Bewerking van gegevens van een niet-weegbare lysimeter

W.C. Visser

De bewerking van de gegevens van een niet-weegbare lysimeter bestaat uit een onderzoek naar de verdeling van de wateraanvoer door regen over het profiel met daarnaast een onderzoek naar de verdeling van de wateronttrekking over het profiel door verdamping.

De verdeling van de aangevoerde regen

Het onderzoek naar de wijze, waarop de regen zich door het profiel voortplant, is in principe in Nota 166 door STOL aangegeven. Onderscheiden wordt een vertraging, die in de verschuiving van de regendagen ten opzichte van de grenzen van het tijdvak van waarneming zich uit. Daarnaast wordt een uitputtingsverloop aangegeven, als een exponentiële functie, dat aangeeft welk deel van de regenhoeveelheid tot de bodem van de lysimeter is doorgedrongen.

Wil men weten op welk moment een zekere hoeveelheid van de regen niet tot de bodem, maar tot een willekeurige laag is doorgedrongen en dus dit niveau is gepasseerd, dan moet dit uit dezelfde formule voor de afvoer gehaald kunnen worden.

Voor de tijdsverschuiving ligt het voor de hand deze op te delen naar evenredigheid van de diepte van de lagen. De diepte van de lysimeter of van het grondwater met L weergevende en de diepte van de laag met L_j wordt de betrekking in Nota 166 dus

$$\sum_{i=1}^{k(L_j/L)} V_i \quad \text{in plaats van} \quad \sum_{i=1}^{k} V_i \tag{1}$$

waarbij L_j/L aangeeft de lineaire afname van de k-daagse verschuiving tot een kL_j/L-daagse verschuiving.

Voor het uitputtingsverloop kan men een zelfde redenering toepassen. De exponentiële functie

$$A = N(1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{ontstond uit} \quad \frac{dA}{dt} = \alpha(N - A) \tag{2}$$

met N = neerslag, A = afvoer, α = factor afhankelijk van weglengte, t = tijd.

Nu is dA/dt een debiet, waarvan de grootte van de afstand afhangt waarover het water zich verplaatst. Deze afstandsfactor zal zich in de waarde van α uiten. De eenvoudigste veronderstelling zou ook hier zijn een lineaire relatie te veronderstellen met de diepte van de laag. De α zou voor minder diepe lagen moeten worden vervangen door

$$\alpha \longrightarrow \alpha L_j/L \tag{3}$$

Het lijkt niet uitgesloten dat bij geringe laagdikten de lineaire betrekking de waarde van de exponent wat overschat, omdat bij hogere vochtgehalten de stroomsnelheid zou kunnen toenemen en na regen de natste lagen aan het oppervlak zullen voorkomen. Men zou de exponent door vereffening de juiste waarde kunnen geven, maar het lijkt onwaarschijnlijk dat de waarde van α zoveel invloed heeft op het resultaat, dat door vereffening een nauwkeuriger waarde te krijgen zal zijn.

De hoeveelheid vocht, die uit de regenbui op een tijd t in een laag van L_j dikte nog aanwezig is, vindt men uit:

$$N - A = (1-b)N - \sum_{i=1}^{k(L_j/L)} v_i - \sum_{i=k\frac{L_j}{L}+1}^{k(L_j/L)+m} e^{-\alpha L_j/L\, t_m} v_{k\frac{L_j}{L}+i} \tag{4}$$

Door opeenvolgende waarden van L_j in te vullen, vindt men zo, afhankelijk van de tijd tn de hoeveelheid water uit de opeenvolgende regenbuien, die in de beschouwde laag nog achtergebleven zijn en bij een evenwichtsvochtinhoud I_w moeten worden gevoegd.

De verdeling van de onttrekking door verdamping

In een meer lagen profiel wordt de onttrekkingssnelheid weergegeven door:

$$(gE_o - E)(A_1 v_1^n + A_2 v_2^n + \ldots\ldots A_k v_k^n - E) = P(A_1 + A_2 + \ldots\ldots A_k) \tag{5}$$

Hierin zijn de getallen A_i de uitdrukking van de stroming van vocht door de onverzadigde zone naar de wortel, terwijl P de stroming door de plant karakteriseert. De afname van de worteldichtheid is een belangrijke oorzaak dat naar diepere lagen A_i in waarde afneemt. Met v_i wordt het vochtgehalte in de i^{de} laag weergegeven.

De waarde van P is klein en heeft op de waarde van de verdamping E een zeer geringe invloed. Stellen we P gelijk nul, dan valt de formule in twee stukken uiteen, die de twee asymptoten vormen, die als hellend en horizontaal lijnstuk de samenhang tussen verdamping en vochtgehalte weergeven.

Het snijpunt van deze twee asymptoten wordt gevonden als:

$$A_1\left(\frac{I_1}{L}\right)^m + A_2\left(\frac{I_2}{L}\right)^m + \dots\dots\dots A_k\left(\frac{I_k}{L}\right)^m = g\,E_o \qquad (6)$$

Hierin geeft $v_i = I_i/L$ de samenhang tussen het vochtgehalte v_i en de vochtinhoud I_i van een laag ter dikte L weer. In het volgende nemen we steeds aan, dat de onderscheiden lagen steeds een zelfde dikte L hebben, al is dat geen noodzakelijke voorwaarde.

Bij de vochtverdeling in het profiel moet nu worden onderscheiden naar toestanden, waar de som van de beschikbaarheidstermen $A_i(I_i/L)^n$ de waarde gE_o overtreffen en die, waarbij dit bedrag niet gehaald wordt, dus de natte en de droge toestanden. Formule 6 geeft de grenslijn aan, waar die twee toestanden aan elkaar grenzen.

Bij de droge toestanden is de verdamping per laag te berekenen uit:

$$E_i = A_i\left(\frac{I_i}{L}\right)^m \qquad \text{met} \qquad E = \sum_1^k E_i \qquad (7)$$

Bij de natte toestanden is de totale verdamping gelijk aan E_o. Men moet hier echter de onttrekking met totale som E_o over de opeenvolgende k-lagen verdelen. Hiervoor wordt een betrekking gevormd door de onttrekking te berekenen naar evenredigheid van de laagsgewijze beschikbaarheid ten opzichte van de totale beschikbaarheid van het vocht.

$$E_i = \frac{A_i I_i^m}{A_1 I_1^m + A_2 I_2^m + \dots\dots A_k I_k^m}\, g\,E_o \qquad \text{met} \qquad g\,E_o = \sum_1^k E_i \qquad (8)$$

Principe van de balansberekening

Vele berekeningsschema's, die aanvoer uit de regen en onttrekking door verdamping verantwoorden, zullen draaien om de vraag hoe men de verstoring van de inzijging van vocht volgens de e-functie door de verdamping wil opvangen

Dit probleem ontstaat, doordat de afvoerfunctie in formule 4 is berekend op grond van een constante stroming van maaiveld tot grondwater, terwijl de verdamping deze samenhang juist niet veronderstelt. Men zou de vereffening geheel op grond van een homogene opvatting moeten uitvoeren om deze tegenspraak te ontgaan. Wij willen eerst trachten een homogene opvatting uit te werken.

De vochtinhoud aan het begin van de dag I_{oi} in de i^{de} laag wordt vermeerderd met een deel van de regen en verminderd met de verdamping, waardoor aan het eind van de dag een vochtinhoud I_{1i} overblijft:

$$I_{oi} + \Delta(N-A)_i - E_i = I_{1i} \tag{9}$$

De $\Delta(N-A)_i$ geeft aan, dat hier het verschil in vochtinhoud boven de niveaux i en i-1 wordt weergegeven. Nu is de verdamping direct afhankelijk van I_{oi} + $\Delta(N-A)_i$. De $\Delta(N-A)_i$ vergt echter nog verdere aandacht.

Uit betrekking (2) en (3) volgt

$$N - W = N e^{-\alpha(L_i/L)t} \tag{10}$$

Wanneer door verdamping de vochtinhoud afneemt met een hoeveelheid E_i, dan zal de stroom water zich naar beneden niet voortplanten alsof het het gevolg is van een regenval N, maar van een kleinere regenbui, die in dezelfde proportie vermindert als N-W verminderde. Deze berekende regenbui N_{1i} wordt nu:

$$N_{1i} = \frac{\Delta(N-W)_i - E_i}{\Delta(N-W)_i} N_{oi} \tag{11}$$

Deze waarde van N_{1i} kan nu de regenafvoer geven naar de $(i+1)^{ste}$ laag en de voorraad in de i^{de} laag.

In al deze cijfers voor de neerslag wordt geen rekening gehouden met onverzadigde grondlagen. De formule geeft steeds een afvoer, omdat de neerslag N wel met een reductiefactor wordt vermenigvuldigd, maar er steeds enige afvoer overblijft. Beter is het de I_{oi} af te trekken van de evenwichtsvochtinhoud I_w en daarbij de N op te tellen. Voor diepere lagen wordt dit dan:

$$\sum I_{wi} - \sum_{i=1}^{n} I_{oi} + N = N_{oi} \tag{12}$$

waarin N_{oi} het vochtoverschot is en n wordt bepaald door het aantal lagen, dat door de neerslag tot de evenwichtsvochtinhoud kan worden aangevuld. Deze berekening is alleen van toepassing wanneer er een verzadigingsdeficiet is. In geval er een overschot aan vocht is, kan men met de neerslag alleen volstaan.

Gang van de balansberekening (zie tabel)

Voor de aanvang van de berekening wordt op de nulde dag de vochtinhoud I_{oi}, de evenwichtsvochtinhoud I_{wi} en de neerslag N_o als uitgangsgegevens uit voorafgaande dagen berekend of geschat. Het neerslagoverschot wordt berekend, dat aangeeft of de regen in hogere lagen eventueel geborgen wordt. Wordt dit neerslagoverschot groter dan N_o, dan wordt het op N_o gesteld.

Voor de eerste dag wordt in de kolom A_{1i} berekend hoeveel water aan het eind van de dag de onderkant van de i^{de} laag gepasseerd is. Het verschil tussen de hoeveelheid water, die de onderkant en de bovenkant passeerde, geeft aan hoeveel water in de laag is achtergebleven. Dit wordt met $\Delta\,(N-A)_{1i}$ weergegeven. De vochtinhoud van de laag wordt berekend uit de vochtinhoud I_{oi} plus de geborgen neerslag $\Delta\,(N-A)_{1i}$. Uit deze waarde wordt op grond van formules (7) of (8) de verdamping E_{1i} voor de desbetreffende i^{de} laag berekend. Of men formule (7) dan wel (8) moet gebruiken, blijkt uit formule (6) uit het kleiner of groter uitvallen van de som dan de waarde gE_o.

In de kolom voor de gecorrigeerde neerslag N_{1i} wordt de neerslag van het begin van de dag gereduceerd om het onttrekken van de verdamping E_{1i} te verantwoorden. De neerslag wordt daartoe gereduceerd in evenredigheid van het aandeel, dat de verdamping heeft ten opzichte van de geborgen neerslag.

Voor de 2de dag is de berekening identiek voor zoverre het het effect van de nulde dag betreft. Zou op de eerste dag echter ook regen zijn gevallen, dan zou naast een waarde $\Delta\,(N-A)_{o2i}$ voor de regen van de nulde dag een waarde $\Delta\,(N-A)_{1\,1i}$ voor de regen van de eerste dag worden gevonden. Deze beide waarden zouden bij het berekenen van de vochtinhoud I_{2i} moeten worden samengeteld. Hieruit zal dan een waarde voor de verdamping E_{2i} volgen, die afwijkt van wat zonder regen op de eerste dag zou zijn gevonden. De overige kolommen kunnen per dag zonder de neerslag van andere dagen in acht te nemen worden berekend, omdat de e-functies worden geacht additief te zijn.

Keuze van de opzet van de berekening

Wanneer men de lagen zo kiest dat ze de gehele lysimeter omvatten, zal de afvoer A_{nk} overeenkomen met de afvoer van de lysimeter. De hoogte van de correlatie tussen de berekende en gemeten waarde van A_{nk} levert een criterium voor de keuze van de parameters.

Men zal vermoedelijk het beste doen met een gering aantal lagen het onderzoek te beginnen, dus met 2 lagen en misschien zelfs 1 laag, al zal dan het vochtprofiel wel wat erg vereenvoudigd worden.

De wintermaanden kunnen geschikt worden gebruikt om bij kleine waarden voor de verdamping de constanten voor de afvoer te berekenen.

De studie van de verdamping afzonderlijk zal men het beste kunnen uitvoeren door de verdeling van de regen over het profiel eenvoudiger te houden. Dit vergt in het rekenschema het meeste werk. Voor deze bewerking wordt verwezen naar de vereenvoudigde methode.

Vereenvoudigde bewerking van gegevens van niet-weegbare lysimeters

W.C. Visser

Het onderzoek naar de vochtstroom in een grondkolom met inachtnemen van gelijktijdig optredende verdamping wordt ingewikkeld en onoverzichtelijk, omdat de invloed van de regen zo gecompliceerd wordt. De samenhang tussen de vochtgehalten in opeenvolgende lagen geeft bij verdamping uit deze lagen aanleiding tot allerlei niet-gestage toestanden, die zich moeilijk laten formuleren. Laat men deze versnellingen en vertragingen in de vochtstroom buiten beschouwing, dan ontstaat een nieuwe moeilijkheid en wel dat de verdamping afhankelijk is van het vochtgehalte van een laag, zowel als van de diepte van die laag. Werkt men met een vochtinhoud, die in totaal juist is, maar waarvan de verdeling over het profiel niet klopt, dan zal een onjuiste waarde voor de verdamping worden gevonden.

In de volgende beschouwing wordt aan al deze overwegingen voorbijgegaan teneinde een snelle bewerking van de cijfers mogelijk te maken. Dat de vereenvoudiging een minder goede nauwkeurigheid met zich zou kunnen brengen, moet uit het onderzoek blijken, maar zou overigens in de koop opgenomen moeten worden. Zou het blijken, dat de nauwkeurigheid meevalt, dan zal dit voor allerlei waardevolle overwegingen omtrent het aanpassingsvermogen van de plant een uitgangspunt kunnen vormen.

De balansformule als uitgangspunt

Bij de niet-weegbare lysimeter worden regenval N en afvoer D steeds bepaald, zodat in de balansformule

$$N - D = (I_1 - I_2) + E \qquad (1)$$

de term achter de haken, bestaande uit de vochtinhoud I van het profiel op de eerste en tweede dag plus de verdamping E, als som steeds bekend is.

Voor de verdamping kan men nu invullen:

$$E = \frac{A'}{L^n}\left(\frac{I_1 + I_2}{2}\right)^n \qquad (2a)$$

of

$$E = gE_o \qquad (2b)$$

De keuze tussen beide formules volgt uit de waarde voor E, die men volgens formule (2a) krijgt. Wordt deze groter dan gE_o, dan moet formule (2b) worden gebruikt.

Wanneer deze formule (2a) voor een weegbare lysimeter wordt gebruikt, moet men bedenken dat een deel van de vochtinhoud I_o niet meedoet, b.v. het water in het diepere deel van het profiel. Verder zal L niet bekend zijn, maar deze kan men met de A' samenvoegen tot een waarde A. Voor formule (2a) ontstaat zo:

$$E = A\left(\frac{I_1 + I_2 - 2I_o}{2}\right)^n \tag{3}$$

Is nu I_1 bekend als vochttoestand aan het begin van de dag, dan kan op grond van de bekende waarden (N-D), A, I_1 en I_o de waarde van $I_2 = X$ worden berekend uit:

$$(N - D) = (I_1 - X) + A\left(\frac{I_1 - 2I_o + X}{2}\right)^n \tag{4}$$

De oplossing van deze n-de graads vergelijking in X levert het vochtgehalte aan het eind van de dag op, dat als beginvochtgehalte I_i voor de volgende dag wordt gebruikt.

Een snelle benadering van I_2 kan men nog verkrijgen door E niet te berekenen uit het gemiddelde van I_1 en I_2, maar uit I_1 alleen, waardoor de I_2 een eerstegraads functie wordt. Er moet even worden nagegaan of deze verwaarlozing enige invloed heeft, wat op het eerste gezicht niet waarschijnlijk lijkt.

In de formule komen 4 onbekenden voor en wel I_o, g, A en n. De waarde (N-G) is gegeven evenals E_o. De waarde van I_1 behoeft slechts eenmaal geschat te worden. Voor volgende dagen geldt de I_2 van de vorige dag steeds weer als I_1 van de volgende. De vier of vijf onbekenden moeten met een vereffeningsproces worden gevonden. Bij de weegbare lysimeter kan vereffend worden op de waargenomen vochtinhoud. Bij niet-weegbare lysimeters moet men gebruik maken van de waarschijnlijkheid, dat er een bepaalde betrekking tussen I en A zal bestaan en dat de meest juiste schatting van de onbekenden de nauwste relatie van I tot A zal geven. In droge zomers zal men geen controle hebben, omdat dan de afvoeren ontbreken en men zal de controle moeten vinden in het op het juiste moment optreden van de uit de berekening te voorspellen herfstafvoeren.

REKENSCHEMA VOOR DE ANALYSE VAN DE WATERBALANS

Ode dag

Laag	Vochtinhoud	Vochtinhoud bij evenwicht	Regen	Neerslagoverschot
	I_{e1}	I_{wi}	N_o	N_{oi}
1	2	3	4	5
1	I_{e1}	I_{w1}		$I_{w1} - I_{o1} + N_o$
2	I_{e2}	I_{w2}		$I_{w1+2} - I_{o1+2} + N_o$
3	I_{e3}	I_{w3}		$I_{w1+2+3} - I_{o1+2+3} + N_o$

1ste dag

Laag	Afvoer	Geborgen neerslag	Vochtinhoud	Potentiële verdamping	Verdamping	Geoorr. neerslag
	A_{1i}	$\Delta(N-A)_{1i}$	I_{1i}	gEo_1	E_{1i}	N_{1i}
1	2	3	4	5	6	7
1	$N_{e1}e^{-\alpha l}$	$N_e - N_{e1}e^{-\alpha l}$	$I_{o1} + \Delta(N-A)_{11}$		E_{11}	$N_{e1}\left(1 - \frac{E_{11}}{\Delta(N-A)_{11}}\right)$
2	$N_{e2}e^{-2\alpha l}$	$(N_{e1}-N_{e2}e^{-\alpha l})\,e^{-\alpha l}$	$I_{o2} + \Delta(N-A)_{12}$		E_{12}	$N_{e2}\left(1 - \frac{E_{12}}{\Delta(N-A)_{12}}\right)$
3	$N_{e3}e^{-3\alpha l}$	$(N_{e2}-N_{e3}e^{-\alpha l})\,e^{-2\alpha l}$	$I_{e3} + \Delta(N-A)_{13}$		E_{13}	$N_{e3}\left(1 - \frac{E_{13}}{\Delta(N-A)_{13}}\right)$

2de dag

Laag	Afvoer	Geborgen neerslag	Vochtinhoud	Potentiële verdamping	Verdamping	Geoorr. neerslag
	A_{2i}	$(N-A)_{2i}$	I_{2i}	gEo_2	E_{2i}	N_{2i}
1	2	3	4	5	6	7
1	$N_{11}e^{-2\alpha l}$	$N_o - N_{11}e^{-2\alpha l}$	$I_{11} + \Delta(N-A)_{21} - E_{11}$		E_{21}	$N_{11}\left(1 - \frac{E_{21}}{\Delta(N-A)_{21}}\right)$
2	$N_{12}e^{-4\alpha l}$	$(N_{11}-N_{12}e^{-2\alpha l})\,e^{-2\alpha l}$	$I_{12} + \Delta(N-A)_{22} - E_{12}$		E_{22}	$N_{12}\left(1 - \frac{E_{22}}{\Delta(N-A)_{22}}\right)$
3	$N_{13}e^{-6\alpha l}$	$(N_{12}-N_{13}e^{-2\alpha l})\,e^{-4\alpha l}$	$I_{13} + \Delta(N-A)_{23} - E_{13}$		E_{23}	$N_{13}\left(1 - \frac{E_{23}}{\Delta(N-A)_{23}}\right)$