

NOTA no 298, d. d. 20 april 1965

Enkele opmerkingen over de bepaling van
ruwheidsfactoren in open leidingen

J. Wesseling

**BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW**

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemid-
delen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een
eenvoudige weergave van cijfer-reeksen, als op een concluderende
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onder-
zoek nog niet is afgesloten.

Aan gebruikers buiten het Instituut wordt verzocht ze niet in pu-
blikaties te vermelden.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut
in aanmerking.

1. Inleiding

Voor het ontwerpen van open waterlopen wordt doorgaans gebruik gemaakt van de formule van Manning

$$v = K_m R^{2/3} S^{1/2} \quad (1)$$

waarin

v = de gemiddelde stroomsnelheid in m/sec.

R = hydraulische straal in meters

S = verhang in m/m

K_m = ruwheidsfactor in $m^{1/3}/\text{sec}$.

De laatste tijd doet zich de vraag voor, of deze formule wel een juist beeld geeft van de stroming in open leidingen. Hierbij wordt dan veelal aangevoerd, dat de machten van S en R van de gegeven waarden afwijken, zodat K_m afhankelijk zal zijn van, v , R en S . Dit wordt inderdaad door metingen van BON (nota in bewerking) aangetoond.

Door de grote variatie die K kan vertonen met de tijd, hetzij door begroeiing van de leiding hetzij door andere oorzaken (zie o.a. FLACH en PIETERS, nota nr. 231) zal bij een ontwerp de schatting van de optredende waarde van K_m steeds een moeilijkheid blijven. Vanuit dit oogpunt zal het dan ook niet zo belangrijk zijn, dat zich bepaalde afwijkingen van de gegeven formule voordoen, mits deze maar kleiner zijn dan de nauwkeurigheid waarmee K_m bekend is of de mate waarin deze factor varieert. Het is echter gezien de vele discussies die zich voordoen over dit soort problemen alsmede de vraag, hoe bij een geregistreeerde waterhoogte de bijbehorende afvoer moet worden berekend, waardevol na te gaan of de formule van Manning al dan niet een voldoende beschrijving is van de werkelijk optredende verschijnselen. In deze nota worden dan ook een aantal meetgegevens getoetst aan een door BRETTING (1948) ontwikkelde en door ENGELUND (1964) enigszins gewijzigde theorie getoetst.

2. Afleiding van weerstandsformules

Uitgegaan wordt van de stromingsformule van Darcy-Weisbach

$$S = \lambda' \frac{v^2}{2g} \frac{1}{R} \quad (2)$$

waarin λ' een weerstandscoefficiënt en g de versnelling van de zwaartekracht. Voor λ' worden waarden opgegeven door PRANDTL-VON KARMAN, NIKURADSE en COLEBROOK-WHITE. Figuur 1 geeft het verband tussen λ en R_e , het getal van REYNOLDS, volgens NIKURADSE. Hierbij zijn drie gebieden te onderscheiden en wel

- I. laminaire stroming, kleine R_e
- II. turbulente stroming, middelmatige R_e , hydraulisch gladde oppervlakten
- III. turbulente stroming, grote R_e , hydraulisch ruwe oppervlakten.

BRETTING (1948) schematiseert de drie gevallen nu als weergegeven in figuur 2 door de curve te vervangen door een polygoon bestaande uit 3 rechte lijnen. Opgemerkt dient te worden dat in gebied II de lijn parallel kan verschuiven aan die van hydraulisch gladde oppervlakten door aanwezigheid van grotere plaatselijke oneffenheden van elkander gescheiden door gladde oppervlakten zoals ook wordt gevonden voor drainbuizen.

Voor de drie gebieden geldt nu respectievelijk

$$\text{I.} \quad \log R_e = 0,602 - \log \lambda' \quad (3)$$

$$\text{II.} \quad \log \frac{R_e}{w} = \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} + \log \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} + 0,099 \quad (4)$$

$$\text{III.} \quad \log \frac{R}{k} = \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} - 1,171 \quad (5)$$

Hierin is w een maat van de golving en k de wandruwheid.

Beschouwen we eerst gebied III, dan kan met behulp van vergelijking 5 het verband tussen $\frac{1}{4\sqrt{\lambda'}}$ en $\frac{R}{k}$ worden uitgezet (figuur 3). Het blijkt nu, dat de verkregen curve goed kan worden benaderd door drie rechte lijnstukken met hel-

lingen $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ en $\frac{1}{12}$, waarvoor dan geldt:

$$\text{IIIa.} \quad \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} = 1,143 \left(\frac{R}{k}\right)^{1/3} \quad (6)$$

$$\text{IIIb.} \quad \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} = 1,458 \left(\frac{R}{k}\right)^{1/6} \quad (7)$$

$$\text{IIIc.} \quad \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} = 2,330 \left(\frac{R}{k}\right)^{1/12} \quad (8)$$

Op dezelfde wijze kan voor gebied II uit vergelijking 4 het verband tussen $\frac{1}{4\sqrt{\lambda'}}$ en $\frac{R}{w}$ worden berekend (figuur 4).

Het blijkt, dat dit gebied kan worden benaderd met twee rechte lijnen, waarvoor geldt

$$\text{IIId.} \quad \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} = 1,060 \left(\frac{R}{w}\right)^{1/8} \quad (9)$$

$$\text{IIe.} \quad \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} = 1,627 \left(\frac{R}{w}\right)^{1/12} \quad (10)$$

Tot slot kan voor gebied I, waarin laminaire stroming optreedt vergelijking (3) worden gesteld, dus

$$\text{If.} \quad \lambda' = \frac{R}{64} \quad (11)$$

Het vervangen van de functies (4) en (5) door rechte lijnen, dus door de functies 6 tot en met 10 geeft een afwijking die maximaal 3% kan zijn.

Om tot een stromingsformule te geraken kan gebruik worden gemaakt van de vergelijking van CHEZY

$$v = C\sqrt{RS} \quad (13)$$

Vergelijkt men deze formule met vergelijking (2) dan blijkt dat

$$C = \sqrt{\frac{2g}{\lambda'}}$$

waaruit volgt dat

$$\frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} = \frac{C}{4\sqrt{2g}} \quad \text{of} \quad C = \sqrt{2g} \frac{1}{4\sqrt{\lambda'}} \quad (14)$$

Invullen van de betreffende waarden van $\frac{1}{4\sqrt{\lambda'}}$ uit vergelijking (6) tot en met (11) geeft dan C-waarden die ingevuld kunnen worden in (13). Het resultaat is dan:

I. Turbulente stroming, grote R_e , hydraulisch ruwe wanden

$$\text{a. } v = K_a R^{5/6} S^{1/2} \quad K_a = \frac{20,25}{3\sqrt{K}} \quad 0,540 < R/K < 4,32 \quad (15)$$

$$\text{b. } v = K_b R^{2/3} S^{1/2} \quad K_b = \frac{25,84}{6\sqrt{K}} \quad 4,32 < R/K < 276 \quad (16)$$

$$\text{c. } v = K_c R^{7/12} S^{1/2} \quad K_c = \frac{41,28}{12\sqrt{K}} \quad 276 < R/K < 1,13 \cdot 10^6 \quad (17)$$

II. Turbulente stroming, grote R_e , hydraulisch gladde wand ($w = 1$) of glad met plaatselijk ruwe plekken

$$\text{d. } v = K_d R^{5/7} S^{4/7} \quad K_d = 197,9 \left(\frac{v_{10}}{vw}\right)^{1/7} \quad 437 < \frac{R_e}{w} < 29 \cdot 250 \quad (18)$$

$$\text{e. } v = K_e R^{7/11} S^{6/11} \quad K_e = 134,1 \left(\frac{v_{10}}{vw}\right)^{1/11} \quad 29 \cdot 250 < \frac{R_e}{w} < 1,82 \cdot 10^7 \quad (19)$$

III. Laminaire stroming

$$\text{f. } v = K_f R^2 S \quad K_f = 3,77 \cdot 10^6 \left(\frac{v_{10}}{v}\right) R_e < 2500 \quad (20)$$

Van bovenstaande formules blijkt (16) overeen te komen met de Manningformule (zie verg. 1). Vergelijking 18 komt overeen met de Blasiusvergelijking (zie nota 293, WESSELING).

Voor praktische toepassing van deze formules is het in de eerste plaats de vraag, in welk traject van R/K of $\frac{R}{w}$ men zich bevindt. In de tweede plaats doet zich de vraag voor, hoe groot de diverse k-waarden zijn.

De beantwoording hiervan zal geschieden aan de hand van enkele praktische meetresultaten.

3. Toepassing op praktische meetresultaten

De door ir. BON beschikbaar gestelde metingen hebben betrekking op de Overwoudse beek. De gegevens zijn weergegeven in tabel I.

Tabel I. Meetgegevens voor de Overwoudse beek

gem. diepte h cm	opp. m ²	R m	S, 10 ⁴ m/m	v m/sec	Q m ³ /sec	$\frac{v}{\sqrt{S}}$	$\frac{Q}{\sqrt{S}}$
15	0,449	0,1321	3,84	0,155	0,0697	7,91	3,55
16	0,488	0,1474	2,14	0,138	0,0673	9,45	4,61
24	0,765	0,2089	4,75	0,286	0,2189	13,12	10,0
25	0,808	0,2196	4,79	0,281	0,2272	12,84	10,6
20	0,675	0,1830	4,38	0,225	0,1520	10,80	7,27
17	0,626	0,1787	4,15	0,202	0,1250	9,90	6,12
20	0,670	0,1890	4,80	0,239	0,1601	10,92	7,33
22	0,771	0,2035	5,50	0,265	0,2057	11,32	8,77
50	1,748	0,4036	8,52	0,633	1,1068	21,75	38,1
23	0,785	0,1997	6,26	0,352	0,2765	14,09	11,1
20	0,655	0,1814	4,62	0,237	0,1555	11,02	7,23

Uit de gegevens blijkt dat we hier te doen hebben met een tamelijk brede, ondiepe beek.

De bepaling van de exponent van R zou het eenvoudigst kunnen geschieden door $\frac{v}{\sqrt{S}}$ uit te zetten tegen R. Het resultaat, weergegeven in figuur 5 vertoont echter een zodanige spreiding, dat de helling van een te trekken lijn niet nauwkeurig

genoeg kan worden vastgesteld. Daarom is hier een andere werkwijze gevolgd, die gesuggereerd wordt door figuur 6, waarin Q/\sqrt{S} tegen R is uitgezet. De helling van de ontstane lijn bevat echter de natte oppervlakte van de beek en deze bepaalt de waarde van R. Het voordeel van het werken met Q is echter dat deze factor een grotere variatie vertoont dan de snelheid v.

De grootte van de natte oppervlakte F en de gemiddelde waterdiepte h zijn vrij nauwkeurig vast te stellen. Uit tabel I volgt na vereffening van de gegevens

$$F = 5,389 R^{1,236} \quad (21)$$

en

$$F = 3,707 h^{1,073} \quad (22)$$

Aangezien door deze beide vergelijkingen F is uitgedrukt in h en R, mag men een nauwkeuriger uitkomst verwachten door eerst het verband tussen $\frac{Q}{\sqrt{S}}$ en h te zoeken. De waarden van h en Q zijn namelijk direct bepaald terwijl voor v en R nog extra berekeningen noodzakelijk waren. Figuur 8 geeft de vereffening van de gegevens voor $\frac{Q}{\sqrt{S}}$ en R waaruit volgt

$$\frac{Q}{\sqrt{S}} = 144,975 h^{1,862} \quad (23)$$

Uit dit verband volgt met behulp van (21) en (22)

$$\frac{Fv}{S^{1/2}} = 144,975 \left(\frac{F}{3,707}\right)^{\frac{1,862}{1,073}}$$

$$\frac{v}{S^{1/2}} = 144,975 \left(\frac{1}{3,707}\right)^{1,735} F^{0,735}$$

$$\frac{v}{S^{1/2}} = 144,975 \left(\frac{1}{3,707}\right)^{1,735} (5,389)^{0,735} R^{1,236 \times 0,735}$$

$$\frac{v}{S^{1/2}} = 51,5 R^{0,91} \quad (24)$$

De exponent van R ligt hoger dan $\frac{5}{6}$ (= 0,83). Hierbij moet bedacht worden (zie ook BRETTING, 1948), dat deze exponent sterk zal worden beïnvloed door de meetnauwkeurigheid. Wel mag worden aangenomen, dat de stroming kan worden gekarakteriseerd door het gebied IIIa met mogelijk enkele metingen op de grens tussen turbulent en laminair. De exponent van R voor het laatste gebied moet = 1 zijn.

Voorts valt de relatief hoge waarde van de constante 51,5 op. Dit zou volgens ENGELUND (1964) verklaarbaar kunnen zijn omdat wil men rekening houden met een niet uniforme wrijving langs de wand een weerstandswaarde \bar{R} moet gebruiken in plaats van de hydraulische straal R. De waarde van \bar{R} hangt af van de vorm van het kanaal. Voor een rechthoekig kanaal is $\bar{R} = R$, voor een parabolisch kanaal is $\bar{R} = 1,16 R$ en voor een driehoekig kanaal geldt $\bar{R} = 1,27 R$.

Stellen we hier $\bar{R} = 1,1 R$ dan zouden we vinden

$$v = 47,3 \bar{R}^{0,91} s^{1/2} \quad (25)$$

Volgens vergelijking (15) zou dan de zandruwheid van de beek kunnen worden berekend uit

$$47.3 = 20,25 k^{-1/3} \quad (26)$$

of $k = 0,078$ meter of 78 mm

Vergelijkt men vergelijking (1) (Manning) en vergelijking (15) (ENGELUND), dan blijkt het verschil in de exponent van R een waarde $\frac{1}{6}$ te bedragen. Het verschil in exponent tussen (1) en (25) blijkt $0,91 - 0,67 = 0,34$ te zijn. In figuur 9 zijn nu de door ir. BON berekende K_m -waarden uitgezet tegen de hydraulische straal R. In deze figuur zijn twee lijnen met een helling van respectievelijk $1/6$ en $0,34$ getrokken. Gezien de ligging van de punten lijkt het erop of een waarde lager dan $0,34$ beter voldoet, hetgeen in overeenstemming met de theorie van ENGELUND is.

Conclusies

Bewerking van een aantal verhang- en afvoermetingen van de Overwoudse beek toont aan, dat de stroming afwijkt van die beschreven door de Manningformule (verg. 1). Het aantal gegevens is echter beperkt. Voor een juist oordeel omtrent de geldigheid van de formule van Manning zowel als de door ENGELUND ontwikkelde

vergelijkingen is het vooralsnog gewenst, dat meer gegevens bewerkt worden voordat een algemeen geldende conclusie kan worden getrokken. De thans bewerkte, gegevens wijzen in de richting van een hogere exponent voor R.

Literatuur

BRETTING, A.E. (1958) - A set of practical hydraulic formulae based on recent experimental research. Comparison with older formulae. Int.Assoc. for Hydr.Structure Research Stockholm 7 - 9 - VI. 1958

ENGELUND, F. (1964) - Flow resistance and hydraulic radius Acta Polytechnica Scandinavica. Civ.Eng. and Building Construction Series nr. 24.

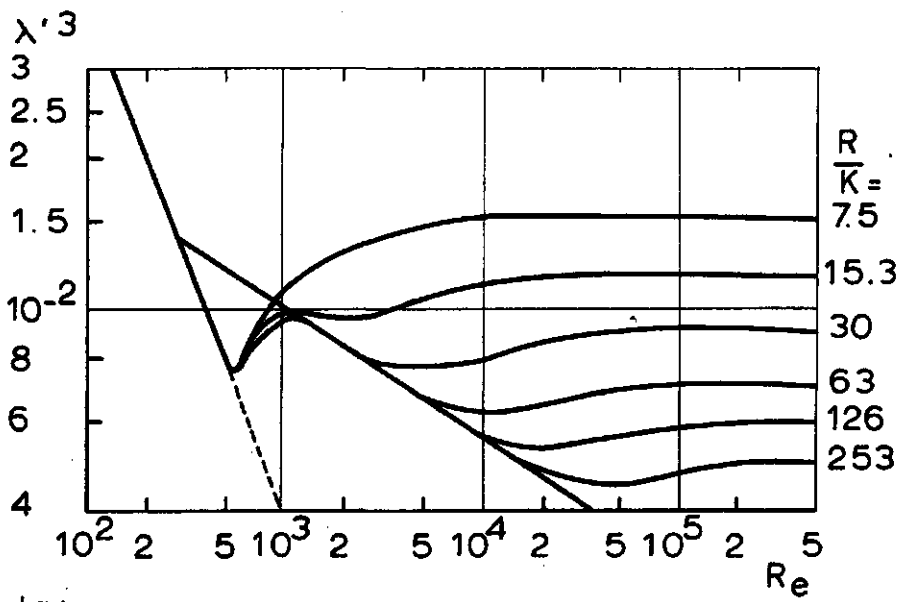


fig. 1

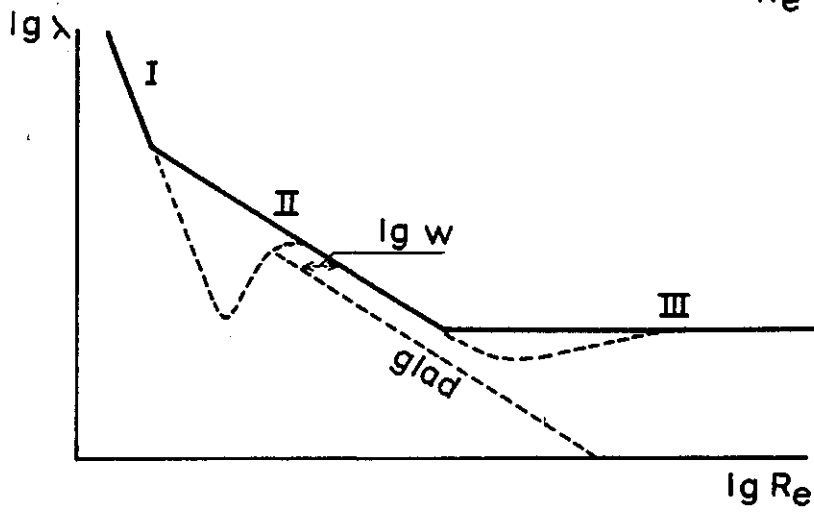


fig. 2

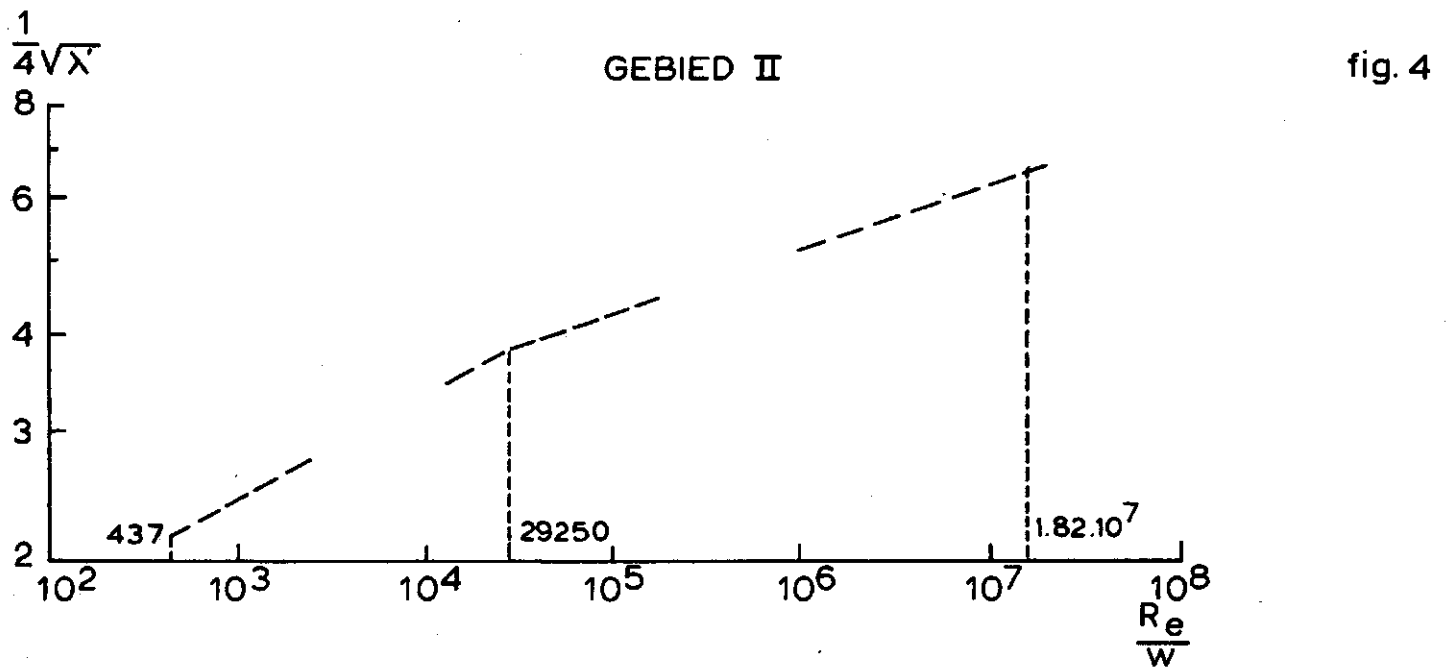
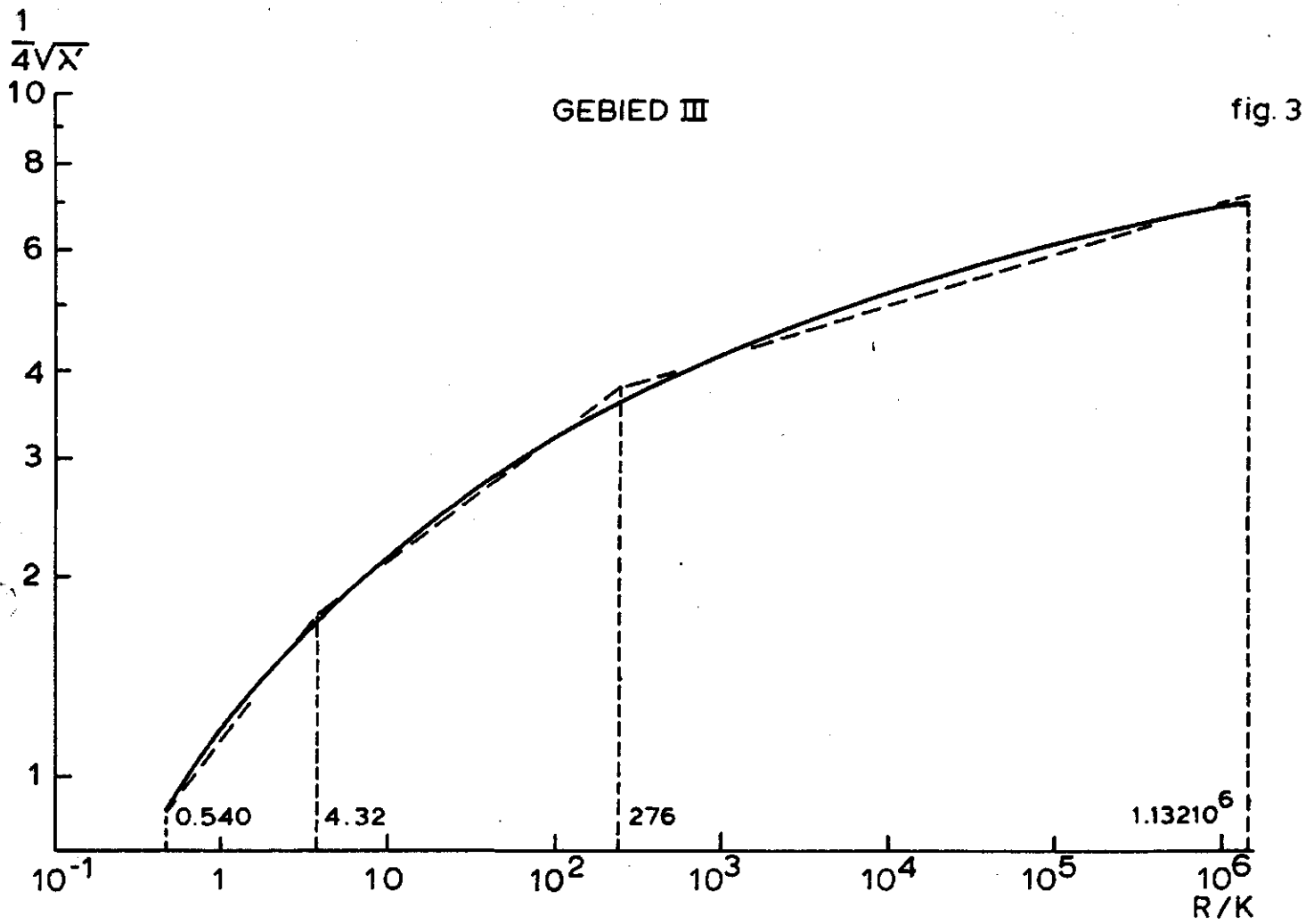
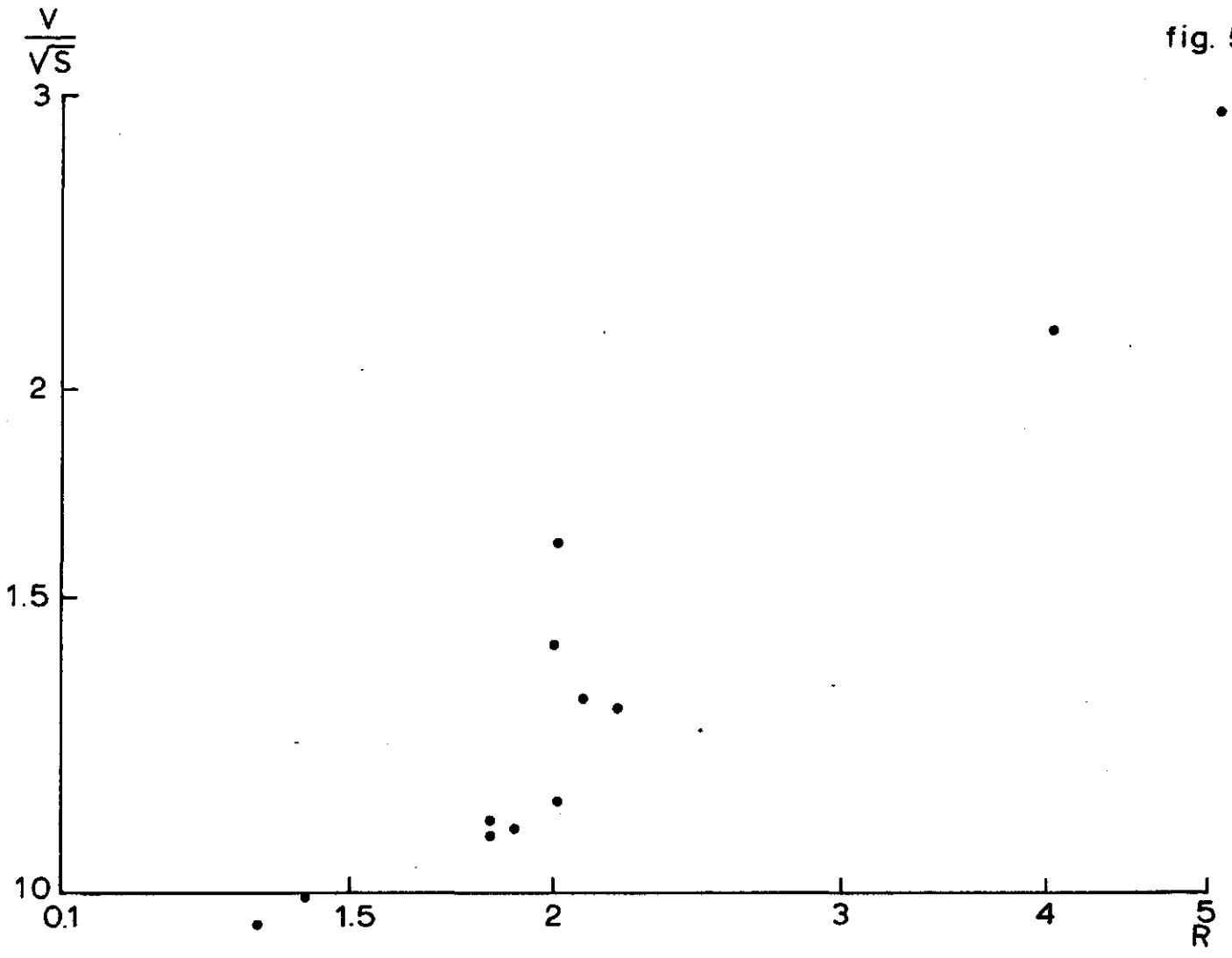


fig. 5



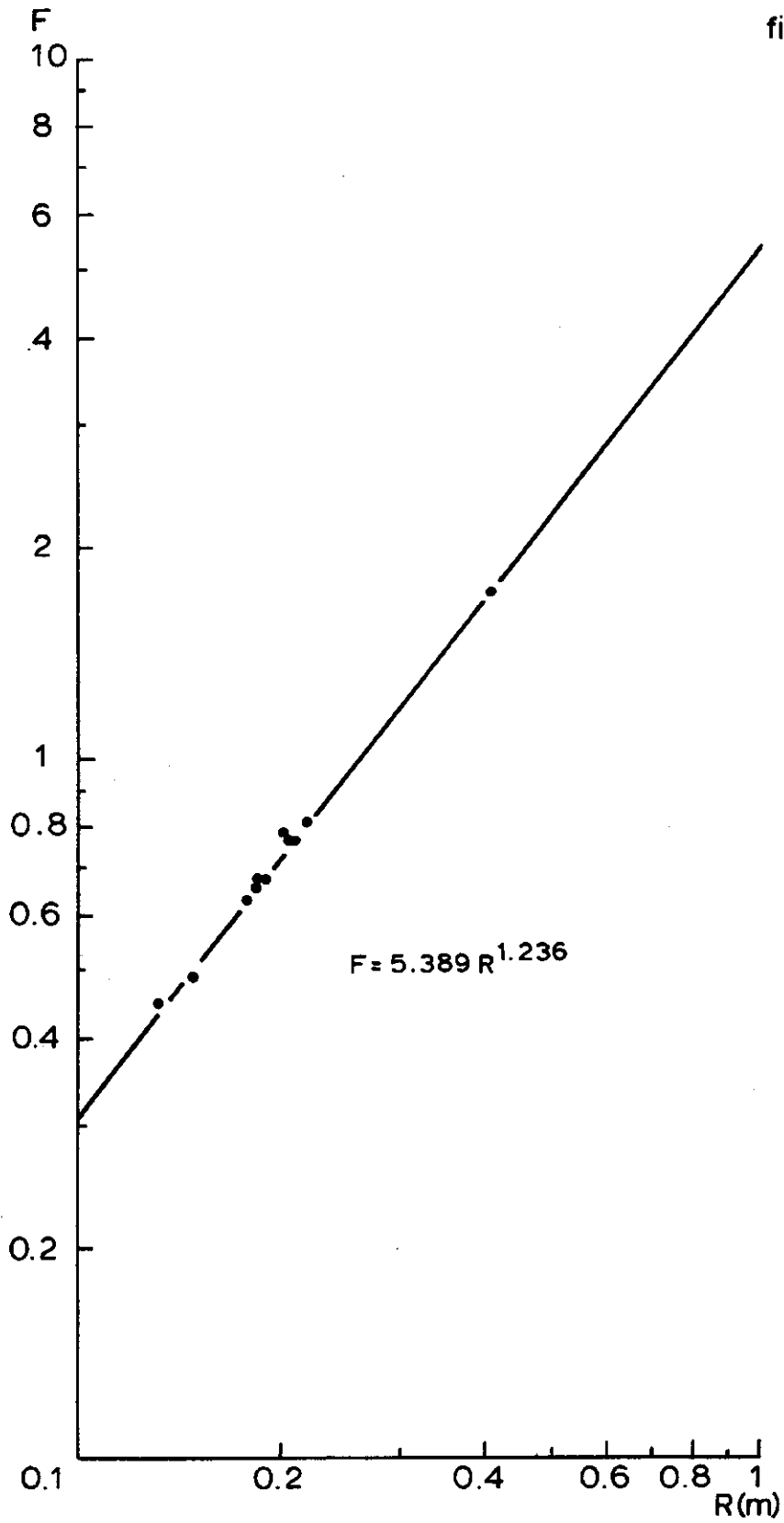
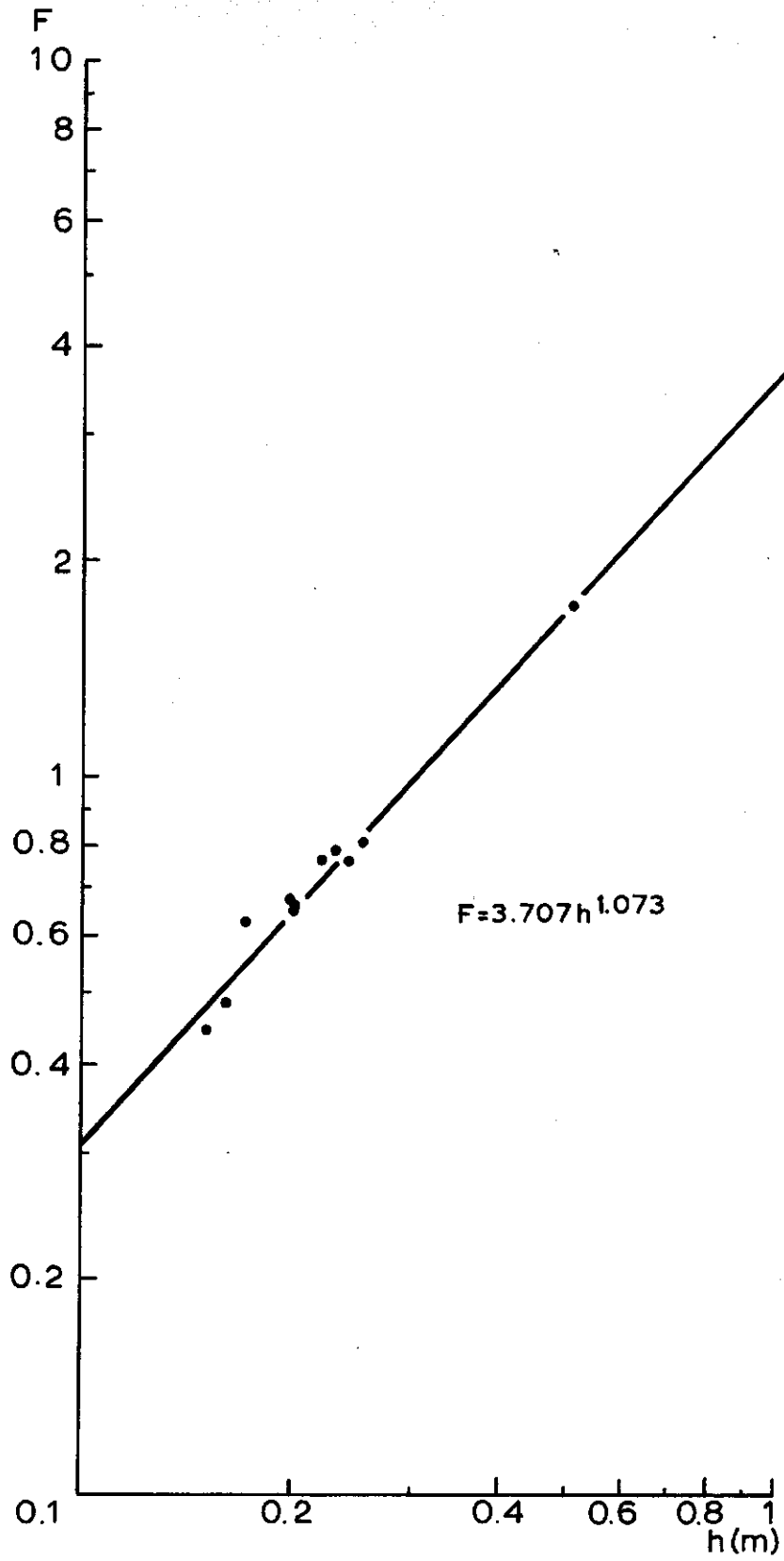


fig. 7



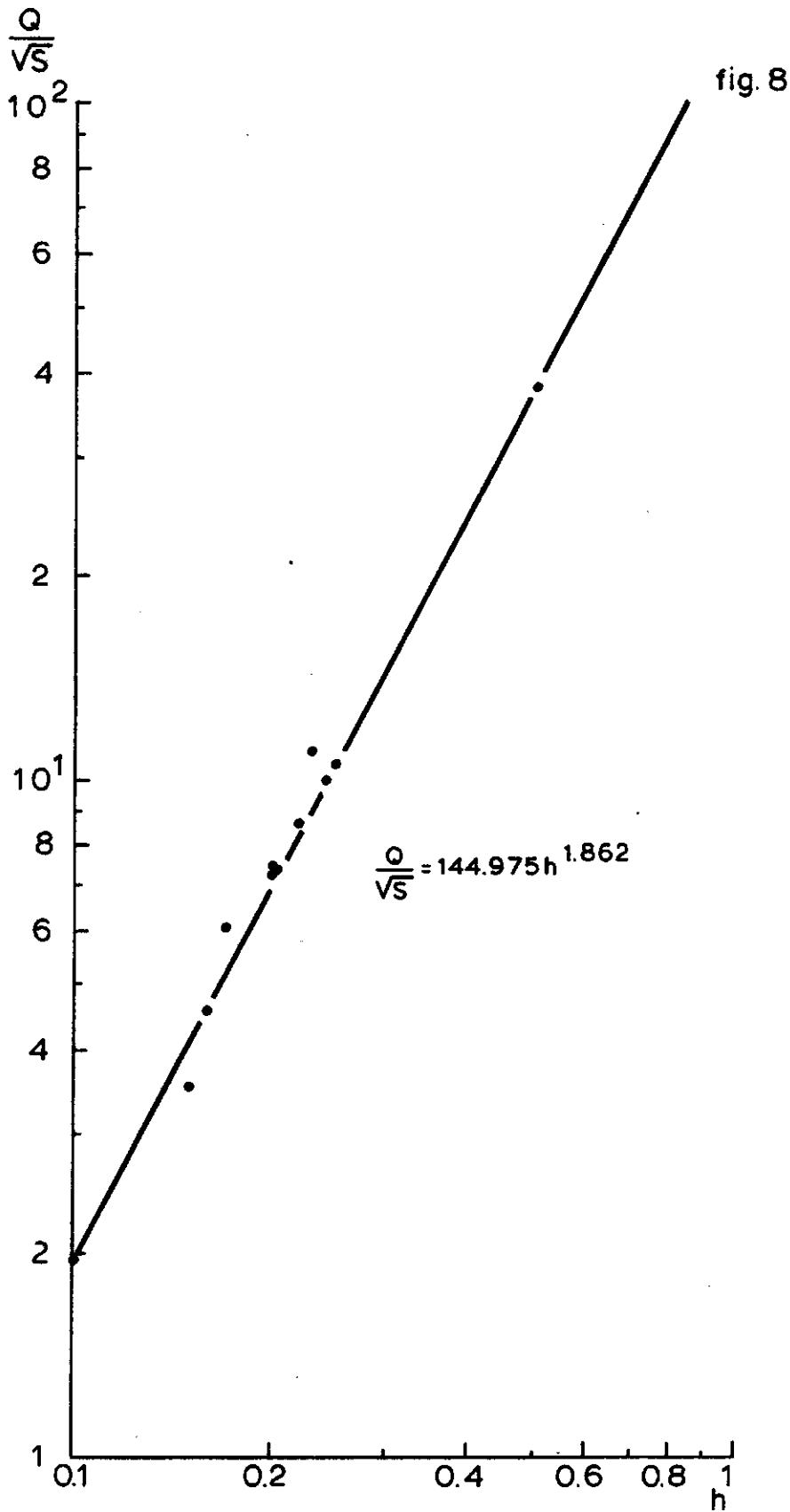


fig. 9

