T VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING
NOTA No,152 dd. 6 november 1962

De stroming van het grondwater in de omgeving van poreuze drainbuizen of drainbuizen met een relatief groot aantal perforaties

L.F.Ernst

De stroming van het grondwater in de omgeving van drainbuizen mag niet altijd uitsluitend twee-dimensionaal worden beschouwd. Dit geldt in het bijzonder bij de stroming naar de stootvoegen tussen gebakken drainbuizen. Hetzelfde geldt in zekere mate ook voor die gevallen, waar de buizen doorlatend zijn tengevolge van openingen van andere vorm. Alleen als de doorlatendheid van de buis vergelijkbaar is met de doorlatendheid van de grond, mag worden aangenomen dat de buis homogeen doorlatend is en is dus een twee-dimensionale beschouwing toegestaan. Bij poreuze buizen met een relatief klein aantal poriën, mag niet zonder meer worden aangenomen, dat dit wel het geval is.

Met de volgende afleiding zal een formule worden verkregen voor de grootte van de weerstand, welke de stroming in de omgeving van de drainbuis ondervindt. Hoewel zekere benaderende veronderstellingen werden ingevoerd en de invloed hiervan niet zorgvuldig is nagegaan, mag worden verwacht, dat deze formule voldoende nauwkeurig is voor de praktijk. Hieruit zal blijken dat de toelaatbaarheid van de veronderstelling van een homogeen doorlatende drainbuiswand van meerdere omstandigheden afhankelijk is, zoals van de doorlatendheid van de grond, de diameter van de poriën of perforaties en van de verhouding van de totale oppervlakte van deze openingen ten opzichte van de oppervlakte van de cylindermantel waarin deze openingen zijn gelegen.

Bij de volgende afleiding wordt aangenomen, dat de openingen homogeen zijn verdeeld over de wand van de drainbuis en dat alle openingen een gelijke cirkelvormige doorsnede hebben. Bij elk van deze openingen behoort een gelijke stroombuis en moet een gelijke weerstand worden gevonden. Men kan zich dus beperken tot de beschouwing van de stroming behorende bij een enkele opening, daar uit de weerstand per opening onmiddellijk de totale weerstand of de weerstand per strekkende meter kan worden afgeleid.

In figuur 1 is daarom slechts een stroombuis met stroomsterkte Q' getekend; A is het middelpunt van de kleine opening; AB is een lijn loodrecht op de as van de drainbuis. Een doorsnede door AB en de as van de drainbuis is afgebeeld in figuur 2. Een andere doorsnede door AB zou een ander resultaat

177/ 1162/60

tonen, daar er geen zuivere rotatie-symmetrie om AB is, maar van deze verschillen wordt zonder meer afgezien. Hoewel de begrenzing van het gebied op de drainbuis wand bij A feitelijk een deel van een cylindermantel is, mag dit bij benadering worden vervangen door een deel van een plat vlak met als rand een cirkel met straal a. Indien er n openingen zijn op een drainbuis met buitendiameter $2r_o$ en lengte L, is het betrokken oppervlak op de drainuiswand per opening gelijk $2\pi r_o L/n$ en geldt $a^2 = 2r_o L/n$.

De totale weerstand, welke in deze stroombuis aanwezig is kan men nu veronderstellen als volgt te zijn samengesteld (zie fig. 2):

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

W_4, de weerstand binnen de buis, kan verder buiten beschouwing blijven; W_3 is de weerstand in een buisje met diameter 2b en lengte D, waarbij zal worden aangenomen dat het buisje vrij is van grond; de som van W_1 en W_2 is de weerstand in de grond, waarbij de mogelijkheid nog open sta[illegible] de gemeenschappelijke grens (aequipotentiaalvlak met stijghoogte h_1) [illegible]ssen de twee betrokken gebieden wat te verschuiven.

Wordt als grens tussen de gebieden met W_1 en W_2 een dichter bij A gelegen aequipotentiaalvlak genomen dan in deze figuur is aangegeven, dan geeft dit twee voordelen, namelijk dat een oppervlak wordt verkregen dat vrij goed bolvormig is, en bovendiendat W_1 kan worden gelijkgemaakt aan de weerstand bij een twee-dimensionale stroming.

Indien aan deze laatste gelijkheid kan worden voldaan, gaat het om de bepaling van de som van W_2 en W_3. Teneinde voor W_2 een eenvoudige formule te vinden, wordt het aequipotentiaalvlak met stijghoogte h_2 vervangen door een aequipotentiaalvlak in de vorm van een halve bol van zodanige grootte dat W_2 niet verandert.

Wordt W_2 nu berekend als weerstand voor de radiale stroming tussen deze twee fictieve aequipotentiaalvlakken (zie fig. 3), dan volgt:

$$W_2 = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Worden nu twee coëfficiënten α en β ingevoerd om de vrij constante verhouding tussen a en r_1 en tussen b en r_2 in rekening te brengen, dan gaat deze formule over in:

$$W_2 = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{\beta}{b} - \frac{\alpha}{a}\right)$$

Indien a >> b, dan is de waarde van α van weinig betekenis*). Bij kleine waarden van a/b moet ook W_2 klein zijn. Indien a/b tot 1 nadert, moet W_2 tot 0 naderen, hetgeen alleen mogelijk is als $\alpha = \beta$. Wordt voor β een waarde van 1,5 ingevoerd**), dan volgt tenslotte als bruikbare formule voor W_2:

$$W_2 = \frac{1}{4k}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

Als de poriën van de drainbuis zo nauw zijn. dat de stroming in deze poriën steeds laminair is, kan voor W_3 van de formule van Poiseuille gebruik worden gemaakt:

$$v = - \frac{\varrho g b^2}{8\eta} \frac{dh}{dx}$$

$$W_3 = \frac{8\eta D}{\pi \varrho g b^4}$$

Bij een gegeven stroomsterkte Q' in de stroombuis kan nu het potentiaalverschil $h_1 - h_3$ onmiddellijk worden berekend uit de volgende formule:

$$h_1 - h_3 = Q'(W_2 + W_3)$$

Bij twee-dimensionale afbeeldingen van de stroming wordt de stroomsterkte gerekend per strekkende meter van de drainbuis (q met dimensie m^2/dag) en werkt men met de radiale weerstand (w met dimensie dagen/meter) of de extra term van de radiale weerstand (w^* met dezelfde dimensie)

$$h_1 - h_3 = q\, w^* = \frac{Q}{L} w^*$$

Uit figuur 1 volgt onmiddellijk, dat voor de verhouding tussen de stroomsterkte Q' in een van de genoemde stroombuizen en de totale stroomsterkte Q naar een drainbuis geldt:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{a^2}{2 r_o L}$$

---

*) Volgens het patroon van stroomlijnen en aequipotentiaallijnen in figuur 3 geldt $\alpha = 2,3$.

**) Voor een stroming welke uit het oneindige afkomstig is en daar een homogene verdeling heeft, geldt $\beta = \pi/2$.

Voor w^* kan dus gezien de drie laatste formules worden geschreven:

$$\frac{Q}{L} w^* = Q' \ (W_2 + W_3)$$

en

$$w^* = \frac{Q'}{Q} L \ (W_2 + W_3) = \frac{a^2}{2r_o} (W_2 + W_3)$$

Evenals W kan ook w^* in twee termen, die betrekking hebben op de weerstand in de grond en op de weerstand in de perforaties worden gesplitst:

$$w_2^* = \frac{a^2}{8kr_o}(\frac{1}{b} - \frac{1}{a})$$

of wel:

$$kw_2^* = \frac{1}{8}.\frac{b}{r_o}.\frac{a}{b}.(\frac{a}{b} - 1)$$

en

$$w_3^* = \frac{4\eta a^2 D}{\pi \varrho g r_o b^4}$$

of wel:

$$\frac{\pi\varrho g r_o^3}{4\eta D} \ w_3^* = (\frac{r_o}{b})^2 \ (\frac{a}{b})^2$$

De laatste formules zijn zodanig geschreven dat hieruit duidelijk wordt dat er 5 parameters zijn, namelijk η, k, D, $\frac{r_o}{b}$ en $\frac{a}{b}$. Wordt η als viscositeit van het water bij een zekere temperatuur als bekend aangenomen en kunnen verder langs andere weg de doorlatendheid k van de grond en de drainbuisafmetingen r_o en D worden gemeten, dan blijven er 2 onbekende parameters over: a/b en r_o/b.

Om een indruk te krijgen van de verhouding w_2^*/w_3^* kan de volgende formule worden uitgeschreven, waaruit blijkt dat voor a >> b de verhouding a/b hierop van te verwaarlozen invloed is.

$$\frac{w_2^*}{w_3^*} = \frac{\pi\varrho g b^3}{32k\eta D} \cdot \frac{a-b}{a}$$

Deze verhouding kan ook anders worden geschreven al naar gelang voor de doorlatendheid van het buismateriaal, $k_b = \varrho g b^4/8\eta a^2$, in de formule wordt gesubstitueerd of voor de doorlatendheid van de grond met d als gemiddelde korreldiameter wordt ingevoerd $k = \rho g d^2/1000\eta$.

$$\frac{w_2^*}{w_3^*} = \frac{\pi k_b a(a-b)}{4kbD} = \frac{100\ b^3(a-b)}{a\ d^2\ D}$$

Als hulpmiddel bij praktische toepassing zijn de formules voor w_2^* en w_3^* in grafische vorm gebracht (fig. 4 en 5) met a/b en r_o/b langs de assen logarithmisch uitgezet. In een derde grafiek vindt men de verhouding w_2^*/w_3^* (zie fig. 6).

Volgens voorgaande beschouwingen zijn er minstens twee metingen nodig voor een bepaling van a/b en r_o/b.

Voor genoemde twee metingen zou men fijn zand en grof zand kunnen nemen (bijv. k = 1 m/dag en k = 30 m/dag) of eventueel een meting in fijn zand en een meting met uitsluitend water. Een ondersteuning van de theorie kan men slechts vinden door meer dan twee metingen te doen. Wegens de op pagina 1 ingevoerde benaderende veronderstellingen met betrekking tot de geometrie van de poriën, is er in die gevallen, dat geen regelmatige verdeling of geen constante grootte van de openingen is verzekerd, nog meer reden om de uitvoering van meer dan 2 metingen aan te bevelen.

Metingen van deze soort zouden kunnen worden gedaan door de drainbuis horizontaal te monteren in een bak waarvan de kleinste horizontale afmeting minstens enkele decimeters is, De buis moet bij voorkeur op ongeveer halve hoogte in een minstens drie decimeter dikke zandlaag worden gelegd. Toevoer en afvoer van water moeten zodanig worden geregeld dat het zand geheel onder water komt, terwijl zand en drainbuis bij voorkeur geen lucht mogen bevatten. Door plaatsing van enkele stijgbuisjes is het mogelijk de potentiaalverdeling in het gebied met een vlakke stroming (dus tot op ongeveer een centimer afstand van de drainbuis) zo nauwkeurig te bepalen, dat hiermee een waarde voor de doorlatendheid k kan worden gevonden.

Een bezwaar van de beschreven opstelling is dat in het zand een gelaagdheid evenwijdig aan de as van de drainbuis zou kunnen ontstaan. Dit zou kunnen worden verholpen door de bak bij de vulling met zand zo te plaatsen, dat de drainbuis vertikaal komt te staan. Ook zou men om de metingen bij een vertikale stand van de drainbuis te kunnen uitvoeren een iets andere opstelling kunnen maken, bijvoorbeeld met behulp van een vertikale dubbelwandige cylinder met geperforeerde binnenwand; in de binnenste ruimte dient het zand en de vertikale,van onder gesloten drainbuis te komen.

fig. 1

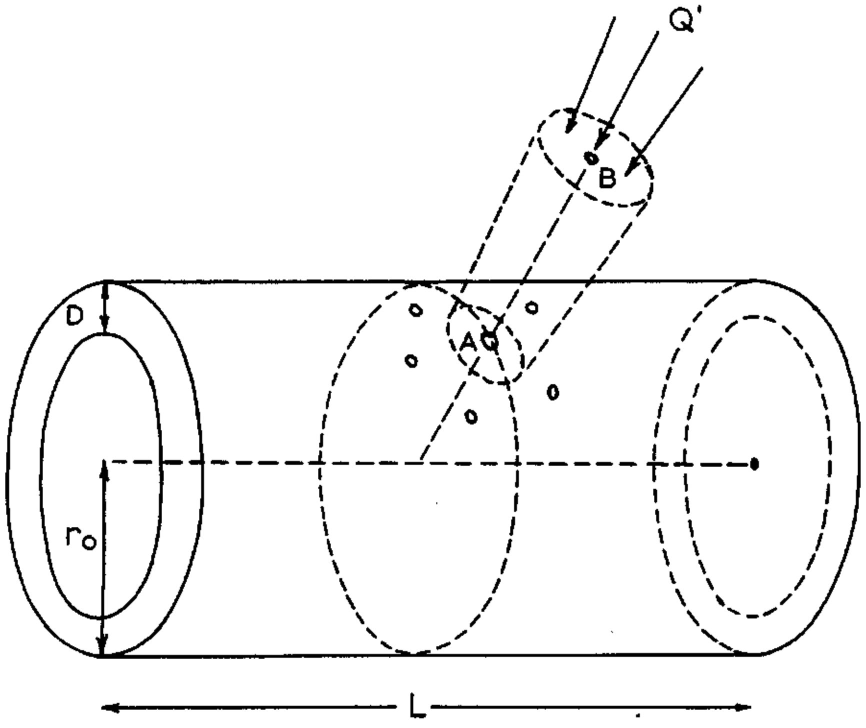
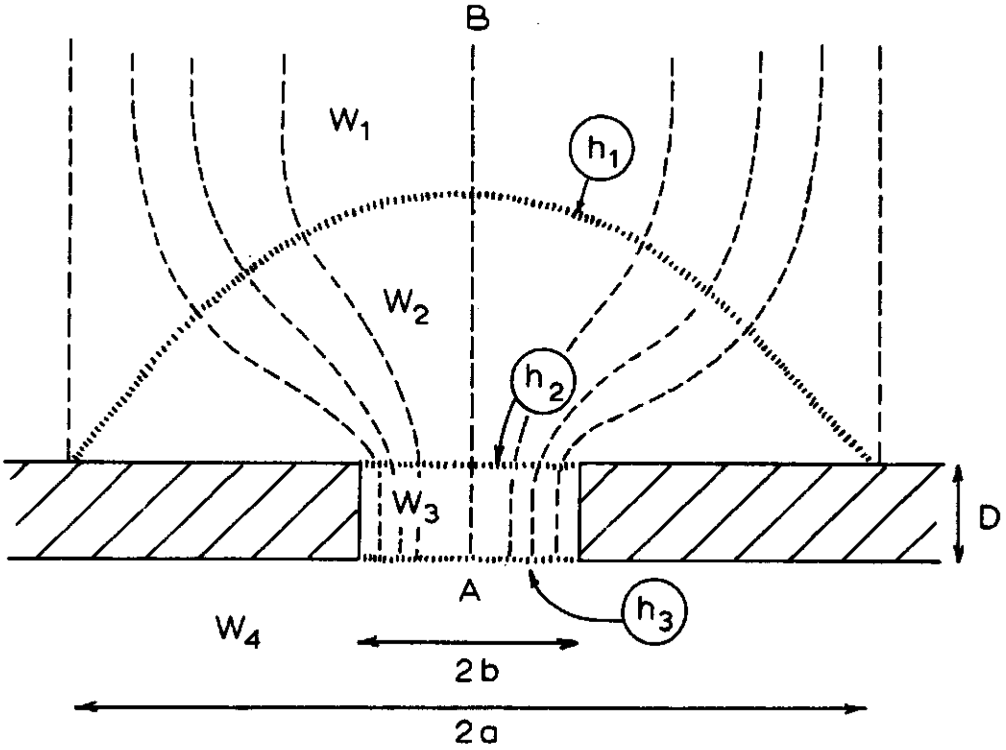


fig. 2



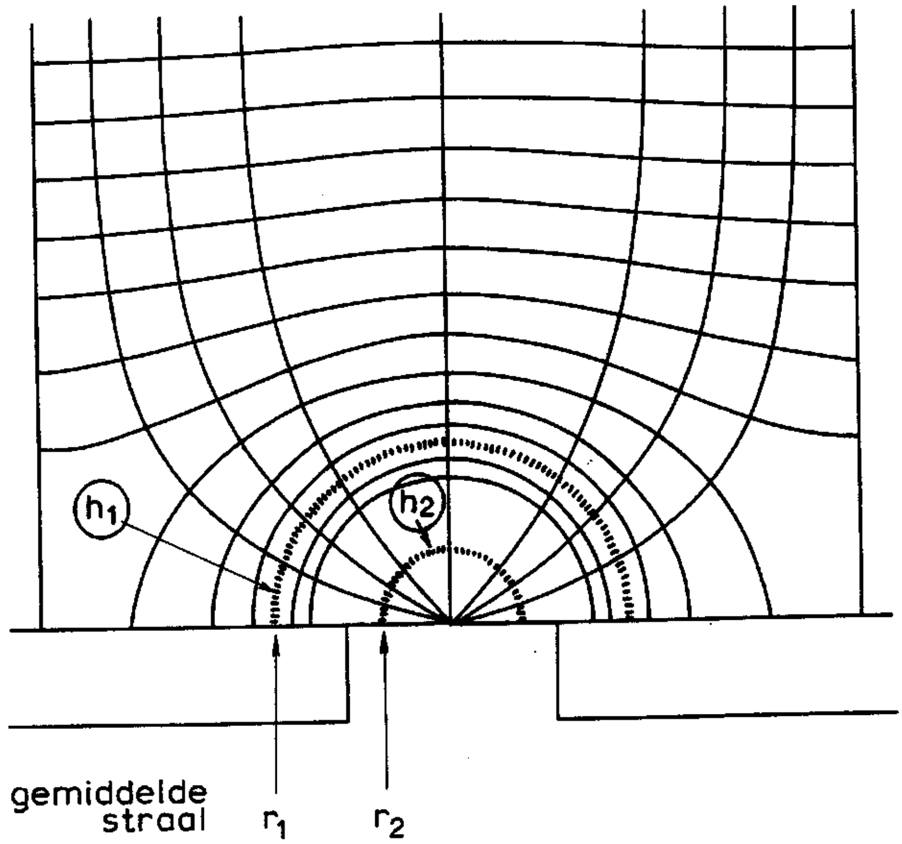
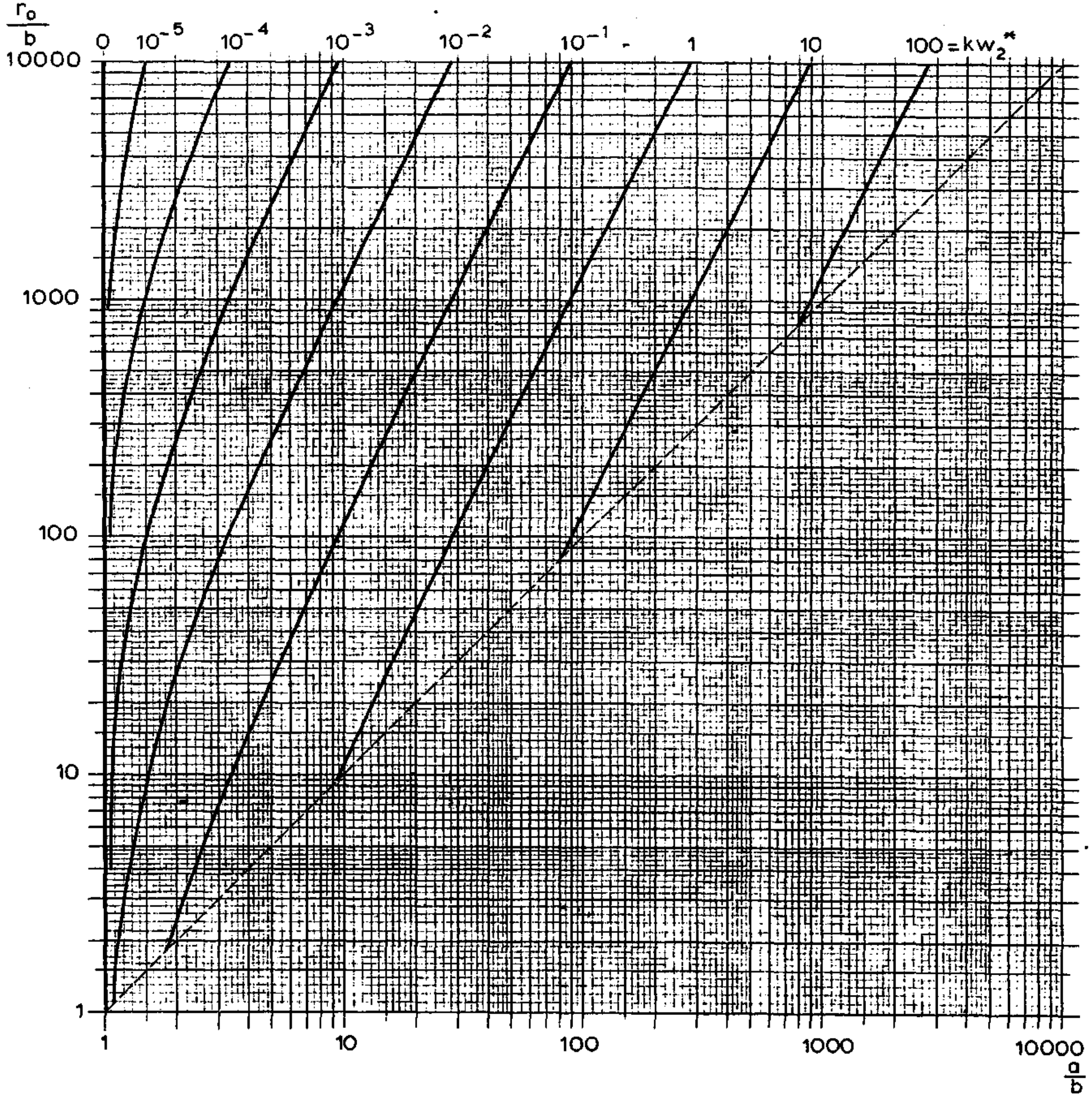

h1
h2
gemiddelde
straal
r1
r2

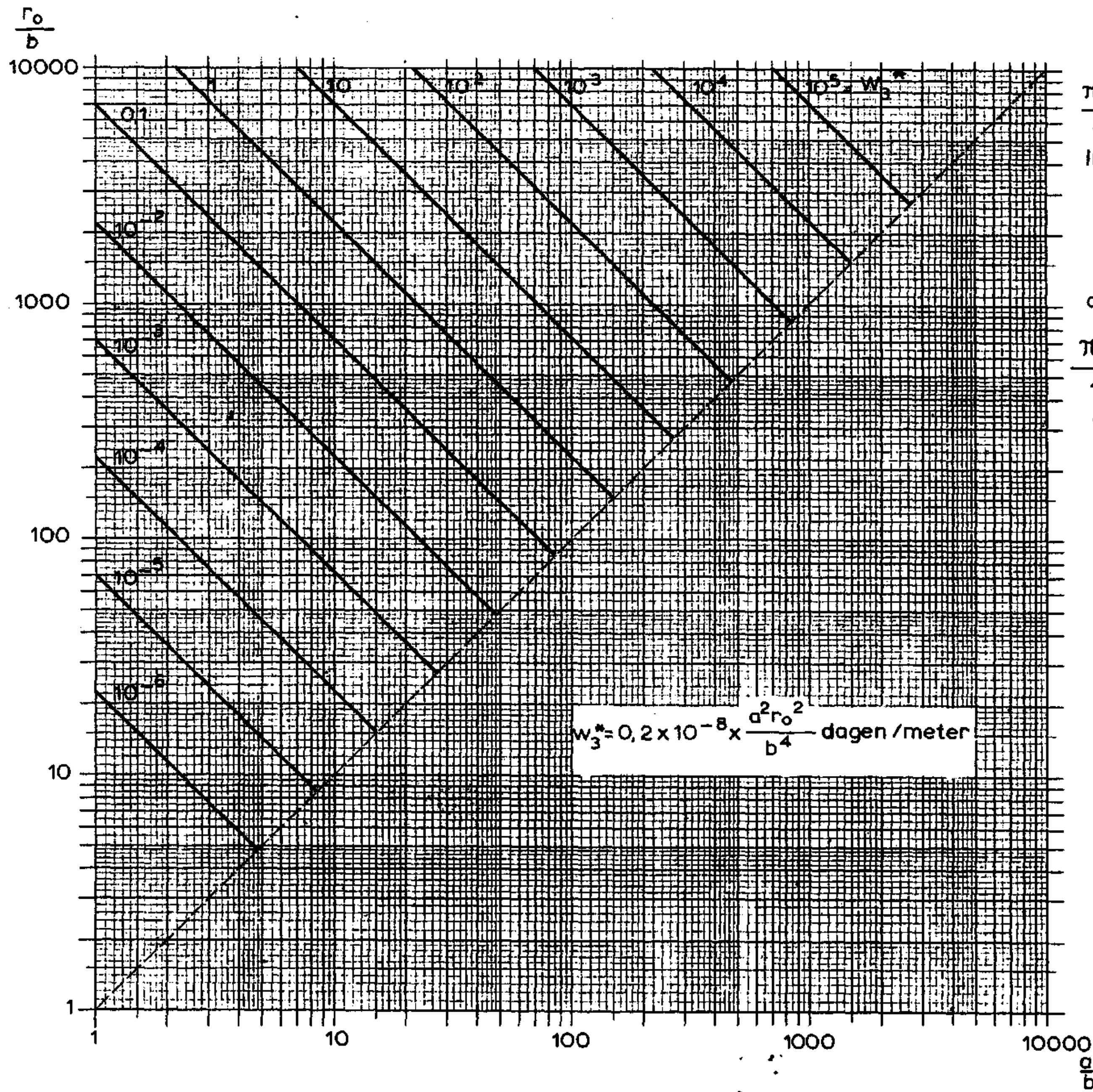
fig.4



$$kw_2^* = \frac{1}{8} \times \frac{b}{r_o} \times \frac{a}{b}\left(\frac{a}{b} - 1\right)$$

voor $\frac{r_o}{a} > 1$

fig. 5



$$\frac{\pi \varsigma g r_o^3}{4 \eta D} w_3^* = \left(\frac{r_o}{b}\right)^2 \times \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

Indien: $\varsigma = 1\ g/cm^3$
$g = 980 cm/sec.^2$
$r_o = 1 cm$
$\eta = 0{,}013$ Poise
temp. 10 °C
$D = 0{,}1 cm$

dan geldt:

$$\frac{\pi \varsigma g r_o^3}{4 \eta D} = 0{,}59 \times 10^6\ cm/sec$$

en:

$$\frac{1}{0{,}59 \times 10^6 \times 864} = 0{,}2 \times 10^{-8}$$

62a-86-3

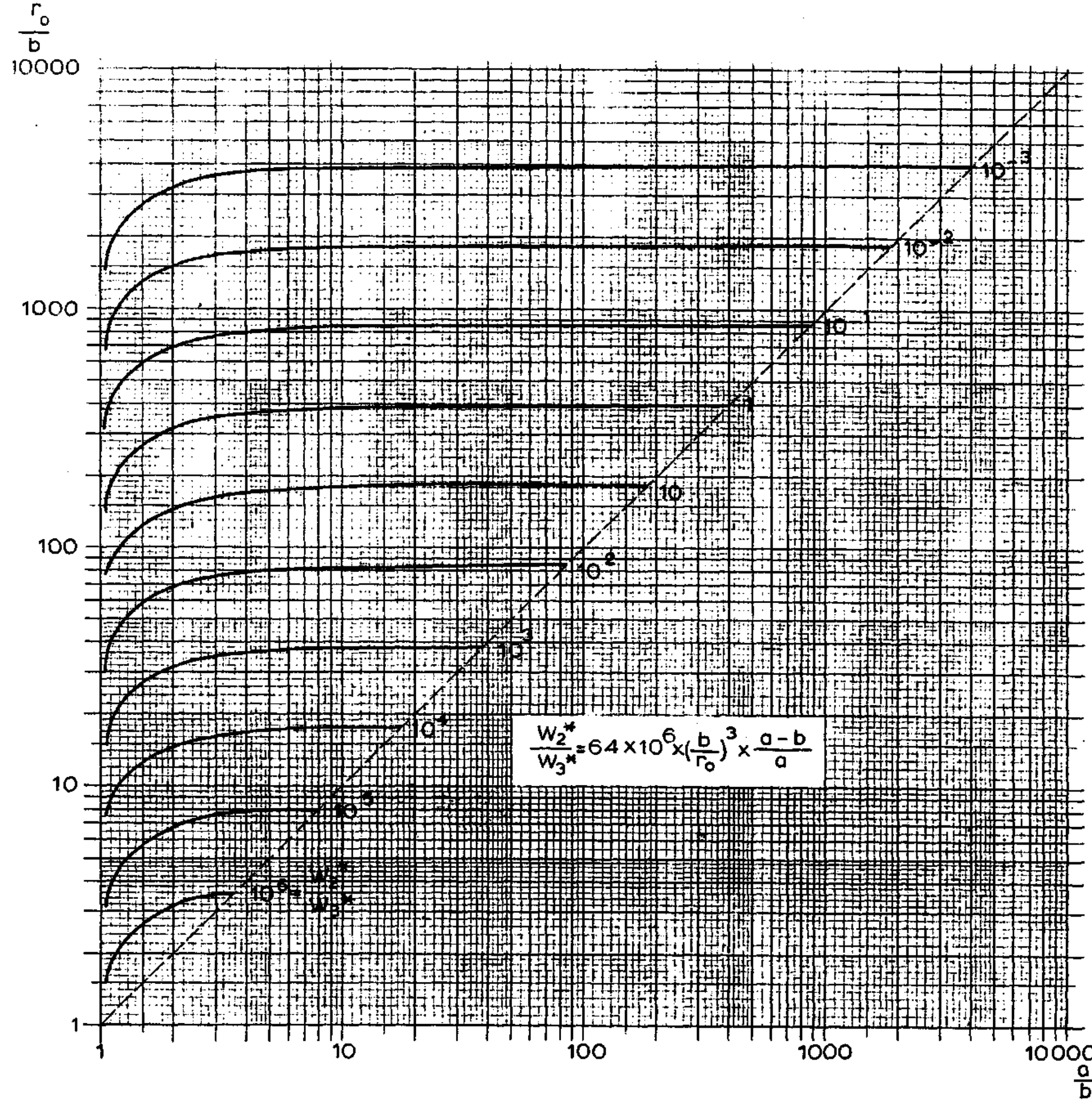


fig -

$$\frac{32 k \eta D}{\pi \rho g r_o^3} \times \frac{W_2^*}{W_3^*} = \left(\frac{b}{r_o}\right)^3 \times \frac{a-b}{a}$$

Indien: $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$
$g = 980 \text{ cm/sec}^2$
$r_o = 1 \text{ cm}$
$k = 1 \text{ m/dag}$
$\eta = 0{,}013$ Poise
temp 10 °C
$D = 0{,}1 \text{ cm}$

dan wordt :

$$\frac{\pi \rho g r_o^3}{32 k \eta D} = 64 \times 10^6$$

62a-86-4