INSTITUUT VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING

____teit van een wateraanvoerplan en de betekenis van opbrengstformules daarvoor

Nota nr. 174 d.d. 14 februari 1963

W.C. Visser

1. Doel van het onderzoek

Het aanvoeren en aan het gewas verstrekken van water in droge tijden levert een voordeel voor de landbouw. Dit voordeel verkrijgt men door op het bedrijf middelen tot het verdelen van water over het land aan te brengen, waartoe op het bedrijf kosten moeten worden gemaakt. Maar het water zal van buiten het gebied moeten worden aangevoerd zodra het watergebruik grote omvang aanneemt. Hiervoor zal het waterschap kosten moeten maken, die via waterschapslasten eveneens door het landbouwbedrijf moeten worden opgebracht. Het doel van de volgende studie is een realistische schatting te maken van de hoogte van de waterschapslasten, die het bedrijf nog zou kunnen dragen. Op grond van dergelijke gegevens kan worden nagegaan welke omvang aan het wateraanvoerstelsel gegeven kan worden zonder de draagkracht van de bedrijven te overtreffen.

2. De wijze van oplossen

De opbrengst hangt volgens een bepaalde curve samen met de hoeveelheid water, die voor de plant beschikbaar is. Deze waterhoeveelheid wordt opgebouwd uit drie componenten en wel het bodemvocht, de natuurlijke regen en de kunstmatige regen. Bij natte jaren verschuift de grens tussen natuurlijke en kunstmatige regen naar rechts, in droge naar links. Als waarschijnlijk mag men echter wel aannemen, dat de reactiecurve zelf niet veel van vorm verandert. Wel zal in een nat jaar een deel van de regen naar de diepte kunnen verdwijnen en zou dus het regenwater mogelijk minder waardevol blijken te zijn.

Kunstmatige regen zal men kunnen geven tot een zodanige grens, dat de kosten van het beregenen gelijk worden aan de waarde van de opbrengstvermeerdering. Deze marginale waarde doet zich in figuur 1 voor als het raakpunt van een onder helling staande rechte aan de opbrengstcurve. De helling is die, waarbij de kosten van een extra mm regen nog juist worden goed gemaakt door de extra baten. Het raakpunt A is de rentabiliteitsgrens voor de beregening.

Wanneer men nu het bedrag van de gemiddelde neerslag op de horizontale as aangeeft en het snijpunt B van de hellende rechte AB vaststelt, dan vindt men daar een opbrengst q_B, die lager is dan de opbrengst q_A. Het verschil $q_A - q_B$ representeert een deel van de baten, dat nodig is om het geven van water te betalen. De opbrengst q_o volgens de curve geeft aan welke resultaten men verkregen zou hebben wanneer niet beregend was geworden, maar hier geldt de regen voor een gemiddeld jaar. Het verschil $q_B - q_o$ representeert nu het aandeel van de opbrengst, waaruit al die kosten van de wateraanvoer moeten worden betaald, die niet direct samenhangen met het werkelijk geven van de beregening. Dit zal zijn de rente, afschrijving en onderhoud van de investeringen, voorzover dit in natte en droge jaren gelijkelijk plaatsvindt.

3. Eisen aan de opbrengstgegevens te stellen

De opbrengstgegevens dienen zodanig te zijn, dat men er de opbrengsten q_A en q_o duidelijk uit af kan lezen, ongeacht de regen, die in het jaar van proefneming viel. Aan deze eis zullen de waarnemingen meestal kunnen voldoen, vooral omdat men hier met vrij grote verschillen tussen deze twee opbrengsten werkt. Moeilijker zal men kunnen voldoen aan de eis ook de helling van de lijn met zodanige zekerheid te kunnen aangeven, dat bij het doortrekken van de lijn de waarden q_A en q_B nog wat betrouwbaar uitvallen, maar bovendien het verschil in beregeningshoeveelheid $x_A - x_o$ nog enige betekenis overhoudt. Kleine afwijkingen in de juiste vorm van de curve zullen het punt A over grote afstanden doen verplaatsen en de betekenis van de berekende vochtbehoefte in gevaar brengen.

Deze moeilijkheid valt alleen op te lossen, indien men in de vorm van de curve een zekere theoretische regelmaat weet te brengen, met andere woorden, ~~dat~~ men moet een goede opbrengstcurve ontwerpen. Dit is temeer noodzakelijk, omdat wel bekend is, dat het punt A van plaats verandert wanneer een tweede groeifactor y eveneens varieert. Naarmate de vruchtbaarheidstoestand van de grond beter is, zal men een sterkere beregening kunnen toepassen. Deze samenhang wordt echter nogal ingewikkeld en het is nodig om ~~ook~~ bij de opbrengstberekeningen zich van formules te bedienen, evenals dit bij technische en hydrologische problemen het geval is.

4. De opbrengstformule

Een opbrengstformule, uit de grote groep van bekende formules uitgezocht, die voor het hier te behandelen vraagstuk de meest geschikte eigenschappen bezit, luidt:

$$(x+A-aq)(y+B-bq)(Q-q)=C \qquad 1$$

De waarde van de marginale toename vindt men als differentiaal quotient van deze formule. Deze eerste afgeleiden zijn:

$$\frac{dx}{dq}=(x+A-aq)\left\{\frac{a}{x+A-aq}+\frac{b}{y+B-bq}+\frac{1}{Q-q}\right\} \qquad 2$$

$$\frac{dy}{dq}=(y+B-bq)\left\{\frac{a}{x+A-aq}+\frac{b}{y+B-bq}+\frac{1}{Q-q}\right\} \qquad 3$$

Een belangrijke eigenschap van deze formules is, dat ze zich zonder moeite laten uitbreiden tot meer variabelen. Uit 2 en 3 kan men afleiden, met $\frac{dx}{dq}\Big/\frac{dy}{dq}=R$:

$$R(y+B-bq)=(x+A-aq) \qquad 4$$

Substitueert men 4 nu in 1, 2 en 3 dan vereenvoudigen de formules tot:

uit 1 $\quad R(y+B-bq)^2(Q-q)=C \qquad 5$

uit 1 $\quad (x+A-aq)^2(Q-q)=RD \qquad 6$

uit 3 $\quad (y+B-bq)=(Q-q)\left(\frac{dy}{dq}-\frac{a}{R}-b\right) \qquad 7$

uit 2 $\quad (x+A-aq)=(Q-q)\left(\frac{dx}{dq}-a-Rb\right) \qquad 8$

Opgemerkt mag nog worden, dat met behulp van $\frac{dx}{dq}\Big/\frac{dy}{dq}=R$ uit 7 en 8 kan worden aangetoond dat

$$\left(\frac{dx}{dq}-a-Rb\right)=\left(R\frac{dy}{dq}-a-Rb\right)=R\left(\frac{dy}{dq}-\frac{a}{R}-b\right) \qquad 9$$

Uit 7 en 8 kan men dus afleiden dat

$$\left(\frac{dy}{dq} - \frac{a}{R} - b\right) = \frac{y+B-bq}{Q-q} = \frac{x+A-aq}{R(Q-q)} \qquad 10$$

$$(x+A-aq) = R(y+B-bq) \qquad 11$$

Enkele voor de berekening handige formules kan men verder nog afleiden.
Uit 5 en 7 volgt:

$$(y+B-bq)^2 = \frac{C}{R(Q-q)} = (Q-q)^2\left(\frac{dy}{dx} - \frac{a}{R} - b\right)^2$$

of

$$(Q-q)^3 = \frac{C}{\left(\frac{dx}{dq} - \frac{a}{R} - b\right)^2 R} \qquad 12$$

Tezamen met 9 volgt evenzo:

$$(Q-q)^3 = \frac{CR}{\left(\frac{dx}{dq} - a - bR\right)^2} \qquad 13$$

Uit 5 en 7, dan wel uit 6 en 8 kan men verder nog afleiden:

$$(x+A-aq)^3 = CR\left(\frac{dx}{dq} - a - bR\right) \qquad 14$$

en

$$(y+B-bq)^3 = \frac{C}{R^2}\left(\frac{dx}{dq} - a - bR\right) \qquad 15$$

waaruit volgt:

$$(y+B-bq)R = (x+A-aq) \qquad 4$$

5. Enkele eigenschappen van deze groeiformule

Formule 1 heeft een zekere grafische voorstelling, die verduidelijkt wat de betekenis in plantenteeltkundig opzicht is. De formule geeft aan, dat de opbrengstcurve bestaat uit een stijgende tak met de formule

$$q = \frac{1}{a}(x+A) \qquad\qquad q = \frac{1}{b}(y+B)$$

en een horizontale tak $q = Q$.

De curve gaat nu geleidelijk van de ene tak over op de andere, naarmate de waarde van D groter is. Voor D = 0 vindt men de twee elkaar snijdende rechte lijnen zelf.

Uit formule 1 kan men de x of de y oplossen:

$$x = \frac{C}{(y + B - bq)(Q - q)} + aq - A$$

Laat men de waarde van y nu steeds groter worden, dan wordt de eerste breuk steeds kleiner en wanneer hij verdwijnt, dan is:

$$x = a\,q_{max/y} - A \qquad 16$$

Nu is dit de formule voor de stijgende tak. Voor y oneindig groot gaat de opbrengst q over in $q_{max/y}$, de maximale waarde van q voor y bij de betreffende waarde van x. Deze maximale waarde van q voor y ligt nu blijkbaar in het schuine vlak van x. De horizontale takken van de y-curven liggen dus in het zijvlak voor x. Maar een waarde van $q_{max/y}$, die boven Q uitkomt, kan zich niet realiseren, omdat dan Q-q negatief zou worden, wat bij positieve C niet kan. Deze curven voor y bij hogere waarde van x gaan steeds meer met het vlak q = Q samenvallen. Alle curven hebben dus een stuk van de vlakken

dus een stuk van de vlakken	$x + A = aq$	$q = Q$	of
	$y + B = bq$	[redacted] = [redacted]	gemeen.

De groeiformule stelt dus eigenlijk, dat wanneer er geen belemmeringen zijn de opbrengst in een vaste verhouding tot de beschikbare groeifactor toeneemt. Dit komt overeen met de bekende uitspraak, dat een kg droge stof geproduceerd kan worden met 300 l water. Wordt de groei echter belemmerd doordat een andere groeifactor b.v. stikstof een verdere ontwikkeling van het gewas niet toelaat, dan zal het aantal liters per kg droge stof toenemen en dus de opbrengstcurve vlakker gaan lopen.

Het is echter ook mogelijk, dat niet de groeifactoren, maar het productievermogen van het gewas limiterend gaat werken. Dan is dus de Q-q term het deel in de formule, dat zo klein wordt, dat het sterke vergrotingen van x en y kan compenseren.

Deze invloed van het produktievermogen van het gewas is van belang. De geleidelijke verhoging van het produktieniveau zal met zich brengen, dat men steeds hoger langs de zijvlakken in figuur 2 stijgt en dat meer vocht en stikstof - en andere groeifactoren - nodig zullen zijn. Het zal van belang zijn in zijn plannen er zich rekenschap van te geven of bij een hoger stijgen van het opbrengstniveau in het plan nog voldoende elasticiteit aanwezig zal zijn. Door rekenen met een wat hogere waarde van Q kan hierop een antwoord gegeven worden.

6. De constanten in de formule

De constanten in de formule kunnen het beste uit bedrijfsproeven met beregening worden ontleend. Nu zullen die resultaten zich niet zo gemakkelijk laten bewerken. De nauwkeurigheid is niet die van een proefveld, de giften zijn niet zo gekozen als men zich voor een proef zou wensen. Het zal daarom de vraag zijn of de gewone vereffeningsprocedures wel zullen voldoen. In het volgende wordt de gevolgde methode besproken, waarbij alle controlemogelijkheden zo veel mogelijk zijn uitgebuit. Het gebruikte cijfermateriaal, verzameld door Van Eldik op de beregeningsbedrijven te Someren, verschafte gegevens omtrent het aantal weidedagen, de verstrekte stifstof en de toegepaste regenhoeveelheden.

De bewerking geschiedt door gebruik te maken van formule 16 met een aantal veronderstelde waarden van a en b. De waarnemingen werden verdeeld in drie groepen naar de stikstofgift y en de weidedagen q uitgezet tegen de regenhoeveelheden x. Ook werden de q-y stippenkaarten gemaakt voor drie groepen van x. Deze stippenkaarten waren niet erg duidelijk, maar na zorgvuldig bekijken was het mogelijk een eerste schatting te maken van de vermoedelijk maximale opbrengst bij stijgende x voor de drie groepen van y.

Zet men met veronderstelde waarde van x deze $q_{max/x}$ in het formuletype 14, dan verloopt de berekening als in onderstaande tabel.

Tabel 1

y	afgelezen $q_{max/x}$	$bq_{max/x}$ b = 1.2	$\bar{B} = bq_{max/x} - y$	$\bar{B}+y$	berekende $q_{max/x} = \frac{\bar{B}+y}{b}$
360	870	1044	684	1076	896
224	810	972	748.	940	784
172	740	888	716	888	740
		$\bar{B}$ gemiddeld	716		
		q voor y=0	598		

De aanwijzing voor de berekening in de kop van de tabel wijst voldoende aan hoe de formule

$$y = bq_{max/x} - B$$

eerst met b = 1.2 is

toegepast om drie maal B te berekenen en te middelen. Daarna is met deze waarden van b en $\bar{B}$ de waarde van q_{max}/x berekend, die vooraf uit de figuren geschat was geworden. Verder is de q voor y = 0 berekend, de opbrengst dus, die bij maximale watergift zou zijn gevonden bij nalaten van de stikstofbemesting.

De betekenis van a en b verdient nog even aandacht. De toename van x hangt met de toename van q samen volgens $\Delta x = a \Delta q$. De q is uitgedrukt in weidedagen, die met 12 kg droge stof overeenkomen. Men mag dus schrijven $\Delta x = a/12\, \Delta$ (kg droge stof). Levert 300 l water of 0,03 mm nu 1 kg droge stof, dan volgt a uit 12 x 0,03 = a of a = 0,36. Levert L liter water of 0,000 L mm 1 kg droge stof, dan is a = $\frac{12\ L}{10000}$.

Voor stikstof kan men dezelfde berekening maken. Levert 1 kg N 20 kg droge stof, dan volgt uit $\Delta y = b/12\, \Delta$ (kg droge stof) voor a de waarde 12/20 of 0,6. Voor n kg droge stof per kg N wordt de samenhang b = 12/n, zodat voor de omrekening van de constanten a en b mag worden teruggegrepen op:

$$10000\ a = 12\ L \qquad \text{en} \qquad bn = 12 \qquad (17)$$

De berekening werd nu voor een aantal waarden van a en b uitgevoerd. De beide volgende tabellen geven een breed overzicht om de hierna volgende beoordeling te verduidelijken.

Tabel 2

a		0.36	0.5	0.7	1.0	1.2
L liter		300	415	580	830	1000
x	geschatte q_{max}/y	q_{max}/y berekend				
360	860	1028	966	923	893	874
280	800	806	806	809	813	807
210	780	611	666	709	743	749
A gemiddeld		10	123	286	533	689
q_{max}/y voor x = 0		29	246	409	533	574

Tabel 3

b	b	5	3	2	1.7	1.2	1.0	0.8	0.6	0.3
n kg dr. stof/N		2.4	4	6	7	10	12	15	20	40
y	geschatte $q_{max/x}$				$q_{max/x}$ berekend					
290	870	819	827	837	843	857	868	884	908	1010
224	810	806	805	804	804	802	802	801	800	790
172	740	795	788	778	774	759	740	736	712	617
B gemiddeld		3805	2191	1385	1143	739	578	417	255	13
$q_{max/x}$ voor y=0		761	730	692	672	616	578	521	425	43

Men beoordeelt nu de waarde van a en b op vier verhoudingen. In de derde tabel ziet men, dat voor b = 1.0 de geschatte en berekende waarden voor $q_{max/x}$ het beste overeenkomen. Een meeropbrengst van 12 kg droge stof per kg N is echter laag, zodat dit naar een lagere waarde van b tendeert. De stikstofvoorraad, die in de grond met 578 kg beschikbaar komt, lijkt hoog, de waarde voor q_{max} bij voldoende water, maar bij onthouding van stikstof lijkt, gezien de stippenfiguren, eveneens wat hoog. Dit tendeert dus ook naar een wat lagere waarde van b. Men zou de waarde 0.8 of 15 kg droge stof per kg N als beste waarde kunnen aanvaarden en aanvaardt dan tevens de conclusie, dat de stikstof wat onvoldoende gewerkt heeft.

Voor de beregening waren de maxima voor de stippenzwermen moeilijker te beoordelen en daardoor geeft tabel 2 minder houvast. Het is wel duidelijk, dat de waarde a = 0.36, het bekende 300 l per kg droge stof geval, niet van toepassing is. De geschatte en berekende $q_{max/y}$ verschillen te veel, de betekenis van regen en bodemvocht is veel te gering en zonder beregening valt de opbrengst veel te laag uit. Bij een natuurlijke regen van 220 mm begint bij 0.7 de waarde van a wat betekenis te krijgen.

Een onttrekking aan het bodemvocht van 533-220 = 313 mm bij a = 1.0 lijkt echter weer zeer hoog voor beregende percelen. Men zou voor de waarde van a het evenwicht bij a = 0.8 of 666 l water per kg droge stof kunnen leggen. Ook hier moet men concluderen, dat met het water, dat met de beregening gegeven is, het rendement van de kasproef lang niet gehaald is geworden. Het resultaat komt echter wel overeen met de bevinding van het waterbalansonderzoek, dat veelal de helft van het water naar de ondergrond verdwijnt zonder dat de plant er door verdamping profijt van heeft.

7. De controle door middel van de rentabiliteitscriteria

Voor het berekenen van de rentabiliteitsgrens kan men gebruik maken van de formule 12 of 13 om de opbrengst q_{opt} bij deze grens voor stikstof en beregening te bepalen. Uit de formules 7 en 8 berekent men dan verder de x_{opt} en y_{opt}.

De waarde van $\frac{dx}{dq}$, $\frac{dy}{dq}$ en R vindt men voor de rentabiliteitsgrens uit de toename

$\Delta q = f\ 1$ à $f\ 2$ per weidedag

$\Delta x = f\ 0,60$ per mm water

$\Delta y = f\ 1,05$ per kg stikstof

In deze geldsbedragen moet men trachten alle kosten of baten onder te brengen. Veel hangt hier af van de wijze waarop het loon gerekend is. Omdat hier echter het doel is de polderlasten te berekenen, moet hier het loon volledig worden gerekend*. Alleen bij de Δq is het wat moeilijk de waarde vast te stellen en deze is variabel genomen.

Nu moet $\frac{dx}{dq}$ een waarde van $\frac{1.00}{0.60} = 1.7$ hebben om marginale baten en kosten aan elkaar gelijk te maken. Men komt tot de volgende gegevens voor de rentabiliteitsgrens:

$$\frac{dx}{dq} = 1.7 \text{ à } 3.4 \qquad \frac{dy}{dq} = 0.95 \text{ à } 1.90 \qquad R = 1.8$$

Men kan nu op grond van de formules 7 en 8 aantonen, dat geen rentabiliteit mogelijk is, wanneer $\frac{dx}{dq}$ of $\frac{dy}{dq}$ kleiner zijn dan respectievelijk:

$$\frac{dx}{dq} \leqslant a + bR \qquad \frac{dy}{dq} \leqslant \frac{a}{R} + b$$ 18

Zijn a en b beide 0.8 dan vindt men dus

$$\frac{dx}{dq} \leqslant 2.25 \qquad \frac{dy}{dq} \leqslant 1.25$$

Bij de laagste waarden van $\frac{dx}{dq}$ en $\frac{dy}{dq}$ zou onder alle omstandigheden het geven van beregening en stikstof niet rendabel zijn. Zelfs de eerste hoeveelheid zou minder opleveren dan de kosten van [redacted] toediening. In het vervolg worden de berekeningen daarom uitgevoerd met een wat willekeurig gekozen waarde voor deze rentabiliteitswaarden:

$$\frac{dx}{dq} = 3.00 \qquad \frac{dy}{dq} = 1.70 \qquad R = 1.75$$

*Zou de boer voor zijn werk lagere rekenlonen in rekening brengen, dan zal het niet de bedoeling zijn, dat deze lagere lonen als een subsidie aan het waterschap fungeren.

8. Discussie omtrent de rentabiliteitsmogelijkheden

De vraag, welke waarde men aan de prijs per eenheid aan weidedagen mag geven, wordt op het moment van schrijven nog niet duidelijk overzien.

Voor de waarde van een weidedag adviseert 't Hart het bedrag van ƒ 1,--. Men zou dit kunnen opvatten als de waarde van het gras, zoals dat groeit en waaraan nog aanzienlijke kosten gemaakt moeten worden eer het als ruwvoer voor gebruik in de winter in schuur of hooiberg onder dak is gebracht. Toch zal een deel van het gras, dat met beregening groeide, op deze wijze voor wintervoer worden gewonnen.

De weidedagen moet men niet alleen zien als een verwerken van wat er gegroeid is door het vee. Zij geven tevens een indruk van de produktiviteit van de niet beweide percelen, waarbij het vee als waardemeter in een steekproef fungeert.

Wanneer men een weidedag gelijk stelt met 6 zetmeeleenheden, dan zouden deze bij ƒ 1,-- per weidedag op 17 cent gesteld worden en bij ƒ 2,-- per weidedag op 34 cent. Bij een waarde van ƒ 1,80 stelt men de zetmeeleenheid op ƒ 0,30, ongeveer de prijs van de eenheid zetmeelwaarde in krachtvoer, wat dus voor dit onderzoek hoog lijkt als men aan verwerking in de zomer denkt, maar voor wintervoer dus ongeveer uit zou kunnen.

Een scherpe prijsstelling is hier wel nodig, zoals uit de twee formules 18 blijkt. In de volgende tabel werd Δq berekend voor enkele waarden van a en b, terwijl R steeds op 1.8 werd gesteld.

Tabel 4

L water per kg droge stof	kg droge stof per kg N	Waarde van een weidedag Δq in guldens			
		20	15	12	10
	b	0.6	0.8	1.0	1.2
	a				
250	0.3	0.83	1.04	1.26	1.47
300	0.36	0.86	1.08	1.29	1.51
500	0.6	1.01	1.22	1.44	1.65
667	0.8	1.12	1.34	1.56	1.77
830	1.0	1.25	1.46	1.68	1.89

Bij de hier gekozen combinaties van a en b werd dus die waarde van Δq berekend, waarbij juist geen rendement meer te verkrijgen zou zijn. Hieruit volgt dus, dat bij een prijs van Δq van *f* 1,-- geen rendabele toepassing van water mogelijk zou zijn, wanneer a en b de waarde 0,8 hebben.

Vraagt men zich af of dit resultaat wel juist kan zijn en of er geen fout in deze beschouwing kan schuilen, dan is dat eigenlijk niet mogelijk. Formule 18 is volkomen te overzien en alles hangt af van de waarde van a en b. Deze zullen lager moeten zijn dan 0,8, maar met dergelijke lage cijfers valt de werking van de stikstof buiten de te verwachten verhouding en zijn de formules niet meer kloppend te maken met de waarnemingen in Someren.

Verder moet nog bedacht worden, dat van de waarde van Δq eigenlijk de additionele winningskosten nog moeten worden afgetrokken. Dit wijst er wel op, dat de rentabiliteit van beregening en stikstofbemesting niet zo heel stevig staat en dus het juist stellen van de eenheidskosten en -baten Δx, Δy en Δq wel van zeer groot belang is voor de beoordeling van een beregeningsproject.

9. De berekening van de rentabiliteitsgrens

De berekening van het rentabiliteitsoptimum wordt berekend met de formules:

$$(Q-q)^3 = \frac{CR}{\left(\frac{dx}{dq} - a - bR\right)^2} \qquad 13$$

$$(x + A - aq)^3 = CR\left(\frac{dx}{dq} - a - bR\right) \qquad 14$$

$$(y + B - bq)^3 = \frac{C}{R^2}\left(\frac{dx}{dq} - a - bR\right) \qquad 15$$

In deze formules worden de volgende waarden voor de constanten ingevuld:

De gegevens

I

a = 0.8	b = 0.8	A = 370
B = 420	C = 200000	R = 1.75
Q = 900	$\frac{dx}{dq}$ = 3.00	$\frac{dy}{dq}$ = 1.70

II

a = 0.5	b = 0.6	A = 120
B = 255	C = 200000	R = 1.75
Q = 1000	$\frac{dx}{dq}$ = 3.00	$\frac{dy}{dq}$ = 1.70

De berekening

I

$(x + A - aq)^3 = 200000.\,1,75.\,0,8 = 65^3$

$(y + B - bq) = 65/1.75 = 37$

$(Q - q)^3 = \frac{200000.\,1,75}{0.8^2} = 82^3$

$\boxed{q_{opt} = 818 \quad x_{opt} = 349 \quad y_{opt} = 271}$

II

$(x + A - aq)^3 = 200000.\,1,75.\,1,45 = 80^3$

$(y + B - bq) = 80/1.75 = 46$

$(Q - q)^3 = \frac{200000.\,1,75}{1.45^2} = 55^3$

$\boxed{q_{opt} = 945 \quad x_{opt} = 432 \quad y_{opt} = 358}$

10. Berekening van de optimale opbrengst zonder water geven

Wil men de optimale opbrengst vergelijken met een opbrengst, die zonder geven van water, maar met optimale stikstofgift wordt verkregen, dan moet men uitgaan van de gemiddelde regenval. De toevallige regenval van het jaar van proefneming kan hier niet worden geaccepteerd. ~~omdat~~ De opbrengst zonder water te geven $\boxed{\text{bepalend}}$ is voor de grootte van de investering. Deze moet van de gemiddelde opbrengstverwachting uitgaan. De gemiddelde neerslag bedraagt 130 mm meer dan in het jaar van proefneming. Men moet x dus op 130 fixeren.

De berekening vindt plaats met formules 1 en 3. De formule luidt:

$$(x+A-aq)^2(Q-q)^2 = C\,\frac{(aQ+x+A-2aq)}{\left(\frac{dy}{dq}-b\right)}$$

De in te vullen constanten zijn nu:

De gegevens

I

$x = 130$	$B = 420$	$Q = 900$
$A = 370$	$b = 0.8$	$\frac{dy}{dx} = 1.70$
$a = 0.8$		$C = 200.000$

II

$x = 130$	$B = 255$	$Q = 1000$
$A = 120$	$b = 0.6$	$\frac{dy}{dx} = 1.70$
$a = 0.5$		$C = 200.000$

De berekening

I

$(x + A - aq) = 500 - 0.8\,q$

$(Q - q) = 900 - q$

$(\frac{dy}{dq} - b) = 0.9$

$C\{a(Q-q)+(x+A-aq)\} = 200000(1220-1.6q)$

$(500-0.8q)^2(900-q)^2 = 200000\,\frac{1220-1.6q}{0.9}$

$q_o = 592$

II

$(x + A - aq) = 250 - 0.5\,q$

$(Q - q) = 1000 - q$

$(\frac{dy}{dq} - b) = 1.1$

$= 200000(750-q)$

$(250-0.5q)^2(1000-q) = 200000\,\frac{750-q}{1.1}$

$q_o = 473$

Deze waarde van q_o wordt nu in formule 1 gesubstitueerd:

$$y = \frac{C}{(x+A-aq)(Q-q)} + bq - B$$

I

$y_o = \frac{200.000}{26^4 \,.\, 308} + 474 - 420$

$= 25 + 54 \qquad y_o = 79$

II

$y_o = \frac{200.000}{13^5 \,.\, 527} + 284 - 255$

$= 28 + 29 \qquad y_o = 57$

Het vergelijkingspunt voor het niet beregende bedrijf is dus:

$\boxed{q_o = 592 \quad x_o = 130 \quad y_o = 79}$ $\boxed{q_o = 473 \quad x_o = 130 \quad y_o = 57}$

Dit resultaat wijst uit, dat in een gemiddeld jaar zonder beregening een hoeveelheid van 60 tot 80 kg N moet worden gegeven om het rentabiliteitsoptimum te bereiken. Geeft men echter wel water, dan blijkt het, dat de optimale gift zeer aanzienlijk toeneemt. Er moet een duidelijke verhouding tussen de verschillende groeifactoren bestaan.

11. Berekening van het opbrengstaandeel ten behoeve van de variabele kosten

De variabele kosten moeten hun verantwoording vinden in het opbrengstgedeelte, dat in figuur 1 met $q_A - q_B$ werd aangegeven. Dit opbrengstbedrag is nu gelijk aan:

I $$V_x = (x_{opt} - x_o)\frac{dq}{dx}$$ II $$V_y = (y_{opt} - y_o)\frac{dq}{dy}$$

De waarden $\frac{dq}{dx}$ en $\frac{dq}{dy}$ zijn de inversen van de formules 2 en 3. Hierin zijn x en y gelijk aan x_{opt} en y_{opt}.

Dezelfde getalwaarden worden weer gebruikt, namelijk:

De gegevens

x_{opt} = 349	y_{opt} = 271	Q = 900	x_{opt} = 432	y_{opt} = 358	Q = 1000
x_o = 130	y_o = 79	q_{opt} = 818	x_o = 130	y_o = 57	q_{opt} = 945
A = 370	B = 420	C = 200000	A = 120	B = 255	C = 200.000
a = 0.8	b = 0.8		a = 0.5	b = 0.6	

De berekening

x + A - aq = 64.6	inverse	0.01548	x + A - aq = 79.5	inverse	0.01258
y + B - bq = 36.6	inverse	0.02732	y + B - bq = 46.0	inverse	0.02174
Q - q = 82	inverse	0.01220	Q - q = 55.0	inverse	0.01852
	som	0.05500		som	0.05284

$(x+A-aq)$ x som = 3.553

$(x_{opt}-x_o)/3.553 = 219/3.553 = 62$

$(y+B-bq)$ x som = 2.013

$(y_{opt}-y_o)/2.013 = 192/2.013 = 95$

$V_{tot} = V_x + V_y = 157$

$(x+A-aq)$ x som = 4.201

$(x_{opt}-x_o)/4.201 = 302/4.201 = 72$

$(y+B-bq)$ x som = 2.431

$(y_{opt}-y_o)/2.431 = 301/2.431 = 124$

$V_{tot} = V_x + V_y = 196$

12. Conclusie

De berekening kan nu tot een slotconclusie leiden, omdat de jaarlijkse meeropbrengst, die maximaal als polderlasten opgebracht kunnen worden, gelijk is aan $q_{opt} - q_o - V_{tot}$. Voor de twee gevallen wordt dit:

I			II		
q_{opt}	= 818		q_{opt}	= 945	
q_o	= 592	voor investering 74	q_o	= 473	voor investering 276
V_{tot}	= 152		V_{tot}	= 196	

De waarde van de weidedag werd op ƒ 1,80 gesteld, zodat als - als jaarlijkse bijdrage - de voor de investering beschikbare baten gevonden worden bedragen ter hoogte van:

jaarlijks bedrag	ƒ 133	jaarlijkse bijdrage	ƒ 497
gekapitaliseerd	ƒ 1330	gekapitaliseerd	ƒ 4970

Gekapitaliseerd werd door de helft van het bedrag als van de boer opeisbaar te beschouwen en dat tegen 5% te kapitaliseren.

De mogelijkheid om te investeren hangt sterk samen met de verhouding van de waarden a en $\frac{dx}{dq}$ of b en $\frac{dy}{dq}$ tot elkaar. In de paragraaf over de waarde van de rentabiliteitscriteria werd dit al aangeroerd. Werken de groeifactoren door één of andere oorzaak minder goed, dan kan de rentabiliteit geheel verdwijnen. Is de rentabiliteit wel aanwezig, dan neemt de investeringsmogelijkheid sterk toe bij toename van de waarde van Q. Het lijkt wel zeer belangrijk, dat met de voortdurende toename van de produktiviteit van de gewassen rekening wordt gehouden. Wanneer een stijging van de opbrengst met enkele procenten een stijging van het investeringsbedrag van het tienvoudige van dit aantal procenten kan teweeg brengen, dan kan een dergelijk effect alle berekening van alternatieven op grond van het huidige produktieniveau wel eens elke band met de ontwikkeling van het doorgerekende project doen verliezen.

Als conclusie mag men dus stellen, dat voor de aanvoer van water, in geval dit in het groot wordt onttrokken en de waterhuishouding van een gebied daardoor op losse schroeven zou komen te staan, er enkele duizenden guldens per ha aan investeringsruimte aanwezig is. De hoeveelheid water, die het grasgewas in een gemiddeld jaar zou kunnen verbruiken, aangenomen dat voldoende stikstof wordt gegeven, bleek op 220 tot 300 mm te worden berekend, zoals het verschil $x_{opt}-x_o$ aantoonde.

In een nat jaar als 1958, dat slechts in 7,8% van de jaren in natheid zal worden overtroffen, zal men 120 mm minder nodig hebben, dus 100 tot 180 mm. In een droog jaar als 1959, dat slechts in 3,5% van de jaren door een nog droger jaar zal worden overtroffen, zou men nog 130 mm meer nodig hebben, dus 350 tot 430 mm. Opgemerkt mag ten aanzien van deze hoge cijfers worden, dat in het gebied van onderzoek in 1959 tot 470 mm regen werd gegeven, welke men met de gevonden waarde van 350 mm moet vergelijken. De gemiddelde regengift bedroeg 280 mm, zodat ofwel het rentabiliteitsoptimum iets hoger heeft gelegen, dan wel de gekozen constanten het resultaat iets te hoog doen uitvallen.

De conclusie volgt nu het overzichtelijkste in tabelvorm en geeft de hoeveelheid water aan, die voor al die gebieden, waar het water naar toe te brengen is, nodig zou zijn.

Tabel 5

percentage [redacted] overschrijding	92,2%	50%	3,5%
waterbehoefte bij huidige toestand in mm	100	220	350
bij 10% hoger produktiviteitsniveau	180	300	430

Bij deze conclusies dient men te bedenken, dat zij voor $\Delta q = f\ 1,80$ als kosten voor een weidedag werden berekend, maar dat bij deze waarde de beschouwingen onder paragraaf 8 in de overweging moeten worden betrokken.

december 1960.

Aanvullende opmerkingen

De weidedagen werden op blz. 7, 2de alinea, met 12 kg droge stof gelijkgesteld. Dit getal wordt in de laatste jaren wat hoger gesteld en kan beter op 15 kg worden aangenomen. Hierdoor wordt de werking van water en stikstof met 25% verhoogd. Op blz. 8 wordt geconcludeerd, dat water en stikstof wat weinig effectief zijn geweest. Door deze 25% verhoging van de schatting voldoet de werking van stikstof wel ongeveer aan de verwachting. Bij het water blijft de werking nog steeds achter bij de werking in potproeven Maar het resultaat blijft wel aanvaardbaar, gezien de elders geconstateerde verliezen naar de ondergrond, die vermoedelijk nogal kunnen variëren.

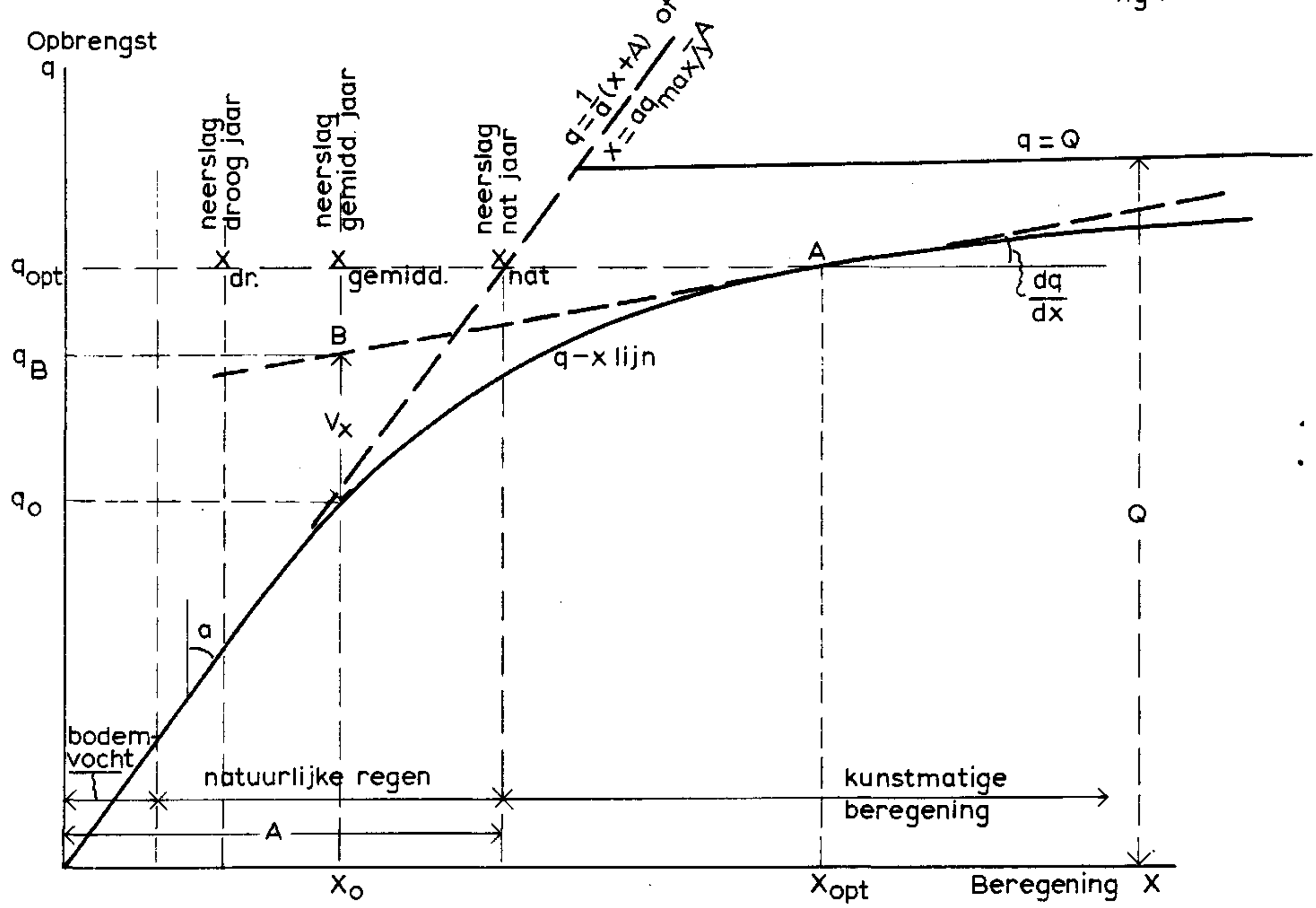
De rentabiliteitscriteria zijn, zoals op blz. 10 en volgende besproken, het moeilijkste deel van het onderzoek. Overleg met Prof. 't Hart gaf hierover de volgende indrukken.

De prijs, die voor inscharen van vee mag worden gevraagd, wisselt tussen ƒ 0,75 en ƒ 0,90. Deze officiële prijsstelling, samenhangende met de regeling van de pacht, is te laag om beregening en stikstofgift mogelijk te maken. Binnen de economie van eigen bedrijf stelt de boer de waarde van zijn weidedag kennelijk echter hoger. De prijs van een eenheid zetmeelwaarde in hooi kan men op ƒ 0,30 tot ƒ 0,40 stellen. Dit zou overeenkomen met een waarde van de weidedag van ƒ 1,80 tot ƒ 2,40. De prijs van één eenheid zetmeelwaarde in krachtvoer - in de tekst op blz. 10 aangegeven als ongeveer ƒ 0,30, doch meer precies ƒ 0,50 - zou zelfs er op wijzen, dat de waarde van een weidedag tot ƒ 3,-- zou kunnen oplopen.

Wat echter de boer voor een weidedag mag uitgeven, hangt van zijn bedrijfsgrootte en -intensiteit af. Het grote bedrijf zal herhaaldelijk geen voordeel zien in grotere stifstofgiften of beregening, omdat ook ten aanzien van het aantal stuks vee er een rentabiliteitsgrens is, die men al vrij dicht benadert. Men kan zich voorstellen, dat een verhoging van de produktie, die per eenheid van meeropbrengst hogere kosten vergt dan een wat extensiver graslandgebruik, niet meer lonend is. Wie echter weinig vee heeft, kan zijn geldelijke uitkomsten nog wel aanzienlijk verhogen, omdat hij minder dicht bij de rentabiliteitsgrens voor het aantal stuks vee zit. Wanneer op dat bedrijf de ruwvoerproduktie begrenzende factor is, kan dit kleine bedrijf zich wel de relatief wat hogere kosten van voederproduktie met stikstofbemesting en beregening permitteren.

Deze beschouwing brengt het aantal stuks vee als één van de beperkende factoren in het geding. Over deze factor beschikken wij echter nog niet over waarnemingsuitkomsten. De rentabiliteitsgrens wordt, als conclusie uit het voorgaande, ook door de bedrijfsvoering beheerst en de rentabiliteit van de beregening hangt met deze bedrijfsvoering onverbrekelijk samen en naarmate men dieper in het probleem tracht door te dringen, wordt het vraagstuk breder en gecompliceerder. Een onderzoek om tot een schatting van gemiddelden voor de bedrijfsvoering te komen, zal moeten worden ingesteld en aan het groeicurvenonderzoek gekoppeld, wil men tot een gedetailleerd inzicht in de rentabiliteitsverhoudingen komen.

fig 1

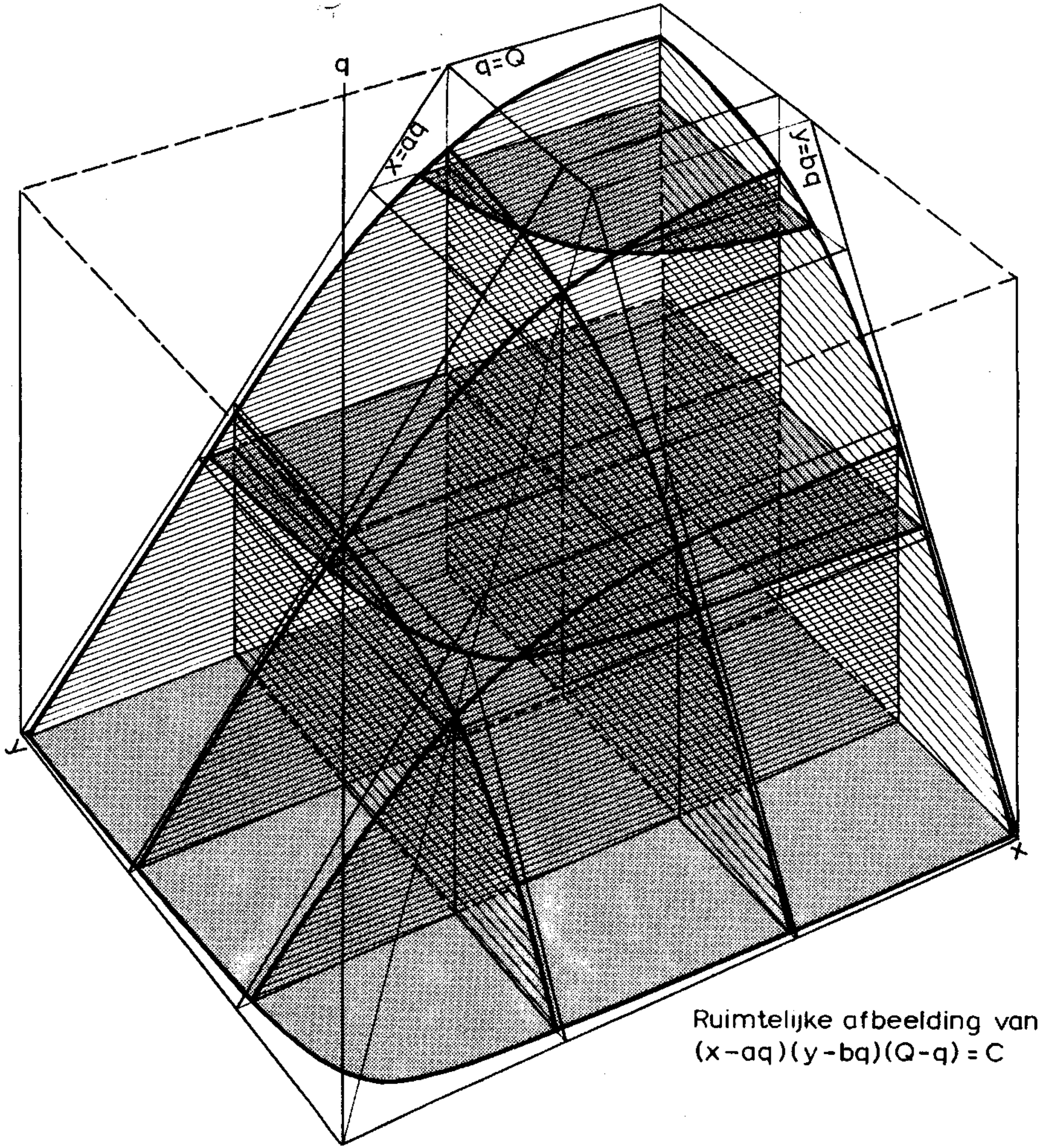


Principeschets van de opbrengstfunctie - de q-x lijn - met zijn scheve en horizontale asymptoot. Aangegeven zijn het rentabiliteitspunt x_{opt}-q_{opt} met de marginale toename $\frac{dq}{dx}$ en het q_o punt, snijpunt van de lijn AB voor de marginale verhouding en de neerslag x_o, de gemiddelde neerslag in het tijdvak van beregening als gemiddelde over vele jaren.

De variabele uitgaven voor de beregening worden betaald uit het opbrengstverschil q_{opt}-q_o. Voor de investering en de ondernemerswinst is het opbrengstverschil v_x beschikbaar.

De variatie in de natuurlijke regen uit zich in het heen en weer schuiven van de vertikale grenslijn tussen x_{dr} en x_{nat}. De variatie in de onttrekking aan de grond zal bij kunstmatige beregening over de gehele groeiperiode gerekend niet groot zijn.

fig 2



Ruimtelijke afbeelding van de formule
$(x-aq)(y-bq)(Q-q)=C$

61 C
5-2