

NN31545.0277

INSTITUUT VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING

NOTA 277, d.d. 18 november 1964

Eenvoudige proefschema's ten behoeve van de Sinderhoeve  
met de bijbehorende analyses  
(Vervolg NOTA 263)

I. G. M. Brück

**BIBLIOTHEEK DE HAAG**  
Droevendaalseweg 3a  
Postbus 241  
6700 AE Wageningen

---

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemid-  
delen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een  
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende  
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen  
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onder-  
zoek nog niet is afgesloten.

Aan gebruikers buiten het Instituut wordt verzocht ze niet in pu-  
blikaties te vermelden.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut  
in aanmerking.

---

1783872





De twee-klassen indeling

Bij het gewarde blokkenschema wordt op andere wijze dan bij de één-klasse indeling getracht de nauwkeurigheid te verhogen. Bij veldproeven is bekend, dat de vruchtbaarheid van plaats tot plaats verschillen vertoont. Daarom wordt het veld allereerst in blokken verdeeld, daarna de blokken weer in zoveel veldjes als er behandelingen moeten worden vergeleken.

	N			
	Blok 1	Blok 2	Blok 3	
W	a	b	c	O
	b	d	a	
	c	a	b	
	d	c	d	
	Z			

Indien elke behandeling even vaak gerepresenteerd is in elk blok, wordt het verschil tussen behandelingsgemiddelden niet verstoord door het verschil tussen de blokken en zijn blokken en behandelingen zogenaamd orthogonaal.

De orthogonaliteit heeft tot gevolg, dat de waarnemingscijfers statistisch gemakkelijk te verwerken zijn.

Is in een bepaalde richting in het veld bijvoorbeeld  $0 \rightarrow W$  een vruchtbaarheidsverloop te constateren, dan moet de richting van de blokken loodrecht, dus  $N \rightarrow Z$ , staan op de richting van het vruchtbaarheidsverloop in het veld. Het verschil in vruchtbaarheid binnen de blokken is nu dus gemiddeld kleiner dan het verschil in vruchtbaarheid tussen veldjes in verschillende blokken. Het model van de waarnemingsvector  $\underline{x}$  is:

$$\underline{x} = \frac{\underline{x}}{N} + \frac{\underline{x}}{\text{Blok}^*} + \frac{\underline{x}}{\text{Beh}^*} + \frac{\underline{x}}{T}$$

Indien in het algemeen een indeling van m blokken, elk van n behandelingen wordt gebruikt, dan is de verdeling van de dimensies:

$$n \times m = 1 + (m-1) + (n-1) + (m-1)(n-1)$$



De ruimten  $N$ ,  $Blok^*$ ,  $Beh^*$  en  $T$  zijn onderling orthogonale ruimten van respectievelijk niveau, zuiver blok-, zuiver behandelingseffect en toeval. De toevalsruimte  $T$  bevat de vruchtbaarheidsverschillen voor zover deze zich binnen de blokken manifesteert.

Daar projectie van de waarnemingsvector  $\underline{x}$  op elk van deze ruimten verkrijgt men de kwadraten van de lengte van de projecties, die het schema voor de variantie-analyse vormen. Door de onderlinge orthogonaliteit is de stelling van Pythagoras van toepassing en is:

$$\underline{x}^2 = \frac{x^2}{N} + \frac{x^2}{Blok^*} + \frac{x^2}{Beh^*} + \frac{x^2}{T} \quad (1)$$

Voorbeeld:

Gegevens van drainafvoer in mm per etmaal. 19 Percelen gelegen op Schouwen, per perceel 3 drains.

Doel:

Het nagaan of op alle percelen dezelfde afvoer optreedt. Gegevens verstrekt door B. VAN DER WEERD te Goes, 1964.

De blokindeling is hier een indeling naar percelen, binnen de percelen een indeling naar drains. Het verschil tussen perceelsgemiddelden wordt niet beïnvloed door het verschil tussen de drains en er geldt:

$$\underline{x} = \frac{x}{N} + \frac{x}{Perc^*} + \frac{x}{Drain^*} + \frac{x}{T}$$

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This not only helps in tracking expenses but also ensures compliance with tax regulations. The second part of the document provides a detailed breakdown of the company's revenue for the quarter. It shows a steady increase in sales, particularly in the electronics and software divisions. The management team is pleased with these results and expects continued growth in the coming months.

*Financial Summary*

The following table summarizes the key financial metrics for the quarter. Total revenue reached \$1.2 million, a 15% increase from the previous quarter. Operating expenses were kept under control, resulting in a net profit of \$250,000. The company's financial health remains strong, with a solid balance sheet and a positive cash flow. Management is confident in the company's ability to meet its long-term goals.

In addition to the financial performance, the company has also made significant progress in its marketing and sales efforts. The launch of the new product line was a major success, with initial sales exceeding expectations. The company is currently evaluating the market response and will be implementing further strategies to maximize the potential of this new offering.

The management team is committed to transparency and will continue to provide regular updates on the company's performance. We are grateful to our shareholders and stakeholders for their continued support and confidence in the company. The future is bright, and we are excited about the opportunities ahead.

*Conclusion*

In conclusion, the company has achieved a strong performance in the quarter, demonstrating its resilience and growth potential. The management team is committed to maintaining this momentum and ensuring the company's long-term success. We look forward to the continued support of our stakeholders and the achievement of our strategic objectives.

	Drain 1	Drain 2	Drain 3	Drain 1+2+3
Perceel 1	- 0.96	- 0.23	- 0.21	- 1.40
2	- 0.27	- 0.36	- 0.50	- 1.13
3	- 0.92	- 0.72	- 1.40	- 3.04
4	- 0.70	- 1.70	- 1.70	- 4.10
5	- 1.00	- 0.22	- 0.25	- 1.47
6	+ 0.09	- 0.21	+ 0.29	+ 0.17
7	- 0.68	- 0.96	- 0.59	- 2.23
8	- 0.80	- 0.72	- 0.72	- 2.24
9	+ 0.25	+ 0.39	+ 0.39	+ 1.03
10	- 0.89	- 0.68	- 1.52	- 3.09
11	- 0.80	- 0.55	- 1.30	- 2.65
12	- 1.15	- 0.96	- 0.70	- 2.81
13	- 0.51	- 1.52	- 0.52	- 2.55
14	- 0.96	- 0.72	- 0.44	- 2.12
15	- 1.40	- 0.74	- 0.35	- 2.49
16	- 0.77	- 0.59	- 0.68	- 2.04
17	- 0.11	- 0.82	- 0.15	- 1.08
18	- 0.44	- 0.02	- 0.01	- 0.47
19	+ 0.18	+ 0.24	0.05	+ 0.47
$\sum$ Percelen	-11.84	- 11.09	-10.31	-33.24

Totaal 3 x 19 = 57 gegevens

Van de oorspronkelijke gegevens werd een constant getal afgetrokken. (Dit om het rekenwerk zonder machine te vergemakkelijken) Voor de variantie maakt dit echter géén verschil.

Projectie van  $\underline{x}$  op de respectievelijke ruimten:

Niveau:

$$x_N = \frac{-33.24}{57} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad x_N^2 = \left(\frac{33.24}{57}\right)^2 \times 57 = 19.384$$

Year	Production (Q)	Price (P)	Revenue (R)
1950	100	10	1000
1951	110	11	1210
1952	120	12	1440
1953	130	13	1690
1954	140	14	1960
1955	150	15	2250
1956	160	16	2560
1957	170	17	2890
1958	180	18	3240
1959	190	19	3610
1960	200	20	4000
1961	210	21	4410
1962	220	22	4840
1963	230	23	5290
1964	240	24	5760
1965	250	25	6250
1966	260	26	6760
1967	270	27	7290
1968	280	28	7840
1969	290	29	8410
1970	300	30	9000

The following table shows the production and price data for a commodity from 1950 to 1970. The production (Q) and price (P) are given in the first two columns. The revenue (R) is calculated as the product of production and price.

The revenue (R) increases from 1000 in 1950 to 9000 in 1970. The price (P) increases from 10 in 1950 to 30 in 1970. The production (Q) increases from 100 in 1950 to 300 in 1970.

The revenue (R) is a function of production (Q) and price (P). The revenue (R) is a quadratic function of production (Q) and price (P).



Perceel<sup>¶</sup>:

$$x_{\text{Perc}}^{\#} = \frac{-1.40}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{-1.13}{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \dots + \frac{0.47}{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

en

$$x_{\text{Perc}}^2 = \left(\frac{1.40}{3}\right)^2 \times 3 + \left(\frac{1.13}{3}\right)^2 \times 3 + \dots + \left(\frac{0.47}{3}\right)^2 \times 3 = 29.988$$

maar

$$x_{\text{Perc}}^{\# 2} = x_{\text{Perc}}^2 - x_{\text{N}}^2 = 29.988 - 19.384 = 10.604$$

Drain<sup>¶</sup>:

$$x_{\text{Drain}} = \frac{-11.84}{19} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{-11.09}{19} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{-10.31}{19} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

en

$$x_{\text{Drain}}^2 = \left(\frac{11.84}{19}\right)^2 \times 19 + \left(\frac{11.09}{19}\right)^2 \times 19 + \left(\frac{10.31}{19}\right)^2 \times 19 = 19.446$$

maar

$$x_{\text{Drain}}^{\# 2} = x_{\text{Drain}}^2 - x_{\text{N}}^2 = 19.446 - 19.384 = 0.062$$

Totaal:

$$0.96^2 + 0.27^2 + \dots + 0.05^2 = 34.522$$

Voor de berekening van de netto kwadraatsommen of ook wel kwadraatsommen gezuiverd van niveau voor percelen respectievelijk drains heeft men dus nodig de sommen per perceel respectievelijk drain en de totale som.

Na aftrekking van de kwadraatsommen verkrijgt men de som van kwadraten

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$-m \omega^2 x = m \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) + \dots$$

Answer

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \dots = \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots$$

11

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \dots = \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots$$

12

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \dots$$

13

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \dots$$

14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50.

voor toeval (analoog aan (1)):

$$\begin{aligned} \underline{x}_T^2 &= \underline{x}^2 - \underline{x}_N^2 - \underline{x}_{\text{Perc}}^2 - \underline{x}_{\text{Drain}}^2 \\ &= 34.522 - 19.384 - 10.604 - 0.062 \\ &= 4.472 \end{aligned} \quad (2)$$

en de verdeling van de dimensies:

$$36 = 57 - 1 - 18 - 2 \quad (3)$$

waaruit een zuivere schatting van  $\sigma^2$  volgt:

$$s(\sigma^2) = \frac{\underline{x}_T^2}{\dim T} = \frac{4.472}{36} = 0.124 = s^2$$

en

$$s = \sqrt{0.124} = 0.352$$

Bij proeven met 2 of meer indelingen is sprake van 2 of meer effecten.

Bij een gewarde blokkenproef is dus een blokeffect en een behandelingseffect, in dit voorbeeld een perceelseffect en een draineffect.

Om deze te kunnen toetsen stelt men de nulhypothese:

$$H_0 : \text{'er is géén verschil tussen de percelen'}$$

en indien  $H_0$  geldt, wordt de som van kwadraten voor zuiver perceelseffect opgevat als een som van kwadraten voor toeval met 18 dimensies.

Past men de  $F$  toets toe, dan is volgens (2) en (3):

$$F_{36}^{18} = \frac{10.604/18}{4.472/36} = \frac{0.589}{0.124} = 4.75$$

met een bijbehorende overschrijdingskans  $P < 0.1\%$

Voor toetsing van het draineffect luidt de nulhypothese:

$$H_0 : \text{'er is géén verschil tussen de drains'}$$

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This ensures transparency and allows for easy verification of the data.

In addition, the document outlines the procedures for handling discrepancies. If there is a difference between the recorded amount and the actual amount received or paid, it is crucial to investigate the cause immediately. This could be due to a clerical error, a missing receipt, or a change in the terms of the agreement.

The second part of the document provides a detailed breakdown of the financial data. It includes a table showing the monthly income and expenses over a period of six months. The data is as follows:

| Month    | Income | Expenses | Net Income |
|----------|--------|----------|------------|
| January  | 1200   | 800      | 400        |
| February | 1100   | 750      | 350        |
| March    | 1300   | 900      | 400        |
| April    | 1000   | 700      | 300        |
| May      | 1150   | 850      | 300        |
| June     | 1250   | 950      | 300        |

The total net income for the six-month period is 2050. This information is used to determine the overall financial health of the business and to identify areas for improvement.

The document concludes by stating that regular financial reviews are essential for long-term success. By staying on top of the numbers, businesses can make informed decisions and avoid potential pitfalls.

en indien  $H_0$  geldt, wordt de som van kwadraten voor zuiver draineffect opgevat als een som van kwadraten voor toeval met 2 dimensies en weer uit (2) en (3):

$$F_{36}^2 = \frac{0.062/2}{4.472/36} = \frac{0.031}{0.124} = 0.25 \quad \text{met} \quad P > 25\%$$

Een overzicht van de variantie-analyse luidt:

| Bron van variantie | Som van kwadraten | Dimensie | S ( $\sigma^2$ ) | F    | P      |
|--------------------|-------------------|----------|------------------|------|--------|
| Niveau             | 19.384            | 1        |                  |      |        |
| Tussen percelen    | 10.604            | 18       | 0.589            | 4.75 | < 0,1% |
| Tussen drains      | 0.062             | 2        | 0.031            | 0.25 | > 25 % |
| Toeval             | 4.472             | 36       | 0.124            |      |        |
| Totaal             | 34.522            | 57       |                  |      |        |

### Conclusie

Tussen de drains blijkt géén significant verschil te bestaan, daarentegen tussen de percelen kan een duidelijk significant verschil worden aangetoond met een onbetrouwbaarheid < 0,1%. Dat wil zeggen dat de uitspraak gedaan kan worden, dat de afvoeren van perceel tot perceel onderling sterk zullen verschillen met een kleine kans, namelijk < 0,1%, dat deze verschillen op toeval berusten.

### Het Latijnse vierkant

Een uitbreiding op de twee-klasse indeling naar een drie-klassen indeling is onder andere een proefschema met 3 orthogonale ruimten bijvoorbeeld van kolom, rij en behandeling: een Latijns vierkant. Hier hebben dus rij- en kolomeffect géén invloed op de verschillen tussen behandelingsgemiddelden.

Een schema voor een 4 x 4 Latijns vierkant en behandelingen a, b, c en d:

|     |   | Kolom |   |   |   |
|-----|---|-------|---|---|---|
|     |   | 1     | 2 | 3 | 4 |
| Rij | 1 | a     | b | c | d |
|     | 2 | d     | a | b | c |
|     | 3 | c     | d | a | b |
|     | 4 | b     | c | d | a |

Handwritten notes, possibly a list or series of entries, with some lines underlined. The text is very faint and mostly illegible.

Handwritten word or phrase, possibly "L'histoire".

Handwritten text, possibly a paragraph or a list of items, continuing from the top section.

Handwritten word or phrase, possibly "L'histoire".

Handwritten text, possibly a paragraph or a list of items, continuing from the top section.

Het model van de waarnemingsvector  $\underline{x}$  is:

$$\underline{x} = \underline{x}_N + \underline{x}_{\text{Kol}}^* + \underline{x}_{\text{Rij}}^* + \underline{x}_{\text{Beh}}^* + \underline{x}_T \quad (4)$$

waarin  $N$ ,  $\text{Kol}^*$ ,  $\text{Rij}^*$  en  $\text{Beh}^*$  en  $T$  onderling orthogonale ruimten zijn van respectievelijk niveau, zuiver kol-, rij-, behandelingseffect en toeval.

Voor een  $n \times n$  vierkant wordt de verdeling van de dimensies behorende bij (4):

$$n \times n = 1 + (n-1) + (n-1) + (n-1) + (n-1) (n-2)$$

Projectie van  $\underline{x}$  op elk van de ruimten levert de variantie-analyse:

$$\underline{x}^2 = \underline{x}_N^2 + \underline{x}_{\text{Kol}}^{*2} + \underline{x}_{\text{Rij}}^{*2} + \underline{x}_{\text{Beh}}^{*2} + \underline{x}_T^2$$

en voor de analyse zijn weer nodig:

1. Som van kwadraten van alle waarnemingen
2. Sommen per rij, kolom en behandeling
3. Totale som
4. Kwadraten van de sommen onder 2. en 3.

Door aftrekking verkrijgt men de som van kwadraten voor toeval:

$$\underline{x}_T^2 = \underline{x}^2 - \underline{x}_N^2 - \underline{x}_{\text{Kol}}^{*2} - \underline{x}_{\text{Rij}}^{*2} - \underline{x}_{\text{Beh}}^{*2}$$

Bij een  $4 \times 4$  Latijns vierkant zijn de basis vectoren van de verschillende ruimten:

Niveau:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

waarmee wordt aangegeven dat alle veldjes gelijke opbrengsten zouden geven, als

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes the need for transparency and accountability in financial reporting.

2. The second part of the document outlines the various methods and techniques used to collect and analyze data. It includes a detailed description of the experimental procedures and the tools used for data collection.

3. The third part of the document presents the results of the study. It includes a series of tables and graphs that illustrate the findings and the statistical analysis performed on the data.

4. The fourth part of the document discusses the implications of the findings and the potential applications of the research. It highlights the significance of the results and the need for further investigation in this area.

5. The fifth part of the document provides a conclusion and summarizes the key points of the study. It reiterates the importance of the research and the need for continued efforts in this field.

6. The sixth part of the document includes a list of references and a bibliography. It provides a comprehensive list of the sources used in the study and the works cited in the text.

7. The seventh part of the document contains a list of appendices and additional information. It includes supplementary data and details that are not included in the main body of the document.

8. The eighth part of the document is a list of figures and tables. It provides a detailed description of each figure and table, including the data presented and the methods used for its creation.

9. The ninth part of the document is a list of footnotes and endnotes. It provides additional information and clarifications related to the main text of the document.

10. The tenth part of the document is a list of acknowledgments. It expresses gratitude to the individuals and organizations that provided support and assistance during the course of the study.



er geen behandelings-, noch kolom-, nog rij-effect zou bestaan.

Een basis voor de ruimte van de kolommen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

waarmee wordt aangegeven dat in een kolom alle veldjes gelijke opbrengsten zouden geven als er geen rij-, noch behandelingseffect zou bestaan.

De ruimte van zuiver kolomeffect staat loodrecht op de ruimte van het niveau in de ruimte van kolommen, dus

$$\left[ \begin{matrix} p \\ p \\ p \\ p \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{matrix} q \\ q \\ q \\ q \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{matrix} r \\ r \\ r \\ r \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{matrix} s \\ s \\ s \\ s \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

en dus

$$4p + 4q + 4r + 4s = 0$$

$$p + q + r + s = 0$$

dus

$$s = -p - q - r$$

De basis van zuiver kolomeffect: Kol<sup>\*</sup> ziet er nu als volgt uit:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ met 3 dimensies}$$

QUESTION

1. A company has a profit function  $P(x) = -x^2 + 12x - 10$ , where  $x$  is the number of units produced. Find the maximum profit and the number of units that must be produced to achieve this profit.

2. A rectangular field is to be fenced on three sides. If the total length of the fence is 1200 m, find the dimensions of the field that will give the maximum area.

3. A rectangular field is to be fenced on three sides. If the total length of the fence is 1200 m, find the dimensions of the field that will give the maximum area.

ANSWER

1. The profit function is  $P(x) = -x^2 + 12x - 10$ . This is a downward-opening parabola. The maximum profit occurs at the vertex, where  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2(-1)} = 6$ . Substituting  $x = 6$  into the profit function gives  $P(6) = -(6)^2 + 12(6) - 10 = -36 + 72 - 10 = 26$ . Therefore, the maximum profit is 26 units, achieved when 6 units are produced.

2. Let the length of the field be  $x$  and the width be  $y$ . Since the field is fenced on three sides, the total length of the fence is  $x + 2y = 1200$ . The area of the field is  $A = xy$ . We can express  $y$  in terms of  $x$  as  $y = \frac{1200 - x}{2}$ . Substituting this into the area function gives  $A(x) = x \left( \frac{1200 - x}{2} \right) = \frac{1200x - x^2}{2}$ . This is a downward-opening parabola. The maximum area occurs at the vertex, where  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1200}{2(-1)} = 600$ . Substituting  $x = 600$  into the area function gives  $A(600) = \frac{1200(600) - (600)^2}{2} = \frac{720000 - 360000}{2} = 180000$ . Therefore, the maximum area is 180,000 m<sup>2</sup>, achieved when the length is 600 m and the width is 300 m.

op analoge wijze:

Rij<sup>\*</sup>:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Beh<sup>\*</sup>:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\begin{matrix} || & & || & & || \\ B_1 & & B_2 & & B_3 \end{matrix}$

Indien het rij-effect van kolom tot kolom verschillen vertoont, spreekt men van interactie tussen rijen en kolommen.

De basisvectoren van deze interactie ruimte van zuiver rij x kolomeffect verkrijgt men door vermenigvuldiging van de basisvectoren van Rij<sup>\*</sup> met de basisvectoren van Kol<sup>\*</sup>:

Rij<sup>\*</sup> x Kol<sup>\*</sup>:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y_1, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y_2, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = y_3,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y_4, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y_5, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = y_6,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y_7, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y_8, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = y_9$$

Nu blijkt, dat de basisvectoren van de zuivere behandelingseffect-ruimte Beh<sup>\*</sup> een lineaire combinatie zijn van de basisvectoren van Rij<sup>\*</sup> x Kol<sup>\*</sup> en wel:

$$B_1 = y_1 - y_4 + y_5 - y_8 + y_9$$

$$B_2 = y_2 - y_4 - y_8 + y_6$$

$$B_3 = y_7 - y_4 - y_8 + y_3$$

The following table shows the results of the experiment. The first column is the number of trials, the second column is the number of correct responses, and the third column is the percentage of correct responses.

| Number of Trials | Number of Correct Responses | Percentage of Correct Responses |
|------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| 10               | 7                           | 70%                             |
| 20               | 14                          | 70%                             |
| 30               | 21                          | 70%                             |
| 40               | 28                          | 70%                             |
| 50               | 35                          | 70%                             |
| 60               | 42                          | 70%                             |
| 70               | 49                          | 70%                             |
| 80               | 56                          | 70%                             |
| 90               | 63                          | 70%                             |
| 100              | 70                          | 70%                             |

57

The following table shows the results of the experiment. The first column is the number of trials, the second column is the number of correct responses, and the third column is the percentage of correct responses.

| Number of Trials | Number of Correct Responses | Percentage of Correct Responses |
|------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| 10               | 7                           | 70%                             |
| 20               | 14                          | 70%                             |
| 30               | 21                          | 70%                             |
| 40               | 28                          | 70%                             |
| 50               | 35                          | 70%                             |
| 60               | 42                          | 70%                             |
| 70               | 49                          | 70%                             |
| 80               | 56                          | 70%                             |
| 90               | 63                          | 70%                             |
| 100              | 70                          | 70%                             |

| Number of Trials | Number of Correct Responses | Percentage of Correct Responses |
|------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| 10               | 7                           | 70%                             |
| 20               | 14                          | 70%                             |
| 30               | 21                          | 70%                             |
| 40               | 28                          | 70%                             |
| 50               | 35                          | 70%                             |
| 60               | 42                          | 70%                             |
| 70               | 49                          | 70%                             |
| 80               | 56                          | 70%                             |
| 90               | 63                          | 70%                             |
| 100              | 70                          | 70%                             |

The following table shows the results of the experiment. The first column is the number of trials, the second column is the number of correct responses, and the third column is the percentage of correct responses.

| Number of Trials | Number of Correct Responses | Percentage of Correct Responses |
|------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| 10               | 7                           | 70%                             |
| 20               | 14                          | 70%                             |
| 30               | 21                          | 70%                             |
| 40               | 28                          | 70%                             |
| 50               | 35                          | 70%                             |
| 60               | 42                          | 70%                             |
| 70               | 49                          | 70%                             |
| 80               | 56                          | 70%                             |
| 90               | 63                          | 70%                             |
| 100              | 70                          | 70%                             |

en de zuivere behandelingseffect-ruimte is een deelruimte van de interactie-ruimte van zuiver rij x kolomeffect, of wel de ruimte van zuiver behandelingseffect is gestrengeld met de interactie-ruimte van zuiver rij x kolomeffect.

Belangrijk is, dat bij een Latijns vierkant elke effectruimte gestengeld is met de interactie-ruimte van de beide andere effecten en alléén indien géén interactie wordt verondersteld, zijn de verschillende invloeden te schatten en de toetsen, immers de restruimte van de interactie-ruimte wordt dan opgevat als toevalsruimte T.

Deze ruimte T levert dan een  $S(\sigma^2)$ , zodat met de  $F$  toets het kolom-, rij- en behandelingseffect kan worden getoetst.

Het nut van Latijnse vierkanten is echter zeer beperkt:

Bij vierkanten kleiner dan  $4 \times 4$  is de dimensie van de toevalsruimte al zo klein, dat de schatting van de variantie onvoldoende nauwkeurig is om andere dan zeer grote invloeden overtuigend te doen uitkomen. Vierkanten groter dan  $6 \times 6$  worden daarentegen slechts zelden toegepast, omdat het aantal herhalingen groter is dan mogelijk of nodig.

Bovendien worden rijen en kolommen zo langgerekt, dat interactie tussen rijen en kolommen niet is uitgesloten.

#### Voorbeeld:

Rode bessen-proefveld 1963.

Gemiddelde struikopbrengst van 12 struiken in grammen.

Gegevens verstrekt door de Sinderhoeve.

#### Doel:

Het nagaan van de invloed van 4 berekeningstrappen A, B, C en D.

De nulhypothese, die moet worden getoetst luidt:

$H_0$ : 'er is géén verschil tussen de berekeningstrappen A, B, C en D'.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This not only helps in tracking expenses but also ensures compliance with tax regulations. The second section covers the process of reconciling bank statements with the company's ledger. It provides a step-by-step guide on how to identify discrepancies and resolve them. The third part of the document addresses the issue of budgeting and financial forecasting. It offers practical tips on how to set realistic goals and monitor progress throughout the year. Finally, the document concludes with a summary of key points and a call to action for all employees to adhere to the established financial policies.

Best regards,  
[Signature]

Dear Mr. [Name],  
I have received your letter regarding the matter discussed in our meeting. I am sorry that I cannot provide a more definitive answer at this time, but I will do my best to resolve the issue as quickly as possible.

Yours faithfully,  
[Signature]

Very truly yours,  
[Signature]

Yours sincerely,  
[Signature]

Schema 1

|   | Kolom 1             | Kolom 2             | Kolom 3                         | Kolom 4             | ∑ kolom | Rijgem.         | Rijgem.-niveau<br>= rijeffect |
|---|---------------------|---------------------|---------------------------------|---------------------|---------|-----------------|-------------------------------|
| Rij 1                                       | 1810.8 <sup>A</sup> | 1734.6 <sup>B</sup> | 1362.9 <sup>C</sup>             | 1518.8 <sup>D</sup> | 6427.1  | 1606.8          | - 17.2                        |
| 2   | 1238.3 <sup>D</sup> | 1394.2 <sup>A</sup> | 1495.4 <sup>B</sup>             | 1264.2 <sup>C</sup> | 5392.1  | 1348.0          | -276.0                        |
| 3   | 1382.5 <sup>C</sup> | 1520.0 <sup>D</sup> | 1313.3 <sup>A</sup>             | 1342.5 <sup>B</sup> | 5558.3  | 1389.6          | -234.4                        |
| 4   | 1607.5 <sup>B</sup> | 2238.3 <sup>C</sup> | 2845.8 <sup>D</sup>             | 1915.0 <sup>A</sup> | 8606.6  | 2151.6          | 527.6                         |
| ∑ Rij                                       | 6039.1              | 6887.2              | 7017.4                          | 6040.5              | 25984.1 |                 |                               |
| Kolomgemiddelde                             | 1509.8              | 1721.8              | 1754.4                          | 1510.1              |         | 1624.0 = Niveau |                               |
| Kolomgemiddelde-<br>Niveau =<br>kolomeffect | -114.2              | 97.8                | 130.4                           | -113.9              |         |                 |                               |
| Behandeling                                 | ∑                   | Beh.gem.            | Beh.gem.-niveau<br>= beh.effect |                     |         |                 |                               |
| A   | 6433.3              | 1608.3              | - 15.7                          |                     |         |                 |                               |
| B   | 7161.2              | 1790.3              | 166.3                           |                     |         |                 |                               |
| C   | 6247.9              | 1562.0              | - 62.0                          |                     |         |                 |                               |
| D   | 6141.7              | 1535.4              | - 88.6                          |                     |         |                 |                               |
| ∑   | 25984.1             |                     |                                 |                     |         |                 |                               |

Voor de variantie-analyse wordt berekend:

$$\begin{aligned}
 x^2 & : 1810.8^2 + 1238.3^2 + \dots + 1915.0^2 & = 44872302.15 \\
 x_N^2 & : \frac{25984.1^2}{16} & = 42198340.80 \\
 x_{Kol}^{*2} & : \frac{6039.1^2 + 6887.2^2 + 7017.4^2 + 6040.5^2}{4} - 42198340.80 & = 210263.76 \\
 x_{Rij}^{*2} & : \frac{6427.1^2 + 5392.1^2 + 5558.3^2 + 8606.6^2}{4} - 42198340.80 & = 1639314.01 \\
 x_{Beh}^{*2} & : \frac{1608.3^2 + 1790.3^2 + 1562.0^2 + 1535.4^2}{4} - 42198340.80 & = 158376.10
 \end{aligned}$$

} 2007953.87

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. This is essential for ensuring the integrity of the financial statements and for providing a clear audit trail.

2. The second part of the document outlines the various methods used to collect and analyze data. These methods include direct observation, interviews, and the use of statistical models. Each method has its own strengths and limitations, and it is important to choose the most appropriate one for the specific research question.

3. The third part of the document describes the process of data analysis. This involves identifying patterns, testing hypotheses, and drawing conclusions based on the results. It is important to use appropriate statistical tests and to interpret the results carefully, taking into account the limitations of the data and the methods used.

| Method             | Advantages                                | Disadvantages                        |
|--------------------|---|--------------------------------------|
| Direct Observation | Provides first-hand information           | Time-consuming and expensive         |
| Interviews         | Allows for detailed exploration of issues | Subject to bias and recall errors    |
| Statistical Models | Can analyze large amounts of data         | Requires complex mathematical skills |

4. The fourth part of the document discusses the importance of ethical considerations in research. Researchers must ensure that their work is conducted in a fair and honest manner, and that they respect the rights and privacy of their subjects.

5. The fifth part of the document discusses the importance of reporting research results. Researchers should provide a clear and concise summary of their findings, and should discuss the implications of their work for practice and policy.

6. The sixth part of the document discusses the importance of ongoing evaluation and improvement. Researchers should regularly assess the quality of their work and make changes as needed to ensure that they are providing the best possible service to their clients and the public.

7. The seventh part of the document discusses the importance of collaboration and communication. Researchers should work closely with their colleagues and with the public to ensure that their work is relevant and useful.



dus

$$x_T^2 = 44872302.15 - 42198340.80 - 2007953.87 = 666007.48$$

$$\text{met dimensies } 16 - 1 - 3 \times 3 = 6$$

$$\text{waaruit } s(\sigma^2) = \frac{666007.48}{6} = 111001.25$$

$$\text{Toets op behandelingseffect} = F_6^3 = \frac{158376.10/3}{111001.25} = 0.05$$

met de bijbehorende overschrijdingskans  $P > 25\%$

### Conclusie

$H_0$  wordt dus niet verworpen en er kan géén significant verschil tussen de beregeningsgemiddelden worden aangetoond, of met andere woorden er is géén reden te veronderstellen, dat de gevonden verschillen tussen de beregeningsgemiddelden niet door toeval zouden zijn veroorzaakt.

Zijn nu in plaats van de gemiddelden van 12 struiken de opbrengsten per struik (12 struiken per veld van  $36 \text{ m}^2$ ) bekend, dan wordt de verdeling van de dimensies:

$$\begin{aligned} \text{Totaal} &= \text{Niveau} + \text{Kol}^* + \text{Rij}^* + \text{Beh}^* + \text{Rest} \\ 192 &= 1 + 3 + 3 + 3 + 182 \end{aligned}$$

De berekening van de variantie-analyse is analoog aan het voorgaande.

### Co-variantie-analyse

Verondersteld kan worden, dat de opbrengst per struik wordt beïnvloed door:

1. Het aantal trossen per struik  $= y_1$
2. Het aantal gestel takken per struik  $= y_2$
3. Het aantal éénjarige takken per struik  $= y_3$

en zodanig, dat deze storende invloed van  $y_1$ ,  $y_2$  en  $y_3$  in de toevalsruimte van  $x$  (= opbrengst per struik) ligt, met andere woorden dat van  $y_1$ ,  $y_2$  en  $y_3$  de toevallige verschillen tussen de struiken (dus niet veroorzaakt door beregenings-

10.  $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$

11.  $\int \frac{1}{x^3} dx = -\frac{1}{2x^2} + C$

12.  $\int \frac{1}{x^4} dx = -\frac{1}{3x^3} + C$

13.  $\int \frac{1}{x^5} dx = -\frac{1}{4x^4} + C$

14.  $\int \frac{1}{x^6} dx = -\frac{1}{5x^5} + C$

15.  $\int \frac{1}{x^7} dx = -\frac{1}{6x^6} + C$

16.  $\int \frac{1}{x^8} dx = -\frac{1}{7x^7} + C$

$$\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C \quad (n \neq 1)$$

17.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

18.  $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$

19.  $\int \frac{1}{x^3} dx = -\frac{1}{2x^2} + C$

20.  $\int \frac{1}{x^4} dx = -\frac{1}{3x^3} + C$

21.  $\int \frac{1}{x^5} dx = -\frac{1}{4x^4} + C$

22.  $\int \frac{1}{x^6} dx = -\frac{1}{5x^5} + C$

23.  $\int \frac{1}{x^7} dx = -\frac{1}{6x^6} + C$

24.  $\int \frac{1}{x^8} dx = -\frac{1}{7x^7} + C$

25.  $\int \frac{1}{x^9} dx = -\frac{1}{8x^8} + C$

verschillen) de opbrengst per struik x beïnvloed hebben.

In dit geval wordt een co-variantie-analyse berekend teneinde te kunnen bepalen of deze invloed van  $y_1$ ,  $y_2$  en  $y_3$  dusdanig is geweest, dat hiervoor een correctie op de opbrengstcijfers in rekening moet worden gebracht, om daarna dan de verschillen tussen de gecorrigeerde berekeningsgemiddelden op significantie te toetsen.

Evenals schema 1 voor  $x$  verkrijgt men schema 2, 3 en 4 voor respectievelijk  $Y_1$ ,  $Y_2$  en  $Y_3$ .

Schema 2. Gemiddelde aantal trossen per struik =  $y_1$

|                 | Kolom 1                   | Kolom 2                   | Kolom 3                   | Kolom 4                   | $\sum$ kolom | Rijgem. | Rijeffect      |
|-----------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------|---------|----------------|
| Rij 1           | <u>284.0</u> <sup>A</sup> | <u>299.1</u> <sup>B</sup> | <u>248.7</u> <sup>C</sup> | <u>210.3</u> <sup>D</sup> | 1042.1       | 260.5   | 39.1           |
| 2               | <u>166.8</u> <sup>D</sup> | <u>217.8</u> <sup>A</sup> | <u>219.2</u> <sup>B</sup> | <u>223.2</u> <sup>C</sup> | 827.0        | 206.8   | -14.6          |
| 3               | <u>182.4</u> <sup>C</sup> | <u>235.3</u> <sup>D</sup> | <u>218.7</u> <sup>A</sup> | <u>167.2</u> <sup>B</sup> | 803.6        | 200.9   | -20.5          |
| 4               | <u>181.5</u> <sup>B</sup> | <u>224.3</u> <sup>C</sup> | <u>240.2</u> <sup>D</sup> | <u>224.0</u> <sup>A</sup> | 870.0        | 217.5   | - 3.9          |
| $\sum$ Rijen    | 814.7                     | 976.5                     | 926.8                     | 824.7                     | 3542.7       |         |                |
| Kolomgemiddelde | 203.7                     | 244.1                     | 231.7                     | 206.2                     |              |         | 221.4 = Niveau |
| Kolomeffect     | -17.7                     | 22.7                      | 10.3                      | -15.2                     |              |         |                |
| Behandeling     | $\sum$                    | Beh.gem.Beh.effect        |                           |                           |              |         |                |
| A               | 944.5                     | 236.1                     | 14.7                      |                           |              |         |                |
| B               | 873.3                     | 218.3                     | - 3.1                     |                           |              |         |                |
| C               | 878.6                     | 219.6                     | - 1.8                     |                           |              |         |                |
| D               | 846.3                     | 211.6                     | - 9.8                     |                           |              |         |                |
| $\sum$          | 3542.7                    |                           |                           |                           |              |         |                |

1. The first part of the document is a list of names and addresses. The names are:
   
 1. Mr. J. H. Smith, 123 Main St., New York, N.Y.
   
 2. Mr. J. D. Jones, 456 Elm St., Chicago, Ill.
   
 3. Mr. W. E. Brown, 789 Oak St., Boston, Mass.
   
 4. Mr. R. L. Green, 101 Pine St., Philadelphia, Pa.
   
 5. Mr. S. K. White, 202 Cedar St., San Francisco, Cal.
   
 6. Mr. T. M. Black, 303 Birch St., Los Angeles, Cal.
   
 7. Mr. U. N. Gray, 404 Spruce St., Portland, Ore.
   
 8. Mr. V. O. Blue, 505 Ash St., Seattle, Wash.
   
 9. Mr. W. P. Red, 606 Willow St., Denver, Colo.
   
 10. Mr. X. Q. Purple, 707 Hickory St., Minneapolis, Minn.
   
 11. Mr. Y. R. Yellow, 808 Maple St., St. Paul, Minn.
   
 12. Mr. Z. S. Orange, 909 Poplar St., Kansas City, Mo.

| Name             | Address         | City          | State | Zip   |
|------------------|-----------------|---------------|-------|-------|
| Mr. J. H. Smith  | 123 Main St.    | New York      | N.Y.  | 10001 |
| Mr. J. D. Jones  | 456 Elm St.     | Chicago       | Ill.  | 60601 |
| Mr. W. E. Brown  | 789 Oak St.     | Boston        | Mass. | 02101 |
| Mr. R. L. Green  | 101 Pine St.    | Philadelphia  | Pa.   | 19101 |
| Mr. S. K. White  | 202 Cedar St.   | San Francisco | Cal.  | 94101 |
| Mr. T. M. Black  | 303 Birch St.   | Los Angeles   | Cal.  | 90001 |
| Mr. U. N. Gray   | 404 Spruce St.  | Portland      | Ore.  | 97201 |
| Mr. V. O. Blue   | 505 Ash St.     | Seattle       | Wash. | 98101 |
| Mr. W. P. Red    | 606 Willow St.  | Denver        | Colo. | 80201 |
| Mr. X. Q. Purple | 707 Hickory St. | Minneapolis   | Minn. | 55401 |
| Mr. Y. R. Yellow | 808 Maple St.   | St. Paul      | Minn. | 55101 |
| Mr. Z. S. Orange | 909 Poplar St.  | Kansas City   | Mo.   | 64101 |

| Product      | Quantity | Unit Price | Total Price   |
|--------------|----------|------------|---------------|
| Apples       | 100      | 1.00       | 100.00        |
| Bananas      | 50       | 2.00       | 100.00        |
| Oranges      | 200      | 0.50       | 100.00        |
| Pears        | 100      | 1.00       | 100.00        |
| Apples       | 100      | 1.00       | 100.00        |
| Bananas      | 50       | 2.00       | 100.00        |
| Oranges      | 200      | 0.50       | 100.00        |
| Pears        | 100      | 1.00       | 100.00        |
| <b>Total</b> |          |            | <b>400.00</b> |

Schema 3. Gemiddelde aantal gestel takken per struik =  $y_2$

|                 | Kolom 1          | Kolom 2          | Kolom 3          | Kolom 4          | $\sum$ kolom | Rijgem.      | Rijeffect |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|--------------|-----------|
| Rij 1           | 4.5 <sup>A</sup> | 4.7 <sup>B</sup> | 3.8 <sup>C</sup> | 4.0 <sup>D</sup> | 17.0         | 4.2          | -0.3      |
| 2               | 4.6 <sup>D</sup> | 4.7 <sup>A</sup> | 4.2 <sup>B</sup> | 4.2 <sup>C</sup> | 17.7         | 4.4          | -0.1      |
| 3               | 4.6 <sup>C</sup> | 4.8 <sup>D</sup> | 4.6 <sup>A</sup> | 4.3 <sup>B</sup> | 18.3         | 4.6          | 0.1       |
| 4               | 4.2 <sup>B</sup> | 4.8 <sup>C</sup> | 4.4 <sup>D</sup> | 5.0 <sup>A</sup> | 18.4         | 4.6          | 0.1       |
| $\sum$ Rijen    | 17.9             | 19.0             | 17.0             | 17.5             | 71.4         |              |           |
| Kolomgemiddelde | 4.5              | 4.8              | 4.2              | 4.4              |              | 4.5 = Niveau |           |
| Kolomeffect     | 0                | 0.3              | - 0.3            | - 0.1            |              |              |           |

  

| Behandeling | $\sum$ | Beh.gem. | Beh.effect |
|-------------|--------|----------|------------|
| A           | 18.8   | 4.7      | 0.2        |
| B           | 18.0   | 4.5      | 0          |
| C           | 17.4   | 4.4      | - 0.1      |
| D           | 17.2   | 4.3      | - 0.2      |
| $\sum$      | 71.4   |          |            |

Schema 4. Gemiddelde aantal éénjarige takken per struik =  $y_3$

|                 | Kolom 1           | Kolom 2           | Kolom 3           | Kolom 4           | $\sum$ kolom | Rijgem.       | Rijeffect |
|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------|---------------|-----------|
| Rij 1           | 18.0 <sup>A</sup> | 23.7 <sup>B</sup> | 22.3 <sup>C</sup> | 24.1 <sup>D</sup> | 88.1         | 22.0          | -1.4      |
| 2               | 16.7 <sup>D</sup> | 26.2 <sup>A</sup> | 23.8 <sup>B</sup> | 24.8 <sup>C</sup> | 91.5         | 22.9          | -0.5      |
| 3               | 18.8 <sup>C</sup> | 24.8 <sup>D</sup> | 25.8 <sup>A</sup> | 22.7 <sup>B</sup> | 92.1         | 23.0          | -0.4      |
| 4               | 20.4 <sup>B</sup> | 26.8 <sup>C</sup> | 28.8 <sup>D</sup> | 27.3 <sup>A</sup> | 103.3        | 25.8          | 2.4       |
| $\sum$ Rijen    | 73.9              | 101.5             | 100.7             | 98.9              | 375.0        |               |           |
| Kolomgemiddelde | 18.5              | 25.4              | 25.2              | 24.7              |              | 23.4 = Niveau |           |
| Kolomeffect     | - 4.9             | 2.0               | 1.8               | 1.3               |              |               |           |

  

| Behandeling | $\sum$ | Beh.gem. | Beh.effect |
|-------------|--------|----------|------------|
| A           | 97.3   | 24.3     | 0.9        |
| B           | 91.9   | 23.0     | - 0.4      |
| C           | 92.7   | 23.2     | - 0.2      |
| D           | 93.1   | 23.3     | - 0.1      |
| $\sum$      | 375.0  |          |            |



De vectoren  $\underline{y}_1$ ,  $\underline{y}_2$  en  $\underline{y}_3$  moeten worden ontbonden in loodrechte componenten, één in de ruimte kolom + rij + behandeling en één hier loodrecht op, in de ruimte  $R$ , gedefinieerd als restruimte:

$$\begin{aligned} \underline{y}_1 &= \underline{y}_1 \quad + \underline{y}_1 = \underline{y}_1 + \underline{y}_1 + \underline{y}_1 + \underline{y}_1 + \underline{y}_1 + \underline{y}_1 \\ &\quad (\text{kol} + \text{rij} + \text{beh}) \quad R \quad N \quad \text{Kol}^* \quad \text{Rij}^* \quad \text{Beh}^* \quad R \\ \underline{y}_2 &= \underline{y}_2 \quad + \underline{y}_2 \quad (1) \\ &\quad (\text{kol} + \text{rij} + \text{beh}) \quad R \\ \underline{y}_3 &= \underline{y}_3 \quad + \underline{y}_3 \\ &\quad (\text{kol} + \text{rij} + \text{beh}) \quad R \end{aligned}$$

Daarna wordt  $\underline{x}$  geprojecteerd op de ruimte kolom + rij + behandeling en op  $R$ . Het model van de opbrengstvector  $\underline{x}$  was oorspronkelijk:

$$\underline{x} = \underline{x}_N + \underline{x}_{\text{Kol}^*} + \underline{x}_{\text{Rij}^*} + \underline{x}_{\text{Beh}^*} + \underline{x}_R = \underline{x}_{(\text{kol} + \text{rij} + \text{beh})} + \underline{x}_R \quad (2)$$

en wordt thans:

$$\underline{x} = \underline{x}_{(\text{kol} + \text{rij} + \text{beh})} + \beta_1 \underline{y}_{1R} + \beta_2 \underline{y}_{2R} + \beta_3 \underline{y}_{3R} + \underline{x}_T$$

waarin  $T$  nu de ruimte is van zuiver toeval.

Door projectie van  $\underline{x}$  op  $R$ , dus op  $\underline{y}_{1R}$ ,  $\underline{y}_{2R}$  en  $\underline{y}_{3R}$  ontstaan 3 normaalvergelijkingen, waaruit de  $\beta$ 's kunnen worden opgelost:

$$\begin{aligned} \underline{x} - (\beta_1 \underline{y}_{1R} + \beta_2 \underline{y}_{2R} + \beta_3 \underline{y}_{3R}) &\perp \underline{y}_{1R}, \underline{y}_{2R}, \underline{y}_{3R} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. This includes not only sales and purchases but also the various expenses incurred in the course of the business.

It is essential to ensure that all receipts and invoices are properly filed and indexed. This will facilitate the preparation of financial statements and the identification of any discrepancies or errors.

Furthermore, the document emphasizes the need for regular reconciliation of the books. This process involves comparing the internal records with the bank statements to ensure that they are in agreement.

In addition, it is recommended that the business owner should conduct a thorough review of the financial records at the end of each year. This will provide a clear picture of the business's performance and help in making informed decisions for the future.

$$\frac{X^2 + Y^2}{Z^2} = \frac{X^2}{Z^2} + \frac{Y^2}{Z^2}$$

This equation illustrates the principle of the sum of squares, which is a fundamental concept in algebra.

The document also discusses the importance of understanding the relationship between different variables in a system. This is particularly relevant in the context of business operations, where changes in one area can have significant implications for other areas.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{y}{x^2}$$

This differential equation is a classic example of a second-order linear equation. It has a wide range of applications in physics and engineering, particularly in the study of oscillations and wave motion.



waaruit volgt:

$$\underline{x} \underline{y}_{1R} - \beta_{1\underline{y}_1} \underline{y}_{1R} - \beta_{2\underline{y}_1} \underline{y}_{2R} - \beta_{3\underline{y}_1} \underline{y}_{3R} = 0$$

$$\underline{x} \underline{y}_{2R} - \beta_{1\underline{y}_2} \underline{y}_{1R} - \beta_{2\underline{y}_2} \underline{y}_{2R} - \beta_{3\underline{y}_2} \underline{y}_{3R} = 0$$

$$\underline{x} \underline{y}_{3R} - \beta_{1\underline{y}_3} \underline{y}_{1R} - \beta_{2\underline{y}_3} \underline{y}_{2R} - \beta_{3\underline{y}_3} \underline{y}_{3R} = 0$$

Voor het oplossen van deze normaalvergelijkingen moeten de restvectoren  $\underline{y}_{1R}$ ,  $\underline{y}_{2R}$  en  $\underline{y}_{3R}$  worden berekend, bovendien de restvector van  $\underline{x}$ , zodat uit de overeenkomstige schema's en volgens (1) en (2) de kolom-, rij- en behandelingseffecten vermeerderd met het niveau in mindering gebracht moeten worden op de oorspronkelijke vectoren.

Op deze wijze ontstaan per struik:

| No  | $\underline{y}_{1R}$ | $\underline{y}_{2R}$ | $\underline{y}_{3R}$ | en                         | $\frac{\underline{x}}{R}$ |
|-----|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------------|---------------------------|
| 1   | 35.5                 | 0.6                  | -1.0                 |                            | - 136.9                   |
| 2   | - 3.5                | -0.4                 | -1.0                 |                            | 893.1                     |
| 3   | 15.5                 | -1.4                 | -3.0                 | = een matrix Y van (192x3) | 653.1                     |
| 4   | 109.5                | -0.4                 | -2.0                 |                            | 1933.1                    |
| 5   | 53.5                 | -0.4                 | 4.0                  |                            | 1263.1                    |
| ⋮   | ⋮                    | ⋮                    | ⋮                    |                            | ⋮                         |
| ⋮   | ⋮                    | ⋮                    | ⋮                    |                            | ⋮                         |
| ⋮   | ⋮                    | ⋮                    | ⋮                    |                            | ⋮                         |
| 192 | 62.0                 | 0.3                  | 4.0                  |                            | - 792.0                   |

Het kwadraat van de lengte van  $\underline{x}_R$  is:

$$(136.9^2 + 893.1^2 + 653.1^2 + 1933.1^2 + 1263.1^2 + \dots + 792.0^2) = 78494090 =$$

som van kwadraten voor rest met 192 dimensies.

1. The first part of the document is a list of the names of the members of the committee.

2. The second part of the document is a list of the names of the members of the committee.

3. The third part of the document is a list of the names of the members of the committee.

4. The fourth part of the document is a list of the names of the members of the committee.

5. The fifth part of the document is a list of the names of the members of the committee.

6. The sixth part of the document is a list of the names of the members of the committee.

| Year | Name              | Address          | City          | State | Zip   |
|------|-------------------|------------------|---------------|-------|-------|
| 1981 | John Doe          | 123 Main St      | New York      | NY    | 10001 |
| 1982 | Jane Smith        | 456 Elm St       | Los Angeles   | CA    | 90001 |
| 1983 | Robert Johnson    | 789 Oak St       | Chicago       | IL    | 60601 |
| 1984 | Mary White        | 101 Pine St      | San Francisco | CA    | 94101 |
| 1985 | David Brown       | 202 Cedar St     | Houston       | TX    | 77001 |
| 1986 | Elizabeth Green   | 303 Birch St     | Phoenix       | AZ    | 85001 |
| 1987 | Michael Black     | 404 Maple St     | Philadelphia  | PA    | 19101 |
| 1988 | Sarah Lee         | 505 Walnut St    | San Diego     | CA    | 92101 |
| 1989 | James King        | 606 Spruce St    | Portland      | OR    | 97201 |
| 1990 | Patricia Hill     | 707 Ash St       | Seattle       | WA    | 98101 |
| 1991 | Christopher Scott | 808 Hickory St   | Denver        | CO    | 80201 |
| 1992 | Nancy Adams       | 909 Cypress St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 1993 | Daniel Taylor     | 1010 Dogwood St  | San Antonio   | TX    | 78201 |
| 1994 | Karen Baker       | 1111 Magnolia St | San Jose      | CA    | 95101 |
| 1995 | Steven Garcia     | 1212 Sycamore St | San Jose      | CA    | 95101 |
| 1996 | Michelle Carter   | 1313 Redwood St  | San Jose      | CA    | 95101 |
| 1997 | Andrew Evans      | 1414 Juniper St  | San Jose      | CA    | 95101 |
| 1998 | Stephanie King    | 1515 Fir St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 1999 | Gregory Hill      | 1616 Hemlock St  | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2000 | Christina Scott   | 1717 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2001 | Timothy Adams     | 1818 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2002 | Rebecca Baker     | 1919 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2003 | Jonathan Carter   | 2020 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2004 | Kimberly Evans    | 2121 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2005 | Christopher King  | 2222 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2006 | Michelle Hill     | 2323 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2007 | Gregory Scott     | 2424 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2008 | Stephanie Adams   | 2525 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2009 | Andrew Baker      | 2626 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2010 | Stephanie King    | 2727 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2011 | Gregory Hill      | 2828 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2012 | Christina Scott   | 2929 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2013 | Timothy Adams     | 3030 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2014 | Rebecca Baker     | 3131 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2015 | Jonathan Carter   | 3232 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2016 | Kimberly Evans    | 3333 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2017 | Christopher King  | 3434 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2018 | Michelle Hill     | 3535 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2019 | Gregory Scott     | 3636 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2020 | Stephanie Adams   | 3737 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2021 | Andrew Baker      | 3838 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2022 | Stephanie King    | 3939 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2023 | Gregory Hill      | 4040 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2024 | Christina Scott   | 4141 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2025 | Timothy Adams     | 4242 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2026 | Rebecca Baker     | 4343 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2027 | Jonathan Carter   | 4444 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2028 | Kimberly Evans    | 4545 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2029 | Christopher King  | 4646 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2030 | Michelle Hill     | 4747 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2031 | Gregory Scott     | 4848 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2032 | Stephanie Adams   | 4949 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2033 | Andrew Baker      | 5050 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2034 | Stephanie King    | 5151 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2035 | Gregory Hill      | 5252 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2036 | Christina Scott   | 5353 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2037 | Timothy Adams     | 5454 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2038 | Rebecca Baker     | 5555 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2039 | Jonathan Carter   | 5656 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2040 | Kimberly Evans    | 5757 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2041 | Christopher King  | 5858 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2042 | Michelle Hill     | 5959 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2043 | Gregory Scott     | 6060 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2044 | Stephanie Adams   | 6161 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2045 | Andrew Baker      | 6262 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2046 | Stephanie King    | 6363 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2047 | Gregory Hill      | 6464 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2048 | Christina Scott   | 6565 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2049 | Timothy Adams     | 6666 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2050 | Rebecca Baker     | 6767 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2051 | Jonathan Carter   | 6868 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2052 | Kimberly Evans    | 6969 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2053 | Christopher King  | 7070 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2054 | Michelle Hill     | 7171 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2055 | Gregory Scott     | 7272 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2056 | Stephanie Adams   | 7373 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2057 | Andrew Baker      | 7474 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2058 | Stephanie King    | 7575 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2059 | Gregory Hill      | 7676 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2060 | Christina Scott   | 7777 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2061 | Timothy Adams     | 7878 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2062 | Rebecca Baker     | 7979 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2063 | Jonathan Carter   | 8080 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2064 | Kimberly Evans    | 8181 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2065 | Christopher King  | 8282 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2066 | Michelle Hill     | 8383 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2067 | Gregory Scott     | 8484 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2068 | Stephanie Adams   | 8585 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2069 | Andrew Baker      | 8686 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2070 | Stephanie King    | 8787 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2071 | Gregory Hill      | 8888 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2072 | Christina Scott   | 8989 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2073 | Timothy Adams     | 9090 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2074 | Rebecca Baker     | 9191 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2075 | Jonathan Carter   | 9292 Pine St     | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2076 | Kimberly Evans    | 9393 Oak St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2077 | Christopher King  | 9494 Elm St      | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2078 | Michelle Hill     | 9595 Maple St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2079 | Gregory Scott     | 9696 Walnut St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2080 | Stephanie Adams   | 9797 Spruce St   | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2081 | Andrew Baker      | 9898 Cedar St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2082 | Stephanie King    | 9999 Birch St    | San Jose      | CA    | 95101 |
| 2083 | Gregory Hill      | 10000 Pine St    | San Jose      | CA    | 95101 |

1. The first part of the document is a list of the names of the members of the committee.

2. The second part of the document is a list of the names of the members of the committee.

Nu is in matrix-notatie

$$Y\hat{\beta} = x_R$$

en

$$Y'Y\hat{\beta} = Y'x_R$$

noemen we nu  $Y'Y = A =$  de matrix van inproducten  
en  $Y'x_R =$  de kolom van inproducten.

Het inproduct van bijvoorbeeld  $y_{1R}$  en  $y_{2R}$  is:

$$35.5 \times 0.6 + 3.5 \times 0.4 - 15.5 \times 1.4 - 0.4 \times 109.5 + 0.3 \times 62.0 = 110.30$$

dan is weer in matrix-notatie:

$$\begin{pmatrix} 689702.20 & 110.30 & 20501.16 \\ 110.30 & 150.60 & 235.30 \\ 20501.16 & 235.30 & 4498.36 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2711850.74 \\ -14081.10 \\ 107627.95 \end{pmatrix}$$

A β Y'x<sub>R</sub>

en het rekenschema wordt:

|           |        |          |            |                    |   |   |
|-----------|--------|----------|------------|--------------------|---|---|
| 689702.20 | 110.30 | 20501.16 | 2711850.74 | 1                  | 0 | 0 |
|           | 150.60 | 235.30   | -14081.10  | 0                  | 1 | 0 |
|           |        | 4498.36  | 107627.95  | 0                  | 0 | 1 |
|           |        |          |            | I = eenheidsmatrix |   |   |
|           |        |          |            |                    |   |   |
|           |        |          |            |                    |   |   |

A Y'x<sub>R</sub>

met de methode van choleski ontstaat hieruit:

|         |        |        |           |         |         |        |
|---------|--------|--------|-----------|---------|---------|--------|
| 830.483 | 0.133  | 24.686 | 3265.390  | 0.0012  |         |        |
|         | 12.271 | 18.908 | -1182.903 | 0       | 0.0815  |        |
|         |        | 59.426 | 831.031   | -0.0005 | -0.0259 | 0.0168 |
|         |        |        |           | D       |         |        |
|         |        |        |           |         |         |        |

DY'x<sub>R</sub> D

10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010 10/10/2010

waarin

$$T'T = A$$

en

$$D'D = A^{-1}$$

dan is

$$\hat{\beta} = A^{-1}Y'x_R = D'DY'x_R$$

(nota Kamil no.140 dd.25-7-1962)

zodat

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= 0.0012 \times 3265.390 - 0 \times 1182.903 - 0.0005 \times 831.031 = 3.5030 \\ \hat{\beta}_2 &= 0 \times 3265.390 - 0.0815 \times 1182.903 - 0.0259 \times 831.031 = -117.9303 \\ \hat{\beta}_3 &= 0 \times 3265.390 - 0 \times 1182.903 + 0.0168 \times 831.031 = 13.9613\end{aligned}$$

Het kwadraat van de lengte van de projectie van  $\underline{x}$  op  $\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3$

bedraagt:

$$Y'x_R D'D Y'x_R = 2711850.74 \times 3.5030 + 14081.10 \times (-117.9303) + 107627.95 \times 13.9613 = 12662827.59$$

zodat de som van kwadraten voor zuiver toeval na regressie wordt:

$$\frac{x_T^2}{T} = \frac{x_R^2}{R} - \text{kwadraatprojectie} = 78494090 - 12662827.59 = 65831262.41$$

$$\text{met dimensie} \quad 182 - 3 = 179$$

en

$$s(\sigma^2) = \frac{65831262.41}{179} = 367772.42 = s^2$$

$$s = 606.44$$

De toets op de  $\hat{\beta}$ 's significant van '0' verschillen kan direct worden uit-

10/10

10/10

10/10

10/10

10/10 (10/10) (10/10)

10/10

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

10/10

10/10 (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10) (10/10)

gevoerd met:

$$F_{179}^1 = \frac{\left[ A^{-1} Y' x_R \right]^2}{a_{ii} S(\sigma^2)} = \frac{\hat{\beta}_i^2}{a_{ii} S(\sigma^2)}$$

waarin  $a_{ii}$  = diagonaal element van  $A^{-1}$  (inverse matrix van A), te berekenen uit D:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 0.0012^2 + 0.0005^2 = 0.169 \times 10^{-5} \\ a_{22} &= 0.0815^2 + 0.0259^2 = 0.00731 \\ a_{33} &= 0.0168^2 = 0.00028 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{179}^1 \text{ voor } \hat{\beta}_1 &= \frac{3.5030^2}{0.169 \times 10^{-5} \times S(\sigma^2)} = 19.74 \quad \text{met} \quad P < 0.001 \\ \hat{\beta}_2 &= \frac{117.9303^2}{0.00731 \times S(\sigma^2)} = 5.17 \quad \text{met} \quad P < 0.05 \\ \hat{\beta}_3 &= \frac{13.9613^2}{0.00028 \times S(\sigma^2)} = 1.89 \quad \text{met} \quad P < 0.05 \end{aligned}$$

Het blijkt, dat  $\hat{\beta}_1$  en  $\hat{\beta}_2$  significant van '0' verschillen, indien  $\alpha = 0.05$ , dus kan op de behandelingsgemiddelden van  $\underline{x}$  een correctie voor  $\underline{y}_1$  en  $\underline{y}_2$  in rekening worden gebracht.

De invloed van  $\underline{y}_3$  (= aantal éénjarige takken) kan met een risico van 5% verwaarloosd worden.

De correctieterm wordt berekend uit:

$$- \sum_i \beta_i y_{i \text{ Beh}^*}$$

en het behandelingsgemiddelde na correctie wordt: (zie ook schema 1, 2 en 3)

| Behandeling | Gem.   | $\beta_1$ | $y_{1 \text{ Beh}^*}$ | $\beta_2$ | $y_{2 \text{ Beh}^*}$ | Beh.gem.na correctie |
|-------------|--------|-----------|-----------------------|-----------|-----------------------|----------------------|
| A           | 1608.3 | -3.5030   | x14.7                 | +117.9303 | x0.2                  | = 1.580 kg           |
| B           | 1790.3 | +3.5030   | x 3.1                 | +117.9303 | x0.0                  | = 1.801 kg           |
| C           | 1562.0 | +3.5030   | x 1.8                 | -117.9303 | x0.1                  | = 1.557 kg           |
| D           | 1535.4 | +3.5030   | x 9.8                 | -117.9303 | x0.2                  | = 1.546 kg           |



at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

For the first time, the line is not a straight line, but a curve. The line is not a straight line, but a curve.



at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.

at the end of the line, the line is not a straight line, but a curve.



Van belang is tenslotte het verschil tussen de berekeningsgemiddelden A, B, C en D ná correctie van  $\underline{y}_1$  en  $\underline{y}_2$ .

Om dit te toetsen wordt als nulhypothese gesteld:

$H_0$ : 'er is géén verschil tussen de berekeningsgemiddelden'

en indien  $H_0$  geldt, verandert de ruimte van zuiver behandelingseffect in een toevalsruimte en het Latijnse vierkant gaat over in een schema met een 2 klassen indeling naar rijen en kolommen

De gehele bewerking moet nu worden herhaald voor de twee-klassen indeling dus zonder behandelingseffecten, er moeten weer normaal vergelijkingen worden opgelost om de nieuw  $\beta$ 's te kunnen bepalen, en dus de nieuwe restvectoren te berekenen volgens:

$$\frac{\underline{x}}{R'} = \frac{\underline{x}}{N} - \frac{\underline{x}}{Kol^*} - \frac{\underline{x}}{Rij^*} \quad (3)$$

en

$$\underline{y}_{1R'} = \underline{y}_1 - \underline{y}_{1N} - \underline{y}_{1Kol^*} - \underline{y}_{1Rij^*} \quad (4)$$

etc.

De vectoren  $\underline{y}$  worden weer ontbonden in 2 loodrechte componenten, één in de ruimte rij + kolom en één in de ruimte hier loodrecht op, in  $R'$ , welke nu indien  $H_0$  geldt een andere restruimte is dan  $R$ .

Daarna projectie van  $\underline{x}$  op deze ruimten, en

$$\underline{x} = \frac{\underline{x}}{N} + \frac{\underline{x}}{Kol^*} + \frac{\underline{x}}{Rij^*} + \beta_1' \underline{y}_{1R'} + \beta_2' \underline{y}_{2R'} + \beta_3' \underline{y}_{3R'} + \frac{\underline{x}}{T'}$$

De nieuwe restvectoren van  $\underline{x}$  en  $\underline{y}$  ontstaan volgens (3) en (4) door uit de respectievelijke schema's nu de kolom + rijeffecten vermeerderd met het niveau

... from ...

$$\frac{1}{2} \dots$$

... and ...

... the ...

... the ...

... the ...  
... the ...  
... the ...

$$\frac{1}{2} \dots$$

...

...

$$\frac{1}{2} \dots$$

...

... the ...  
... the ...

... the ...

... the ...

... the ...  
... the ...

in mindering te brengen op de oorspronkelijke vectoren:

| No  | $Y_{1R'}$ | $Y_{2R'}$ | $Y_{3R'}$ | $x_{R'}$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|----------|
| 1   | 50.2      | 0.8       | -0.1      | - 152.6  |
| 2   | 11.2      | -0.2      | -0.1      | 877.4    |
| 3   | 30.2      | -1.2      | -2.1      | 637.4    |
| 4   | 124.2     | -0.2      | -1.1      | 1917.4   |
| 5   | 68.2      | -0.2      | 4.9       | 1247.4   |
| ⋮   | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮        |
| 192 | 76.7      | 0.1       | 4.9       | - 807.7  |

Het rekenschema wordt nu

|           |        |          |             |         |         |        |
|-----------|--------|----------|-------------|---------|---------|--------|
| 705285.36 | 237.46 | 21317.86 | 2723186.06  | 1       | 0       | 0      |
|           | 151.09 | 246.32   | -12518.58   | 0       | 1       | 0      |
|           |        | 4548.27  | 104566.12   | 0       | 0       | 1      |
|           | A      |          | $Y'x_{R'}$  |         |         | I      |
| 839.813   | 0.283  | 25.384   | 3242.610    | 0.0012  |         |        |
|           | 12.289 | 19.459   | -1093.355   | 0       | 0.0814  |        |
|           |        | 59.374   | 733.171     | -0.0005 | -0.0267 | 0.0168 |
|           | T      |          | $DY'x_{R'}$ |         |         | D      |

en

$$\hat{\beta}'_1 = 0.0012 \times 3242.610 - 0 \times 1093.355 - 0.0005 \times 733.171 = 3.5245$$

$$\hat{\beta}'_2 = 0 \times 3242.610 - 0.0814 \times 1093.355 - 0.0267 \times 733.171 = -108.5748$$

$$\hat{\beta}'_3 = 0 \times 3242.610 - 0 \times 1093.355 + 0.0168 \times 733.171 = 12.3173$$

De bijbehorende kwadraatprojectie:

$$3.5245 \times 3242.610 + 108.5748 \times 1093.355 + 12.3173 \times 733.171 = 12245045.76$$

en  $x_{R'}^2 = 80394836.28$

ANALISIS KUALITAS AIR

| No | Parameter       | Nilai | Standar   |
|----|-----------------|-------|-----------|
| 1  | pH              | 7,2   | 6,5 - 8,5 |
| 2  | DO              | 4,5   | 2 - 8     |
| 3  | BOD             | 1,2   | 0 - 5     |
| 4  | COD             | 15    | 0 - 25    |
| 5  | TSS             | 10    | 0 - 50    |
| 6  | Ammonia         | 0,5   | 0 - 1     |
| 7  | Nitrat          | 10    | 0 - 50    |
| 8  | Nitrit          | 0,2   | 0 - 1     |
| 9  | Phospor         | 0,5   | 0 - 1     |
| 10 | Sulfida         | 0,1   | 0 - 0,5   |
| 11 | Salinitas       | 10    | 0 - 30    |
| 12 | Kelembaban      | 85    | 70 - 90   |
| 13 | Kecepatan Angin | 10    | 0 - 20    |
| 14 | Arus            | 0,5   | 0 - 1     |
| 15 | Waktu           | 10    | 0 - 20    |
| 16 | Waktu           | 10    | 0 - 20    |
| 17 | Waktu           | 10    | 0 - 20    |
| 18 | Waktu           | 10    | 0 - 20    |
| 19 | Waktu           | 10    | 0 - 20    |
| 20 | Waktu           | 10    | 0 - 20    |



Analisis kualitas air dilakukan dengan menggunakan alat ukur yang telah disediakan. Hasil analisis menunjukkan bahwa kualitas air di lokasi penelitian masih tergolong baik. Hal ini dapat dilihat dari nilai-nilai parameter yang diukur, yang masih berada dalam batas-batas normal. Namun demikian, perlu dilakukan pemantauan secara berkala untuk memastikan kualitas air tetap terjaga.

in mindering te brengen op de oorspronkelijke vectoren:

| No  | $y_{1R'}$ | $y_{2R'}$ | $y_{3R'}$ | $x_{R'}$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|----------|
| 1   | 50.2      | 0.8       | -0.1      | - 152.6  |
| 2   | 11.2      | -0.2      | -0.1      | 877.4    |
| 3   | 30.2      | -1.2      | -2.1      | 637.4    |
| 4   | 124.2     | -0.2      | -1.1      | 1917.4   |
| 5   | 68.2      | -0.2      | 4.9       | 1247.4   |
| ⋮   | ⋮         | ⋮         | ⋮         | ⋮        |
| 192 | 76.7      | 0.1       | 4.9       | - 807.7  |

Het rekenschema wordt nu

|           |        |          |             |         |         |        |
|-----------|--------|----------|-------------|---------|---------|--------|
| 705285.36 | 237.46 | 21317.86 | 2723186.06  | 1       | 0       | 0      |
|           | 151.09 | 246.32   | -12518.58   | 0       | 1       | 0      |
|           |        | 4548.27  | 104566.12   | 0       | 0       | 1      |
|           | A      |          | $Y'x_{R'}$  |         |         | I      |
| 839.813   | 0.283  | 25.384   | 3242.610    | 0.0012  |         |        |
|           | 12.289 | 19.459   | -1093.355   | 0       | 0.0814  |        |
|           |        | 59.374   | 733.171     | -0.0005 | -0.0267 | 0.0168 |
|           | T      |          | $DY'x_{R'}$ |         |         | D      |

en

$$\hat{\beta}'_1 = 0.0012 \times 3242.610 - 0 \times 1093.355 - 0.0005 \times 733.171 = 3.5245$$

$$\hat{\beta}'_2 = 0 \times 3242.610 - 0.0814 \times 1093.355 - 0.0267 \times 733.171 = -108.5748$$

$$\hat{\beta}'_3 = 0 \times 3242.610 - 0 \times 1093.355 + 0.0168 \times 733.171 = 12.3173$$

De bijbehorende kwadraatprojectie:

$$3.5245 \times 3242.610 + 108.5748 \times 1093.355 + 12.3173 \times 733.171 = 12245045.76$$

en  $x_{R'}^2 = 80394836.28$



Zodat, indien  $H_0$  juist is, de som van kwadraten voor toeval na regressie wordt:

$$80394836.28 - 12245045.76 = 68149790.52 = x_{T'}^2,$$

met dimensie: 182

Aangezien de som van kwadraten voor zuiver toeval  $x_T^2$  in het voorgaande berekend werd: 65831262.41 met dimensie 179, moet, indien  $H_0$  geldt,  $x_{T'}^2 - x_T^2$  ook een som van kwadraten voor toeval zijn met dimensie 3.

Uit de F toets:

$$\frac{(x_{T'}^2 - x_T^2)/3}{x_T^2/179} = \frac{2318528.11/3}{367772.42} = 2.10$$

met een overschrijdingskans van ongeveer 10% volgt:

Conclusie:

De nulhypothese: 'er is géén verschil tussen de beregeningsgeriddelden' wordt niet verworpen, dat wil zeggen na correctie van de beregeningsgemiddelden op aantal trossen en aantal gestel takken per struik kan tussen de trappen A, B, C en D géén significant verschil worden aangetoond.

De variatie coëfficiënt bedraagt tenslotte:

$$\frac{606.44}{16.24} = 37.34$$

In tegenstelling met het rode-bessen proefveld van 1962, waarbij de variatie coëfficiënt op 19.69 werd berekend, ligt deze aan de hoge kant. Dit kan eventueel worden toegeschreven aan onder andere het snoeien, invloed van de zeer strenge winter 1962/1963 en heterogeniteit van de ontwikkeling van de struik.

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

... ..

... ..

... ..

... ..

...

... ..