

Een toepassing van de CobbDouglas Produktie functie

ir. J.W. Righolt - drs. L.J. Locht

Inleiding

Het is aantrekkelijk om in het economisch onderzoek ten aanzien van de landbouw, produktiefuncties te ontwikkelen. In de economische theorie nemen deze functies namelijk van oudsher een centrale plaats in. Ook in moderne vormen van economisch onderzoek - zoals bij het nationaal economisch model van het Centraal Planbureau - lijkt de produktiefunctie onmisbaar. Bovendien blijkt dat sommige auteurs verwachten de produktiefunctie te kunnen ontwikkelen tot een voor de boeren hanteerbaar instrument. Er wordt dan ook in de U.S.A. veel aandacht aan besteed.

Toch kan men de vraag opwerpen of door ons Instituut in deze richting moet worden verder gewerkt, daarbij is de verhouding tot de lineaire programmering aan de orde en de vraag of ons Instituut zich leent voor dit onderzoek. Gezien het feit, dat een nauwe samenwerking tussen technicus en econoom hier vereist is, ligt voor de hand om de laatste vraag positief te beantwoorden.

In het onderhavige geval is een bepaalde vorm van de produktiefunctie gepostuleerd en is deze op een bepaalde wijze opgespoord; één en ander analoog aan de werkwijze van het Nederlands Economisch Instituut, zoals neergelegd in het rapport: "De invloed van de verkaveling op de bruto-opbrengst van landbouwbedrijven".

De aangenomen vorm, die de CobbDouglasfunctie wordt genoemd, correspondeert met de zogenaamde Wet van de afnemende meeropbrengst in zijn eenvoudige formulering. In latere formuleringen wordt de Wet binnen zekere grenzen beperkt. Daarbuiten komen enerzijds toenemende meeropbrengsten voor, anderzijds afnemende opbrengsten. De CobbDouglasfunctie past bij deze formulering alleen op een deel van eigenlijke produktiefunctie. De gekozen vorm heeft het voordeel van goede statistische hanteerbaarheid. Men treft echter de opmerking aan - onder andere O. Olsen - dat bij de nieuwe computinguitrusting meer sophisticated procedures gebruikt kunnen worden.

De functie is opgespoord met mutiple correlatie. Er zijn echter ook pogingen gedaan - B.L. French - om de coëfficiënten te schatten met de



methode van simultane vergelijkingen. Ook de werkwijze moet dus nog als een onderwerp van discussie worden gezien.

### Uitgevoerde berekeningen

Ter beschikking stonden gegevens van in totaal 622 bedrijven, verdeeld over 44 min of meer als homogeen te beschouwen groepen: de voormalige typebedrijven van de Afdeling Grond- en Pachtzaken van het Ministerie van Landbouw.

Aanvankelijk is, naar analogie van vermeld N.E.I.-onderzoek, met groepsgemiddelden gewerkt. Daar tevens een 3-jarig gemiddelde, te weten van de jaren 1955/56, 1956/57 en 1957/58 werd nagestreefd, moest het aantal gegevens evenwel tot 34 beperkt blijven. Naderhand kwamen ook de individuele bedrijfsgegevens beschikbaar, waarvan slechts de cijfers van het jaar 1957/58 voorshands in studie zijn genomen. Deze studie strekte zich uit over 127 akkerbouwbedrijven, 268 weidebedrijven en 227 bedrijven van het gemengd bedrijfstype, welke categorieën zowel gezamenlijk als afzonderlijk zijn bewerkt. De gegevens zijn grotendeels gebaseerd op cijfers uit de fiscale boekhouding, die gezien de selectie die deze bedrijven op dit punt vormen, althans in hun onderlinge vergelijkbaarheid redelijk betrouwbaar zijn te achten.

Overeenkomstig het gestelde doel werd een functie van de gedaante

$$x_0 = \alpha_0 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$$

doorgerekend. Hierin stelt  $x_0$  de omvang van de produktie voor,  $x_1, x_2 \dots x_n$  de mate waarin de onderscheiden produktiefactoren voor het verwezenlijken van deze produktie zijn aangewend. Uitgegaan is van geldsbedragen per bedrijf. Voor de produktie-omvang is aangehouden de bruto-geldopbrengst, inclusief de gewaardeerde voorraadverschillen en het gezinsverbruik.

Als produktiefactoren zijn, analoog aan het N.E.I.-onderzoek, opgenomen:

- . de aangewende hoeveelheid arbeid in de vorm van de loonkosten per bedrijf, inclusief het gewaardeerde loon voor medewerkende gezinsleden en het loonaandeel in de werkzaamheden verricht door loonwerkers (A)
- . een factor kapitaal, in casu de som van werktuig- en trekkerkosten en rente omlopend kapitaal, eveneens in guldens per bedrijf (K)

- . de omvang van de veestapel, anders dan bij het N.E.I.-onderzoek gerepresenteerd door de post rente levende inventaris, in guldens per bedrijf (V)
- . de bedrijfsoppervlakte, uitgedrukt in het aantal ha cultuurgrond (B)
- . het aantal kavels per bedrijf, als een aspect van de kwaliteit van deze produktiefactor (N).

Bedoelde produktiefunctie kreeg aldus de volgende gedaante:

$$O = \alpha_0 \cdot A^{\alpha_1} \cdot K^{\alpha_2} \cdot V^{\alpha_3} \cdot B^{\alpha_4} \cdot N^{\alpha_5}$$

#### Bewerking groepsgemiddelden

De gebruikte cijfers vormen 3-jarige gemiddelden van groepen die als regel 10 - 15 bedrijven omvatten. In verband met het geringe aantal gegevens (34), is het materiaal als één geheel bewerkt en derhalve geen splitsing naar bedrijfstype of grondsoort doorgevoerd. Aanhouden van het beginsel dat die oplossing optimaal is, die de kleinste kwadraatsom van afwijkingen geeft, gaf het resultaat dat in de tabel op blz. 7 onder 1 is vermeld. Toevoegen van een zevende variabele, in casu de som van veevoeder- en meststofaankopen, uitgedrukt in guldens per bedrijf (M) gaf 1a..

Ondanks de hoge totale correlatie ( $R = 0,969$  resp.  $0,992$ ) lijken de uitkomsten niet geheel bevredigend. In (1) blijken de produktiefactor kapitaal (K) en de bedrijfsverkaveling (N) onvoldoende significant. Wel significant en met een zeer hoge coëfficiënt ( $0,951$ ) komt de factor arbeid (A) naar voren. Ook de rente levende inventaris (V) en de bedrijfs-grootte (B) blijken van belang, de laatste met negatiefteken ( $-0,417$ ). De som der coëfficiënten bedraagt  $1,07$ .

Aanvaardbaarder lijken de coëfficiënten voor arbeid en kapitaal in 1a, , namelijk respectievelijk  $0,534$  en  $0,123$ . De vraag rijst welke betekenis moet worden gehecht aan de grote verandering die inzonderheid in de coëfficiënt van de factor arbeid is opgetreden. Significant is ook de post veevoer + meststoffen, waarvan de opneming gedeeltelijk ten koste van V, de rente levende inventaris, gaat. Verkaveling en bedrijfs-grootte spelen in deze vergelijking niet mee.

### Analyse individuele bedrijfsgegevens

Het groter aantal gegevens stelde in staat een splitsing naar bedrijfstype door te voeren. Onderscheiden zijn op grond van de gebruikelijke maatstaven, akkerbouwbedrijven (127), weidebedrijven (268) en gemengde bedrijven (227).<sup>\*</sup> De resultaten zijn weer opgenomen in de tabel op blz. 7 i.c. onder 2, 3 en 4.

Met uitzondering van N, het aantal kavels, die slechts in de totaalvergelijking significant naar voren komt, blijken alle variabelen van betekenis. Opvallend is, dat in tegenstelling tot de conclusie van het N.E.I.-onderzoek, de coëfficiënt van de factor arbeid op het weidebedrijf het kleinst lijkt en op het akkerbouwbedrijf het grootst. De coëfficiënt van de factor kapitaal is, eveneens in afwijking van het N.E.I.-resultaat, voor de drie bedrijfstypen vrijwel gelijk.

De betekenis van V, rente levende inventaris, is voor de akkerbouwbedrijven uiteraard gering. Om deze reden is voor dit bedrijfstype ook de regressievergelijking zonder V gegeven 2a. De coëfficiënten voor de overige variabelen wijken hierin slechts weinig af van hun oorspronkelijke waarde.

Opvallend is, gezien de andere vergelijkingen, de lage waarde voor de coëfficiënt van B in de totaalvergelijking 5. Ook de factor verkaveling (N) neemt hier in zekere zin een uitzonderingspositie in doordat zij slechts hier significant naar voren komt. De onoverzichtelijkheid van deze overall-formule maakt de interpretatie moeilijk. Niet onmogelijk is dat onder meer door het verschil in grondsoort zich daarin in sterkere mate storende intercorrelaties doen gelden dan in de zonder twijfel minder heterogene regionale vergelijkingen.

Het te verwachten verschil tussen de bedrijfstypen ten aanzien van

---

\* Deze indeling loopt niet geheel parallel met de landbouwgebieden en daarmee met de in eerder genoemde N.E.I.-publicatie gevolgde indeling in zeeleigebieden, weidegebieden en zandgebieden. Dit zal de vergelijkbaarheid evenwel nauwelijks schaden. Ook de betekenis van enkele van de opgenomen variabelen wijkt wat af van het voorgaande. Zo zijn in de post arbeidskosten, thans ter onderscheiding met A<sub>1</sub> aangeduid, mede de gewaardeerde loonkosten uit de post loondorsen opgenomen. De post kapitaal, die in het voorgaande het geheel der werktuig- en trekkerkosten omvatte, inclusief onderhoud en brandstof, is beperkt gebleven tot rente en afschrijving van werktuigen en trekkers (S), aankoop kleingereedschap, huur machines incl. dorsmachine (nieuw element) en rente omlopend kapitaal.

de waarde der bedrijfsgrootte-coëfficiënt— het grootst voor de akkerbouw, het kleinst voor de gemengde bedrijven — doet zich slechts in bescheiden mate voor. Interessant is op dit punt een vergelijking met de resultaten van een berekening, waarbij getracht is uit de cijfers van de gemengde bedrijven het kleinvee-aandeel te elimineren. Reden daartoe was de gedachte dat deze sector, die voor een belangrijk deel gebaseerd is op veevoer-aankopen van buiten het bedrijf, slechts storend zal kunnen werken op een eventuele relatie met verkaveling en bedrijfsgrootte van de meer aan de bodem gebonden produktiesectoren. Het resultaat is gegeven onder 4a en 5a.

De bruto-opbrengst van de gemengde bedrijven is hier dus in hoofdzaak beperkt tot de opbrengsten uit akkerbouw en rundveehouderij. Ook de aangewende hoeveelheden arbeid en kapitaal alsmede de omvang van de post rente levende inventaris zijn dienovereenkomstig gecorrigeerd. Bij deze correcties moesten 30 bedrijven uitvallen.

Het resultaat laat zien, dat de bedrijfsgrootte-coëfficiënt voor de gemengde bedrijven inderdaad sterk is gestegen; de factor levende inventaris heeft wat aan betekenis ingeboet. Ten aanzien van de verkaveling werden de verwachtingen evenwel niet bewaarheid. De factor arbeid komt wat op de achtergrond; ook de totale correlatie ( $R = 0,790$ ) is duidelijk lager dan bij de andere regressie-vergelijkingen het geval was. De indruk wordt verkregen, dat inzonderheid de betrekkelijke willekeur, die bij de correctie van de factor arbeid onvermijdelijk was, het resultaat eerder verslechterd dan verbeterd heeft. Begrijpelijk is dat de factor bedrijfsgrootte in de totaalvergelijking 5a, te vergelijken met 3, aanzienlijk aan betekenis heeft gewonnen.

### Conclusie

Als geheel kan van een bevredigende overeenstemming tussen de besproken resultaten en de conclusies uit het N.E.I.-rapport worden gesproken. Incidenteel zijn stellig onduidelijkheden blijven bestaan; nadere bestudering der relaties zouden nodig zijn om een gefundeerde poging tot verklaring te wagen.

De coëfficiënten van de factoren arbeid en kapitaal liggen in het algemeen op een aanvaardbaar niveau, zij het dat zij bij eerstgenoemde nogal wat uiteenlopen.

Een toeneming van de bedrijfsgrootte lijkt als regel tot een efficiëntere aanwending van de produktiefactoren te leiden: de som der coëfficiënten bedraagt veelal meer dan 1. De indruk werd verkregen dat het aantal kavels per bedrijf weliswaar de bruto-bedrijfsopbrengsten lijkt te beïnvloeden, maar wellicht beter door een ander verkavelingscriterium kan worden vervangen. Wat opvalt is, dat het teken steeds negatief is. Ten aanzien van de grootte der coëfficiënten dient men te bedenken dat het bij een cultuurtechnische ingreep steeds om relatief aanzienlijke veranderingen in het kavelaantal gaat.

Een punt van discussie kan zijn, in hoeverre het zinvol is de post aankoop meststoffen en veevoer (als grootste input - post) mede in de formule op te nemen. Het samennemen van de posten K (voornamelijk werktuigkosten) en V (levende inventaris) als één post kapitaal lijkt in het algemeen ongewenst. De inhoud van de thans gehanteerde kapitaalpost, die, althans bij de individueel bewerkte bedrijven, noch een juist beeld geeft van het vermogensbeslag noch van het totaal der kosten die met het gebruik van de kapitaalgoederen gepaard gaan, lijkt in beginsel minder juist, al mag verwacht worden dat dit de waarde der gevonden elasticiteitscoëfficiënt nauwelijks beïnvloedt.

nr.	bedrijfsgroep en jaar	aantal waarn. n	mult. corr. R	inter- cept	regressiecoëfficiënt					Som coëfficiënt A t/m M
					arbeid A	kap. K	lev.inv. V	bedr.gr. B	kavels N	
1	groepsgemiddelde '55, '56, '57 ( $\alpha/\sigma$ )	34	0,969	-0,595	0,951 (3,9)	0,085 (1,4)	0,513 (3,8)	-0,417 (4,6)	-0,061 (1,8)	1,071
1a	id. veev.en mestst. als 7e var. ( $\alpha/\sigma$ )	34	0,992	0,057	0,534 (3,8)	0,123 (3,7)	0,198 (2,4)	-0,019 (0,3)	-0,009 (0,5)	0,324 (7,9)
individuele bedrijven										
2	akkerbouw 1958 ( $\alpha/\sigma$ )	127	0,910	-0,380	0,595 (9,3)	0,150 (2,8)	0,048 (3,7)	0,267 (2,9)	-0,019 (1,1)	1,041
2a	id. excl.v ( $\alpha/\sigma$ )	127	0,900	-0,468	0,662 (9,9)	0,153 (2,9)		0,249 (2,2)	-0,017 (1,9)	1,047
3	weidebedrijven '58 ( $\alpha/\sigma$ )	268	0,947	-0,545	0,374 (7,2)	0,157 (6,3)	0,360 (22,5)	0,234 (5,7)	-0,002 (0,17)	1,123
4	gemengde bedrijven '58 ( $\alpha/\sigma$ )	227	0,941	-0,556	0,407 (8,7)	0,163 (8,1)	0,354 (25,3)	0,191 (5,0)	-0,013 (1,4)	1,102
4a	id. excl. kleinveesector ( $\alpha/\sigma$ )	197	0,790	0,021	0,196 (2,7)	0,146 (3,0)	0,209 (11,0)	0,408 (4,3)	-0,002 (0,1)	0,957
5	alle bedrijven '58 ( $\alpha/\sigma$ )	622	0,918	-0,773	0,771 (22,7)	0,213 (10,6)	0,122 (7,4)	0,060 (2,2)	-0,040 (4,4)	1,126
5a	id., gemengde bedr. excl. kleinveesector ( $\alpha/\sigma$ )	592	0,945	-0,819	0,634 (16,7)	0,229 (8,8)	0,137 (17,1)	0,227 (5,2)	-0,035 (2,9)	1,192

PRODUKTIEFUNCTIES, ONTBEND AAN HET NEI-RAPPORT: "DE INVLOED VAN DE  
VERKAVELING OP DE BRUTO-OPBRENGSTEN VAN LANDBOUWBEDRIJVEN"

dd. 23 november 1959

De cijfers betreffen landbouwgebiedsgemiddelden, en wel 3-jaarlijkse gemiddelden over de jaren 1953/54, 1954/55 en 1955/56. De volgende symbolen zijn gebruikt:

O = bruto-geldopbrengst in guldens per bedrijf

A = arbeidsloon, inclusief gewaardeerde gezinsarbeid, in guldens per bedrijf

K = som van afschrijving dode inventaris, onderhoud van werktuigen, aanschaffing kleingereedschap en onderhoud voor rekening van de pachter, in guldens per bedrijf

V = de kosten van veevoer en stro in guldens per bedrijf

B = de oppervlakte cultuurgrond per bedrijf

N = het aantal kavels per bedrijf

Gegeven werden regressievergelijkingen van de gedaante

$$O = \alpha_0 \cdot A^{\alpha_1} \cdot K^{\alpha_2} \cdot V^{\alpha_3} \cdot B^{\alpha_4} \cdot N^{\alpha_5}$$

voor zeeklei-, weide- en zandgebieden alsmede het gehele materiaal (incl. rivierkleigebieden en veenkoloniën).

De resultaten waren als volgt:

zeeklei :  $O = A^{0,454} \cdot K^{0,242} \cdot B^{0,294} \cdot N^{-0,118}$

$\sigma$  0,158 0,108 0,102 0,042

$\frac{\alpha}{\sigma}$  2,88 2,25 2,89 2,79

(R = 0,975, n = 20)

weidestr.:  $O = A^{0,688} \cdot K^{0,102} \cdot V^{0,373} \cdot B^{0,337} \cdot N^{0,147}$

(R = 0,956, n = 20)

zandgeb. :  $O = A^{0,415} \cdot K^{0,146} \cdot V^{0,363} \cdot B^{0,182} \cdot N^{-0,044}$

(R = 0,953, n = 18)

totaal :  $O = A^{0,688} \cdot K^{0,207} \cdot V^{0,114} \cdot B^{0,107} \cdot N^{-0,147}$

$\sigma$  0,105 0,070 0,027 0,103 0,044

$\frac{\alpha}{\sigma}$  6,53 2,96 4,25 1,04 3,37

(R = 0,968, n=68)