inhoudskromme vinden, die voor de betreffende opstand het beste past. Vervolgens zijn in een tabel de inhouden, die deze kromme voor verschillende diameters aangeeft, eenvoudig te vinden en de inhoudsberekening kost verder weinig moeite.

Naar mijn mening zal de inhoudsbepaling met behulp van deze standaard-inhoudskrommen in de bosbedrijfsregeling een grote rol gaan spelen. De eenvoudige uitvoering en de betrekkelijk grote nauwkeurigheid zullen hier wel de doorslag geven.

7. Onderzoek van Nederlandse grovedennbossen.

Ten einde de bruikbaarheid van de methode der standaard-inhoudskrommen voor de groveden in Nederland te onderzoeken zijn van een 26-tal grovedennen-opstanden de regressiekrommen tussen inhoud en diameter bestudeerd. Om de berekeningen eenvoudig te houden is als regressievergelijking gekozen

$$v = a d^{\beta}$$

waarin v de spilinhoud van een stam met de diameter d aangeeft en verder a en β twee constanten voorstellen.

Berkhout (2) gebruikte deze regressievergelijking met goede resultaten en vond daarbij, dat voor de Nederlandse grovedennen-opstanden de exponent β vrijwel constant was. Hij vond, dat voor vier opstanden deze exponent gelijk was aan 2,23, 2,21, 2,20 en 2,21. Op grond van deze gegevens kwam Berkhout tot de stelling, dat tussen de spilinhouden van grovedennen, die in een bos samen opgroeien en nagenoeg even oud zijn, een vaste verhouding bestaat. Deze inhouden verhouden zich als de 2,21ste machten van de diameters.

Berkhout had in de vier opstanden zeer veel bomen gemeten, zodat het hem mogelijk was de waarde van de parameters zeer nauwkeurig te bepalen. Als gemiddelde vond hij voor de exponent β de waarde 2,212 \pm 0,006.

Iivessalo (9) werkt ook met deze regressievergelijking, doch meent, dat de waarde van de exponent kan schommelen tussen 1,1 en 2,5. Ook Meyer (21) brengt deze regressievergelijking naar voren en vindt bij

Marokkaanse dennen voor de exponent een waarde van 2,42.

Hoewel deze vergelijking voor de groveden in gelijkjarige opstanden in Nederland voldoet, wil dit geenszins zeggen, dat deze in het algemeen bruikbaar is. In het bijzonder moet men hier ook letten op het uitkapbos. Derhalve hebben ook de formules genoemd door Souloumiac (30), Prodan (27) en Schaeffer (29) zeker haar waarde.

Voor de 26 onderzochte grovedennen-opstanden werden de waarden van de parameters α en β bepaald. De aantallen modelbomen waren helaas niet zo groot als van de vier opstanden van het onderzoek van Berkhout, waardoor de middelbare fouten van de gevonden parameters belangrijk groter waren. In de onderstaande staat zijn de waarden van de constanten α en β voor elke opstand opgesomd.

Wij zien hier dus een bevestiging van de theorie van Berkhout. De coefficient α wisselt vrij sterk, maar de exponent β heeft een veel kleinere spreiding. De berekening van het gemiddelde van de waarden van deze exponent en de middelbare fout gaven als resultaat $2,196 \pm 0,013$. De waarde van de exponent ligt dus gemiddeld iets lager dan Berkhout voor zijn vier opstanden vond en de spreiding is wel enigszins groter. Bij dit laatste moet men er echter rekening mede houden, dat Berkhout bij elk van zijn vier opstanden over een zeer groot aantal modelbomen beschikte, zodat zijn bepaling van de waarde van de exponent voor elk der vier gevallen zeer nauwkeurig was.

no	α	β	no	α	β
1	6,43	2,01	14	5,67	2,13
2	6,86	2,18	15	7,04	2,20
3	8,33	2,22	16	5,81	2,28
4	5,60	2,09	17	6,80	2,24
5	6,68	2,26	18	5,66	2,17
6	5,41	2,25	19	6,32	2,20
7	7,06	2,12	20	5,94	2,12
8	6,35	2,15	21	8,01	2,24
9	6,38	2,22	22	5,93	2,20
10	7,62	2,26	23	5,97	2,24
11	6,94	2,24	24	6,24	2,10
12	7,09	2,19	25	5,78	2,30
13	5,75	2,20	26	6,58	2,29

Waarden van de constanten α en β van de 26 opstanden
(Valeurs des constantes α et β des 26 peuplements).

In verband met de onderzoekingen van Berkhout en de gegevens van de 26 opstanden meen ik, dat het verantwoord is de inhoudskrommen volgens vergelijkingen samen te stellen met de waarde $g = 2,20$ als exponent. Hierdoor werd het noodzakelijk voor de 26 opstanden regressielijnen te berekenen volgens de vergelijking:

$$v = \gamma d^{2,20}$$

waarvan alleen de waarde γ voor elke opstand becijferd moest worden.

De waarde van γ bleek evenals die van de coefficient α sterk te wisselen. De waarde was afhankelijk van de gemiddelde diameter en de daarbij behorende gemiddelde hoogte. Er is dus sprake van een regressie

tussen de waarde γ en de berekende gegevens \bar{d} en \bar{h} van de opstand. Voor dit regressievlak werd als vergelijking gekozen :

$$\gamma = p \bar{d}^{-q} \bar{h}^r,$$

waarin p , q en r drie constanten voorstellen.

Voor de gegevens van de 26 onderzochte opstanden werd de volgende vorm van het regressievlak berekend :

$$\gamma = 0,501 \bar{d}^{-0,268} \bar{h} + 0,865$$

Door de waarde van de coëfficiënt γ voor verschillende waarden van d en h te berekenen ontstaat de zogenaamde hulptabel. Het is vanzelfsprekend niet mogelijk om voor elke gemiddelde diameter en elke bijbehorende hoogte de waarde van de coëfficiënt in een tabel samen te brengen. Daarom zijn slechts gehele centimeters voor de gemiddelde diameter en meters voor de hoogte aangenomen.

Uit deze hulptabel kan men derhalve vinden welke inhoudskromme in het algemeen voor een opstand met de gevonden gemiddelde diameter en hoogte het beste past. Ook kunnen voor een praktisch bruikbare tabel niet inhoudskrommen voor zeer vele waarden van de coëfficiënt γ worden berekend. Voor de tabellen zijn slechts de waarden 5,0, 5,2 5,4, enz. gekozen. De krommen zijn gemakshalve aangeduid met het cijfer, dat ontstaat, wanneer men de waarde van de coëfficiënt met vijf vermenigvuldigt. Derhalve dragen de tabellen van deze krommen de nummers 25, 26, 27, enz.

Op de hier geschetste wijze zijn de hulptabel en de inhoudstabellen ontstaan, die men hierachter kan vinden.

8. *Praktische uitvoering van de inhoudsbepaling.*

Tenslotte meen ik goed te doen het praktische gebruik van de tabellen met een eenvoudig voorbeeld toe te lichten. Van een grovedennenopstand werden alle bomen geklemd met diameterklassen van 1 cm. In het onderstaande staatje zijn de middelpunten van deze klassen met d aangeduid en de aantallen bomen in die klassen met het symbool a . Daarna zijn de totale grondvlakken ag van de bomen van deze klassen berekend en hieruit is door sommering het totale grondvlak van de opstand gevonden. Uit dit totale grondvlak is de gemiddelde diameter $\bar{d} = 13,8$ cm berekend.

Vervolgens werden in de opstand de hoogten van een zevental bomen gemeten, waarvan de diameters ongeveer overeenkwamen met de gemiddelde diameter. De resultaten zijn eveneens vermeld; het gemiddelde bedroeg 12,9 m.

Thans zoeken we in de hulptabel de inhoudskromme, die voor deze opstand het beste past. In ons geval is dit no. 39. In vele gevallen zal men in het bijzonder bij de hoogte bij het gebruik van de hulptabel moeten interpoleren.

Vervolgens zoeken we in de tabel 39 voor elke diameterklasse de inhoud v en vermenigvuldigen deze met het aantal stammen van de klasse, waardoor we de klasseinhouden av kunnen becijferen. De som van deze klasseinhouden verschaft ons de inhoud van de opstand: 61.79 m³.

diameter cm	aantal	ag m ²	v m ³	av m ³	
8	2	0,0101	0,030	0,06	hoogten
9	15	0,0954	0,039	0,59	11,9
10	56	0,4398	0,049	2,74	13,3
11	73	0,6937	0,061	4,45	13,0
12	68	0,7691	0,074	5,03	12,9
13	78	1,0353	0,088	6,86	13,2
14	91	1,4009	0,103	9,37	13,4
15	90	1,5904	0,120	10,80	12,5
16	65	1,3069	0,138	8,97	90,2
17	47	1,0668	0,158	7,43	$\bar{h} = \frac{90,2}{7}$
18	20	0,5089	0,179	3,58	= 12,9
19	6	0,1701	0,202	1,21	
20	2	0,0628	0,226	0,45	
21	1	0,0346	0,252	0,25	
	614	9,1848		61,79	
		$\bar{g} = \frac{9,1848}{614} = 0,01496$		$\bar{d} = 13,8$	

Voor verschillende doeleinden, zoals de bosbedrijfsregeling, waarvoor niet de grootste nauwkeurigheid vereist is, verschaft de hier aangegeven werkwijze bevredigende resultaten.

Literatuur

1. Becking, J. H.: „Massatafels voor de bepaling van de houtmassa van de douglasden (*Pseudotsuga taxifolia* Britt.) in Nederland (summary: Volume tables for the douglas fir in the Netherlands).” Mededelingen van de Landbouwhogeschool 1950, blz. 1—16.
2. Berkhout, A. H.: „Het meten der boomen in verband met hun aanwezigheid (mit deutscher Zusammenfassung).” Mededeelingen van de Landbouwhogeschool 1920, blz. 109—225.
3. Frochet, A.: „Cubage et estimation des bois.” Paris 1871.
4. Grundner-Schwappach: „Massentafeln zur Bestimmung des Holzgehaltes stehender Waldbäume und Waldbestände.” Berlin, 9te Auflage, 1942.
5. Henriksen, H. A.: „Højde-diameter diagram med logaritmisk diameter.” Dansk skovforenings Tidsskrift 1950, blz. 193—202.
6. Hummel, F. C., Irvine, T. W. & Jeffers, J.: „General volume tables for European Larch in Great Britain.” London 1950.
7. Hummel, F. C., Irvine, T. W. & Jeffers, J.: „General volume tables for Scots Pine in Great Britain.” London 1950.
8. Hummel, F. C. & Waters, W. T.: „General volume table for beech in Great Britain.” London 1950.
9. Hummel, F. C. & Waters, W. T.: „General volume table for oak in Great Britain.” London 1950.
10. Ilvessalo, Y.: „The establishment and measurement of permanent

- sample plots in Suomi (Finland)." *Communicationes ex instituto quaestionum forestalium finlandiae* 1932, blz. 1—39.
11. Ilvessalo, Y. : „Pystypuiden kuutioimistaulukot (summary: Volume tables for standing trees)." *Communicationes instituti forestalis fenniae* 1947, no. 4.
 12. Jonson, T. : „Massatabeller för träduppskattning." Stockholm 1929.
 13. Korsun, F. : "Grafikon výšek (summary: Graph of heights)." *Lesnická práce* 1948, blz. 326—337.
 14. Krenn, K. : „Die Bestandesmassenermittlung mit Hilfe stehender Probestämme." *Schriftenreihe der Hermann Göring-Akademie der deutschen Forstwissenschaft* 1944, Bd. 8.
 15. Krenn, K. : „Tarife zur Massenberechnung von Beständen." *Schriftenreihe des Badischen forstlichen Versuchsanstalt* 1948, Heft 6.
 16. Laer, W. von : „Massenberechnungstabellen für Holzvorratsaufnahmen." Berlin 1936.
 17. Laer, W. von : „Formhöhenreihen." Berlin 1938.
 18. Laer, W. von & Spiecker, M. : „Massenberechnungstabellen zur Ermittlung von Vorrat und Zuwachs von Waldbeständen." Frankfurt 1951.
 19. Lang, A. : „Bestandeseinheitshöhenkurven der Württembergischen Forsteinrichtungsanstalt." *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung* 1938, blz. 168—176.
 20. Leporský, A. : "Výška stromu jako taxacní veličina a její použití v lesnictví (with english summary)." *Zprávy Státných výzkumných ústavov lesnických ČSR* 1948, blz. 260—319.
 21. Meyer, H. A. : "Sur la construction des tarifs de cubage." *Revue forestière française* 1949, blz. 168—171.
 22. Näslund, M. : „Antalet provträd och höjdkurvans noggrannhet (Zusammenfassung: Die Anzahl der Probestämme und die Genauigkeit der Höhenkurve)." *Meddelanden från statens skogsförsöksanstalt* 1929, blz. 93—170.
 23. Näslund, M. : „Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog (Zusammenfassung: Die Durchforstungsversuche der forstlichen Versuchsanstalt Schwedens in Kiefernwald)." *Meddelanden från statens skogsförsöksanstalt* 1936 N: r 1.
 24. Näslund, M. : „Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i norra Sverige (Zusammenfassung: Funktionen und Tabellen zur Kubierung stehender Bäume. Kiefer, Fichte und Birke in Nordschweden)." *Meddelanden från statens skogsförsöksanstalt* 1940, blz. 87—142.
 25. Näslund, M. : „Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i södra Sverige samt i hela landet (summary: Functions and tables for computing the cubic volume of standing trees. Pine, spruce and birch in southern Sweden, and in the whole of Sweden)." *Meddelanden från statens skogsforskningsinstitut* 1947 Nr 3.
 26. Peschel, W. : „Neuere Verfahren der Bestandes-massenermittlung nach Probestämmen, ihre mathematisch-statistische Begründung und ihre Erprobung an einem praktischen Bestands-

- beispiel." Tharandter forstliches Jahrbuch 1936, blz. 889—921.
27. Prodan, M. : „Normalisierung des Plenterwaldes?" Schriftenreihe der Badischen forstlichen Versuchsanstalt 1949, Heft 7.
 28. Prodan, M. : „Messung der Waldbestände." Frankfurt 1951.
 29. Schaeffer, L. : "Notes sur les tarifs de cubage." Revue forestière franç. 1949, blz. 172—173.
 30. Souloumiac : „Applications des méthodes statistiques à l'établissement d'un tarif de cubage." Revue des Eaux et Forêts 1947, blz. 649—670.
 31. Spiecker, M. : „Einheitsmassenkurven zur Ermittlung von Vorrat und Zuwachs von Waldbeständen." Freiburg 1948.
 32. Spiecker, M. : „Massentafeln zur Ermittlung der Derbholzmassen von Waldbeständen mit Einheitsmassenkurven." Freiburg 1948.
 33. Stoffels, A. : „De inhoudsbepaling van Nederlandsche grovedennenopstanden ten dienste van de boschbedrijfsregeling." Nederlandsch Boschbouw-Tijdschrift 1938, blz. 302—310.
 34. Stoffels, A. : „De hoogtekromme en de gemiddelde hoogte van een opstand (summary: The height curve and the mean height of a stand)." Nederlandsch Boschbouw-Tijdschrift 1950, blz. 97—103.
 35. Tischendorf, W. : „Lehrbuch der Holzmassenermittlung." Berlin 1927.
 36. Tischendorf, W. : „Probestamm- oder Massentafelverfahren?" Forstwissenschaftliches Centralblatt 1937, blz. 205—217.
 37. Vivier, M. : „Etude sur les formes de la tige du sapin suivie de trois tarifs de cubage." Colmar 1870.
 38. Wiedemann, E. : „Über die Vereinfachung der Höhenermittlung bei den Vorratsaufnahmen." Mitteilungen aus Forstwirtschaft und Fortwissenschaft 1936, blz. 387—412.

Le cubage des peuplements de pins sylvestres avec la méthode des tarifs (résumé)

On obtient sans aucun doute le résultat le plus exact d'un cubage en déterminant différentes sections de tous les arbres du peuplement. Un semblable cubage prend pour un nombre de buts trop de temps et est par conséquent trop coûteux.

La mesure des hauteurs de tous les arbres du peuplement sera déjà souvent trop compliquée et on sera obligé de se limiter à quelques arbres et à la détermination de la courbe de régression entre la hauteur et le diamètre à hauteur d'homme (1m 30 du sol).

Pour des buts pratiques, le mesurage d'arbres d'essai prend trop de temps. On doit alors employer des données générales qui nous sont données par les barèmes de cubage. Ces barèmes nous donnent le volume moyen d'un arbre d'essence déterminée pour une hauteur et un diamètre à hauteur de poitrine fixés.

Wiedemann et Lang ont trouvé que pour des peuplements d'un même diamètre moyen et d'une même hauteur moyenne, la courbe de régression entre hauteur et diamètre a la même forme. Il en résulte qu'il n'est plus nécessaire de mesurer les hauteurs de plusieurs arbres. On peut alors employer des courbes standard.

Ensuite on peut continuer par l'élaboration des tarifs qui donnent la relation entre le volume et le diamètre. Si on représente le volume d'un arbre par v et le diamètre par d , on obtient l'équation

$$v = a d^{\beta}$$

dans laquelle a et β sont des constantes.

Berkhout a déjà démontré que l'exposant β est pratiquement égal à 2,21 pour différents peuplements. Le coefficient a varie fort. Chez les peuplements observés la théorie de Berkhout fut confirmée et la valeur 2,20 est adoptée pour l'exposant.

Le nouveau coefficient γ de l'équation

$$v = \gamma d^{2,20}$$

changeait naturellement aussi et il était possible de déterminer une régression entre cette valeur et la grandeur du diamètre moyen \bar{d} et la hauteur moyenne \bar{h} d'après

$$\gamma = p \bar{d}^q \bar{h}^r$$

dans laquelle équation p , q et r sont trois constantes.

Le calcul au moyen de la méthode des moindres carrés a donné l'équation suivante pour cette régression :

$$\gamma = 0,501 \bar{d}^{-0,268} \bar{h}^{+0,865}$$

Dans les tables les valeurs des courbes sont calculées pour des valeurs de γ égales à 5,0, 5,2, ... etc. Pour la facilité ces tables portent un numéro que l'on obtient en multipliant les valeurs de γ par cinq.

La première table nous donne les numéros des courbes que l'on peut employer en général pour le cubage d'un peuplement d'un diamètre moyen déterminé et une hauteur moyenne pour les arbres de ce diamètre.

gemiddelde diameter (diamètre moyen) cm	gemiddelde hoogte in m (hauteur moyenne en m)																										
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25								
	nummer van de kromme (numéro de la courbe)																										
10	25	28	31	34	37	40	43																				
11		27	30	33	36	39	42	44																			
12		27	30	32	35	38	41	43	46																		
13		26	29	32	34	37	40	42	45	48																	
14		26	28	31	34	36	39	42	44	47	49																
15		25	28	31	33	36	38	41	43	46	48	51															
16			27	30	33	35	38	40	42	45	47	50	52														
17			27	30	32	35	37	39	42	44	47	49	51	54													
18			27	29	31	34	37	39	41	44	46	48	51	53	55												
19				29	32	33	36	38	41	43	45	48	50	52	54	56											
20					28	31	33	35	38	40	42	45	47	49	51	54	56										
21						28	30	33	35	37	40	42	44	46	49	51	53	55	57								
22							30	32	35	37	39	41	44	46	48	50	52	54	56								
23								30	32	34	36	39	41	43	45	47	50	52	56	58							
24									29	31	34	36	38	40	43	45	47	49	51	53	55	57					
25										31	33	36	38	40	42	44	46	48	51	53	55	57	58				
26											31	33	35	37	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58			
27												30	33	35	37	39	41	43	45	47	50	52	54	56	58		
28													32	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57		
29														32	34	36	38	40	43	45	47	49	51	53	55	57	
30															32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56

Hulptabel (première table).

diameter (diamètre) cm	kromme no.: (courbe no.)								
	34	35	36	37	38	39	40	41	42
	spilinhoud in m ³ (volume de la tige en m ³)								
6	0,014	0,014	0,015	0,015	0,016	0,016	0,016	0,017	0,017
7	0,020	0,020	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024	0,024
8	0,026	0,027	0,028	0,029	0,029	0,030	0,031	0,032	0,032
9	0,034	0,035	0,036	0,037	0,038	0,039	0,040	0,041	0,042
10	0,043	0,044	0,045	0,047	0,048	0,049	0,050	0,052	0,053
11	0,053	0,054	0,056	0,058	0,059	0,061	0,062	0,064	0,066
12	0,064	0,066	0,068	0,070	0,072	0,074	0,076	0,078	0,080
13	0,076	0,079	0,081	0,083	0,085	0,088	0,090	0,092	0,094
14	0,090	0,093	0,095	0,098	0,101	0,103	0,106	0,108	0,111
15	0,105	0,108	0,111	0,114	0,117	0,120	0,123	0,126	0,129
16	0,121	0,124	0,128	0,131	0,135	0,138	0,142	0,146	0,149
17	0,138	0,142	0,146	0,150	0,154	0,158	0,162	0,166	0,170
18	0,156	0,161	0,166	0,170	0,175	0,179	0,184	0,189	0,193
19	0,176	0,181	0,186	0,192	0,197	0,202	0,207	0,212	0,218
20	0,197	0,203	0,209	0,215	0,220	0,226	0,232	0,238	0,244
21	0,219	0,226	0,232	0,239	0,245	0,252	0,258	0,265	0,271
22	0,243	0,250	0,257	0,265	0,272	0,279	0,286	0,293	0,300
23	0,268	0,276	0,284	0,292	0,300	0,308	0,315	0,323	0,331
24	0,294	0,303	0,312	0,320	0,329	0,338	0,346	0,355	0,364
25	0,322	0,332	0,341	0,351	0,360	0,369	0,379	0,388	0,398
26	0,351	0,361	0,372	0,382	0,392	0,403	0,413	0,423	0,434
27	0,382	0,393	0,404	0,415	0,426	0,438	0,449	0,460	0,471
28	0,413	0,425	0,438	0,450	0,462	0,474	0,486	0,498	0,511
29	0,446	0,460	0,473	0,486	0,499	0,512	0,525	0,538	0,552
30	0,481	0,495	0,509	0,523	0,538	0,552	0,566	0,580	0,594
31	0,517	0,532	0,547	0,563	0,577	0,593	0,608	0,623	0,639
32	0,554	0,571	0,587	0,603	0,620	0,636	0,652	0,669	0,685
33	0,593	0,611	0,628	0,646	0,663	0,680	0,698	0,715	0,733
34	0,634	0,652	0,671	0,689	0,708	0,727	0,745	0,764	0,783
35	0,675	0,695	0,715	0,735	0,755	0,774	0,794	0,814	0,834
36	0,718	0,740	0,761	0,782	0,803	0,824	0,845	0,866	0,887
37	0,763	0,785	0,808	0,830	0,853	0,875	0,898	0,920	0,943
38	0,809	0,833	0,857	0,881	0,904	0,928	0,952	0,976	1,000
39	0,857	0,882	0,907	0,932	0,958	0,983	1,008	1,033	1,058
40	0,906	0,932	0,959	0,986	1,012	1,039	1,066	1,092	1,119
41	0,956	0,985	1,013	1,041	1,069	1,097	1,125	1,153	1,181
42	1,008	1,038	1,068	1,097	1,127	1,157	1,186	1,216	1,246
43	1,062	1,093	1,125	1,156	1,187	1,218	1,249	1,281	1,312
44	1,117	1,150	1,183	1,216	1,249	1,281	1,314	1,347	1,380
45	1,174	1,208	1,243	1,277	1,312	1,346	1,381	1,415	1,450
46	1,232	1,268	1,305	1,341	1,377	1,413	1,449	1,485	1,522
47	1,292	1,330	1,368	1,406	1,444	1,482	1,520	1,558	1,596
48	1,353	1,393	1,432	1,472	1,512	1,552	1,592	1,631	1,671
49	1,416	1,457	1,499	1,541	1,582	1,624	1,665	1,707	1,749
50	1,480	1,523	1,567	1,611	1,654	1,698	1,741	1,785	1,828
51	1,546	1,591	1,637	1,682	1,728	1,773	1,819	1,864	1,910
52	1,613	1,661	1,708	1,756	1,803	1,850	1,898	1,945	1,993
53	1,682	1,732	1,781	1,831	1,880	1,930	1,979	2,029	2,078
54	1,753	1,805	1,856	1,908	1,959	2,011	2,062	2,114	2,165
55	1,825	1,879	1,933	1,986	2,040	2,094	2,147	2,201	2,255

diameter (diamètre) cm	kromme no: (courbe no:)							
	43	44	45	46	47	48	49	50
	spilinhoud in m ³				(volume de la tige en m ³)			
6	0,018	0,018	0,019	0,019	0,019	0,020	0,020	0,021
7	0,025	0,025	0,026	0,027	0,027	0,028	0,028	0,029
8	0,033	0,034	0,035	0,036	0,036	0,037	0,038	0,039
9	0,043	0,044	0,045	0,046	0,047	0,048	0,049	0,050
10	0,054	0,056	0,057	0,058	0,059	0,061	0,062	0,063
11	0,067	0,068	0,070	0,072	0,073	0,075	0,076	0,078
12	0,081	0,083	0,085	0,087	0,089	0,090	0,092	0,094
13	0,097	0,099	0,101	0,103	0,106	0,108	0,110	0,112
14	0,114	0,116	0,119	0,122	0,124	0,127	0,130	0,133
15	0,132	0,135	0,139	0,142	0,145	0,148	0,151	0,154
16	0,153	0,156	0,160	0,163	0,167	0,170	0,174	0,177
17	0,174	0,178	0,182	0,187	0,191	0,195	0,199	0,203
18	0,198	0,202	0,207	0,212	0,216	0,221	0,225	0,230
19	0,223	0,228	0,233	0,238	0,243	0,249	0,254	0,259
20	0,249	0,255	0,261	0,267	0,273	0,278	0,284	0,290
21	0,278	0,284	0,290	0,297	0,303	0,310	0,316	0,323
22	0,307	0,315	0,322	0,329	0,336	0,343	0,350	0,358
23	0,339	0,347	0,355	0,363	0,371	0,379	0,386	0,394
24	0,372	0,381	0,390	0,398	0,407	0,416	0,424	0,433
25	0,407	0,417	0,426	0,436	0,445	0,455	0,464	0,474
26	0,444	0,454	0,465	0,475	0,485	0,496	0,506	0,516
27	0,482	0,494	0,505	0,516	0,527	0,539	0,550	0,561
28	0,523	0,535	0,547	0,559	0,571	0,583	0,596	0,608
29	0,565	0,578	0,591	0,604	0,617	0,630	0,643	0,657
30	0,608	0,623	0,637	0,651	0,665	0,679	0,693	0,707
31	0,654	0,669	0,684	0,699	0,715	0,730	0,745	0,760
32	0,701	0,717	0,734	0,750	0,766	0,783	0,799	0,815
33	0,750	0,768	0,785	0,803	0,820	0,838	0,855	0,872
34	0,801	0,820	0,839	0,857	0,876	0,894	0,913	0,932
35	0,854	0,874	0,894	0,914	0,933	0,953	0,973	0,993
36	0,909	0,930	0,951	0,972	0,993	1,014	1,035	1,056
37	0,965	0,987	1,010	1,032	1,055	1,077	1,100	1,122
38	1,023	1,047	1,071	1,095	1,119	1,142	1,166	1,190
39	1,083	1,109	1,134	1,159	1,184	1,209	1,235	1,260
40	1,146	1,172	1,199	1,226	1,252	1,279	1,305	1,332
41	1,210	1,238	1,266	1,294	1,322	1,350	1,378	1,406
42	1,275	1,305	1,335	1,364	1,394	1,424	1,453	1,483
43	1,343	1,374	1,406	1,437	1,468	1,499	1,531	1,562
44	1,413	1,446	1,479	1,511	1,544	1,577	1,610	1,643
45	1,484	1,519	1,553	1,588	1,623	1,657	1,692	1,726
46	1,558	1,594	1,630	1,667	1,703	1,739	1,775	1,812
47	1,633	1,671	1,709	1,747	1,785	1,823	1,861	1,899
48	1,711	1,751	1,790	1,830	1,870	1,910	1,950	1,989
49	1,790	1,832	1,874	1,915	1,957	1,999	2,040	2,082
50	1,872	1,915	1,959	2,002	2,046	2,089	2,133	2,176
51	1,955	2,000	2,046	2,091	2,137	2,182	2,228	2,273
52	2,040	2,088	2,135	2,183	2,230	2,278	2,325	2,372
53	2,128	2,177	2,227	2,276	2,326	2,375	2,425	2,474
54	2,217	2,269	2,320	2,372	2,423	2,475	2,526	2,578
55	2,308	2,362	2,415	2,469	2,523	2,577	2,630	2,684

diameter (diamètre) cm	kromme no: (courbe no:)							
	51	52	53	54	55	56	57	58
	spilinhoud in m ³				(volume de la tige en m ³)			
6	0,021	0,021	0,022	0,022	0,023	0,023	0,023	0,024
7	0,029	0,030	0,031	0,031	0,032	0,032	0,033	0,033
8	0,039	0,040	0,041	0,042	0,042	0,043	0,044	0,045
9	0,051	0,052	0,053	0,054	0,055	0,056	0,057	0,058
10	0,064	0,066	0,067	0,068	0,069	0,071	0,072	0,073
11	0,079	0,081	0,082	0,084	0,086	0,087	0,089	0,090
12	0,096	0,098	0,100	0,102	0,104	0,106	0,107	0,109
13	0,115	0,117	0,119	0,121	0,124	0,126	0,128	0,130
14	0,135	0,138	0,141	0,143	0,146	0,148	0,151	0,153
15	0,157	0,160	0,163	0,166	0,169	0,172	0,176	0,179
16	0,181	0,185	0,188	0,192	0,195	0,199	0,202	0,206
17	0,207	0,211	0,215	0,219	0,223	0,227	0,231	0,235
18	0,235	0,239	0,244	0,248	0,253	0,258	0,262	0,267
19	0,264	0,269	0,275	0,280	0,285	0,290	0,295	0,300
20	0,296	0,302	0,307	0,313	0,319	0,325	0,331	0,336
21	0,329	0,336	0,342	0,349	0,355	0,361	0,368	0,374
22	0,365	0,372	0,379	0,386	0,393	0,400	0,408	0,415
23	0,402	0,410	0,418	0,426	0,434	0,442	0,449	0,457
24	0,442	0,450	0,459	0,468	0,476	0,485	0,494	0,502
25	0,483	0,493	0,502	0,512	0,521	0,531	0,540	0,549
26	0,527	0,537	0,547	0,558	0,568	0,578	0,589	0,599
27	0,572	0,583	0,595	0,606	0,617	0,628	0,640	0,651
28	0,620	0,632	0,644	0,656	0,669	0,681	0,693	0,705
29	0,670	0,683	0,696	0,709	0,722	0,735	0,748	0,762
30	0,722	0,736	0,750	0,764	0,778	0,792	0,806	0,821
31	0,776	0,791	0,806	0,821	0,836	0,852	0,867	0,882
32	0,832	0,848	0,864	0,881	0,897	0,913	0,929	0,946
33	0,890	0,907	0,925	0,942	0,960	0,977	0,995	1,012
34	0,950	0,969	0,988	1,006	1,025	1,043	1,062	1,081
35	1,013	1,033	1,052	1,072	1,092	1,112	1,132	1,152
36	1,078	1,099	1,120	1,141	1,162	1,183	1,204	1,226
37	1,145	1,167	1,189	1,212	1,234	1,257	1,279	1,302
38	1,214	1,238	1,261	1,285	1,309	1,333	1,356	1,380
39	1,285	1,310	1,335	1,361	1,386	1,411	1,436	1,461
40	1,359	1,385	1,412	1,439	1,465	1,492	1,519	1,545
41	1,435	1,463	1,491	1,519	1,547	1,575	1,603	1,631
42	1,513	1,542	1,572	1,602	1,631	1,661	1,691	1,720
43	1,593	1,624	1,656	1,687	1,718	1,749	1,780	1,812
44	1,676	1,709	1,741	1,774	1,807	1,840	1,873	1,906
45	1,761	1,795	1,830	1,864	1,899	1,933	1,968	2,002
46	1,848	1,884	1,920	1,957	1,993	2,029	2,065	2,101
47	1,937	1,975	2,013	2,051	2,089	2,127	2,165	2,203
48	2,029	2,069	2,109	2,149	2,188	2,228	2,268	2,308
49	2,123	2,165	2,207	2,197	2,290	2,332	2,373	2,415
50	2,220	2,263	2,307	2,350	2,394	2,438	2,481	2,525
51	2,319	2,364	2,410	2,455	2,501	2,546	2,591	2,637
52	2,420	2,467	2,515	2,562	2,610	2,657	2,705	2,752
53	2,524	2,573	2,623	2,672	2,721	2,771	2,820	2,870
54	2,629	2,681	2,733	2,784	2,836	2,887	2,939	2,990
55	2,738	2,791	2,845	2,899	2,952	3,006	3,060	3,113