DE AANWASBEPALING VAN GROVEDENNENOPSTANDEN

(avec résumé en français)

[56 Pinus sylvestris]

door

A. STOFFELS

1. *Inhoud en diameter op borsthoogte.*

Het is bekend, dat in een opstand tussen de inhoud van een stam en zijn diameter op borsthoogte een stochastische betrekking bestaat. In 1920 ontwierp Berkhout (1) de volgende vergelijking voor de regressielijn

$$v = \alpha d^{\beta} ,$$

waarin v de spilinhoud, d de diameter op borsthoogte en α en β twee constanten voorstellen. Hij vond, dat voor grovedennenopstanden in Nederland de exponent β vrijwel steeds gelijk was aan 2,21. De methode van Berkhout heeft mijns inziens terecht veel bijval verkregen. Moderne leerboeken over de houtmeetkunde zoals die van Tjurin (20) en Mihajlov (12) vermelden de theorie van de Nederlandse hoogleraar.

Ilvessalo (4) meent, dat de waarde van de exponent kan schommelen tussen 1,1 en 2,5 en Meyer (10) brengt naar voren, dat deze waarde in het algemeen ligt tussen 2,2 en 2,8 en voor Marokkaanse dennen 2,42 was (8).

2. *Standaardtabellen.*

Steeds meer groeit de behoefte om de inhoud van opstanden te kunnen berekenen door gebruik te maken van een betrekking, die de inhoud weergeeft als functie van de diameter op borsthoogte (13). In Frankrijk heeft deze gedachte reeds sinds het begin van deze eeuw geleefd; de bekende tabellen van Algan en Schaeffer (16) getuigen hiervan. Ook in Duitsland is de methode ingevoerd door het gebruik van de tabellen van von Laer en Spiecker (6, 17, 18). Voor Croatië heeft Emrović (2) tabellen voor de eik samengesteld.

In verband met de door Berkhout gevonden regressiefunctie heb ik getracht voor de groveden in Nederland tabellen samen te stellen (19), waarbij aan de exponent de waarde 2,2 werd gegeven. De andere parameter bleek af te hangen van de gemiddelde diameter op borsthoogte en de hoogte bij die diameter.

Meyer (9) heeft er terecht op gewezen, dat de wiskundige vereffening van deze regressie niet eenvoudig is en heeft daarvoor een bepaalde methode ontwikkeld. Emrović (3) heeft dit vraagstuk op een andere wijze tot een oplossing gebracht. Het zou ons te ver voeren op deze wiskundige beschouwingen in te gaan.

3. *Aanwas van diameter en inhoud.*

Wanneer de diameter d van een stam in een opstand door de groei in een beperkt tijdsverloop aangroeit met Δd, dan zal de inhoud v ook vermeerderen. Deze vermeerdering stellen we voor door Δv. De juistheid van de betrekking

$$\Delta v = \Delta d \times \frac{\Delta v}{\Delta d}$$

is aan geen twijfel onderhevig.

Stellen we de regressiefunctie van inhoud en diameter voor door

$$v = F(d),$$

dan zal bij kleine aangroeiingen Δd en Δv de verhouding $\frac{\Delta v}{\Delta d}$ naderen tot het eerste differentiaalquotient $F'(d)$ van de regressiefunctie. De omstandigheid, dat bij het toenemen van diameter en inhoud ook de parameters van de regressiefunctie kunnen veranderen, is niet van practische betekenis. Derhalve is

$$\Delta v = \Delta d\, F'(d).$$

Stellen we voorts de gemiddelde jaarlijkse aanwas van een bepaalde diameterklasse d_k voor door i_{dk} dan zal de overeenkomstige aanwas van de inhoud i_{vk} bij benadering gelijk zijn aan

$$i_{vk} = i_{dk}\, F'(d_k)$$

Noemen we de aantallen stammen in de verschillende klassen achtereenvolgens $n_1, n_2, \ldots, n_k, \ldots, n_m$, dan is de aanwas I_v van de inhoud van de opstand gelijk aan

$$I_v = \Sigma n_k i_{vk} = \Sigma n_k i_{dk}\, F'(d_k)$$

Kennen we derhalve de gemiddelde diameteraanwas van de verschillende klassen en de waarden van $F'(d)$ voor deze klassen, dan is de inhoudsaanwas van de opstand te berekenen.

4. *Diameteraanwas.*

Krenn (5), Meyer (10) en Prodan (14) hebben naar voren gebracht, dat in gelijkjarige opstanden tussen de aanwas van de diameters en de diameters zelf een rechtlijnige betrekking bestaat

$$i_d = p + qd,$$

waarin p en q twee constanten voorstellen, die voor elke opstand verschillend zijn.

Absoluut juist is deze stelling niet. Een parabolisch verloop voldoet in de meeste gevallen beter, doch voor de practische toepassing is de bovenstaande betrekking bruikbaar. Prodan (15) heeft overigens aangetoond, dat voor het uitkapbos de betrekking door een parabolische lijn moet worden weergegeven.

Het is mogelijk met behulp van een aanwasboor de aanwas van een aantal bomen verdeeld over verschillende diameterklassen te bepalen. Men kan de verkregen resultaten grafisch voorstellen door op de abscis

de diameters en op de ordinaat de jaarlijkse aanwas van de diameters te plaatsen. Door de zo gevormde puntenreeks kan men een rechte lijn trekken of zo dit niet mogelijk is een kromme. Wanneer men deze regressielijn getekend heeft en tevens de waarden van F′ (d) heeft berekend of uit een tabel gevonden, dan ontmoet de aanwasberekening van de inhoud geen moeilijkheden meer.

5. *Afgeleiden van de inhoudsfuncties voor de groveden.*

Voor de groveden in Nederland ben ik uitgegaan van inhoudsfuncties in de vorm

$$v = F(d) = \gamma d^{2,2},$$

waarbij dus de exponent steeds gelijk aan 2,2 was en de parameter y wisselde met de gemiddelde kwadratische diameter op borsthoogte en de hoogte behorende bij die diameter (19). De afgeleide functie F′ (d) is nu

$$F'(d) = 2,2\,\gamma\, d^{1,2}\ .$$

Ten einde niet voor ieder geval de waarde van deze afgeleide functie te moeten berekenen heb ik in de tabel de waarden van

$$\varphi(d) = 0,44\, d^{1,2}$$

verzameld voor verschillende waarden van de diameter. De coëfficient 0,44 is het vijfde deel van 2,2, waardoor men de uit de tabel afgelezen waarden met 5 γ zal moeten vermenigvuldigen om de waarde F′ (d) te vinden. De waarde van 5 γ is echter het nummer, dat aan de verschillende standaardtabellen is gegeven. Noemt men de waarde uit de tabel φ (d), dan is de totale aanwas van de inhoud

$$I_v = (5\gamma)\ \Sigma\, n_k i_{dk}\ \varphi\left(d_k\right)$$

Tabel. Waarden van φ (d) (Tableau. Valeurs de φ (d)).

d cm	φ (d)	d cm	φ (d)	d cm	φ (d)	d cm	φ (d)	d cm	φ (d)
6	0,0150	16	0,0488	26	0,0874	36	0,1291	46	0,1733
7	0,0181	17	0,0525	27	0,0914	37	0,1334	47	0,1778
8	0,0213	18	0,0562	28	0,0955	38	0,1377	48	0,1823
9	0,0245	19	0,0600	29	0,0996	39	0,1421	49	0,1869
10	0,0278	20	0,0638	30	0,1037	40	0,1465	50	0,1915
11	0,0311	21	0,0676	31	0,1079	41	0,1509	51	0,1961
12	0,0345	22	0,0715	32	0,1121	42	0,1553	52	0,2007
13	0,0380	23	0,0754	33	0,1163	43	0,1598	53	0,2053
14	0,0416	24	0,0794	34	0,1205	44	0,1643	54	0,2100
15	0,0452	25	0,0834	35	0,1248	45	0,1688	55	0,2147

Omtrent de nauwkeurigheid van de hier weergegeven werkwijze hebben Meyer en Nelson (11) en Loetsch (7) onderzoekingen verricht. Zij komen tot de gevolgtrekking, dat deze methode een zeer nauwkeurige genoemd mag worden.

6. *Gebruik van de boom met het gemiddelde grondvlak.*

Ter beperking van het rekenwerk kan men zich ook bepalen tot de aanwas van de boom met het gemiddelde grondvlak. Men gaat dan van de weliswaar aanvechtbare onderstelling uit, dat de boom met het gemiddelde grondvlak ook de gemiddelde aanwas heeft. In de meeste gevallen mag deze benadering wel worden gemaakt. Het rekenwerk wordt er aanzienlijk door vereenvoudigd. We berekenen de aanwas dan door middel van de betrekking

$$I_v = (5\gamma)\ N\, i_{dg}\ \varphi(d_g)$$

wanneer N het totale aantal stammen en d_g de gemiddelde kwadratische diameter voorstelt.

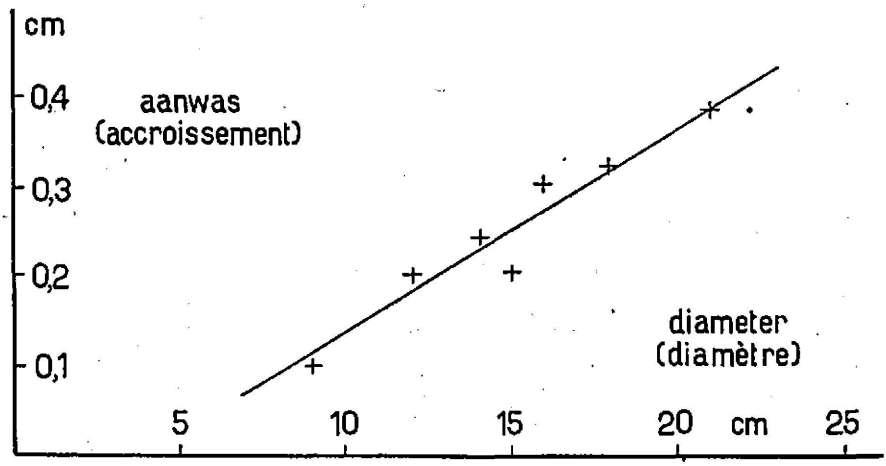
De aanwas van de diameter van de boom met het gemiddelde grondvlak kunnen we vinden uit de regressielijn van diameteraanwas en diameter. Men kan echter ook eenvoudig van een aantal bomen met ongeveer de kwadratisch gemiddelde diameter de diameteraanwas door boring bepalen en deze cijfers middelen.

7. *Praktische uitvoering.*

Aan de hand van een eenvoudig voorbeeld kan het voorgaande nog worden toegelicht. Van een grovedennenopstand werden alle diameters op borsthoogte met behulp van een klem gemeten en ingedeeld in klassen van 1 cm. In de onderstaande staat zijn de klassen en de aantallen gemeten bomen aangegeven. Uit deze gegevens wordt het grondvlak behorende bij elke diameterklasse bepaald. Deze klassengrondvlakken zijn onder ng aangegeven en daarna opgeteld. Uit dit totale grondvlak is door deling door het aantal stammen het gemiddelde grondvlak g berekend en daaruit de kwadratisch gemiddelde diameter.

Vervolgens zijn van een zevental bomen, waarvan de diameters overeenkwamen met deze gemiddelde diameter, de hoogten gemeten en hieruit is de gemiddelde hoogte h_g becijferd. Uit de hulptabel behorende bij de standaardtabellen (19) vindt men voor een diameter 13,8 cm en een hoogte 12,9 m, dat de tabel 39 het beste zal voldoen.

d cm	n	ng m²	i_d cm	$ni_d\ \varphi(d)$	hoogten
8	2	0,0101	0,09	0,00004	11,9
9	15	0,0954	0,11	0,00040	13,3
10	56	0,4398	0,14	0,00218	13,0
11	73	0,6937	0,16	0,00363	12,9
12	68	0,7691	0,18	0,00422	13,2
13	78	1,0353	0,20	0,00599	13,4
14	91	1,4009	0,23	0,00871	12,5
15	90	1,5904	0,25	0,01017	90,2
16	65	1,3069	0,27	0,00856	
17	47	1,0668	0,30	0,00740	$\bar{h} = 90{,}2 : 7 = 12{,}9$ m
18	20	0,5089	0,32	0,00360	$\bar{g} = 9{,}1848 : 614 = 0{,}01496$ m²
19	6	0,1701	0,34	0,00122	$d_g = 13{,}8$ cm
20	2	0,0628	0,36	0,00046	
21	1	0,0346	0,39	0,00026	$I_v = 39 \times 0{,}05678 = 2{,}21$ m³
	614	9,1848		0,05678	



Betrekking tussen de diameteraanwas en de diameter.
(Relation entre l'accroissement en diamètre et le diamètre).

Voor de aanwasberekening is van een zevental bomen door boring de gemiddelde jaarlijkse diameteraanwas van de laatste jaren gevonden. Deze cijfers zijn grafisch in de figuur verzameld en vervolgens is uit deze grafiek de vereffende aanwas van de verschillende diameterklassen afgelezen. Deze aanwas is in de staat onder i_d aangegeven. Tenslotte zijn voor elke diameterklasse de produkten berekend van het aantal stammen, de vereffende diameteraanwas en de factor φ (d). De resultaten zijn geboekt onder $ni_d \varphi$ (d). De som van deze produkten werd vermenigvuldigd met het nummer 39 van de standaardtabel en zo is de totale inhoudsaanwas bepaald op 2,21 m^3.

Was men uitgegaan van de aanwas van de boom met het gemiddelde grondvlak, dan hadden we bij een diameter van 13,8 cm een vereffende diameteraanwas van 0 22 cm gevonden. Door interpolatie vinden we (de tabel voor φ d_g) de waarde 0,0409. Dan is.

$$I_v = 39 \times 614 \times 0{,}0022 \times 0{,}0409 = 2{,}15 \text{ m}^3.$$

Op deze wijze kan men de beschreven methode praktisch toepassen.

8. *Literatuur.*

1. Berkhout, A. H.: Het meten der boomen in verband met hun aanwas. Mededeelingen van de Landbouwhoogeschool 1920, 109—225.
2. Emrović, B.: O konstrukciji lokalnih jednoulaznih drvnogromadnih tablica (tarifa). Šumarski list 1953, 214—221.
3. Emrović, B.: O izjednačenju pomoću funkcija, koje se logaritmiranjem daju svesti na linearni oblik. Annales pro experimentis foresticis 1953, 73—110.
4. Ilvessalo, Y.: The establishment and measurement of permanent sample plots in Suomi (Finland). Communicationes ex instituto quaestionum forestalium finlandiae 1932, 1—39.

5. Krenn, K.: Die Hohenadl'schen Mittelstämme als Zuwachsmittelstämme und ihre Bedeutung für die Praxis der Zuwachsermittlung an Beständen. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1941, 213—230, 243—263 und 279—287.
6. Laer, W. von und M. Spiecker: Massenberechnungstafeln zur Ermittlung von Vorrat und Zuwachs von Waldbeständen. Frankfurt 1951.
7. Loetsch, F.: Das Tarifdifferenzverfahren zur Massenzuwachsermittlung. Anwendung in der forstlichen Praxis und im Versuchswesen. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen 1954, 207—233 und 276—296.
8. Meyer, H. A.: Sur la construction des tarifs de cubage. Revue forestière française 1949, 168—171.
9. Meyer, H. A.: Correction for a systematic error occuring in the application of the logarithmic volume equation. The Pennsylvania state forest school. Research paper no. 7, 1941.
10. Meyer, H. A.: Methods of forest growth determination. Bulletin 435 Pennsylvania state college; school of agriculture 1942.
11. Meyer, H. A., and F. B. Nelson: Accuracy of forest growth determination based on the measurement of increment cores. Bulletin 547 Pennsylvania state college; school of agriculture 1952.
12. Mihajlov, I.: Dendrometrija. Skopje 1953.
13. Pardé, J.: Le mouvement forestier à l'étranger. Les tarifs de cubage récents. Revue forestière française 1956, 108—114.
14. Prodan. M.: Zuwachs- und Ertragsuntersuchungen im Plenterwalde. Freiburg 1944.
15. Prodan, M.: Der Stärkezuwachs im Plenterwaldbeständen. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen 1947, 275—288.
16. Schaeffer, L.: Vérification de possibilité. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen 1947, 429—438.
17. Spiecker, M.: Einheitsmassenkurven zur Ermittlung der Vorrat und Zuwachs von Waldbeständen. Freiburg 1948.
18. Spiecker. M.: Massentafeln zur Ermittlung der Derbholzmassen von Waldbeständen mit Einheitsmassenkurven. Freiburg 1948.
19. Stoffels, A.: De inhoudsbepaling van grovedennenopstanden met behulp van standaardkrommen. Nederlandsch Boschbouw-Tijdschrift 1953, 29—42.
20. Tjurin, A.: Taksacija lesa. Moskva 1938.

La détermination de l'accroissement des peuplements de pins sylvestres

(résumé)

Berkhout (1) a démonstré que pour le pin sylvestre en Hollande la relation entre le volume et le diamètre des arbres à hauteur de poitrine (1,3 m au-dessus du sol) dans un peuplement peut être exprimée par

$$v = \alpha d^{\beta} \quad ,$$

dans quelle équation v signifie le volume de la tige, d le diamètre et ensuite α et β deux constantes. Il a trouvé que l'exposant β était presque

invariable. A l'aide de cette théorie des tarifs pour la détermination du volume des peuplements de pins sylvestres ont été construits (19), dans quels tarifs l'exposant était égal à 2,2.

En exprimant en général la relation entre volume et diamètre par

$$v = F(d),$$

l'accroissement du volume i_{vk} d'un arbre se rapporte à l'accroissement du diamètre i_{dk} suivant l'équation

$$i_{vk} = i_{dk} F'(d_k)$$

dans laquelle $F'(d)$ signifie la fonction dérivée de $F(d)$.

En divisant les diamètres d'un peuplement en classes $d_1, d_2, \ldots, d_k, \ldots, d_m$ et en exprimant le nombre d'arbres dans ces classes par $n_1, n_2, \ldots, n_k, \ldots, n_m$ l'accroissement du volume total du peuplement peut être calculé selon la relation

$$I_v = \Sigma n_k i_{vk} = \Sigma n_k i_{dk} F'(d_k)$$

Krenn (5), Meyer (10) et Prodan (14) ont supposé que l'accroissement en diamètre dépend du diamètre même suivant la relation

$$i_d = p + qd,$$

p et q exprimant des constantes. Il est possible de déterminer l'accroissement des diamètres de quelques arbres du peuplement par sondages et ensuite de déduire graphiquement les valeurs ajustées de l'accroissement en diamètre pour chaque classe de diamètre (figure).

Les tarifs publiés (19) ont été construits à l'aide de l'équation

$$v = F(d) = \gamma d^{2,2}$$

Alors

$$F'(d) = 2,2 \gamma d^{1,2}$$

et en exprimant

$$\varphi(d) = 0,44 d^{1,2},$$

la fonction dérivée est

$$F'(d) = (5\gamma) \varphi(d)$$

et l'accroissement du volume du peuplement peut être calculé par l'équation

$$I_v = (5\gamma) \Sigma n_k i_{dk} \varphi(d_k)$$

dans laquelle 5γ représente le nombre du tarif. Les valeurs de $\varphi(d)$ ont été collectionnées dans le tableau.