ISTITUUT VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING

NOTA no. 129 d.d. december 1961

Berekening van de constanten van pF of slibcurve

ir. W.C. Visser

De pF- en granulaire-samenstelling curven worden beheerst door drie gemakkelijk te berekenen constanten a, b en p en een lastiger te bepalen constante P. De drie eerstgenoemde constanten berekent men uit drie waarnemingsstellen:

$$-a + b\,pF_1 + p \log v_1(P-v_1) = \log(P-v_1)$$
$$-a + b\,pF_2 + p \log v_2(P-v_2) = \log(P-v_2)$$
$$-a + b\,pF_3 + p \log v_3(P-v_3) = \log(P-v_3)$$

Een handige kunstgreep is nu, dat men een pF_1 kiest waar $P-v_1$ ongeveer gelijk P en een pF_3 waar v_3 bij voldoende benadering gelijk P te stellen valt. Dit zou willen zeggen, dat v_1 of $P-v_3$ dan nul waren. Maar deze veronderstelling kan niet worden gebruikt, omdat $\log v(P-v) = -\infty$ zou worden. Maar men zou v_1 en $P-v_3$ hier gelijk kunnen stellen aan een fractie van P, b.v. P/100 of P/1000. We nemen hier P/n. De oplossing moet nu worden gevonden uit:

$$-a + bA + p \log P^2/n = \log P \qquad \text{met } v_1 = P/n,\ (P-v_1) = P$$
$$-a + b\,pF_2 + p \log v_2(P-v_2) = \log P-v_2$$
$$-a + bB + p \log P^2/n = \log P/n \qquad \text{met } v_3 = P,\ (P-v_3) = P/n$$

Men kan het zich zo voorstellen, dat bij $pF_1 = A =$ b.v. 7 voor $v_1 = P/n$ dit b.v. P/1000 is, terwijl voor $pF_3 = B =$ b.v. 0 voor $v_3 = P$ en voor $P-v_3 = P/n = P/1000$ wordt genomen.

Van belang is, dat deze combinatie van A, B en n niet vrij is. Men moet 2 pF-waarden kiezen, waar v_1 en $P-v_3$ gelijk zijn aan eenzelfde fractie P/n van P en men moet daar de juiste fractie voor kiezen.

De oplossing voor de constanten is nu:

$$a = \frac{(N\,pF_2 + A - B)(2 \log P - N) - A \log v_2(P-v_2)}{(A-B)\{2 \log P - \log v_2(P-v_2) - N\}}$$

$$b = \frac{N}{A-B} \qquad \text{met } N = \log n$$

$$p = \frac{(A-B)(\log P - \log P - v_2) + N(pF_2 - A)}{(A-B)\{2\log P - \log v_2(P-v_2) - N\}}$$

Wij zien, dat wanneer we maar de waarden A en B kunnen vaststellen, waar $v_1 = P-v_3 = P/n$ is, de waarde van b het gemakkelijkste te vinden is. Men zou nu een pF-curve kunnen tekenen tegen een log $v^p/(P-v)^{1-p}$ met voorlopige keuze van p. De curve wordt dan al enigszins recht en men zou een schatting voor A en B bij de kleinste waarden van v_1 en $P-v_3$ kunnen maken. Zo ontstaat een eerste benadering voor b.

Is b bekend, dan kunnen a en p worden opgelost uit:

$$-a + p\log P^2/n = \log P - bA$$
$$-a + p\log v_2(P-v_2) = \log(P-v_2) - bpF_2$$

Beperken we ons tot p, dan vinden we:

$$p = \frac{\log P - \log(P-v_2) + b(pF_2 - A)}{2\log P - \log v_2(P-v_2) - N}$$

Deze formule kan voor alle bijeenbehorende combinaties van pF_2 en v_2 worden doorgerekend om p en P te vinden, waarna de tekening met pF tegen log $v^p/(P-v)^{1-p}$ nauwkeuriger kan worden gemaakt. Voor kleine v_1 en $P-v_3$ waarden is b onafhankelijk van P en p.

Een snellere bepaling van b vindt men echter door de v-waarden op te zoeken, waarbij $v_1 = P-v_3$ en $v_3 = P-v_1$.

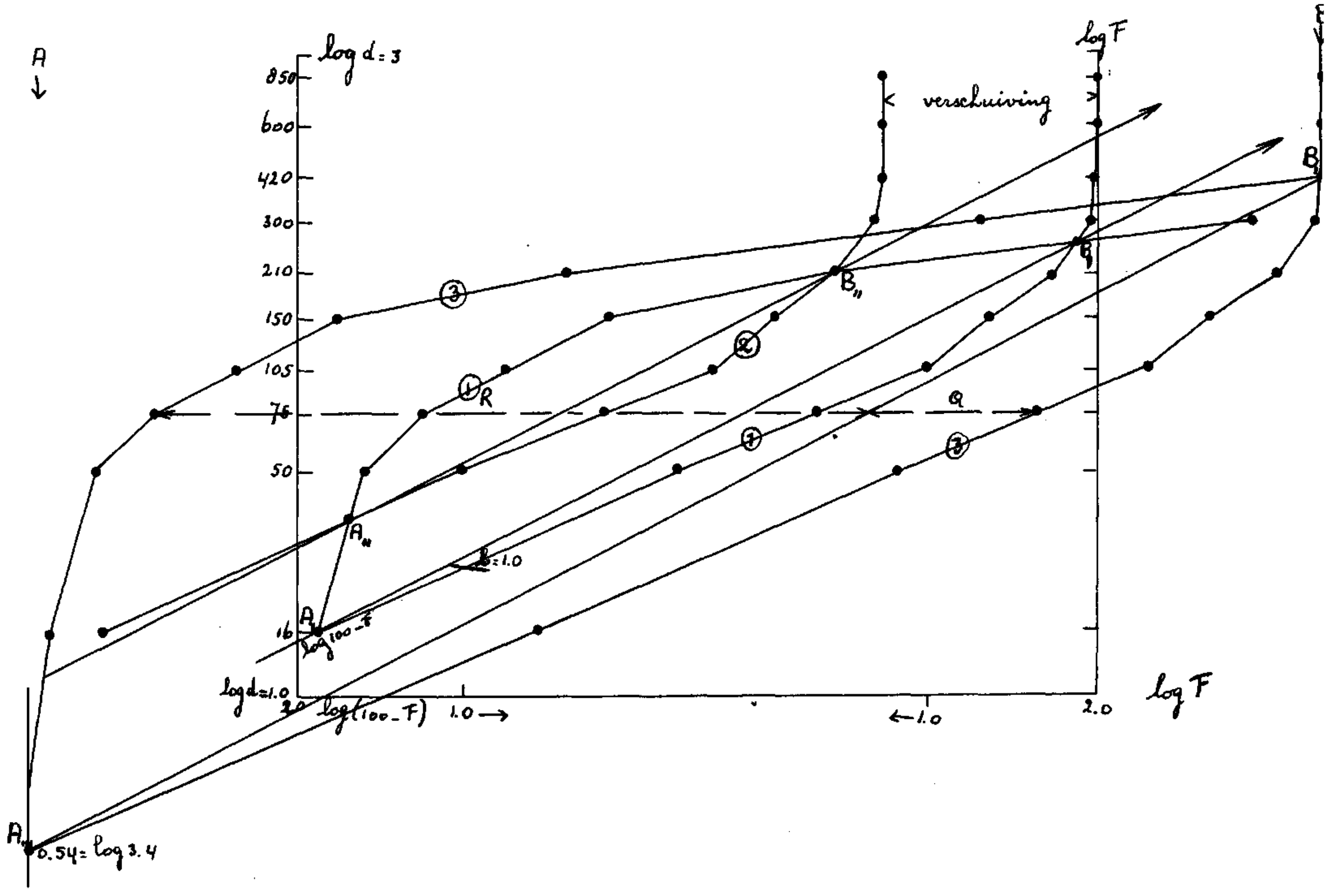
In de formules

$$-a + bpF_1 + pAC = C \qquad \text{met } \log v_1 = A \quad \log P - v_1 = C$$
$$-a + bpF_2 + pBD = D \qquad \text{"} \quad \log v_2 = B \quad \log P - v_2 = D$$
$$-a + bpF_3 + pCA = A \qquad \text{"} \quad \log v_3 = C \quad \log P - v_3 = A$$

vindt men voor b als oplossing:

$$b = \frac{A-C}{pF_1 - pF_3}$$

De waarde van pF_2 doet er niet meer toe. Men kan nu b vinden door log v en log $P\text{-}v_1$ afzonderlijk tegen de pF uit te zetten en dit op afzonderlijke papieren. Schuift men met samenvallende pF = 0 as de twee figuren over elkaar, dan zullen ze elkaar in twee punten snijden, hier A_1 en B_1. Hier zijn v_1 en $P\text{-}v_3$ zowel als v_3 en $P\text{-}v_1$ aan elkaar gelijk en de verbindingslijn van de twee snijpunten heeft een hellingshoek b. Door verschuiving kan men een aantal verbindingslijnen b.v. tussen de snijpunten $A_{,,}$ en $B_{,,}$ of $A_{,,,}$ en $B_{,,,}$ tekenen, die een gelijke helling moeten hebben.



Men kan de verschuiving nu zo groot maken, dat het snijpunt bij $v_1 = 1$, $P\text{-}v_3 = 1$ optreedt, waarbij tussen de verticale takken bij log 100 = 2 een afstand van 2 log eenheden optreedt (hiertussen $A = A_{'''}$ en $B = B_{'''}$ 20 cm). Men kan nu de waarden van A en B vinden, waarbij voor log P/n de n dus log 100 = 2 is. De waarden $\log d_1 - \log d_3$ (of zoals hierboven aangegeven $pF_1\text{-}pF_3$) is hier log 3.4 - log 420 = 0.54 - 2.62 = -2.08. A-C is log 1 - log 100 = -2. Voor b vindt men dus 0.96.

Men kan zo dus een aanwijzing krijgen omtrent de waarde van b, A en N, die desgewenst gebruikt kunnen worden voor het vereffenen van p en P.

Wanneer men nu de gestreepte afstanden R en Q tussen de log P en de log P-v curve ten opzichte van de lijn $A_{'''} - B_{'''}$ voor alle pF-waarden uitmeet en tegen elkaar uitzet, krijgt men een lijn door de oorsprong met helling $\frac{p}{1-p}$. In bovenstaande figuur vindt men voor p = 0.805. In de figuur, die voor een granulaire analyse geldt, komt overal log d = log korreldoorsnede in de plaats van de pF voor, en log F = log som van de fracties kleiner dan d in plaats van de log v.

december 1961.