

*hr Luydens*

NN31545.0436

INSTITUUT VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING

NOTA 436, <sup>I</sup>d. d. 25 januari 1968

**BIBLIOTHEEK  
STARINGGEBOUW**

Een numeriek model voor het weergeven  
van de seizoeninvloed op  
overschrijdingskansen

Ph. Th. Stol

---

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemid-  
delen, dus geen officiële publikaties.  
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een  
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende  
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen  
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onder-  
zoek nog niet is afgesloten.  
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut  
in aanmerking.

---



ISBN = 190924-01

THE NATIONAL BUREAU OF STANDARDS

Washington, D. C.

1963

Standard for  
Copper

100-10-01

Year	Standard	Specification
1963	100-10-01	Copper
1963	100-10-02	...
1963	100-10-03	...
1963	100-10-04	...
1963	100-10-05	...
1963	100-10-06	...
1963	100-10-07	...
1963	100-10-08	...
1963	100-10-09	...
1963	100-10-10	...

## Inleiding

Meteorologische en hydrologische waarnemingsreeksen worden veelal in frequentie-figures samengevat. De methode op zich zelf is eenvoudig en leidt tot overzichtelijke resultaten tengevolge van de bijzondere eigenschappen van de gebruikte techniek.

In het kort komt de werkwijze op het volgende neer. Over de periode van waarneming worden de gegevens gerangschikt naar niet afnemende grootte zodat uitgegaan wordt van de reeks die, als geen gelijken voorkomen, voorgesteld kan worden door

$$x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_i < \dots < x_n \quad (1)$$

Vervolgens wordt van elk gegeven vastgesteld welke de cumulatieve frequentie in de steekproef (1) is, door bijvoorbeeld vast te stellen de zogenaamde 'onderschrijdingsfrequentie':

$$h_<(x_i) = \frac{i}{n} \quad (2)$$

wat de frequentie is waarmede de waarde  $x_i$  niet zal worden bereikt<sup>\*</sup>). De zogenaamde 'overschrijdingsfrequentie' volgt uit

$$h_>(x_i) = 1 - h_<(x_i) \quad (3)$$

wat de frequentie is waarmede de waarde  $x_i$  wel zal worden bereikt of overschreden.

Een frequentie-diagram ontstaat nu door de volgende punten tegen elkaar uit te zetten:

$$(x, y) = (x_i, h_<(x_i)) \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

<sup>\*</sup>) Andere mogelijkheden zijn  $\frac{i - 0,3}{i + 0,4}$ ,  $\frac{i}{n + 1}$ , welke bij een gering aantal gegevens in deze volgorde een zekere voorkeur verdienen

Appendix

The first part of the appendix contains a list of the names of the persons who have been appointed to the various committees of the Board of Directors. The names are listed in alphabetical order of their surnames.

The second part of the appendix contains a list of the names of the persons who have been appointed to the various committees of the Board of Directors. The names are listed in alphabetical order of their surnames.

The third part of the appendix contains a list of the names of the persons who have been appointed to the various committees of the Board of Directors. The names are listed in alphabetical order of their surnames.

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

The fourth part of the appendix contains a list of the names of the persons who have been appointed to the various committees of the Board of Directors. The names are listed in alphabetical order of their surnames.

The fifth part of the appendix contains a list of the names of the persons who have been appointed to the various committees of the Board of Directors. The names are listed in alphabetical order of their surnames.

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad f'(x) = 2x + 2$$

The sixth part of the appendix contains a list of the names of the persons who have been appointed to the various committees of the Board of Directors. The names are listed in alphabetical order of their surnames.

Aangezien de reeks (1) niet-dalend is en (2) steeds stijgend, zal de polygoon die de punten (4) verbindt een steeds stijgende curve zijn. Dit betekent dat men in deze curve veelal de mogelijkheid ziet met redelijke betrouwbaarheid, dat wil zeggen reproduceerbaar, de polygoon door een vloeiende gemiddelde curve te vervangen, waarbij vooral het centrale gedeelte (50% punt) bij een voldoende groot aantal gegevens de benodigde houvast biedt.

Voor de meeste hydrologische verschijnselen bestaat er geen theoretische afleiding van de vorm van de frequentie-verdelingscurve zodat veelal de bovenomschreven werkwijze wordt toegepast die dan een zogenaamde empirische curve oplevert. Deze kan dan weer gebruikt worden om na het aflezen van 'ronde' waarden op de frequentie-schaal door middel van interpolatie de bijbehorende waarde van de variabele  $x$  af te lezen. Bij het gekozen frequentieniveau wordt de afgelezen waarde van  $x$  de kritieke waarde  $x_i$  genoemd (fig.1).

Zijn de frequentie-curven bijvoorbeeld voor elke maand  $m$  van het jaar vervaardigd, dan kunnen de geïnterpoleerde waarden tegen de tijd worden uitgezet voor een constant onderschrijdingspercentage, volgens de coördinaten

$$(x, y) = (m, x_i(m, h_c)) \quad , \quad h_c \text{ constant} \quad (5)$$

Hierin wordt voor  $h_c$  vaak genomen de niveaus 5, 10, 25, 50, 75, 90 en 95%. Ook deze punten kunnen weer onderling verbonden worden. De curve voor  $h_c = 50\%$  geeft de verzameling van medianen uit de empirische frequentie-curven per maand en zal de best bepaalde curve van (5) zijn, daar steekproeffluctuaties hier relatief de geringste invloed op de ligging van de frequentie-curven hebben.

Door voor gelijke frequentie-niveaus de kritieke waarden  $x_i$  tegen de maand van voorkomen uit te zetten worden curven verkregen die een periodiek karakter vertonen (zie fig. 2 en volgende). Het ligt voor de hand als golf-lengte de periode van 12 maanden te nemen terwijl de amplitude, en de verdere vorm van de curve, empirisch kunnen worden bepaald. De curven zijn overigens in de regel niet met een enkele sinusofde te beschrijven.

De bundel curven welke ontstaat door in (5) voor  $h_c$  verschillende waarden te kiezen bestaat nu dus uit een aantal van deze periodieke functies. Onderling zal de vorm verschillen doordat toppen en dalen op verschillende

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This ensures that the financial statements are reliable and can be audited without any discrepancies.

In the second section, the author details the various methods used to collect and analyze data. It mentions the use of both primary and secondary sources to gather comprehensive information. The analysis involves identifying trends, patterns, and anomalies within the data set, which helps in making informed decisions.

The third part of the document focuses on the implementation of the findings. It outlines the steps taken to put the recommendations into practice, including the allocation of resources and the establishment of a timeline. The author notes that while there were some challenges, the overall process was successful in achieving the desired outcomes.

Finally, the document concludes with a summary of the key points and a call to action. It encourages the reader to continue to monitor the situation and make adjustments as needed. The author expresses confidence in the long-term success of the project and offers to provide further assistance if required.

tijdstippen zullen optreden en ook omdat de amplituden afhankelijk zullen zijn van het niveau van  $h_z$ . Deze onderlinge verschillen in vorm zijn echter voor elk bestudeerd geval systematisch van aard.

In het volgende zal een model besproken worden waarmee de belangrijkste eigenschappen kunnen worden verklaard. Ondanks het feit dat een aantal aannamen gedaan moet worden om een numerieke behandeling mogelijk te maken - aannamen waarvan niet onderzocht is of (hoe) de gegevens hieraan (kunnen) voldoen - biedt het model de mogelijkheid de verklaring van de verschillen tussen de curven uit het gedrag van slechts enkele parameters te analyseren.

Bovendien ontstaat een beter inzicht in de voorwaarden die men in feite aan het basismateriaal oplegt door in de grafieken voor gelijke frequentie-niveaus curven van een bepaald type te tekenen. In het volgende zal dit tot uiting gebracht worden door niet zo zeer op aanpassing in details de nadruk te leggen dan wel op het algehele patroon. In de opbouw hiervan komen impliciet de voorwaarden tot uiting die men in wezen aan de samenstellende delen oplegt.

#### Gebruik van waarschijnlijkheidspapier

Het uitzetten van de punten (4) wordt in de regel op normaal waarschijnlijkheidspapier gedaan.

Hiervan is de lineair ingedeelde verticale as becijferd met een kansvariabele  $u$  met gemiddelde 0 en variantie 1. Deze as wordt in de regel vervangen door een die met de bijbehorende cumulatieve frequenties is becijferd (fig. 1) zodat de relatie wordt

$$P_{<} \{u < u_0\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_0} e^{-\frac{1}{2} v^2} dv \quad (6)$$

wat de kans  $P$  weergeeft op de gebeurtenis dat een waarneming (realisatie) van  $u$  kleiner uitvalt dan de gekozen waarde  $u_0$ . Het verdient aanbeveling de uitkomst van de integraal (6), welke in tabellenboeken kunnen worden opgezocht, te blijven beschouwen als een functie van de bovengrens. Korthedshalve wordt hiervoor geschreven  $F(u_0)$ . Bij een gekozen kansniveau  $P_i$  behoort dan een kritieke waarde  $u_i$ , verkregen uit de inverse bewerking symbolisch voorgesteld

1. The first part of the article  
 2. The second part of the article  
 3. The third part of the article  
 4. The fourth part of the article  
 5. The fifth part of the article  
 6. The sixth part of the article  
 7. The seventh part of the article  
 8. The eighth part of the article  
 9. The ninth part of the article  
 10. The tenth part of the article

The first part of the article  
 The second part of the article  
 The third part of the article  
 The fourth part of the article  
 The fifth part of the article  
 The sixth part of the article  
 The seventh part of the article  
 The eighth part of the article  
 The ninth part of the article  
 The tenth part of the article

Abstract

The first part of the article  
 The second part of the article  
 The third part of the article  
 The fourth part of the article  
 The fifth part of the article  
 The sixth part of the article  
 The seventh part of the article  
 The eighth part of the article  
 The ninth part of the article  
 The tenth part of the article

The first part of the article  
 The second part of the article  
 The third part of the article  
 The fourth part of the article  
 The fifth part of the article  
 The sixth part of the article  
 The seventh part of the article  
 The eighth part of the article  
 The ninth part of the article  
 The tenth part of the article

$$\frac{1}{x^2} = \int_0^{\infty} t e^{-xt} dt$$

The first part of the article  
 The second part of the article  
 The third part of the article  
 The fourth part of the article  
 The fifth part of the article  
 The sixth part of the article  
 The seventh part of the article  
 The eighth part of the article  
 The ninth part of the article  
 The tenth part of the article

The first part of the article  
 The second part of the article  
 The third part of the article  
 The fourth part of the article  
 The fifth part of the article  
 The sixth part of the article  
 The seventh part of the article  
 The eighth part of the article  
 The ninth part of the article  
 The tenth part of the article



door  $F^{-1}(P) = u_i$ .

Het gebruik van normaal waarschijnlijkheidspapier betekent nu dat uitgezet worden de punten met coördinaten

$$(x, y) = (x_i, F(u_i)) \quad (7)$$

Met de corresponderende lineair becijferde y-as zijn dit de coördinaten

$$(x, y) = (x_i, u_i) \quad (8)$$

zodat, wanneer ook de kansvariabele  $\underline{x}$  standaard normaal verdeeld is, de punten (8) op een rechte zullen liggen volgens

$$u = x$$

Ook andere rechten, bijvoorbeeld

$$u = Ax + B \quad (9)$$

illustreeren kansvariabelen die normaal verdeeld zijn.

Bewezen kan worden dat  $\underline{x}$  als gemiddelde waarde  $\mu = -\frac{B}{A}$  heeft en als variantie  $\sigma^2 = \frac{1}{A^2}$ , zodat de kansvariabele  $\underline{X}$  uit

$$\frac{\underline{x} - \mu}{\sigma} = \underline{X} \quad (10)$$

weer standaard normaal verdeeld is met gemiddelde 0 en variantie 1, terwijl  $\underline{x}$  symbolisch voorgesteld de verdeling  $N(-\frac{B}{A}, \frac{1}{A})$  volgt.

Van een steekproef zullen de punten op waarschijnlijkheidspapier uitgezet in het algemeen niet op een rechte liggen, ook niet als een steekproef van een normaal verdeelde groothed wordt uitgezet. Vergelijking (7) gaat dan namelijk over in

$$(x, y) = (x_i, h(x_i)) \quad (11)$$

- Die Menge  $M$  ist nicht leer, da  $0 \in M$ .  
 - Die Menge  $M$  ist abgeschlossen unter Addition und Multiplikation.

(7) 
$$\frac{1}{2} \in M$$

- Die Menge  $M$  ist nicht abgeschlossen unter Division.

(8) 
$$\frac{1}{2} \in M$$

- Die Menge  $M$  ist nicht abgeschlossen unter Division.

(9) 
$$\frac{1}{2} \in M$$

- Die Menge  $M$  ist nicht abgeschlossen unter Division.

(10) 
$$\frac{1}{2} \in M$$

- Die Menge  $M$  ist nicht abgeschlossen unter Division.

(11) 
$$\frac{1}{2} \in M$$

waarbij de beperktheid van de steekproef oorzaak is dat de punten fluctuaties rond de rechte (9) zullen vertonen. Met behulp van statistische technieken kan nu nagegaan worden of afwijkingen van (9) mogelijk uit toevallige afwijkingen verklaard kunnen worden. Wanneer empirisch wordt aangenomen dat een zekere functionele betrekking bestaat bijvoorbeeld

$$u = f(x_i) \quad (12)$$

zou dit betekenen dat  $f(x_i)$  wel normaal verdeeld is wat de oorzaak is dat in de regel gezocht wordt naar een transformatie van de x-as die deze functie tot grondslag heeft waardoor (11) zich toch weer als punten van een rechte op het waarschijnlijkheidspapier manifesteert.

In het nu volgende zal worden aangenomen dat deze transformatie bekend is respectievelijk niet behoeft te worden toegepast, zodat van een normaal verdeelde grootheid kan worden uitgegaan.

#### De invloed van het seizoen

De belangrijkste parameters van de normale verdeling zijn spreiding en gemiddelde. Hiermede ligt de vorm van de verdeling geheel vast. Voor een kansvariabele  $\underline{x}$  met normale verdeling  $N(\mu, \sigma)$  geldt

$$P_{< \underline{x} < x_0 } = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u = -\infty}^{u = \frac{x_0 - \mu}{\sigma}} e^{-\frac{1}{2} u^2} du \quad (13)$$
$$= F\left(\frac{x_0 - \mu}{\sigma}\right)$$

De seizoenbeweging is een afspiegeling van een sinusoidale beweging en een eerste benadering is dan ook deze als functie te kiezen. Nu kan in aanmerking genomen worden dat niet noodzakelijkerwijs het gemiddelde en de standaardafwijking dezelfde beweging zullen volgen doch in amplitude en fase kunnen verschillen. In de algemene uitdrukking voor een van de parameters

(a) The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people is  $\binom{10}{3}$ .  
 (b) The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair, is  $\binom{10}{3} \times 3$ .  
 (c) The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair and another as the secretary, is  $\binom{10}{3} \times 3 \times 2$ .

(d)  $\binom{10}{3} = 120$       (e)  $\binom{10}{3} \times 3 = 360$

The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair and another as the secretary, is  $\binom{10}{3} \times 3 \times 2 = 720$ .

The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair and another as the secretary, is  $\binom{10}{3} \times 3 \times 2 = 720$ .

The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair and another as the secretary, is  $\binom{10}{3} \times 3 \times 2 = 720$ .

The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair and another as the secretary, is  $\binom{10}{3} \times 3 \times 2 = 720$ .

(f)  $\binom{10}{3} = 120$

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$\binom{10}{3} \times 3 = 360$$

$$\binom{10}{3} \times 3 \times 2 = 720$$

The number of ways to choose a committee of 3 people from a group of 10 people, where one person is designated as the chair and another as the secretary, is  $\binom{10}{3} \times 3 \times 2 = 720$ .

$\theta_i$  wordt daarom de afhankelijkheid van de maand betrokken door te schrijven

$$\theta_i(m), m = 1, 2, \dots, 12 \quad (14)$$

met

$$\theta_i(m + 12 \cdot k) = \theta_i(m), k = 0, 1, \dots$$

Aan het toekennen van een betekenis aan niet-gehele waarden van  $m$  zal in de regel geen behoefte bestaan, zodat  $\theta_i$  een discrete functie van de tijd voorstelt. Men kan nu trachten de continue functie  $\theta_i(t)$  te vinden die voor  $t = 1, 2, \dots, 12$  aan (14) voldoet.

Als eerste benadering kan voor  $\theta_i(t)$  een sinuscurve genomen worden. De algemene gedaante luidt dan nu:

$$\theta_1(t) = \mu(t) = M + A_m \sin(t - t_m) \quad (15)$$

$$\theta_2(t) = \sigma(t) = S + A_s \sin(t - t_s) \quad (16)$$

Deze betrekkingen dienen in de bovengrens van de integraal in (13) ingebracht te worden waardoor er ontstaat

$$P_{< \underline{x} < x_0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u = -\infty}^{u = \frac{x_0 - \mu(t)}{\sigma(t)}} e^{-\frac{1}{2} u^2} du \quad (17)$$

$$= F\left(\frac{x_0 - \mu(t)}{\sigma(t)}\right)$$

waarin met  $t = 0^0, 30^0, \dots$  de parameters verkregen uit de analyse van januari, februari, ... kunnen worden ingebracht.

In feite is nu dus een meervariabelen probleem ontstaan waarin een rol spelen de kans  $P$ , de kritieke waarde  $x_0$  en de tijd (maand)  $t$ .

Met deze drie variabelen kunnen  $\frac{1}{2} \cdot 3! = 3$  typen figuren worden gegeven

now, since  $\mathcal{L}$  is a linear space, we have  $\mathcal{L} = \mathcal{L} \oplus \mathcal{L}^\perp$ .

$$(a) \quad \mathcal{L} = \mathcal{L} \oplus \mathcal{L}^\perp = \mathcal{L} \oplus \mathcal{L}^\perp$$

$$\dots \mathcal{L} \oplus \mathcal{L}^\perp = \mathcal{L} \oplus \mathcal{L}^\perp$$

Let us now show that  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space. If  $x, y \in \mathcal{L}^\perp$ , then  $\langle x, z \rangle = 0$  and  $\langle y, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$ . Therefore,  $\langle x+y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle = 0$  and  $\langle \alpha x, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$  and  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Thus,  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space.

Let us now show that  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space. If  $x, y \in \mathcal{L}^\perp$ , then  $\langle x, z \rangle = 0$  and  $\langle y, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$ . Therefore,  $\langle x+y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle = 0$  and  $\langle \alpha x, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$  and  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Thus,  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space.

$$(b) \quad \mathcal{L}^\perp = \mathcal{L}^\perp \oplus \mathcal{L}^\perp$$

$$(c) \quad \mathcal{L}^\perp = \mathcal{L}^\perp \oplus \mathcal{L}^\perp$$

and (d) is a consequence of (a) and (b).

$$(e) \quad \mathcal{L}^\perp = \mathcal{L}^\perp \oplus \mathcal{L}^\perp$$

Let us now show that  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space. If  $x, y \in \mathcal{L}^\perp$ , then  $\langle x, z \rangle = 0$  and  $\langle y, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$ . Therefore,  $\langle x+y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle = 0$  and  $\langle \alpha x, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$  and  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Thus,  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space.

Let us now show that  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space. If  $x, y \in \mathcal{L}^\perp$ , then  $\langle x, z \rangle = 0$  and  $\langle y, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$ . Therefore,  $\langle x+y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle = 0$  and  $\langle \alpha x, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle = 0$  for all  $z \in \mathcal{L}$  and  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Thus,  $\mathcal{L}^\perp$  is a linear space.

die het verband volgens (17) weergeven. Het eerste type is reeds behandeld en zijn de frequentie-curven per maand dus met  $t$  constant. De punten worden op normaal waarschijnlijkheidspapier uitgezet.

Het tweede type ontstaat door  $P$  constant te nemen en niveau-lijnen voor gelijke overschrijdingskansen  $P_{>}$  te tekenen in een  $(x, y) = (t, x_i)$  - stelsel. Dit zijn de figuren zoals reeds in het slot van de inleiding ter sprake zijn gekomen.

Het derde type ontstaat door  $x_0$  constant te nemen wa dus het verband te bestuderen tussen de grootte van de overschrijdingskans en de maand van optreden bij een vaste kritieke waarde  $x_0$ .

In het navolgende zal alleen het tweede type nader besproken worden.

#### Diagrammen met lijnen voor gelijke kansen

Lijnen voor gelijke kansen van optreden van een verschijnsel worden verkregen door in (17) de kans  $P_{<}$  constant te stellen bijvoorbeeld  $= P_0$ . Hieraan worden door alle integralen (17) met gelijke bovengrens voldaan en dus door die combinaties van  $(t, x)$  waarvoor geldt dat

$$F^{-1}(P_0) = \frac{x - \mu(t)}{\sigma(t)} = u_0$$

waaruit met (15) en (16) voor de betrekking tussen  $t$  en  $x$  volgt:

$$x = M + A_m \sin(t - t_m) + u_0 \{S + A_s \sin(t - t_s)\}$$

Deze betrekking kan als volgt herleid worden. Schrijf de sinustermen uit en verzamel naar  $\sin t$  en  $\cos t$  waardoor ontstaat

$$x = (M + u_0 S) + \alpha \sin t - \beta \cos t \quad (18)$$

waarin

$$\alpha = A_m \cos t_m + u_0 A_s \cos t_s$$

$$\beta = A_m \sin t_m + u_0 A_s \sin t_s$$

Stel vervolgens  $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = W$  en  $\frac{\alpha}{W} = \cos \phi$  en  $\frac{\beta}{W} = \sin \phi$

... about 10 ...  
 ...  
 ...  
 ...  
 ...  
 ...  
 ...  
 ...  
 ...

...  
 ...  
 ...  
 ...

...

...

...

...

...

...



zodat tenslotte

$$x = (M + u_0 S) + W \sin(t - \phi) \quad (19)$$

waarmede is aangetoond dat voor elke constante waarde van P de niveau-lijnen weer sinusoiden zijn, met

$$\text{Gemiddelde:} \quad M + u_0 S \quad (20)$$

$$\text{Amplitude : } W = \sqrt{A_m^2 + u_0^2 A_s^2 + 2u_0 A_m A_s \cos(t_m - t_s)} \quad (21)$$

en

$$\text{Fase : } \sin \phi = \frac{A_m \sin t_m + u_0 A_s \sin t_s}{W} \quad (22)$$

zodat dus zowel de gemiddelde waarde, de amplitude als de faseverschuiving afhangt van het kansenniveau voorgesteld door  $u_0$ , en de toppen en dalen tussen de niveau-lijnen onderling verschoven zullen liggen.

#### Bijzondere gevallen

De uitkomst kan geverifieerd worden met enkele bijzondere waarden van de variabelen die zich gemakkelijk lenen voor het interpreteren van het resultaat.

- 1) Voor de curve die de medianen verbindt geldt dat  $P_{>} = 50\%$ . Voor een normaal verdeelde grootheid is dan tevens  $u_0 = 0$ . Uit (19) tot en met (22) wordt hiermede onmiddellijk (15) terug verkregen.
- 2) Indien de faseverschuivingen in (15) en (16) beide gelijk zijn aan  $t_0$  volgt uit (19) tot en met (22):

$$x = (M + u_0 S) + (A_m + u_0 A_s) \sin(t - t_0)$$

Gemiddelde waarde en amplitude van de niveau-lijnen zullen van  $P_0$  afhangen doch alle toppen en dalen worden op hetzelfde tijdstip bereikt (zie voorbeelden in de figuren 2 en 3).

10/1/57

(91)

(1) - 10/1/57 - 10/1/57

the following is a list of the names of the persons who were present at the meeting held on 10/1/57.

(92)

(1) - 10/1/57

(93)

(1) - 10/1/57 - 10/1/57

(94)

(1) - 10/1/57

the following is a list of the names of the persons who were present at the meeting held on 10/1/57.

(1) - 10/1/57 - 10/1/57

(95)

(1) - 10/1/57 - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

(1) - 10/1/57

- 3) Deze laatste eigenschap hebben ook de niveau-lijnen indien de gemiddelde waarde  $\mu(t)$  niet meer van het seizoen afhangt en dus constant is. In dit geval is  $A_m = 0$  en wordt verkregen

$$x = (M + u_0 S) + u_0 A_s \sin(t - t_s)$$

- 4) Tenslotte geldt deze eigenschap ook voor het geval de variantie niet van de seizoensinvloed afhangt en dus  $A_s = 0$ . Nu wordt gevonden

$$x = (M + u_0 S) + A_m \sin(t - t_m)$$

Dit geval bezit bovendien de eigenschap dat de amplituden van alle niveau-lijnen gelijk zijn zodat de lijnen door verticale verschuiving uit elkaar ontstaan gedacht kunnen worden.

- 5) Als laatste voorbeeld wordt behandeld de vraag welke van de niveau-curven de kleinste amplitude zal hebben met andere woorden onder welke voorwaarden de kritieke waarde zo constant mogelijk over het seizoen is. De voorwaarde voor de kleinste amplitude in afhankelijkheid van  $u_0$  wordt verkregen uit (21) met  $dW/du_0 = 0$ .

De oplossing is de volgende uitdrukking voor het frequentie-niveau  $u_0$  dat het kleinste amplitude vertoont:

$$u_0 = -\frac{A_m}{A_s} \cos(t_m - t_s) \quad (23)$$

Vergelijking (23) kan alleen de curve voor  $P = 50\%$ , en dus voor  $u_0 = 0$ , zijn indien  $t_m - t_s = 90^\circ$  (of een oneven-voud daarvan) en gemiddelde en standaardafwijking van  $x$  hun extreme waarden 3 maanden na elkaar aannemen (zie fig. 2). Zijn  $t_m$  en  $t_s$  aan elkaar gelijk, dan hangt  $u_0$  alleen nog van de verhouding  $A_m/A_s$  af.

De minimumwaarde zelf wordt gevonden door substitutie van (23) in (21) waaruit verkregen wordt

$$W = A_m \sin(t_m - t_s)$$

... ..  
... ..  
... ..

...

... ..  
... ..

...

... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..

... ..  
... ..

...

(13)

... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..

...

welke dus onafhankelijk is van de amplitude van de spreiding:  $A_g$ .

### Toepassingen

Bovenstaande theoretische benadering is slechts numeriek uit te voeren na uitvoerige analyses van het waarnemingsmateriaal. Vooral het verantwoord vaststellen van de juiste transformaties vergt in de regel een uitgebreidheid van de steekproef die veelal niet voorhanden is. Bovendien is het ook met een uitgebreid waarnemingsmateriaal meestal niet mogelijk tot een bepaalde transformatievorm te besluiten.

Wel kan getracht worden de figuren voor gelijke kansniveaus rechtstreeks met het bovenstaande model te benaderen. Dit heeft vooral zin om na te gaan of een verdere analyse in deze richting met succes kan worden uitgevoerd.

De gevolgde werkwijze was dat van enkele beschikbare voorbeelden de 50% niveau curve door middel van een harmonische analyse werd vereffend waarbij de eerste term in de verdere bewerking werd opgenomen. Evenzo werd uit de figuren voor gelijke kansen voor elke maand de standaardafwijking afgelezen (het traject tussen de niveau-curven 50% en 84%, respectievelijk 16% en 50%, welke waarden werden gemiddeld). Ook aan deze uitkomsten werd een sinuscurve aangepast. Tenslotte werden beide sinuscurven weer volgens de bovenomschreven methode met elkaar in verband gebracht. Hoewel deze methode grof is, beantwoordt ze aan het hier gestelde doel.

Het resultaat kan nu met het origineel vergeleken worden doch behalve dat werden eveneens enkele combinaties doorgerekend waarin aan  $t_s$  waarden van  $0^\circ$  ( $45^\circ$ )  $360^\circ$  werden gegeven. Dit werd gedaan om het effect van verschillende waarden van  $\phi$  op het totaalbeeld nogeens na te gaan. Zie hier voor figuur 2 welke verder voor zich zelf spreekt.

De voorbeelden werden aan een aantal eerdere publicaties ontleend en wel:

FONCK, H. : Frequentie van afvoer en van neerslag min afvoer voor de Baakse Beek.

I.C.W. Nota 404 d.d. 31 juli 1967

Fig. 2C: 10-daagse afvoersommen

Fig. 2E: 90-daagse afvoersommen

... large number of ...

...

... via ...

... feedback ...

... control ...

... system ...

... process ...

... data ...

... model ...

... simulation ...

... analysis ...

... design ...

... implementation ...

... evaluation ...

... conclusion ...

... references ...

... appendix ...

... glossary ...

... index ...

... July 19 ...

... request ...

... report ...

STOL, Ph.Th.: Een frequentie-onderzoek naar de verschillen tussen neerslag en verdamping.

Cie. Hydrol. Onderz. T.N.O. Versl. en Med. No. 4 (1959)

Fig. 14: Neerslag min  $0,7 E_0$ , 20-daagse sommen, Gemert.

Aangevuld uit archief met

Neerslag min  $0,7 E_0$ , 60-daagse sommen, Gemert.

\_\_\_\_\_ : Neerslagmaxima en neerslagsommen bestudeerd aan 85 jaar neerslagwaarnemingen te Winterswijk.

I.C.W.-Nota 432

Bijlage 5. Neerslaghoeveelheden in mm (maximale dagsom) welke gemiddeld eens per T jaar zullen worden overschreden.

Voorbeeld 1. Baakse Beek 10-daagse afvoersom (fig. 4a)

De logaritmisches uitgezette afvoeren geven over het centrale gedeelte een goede benadering van de normale verdeling. Bovendien vertoont de 50%-niveau curve een duidelijk sinusoidaal karakter. Het patroon dat met het model verkregen werd sluit hierbij goed aan.

Gebruikte formules (fig. 46)

$$\mu(t) = 0,67 + 0,54 \sin(t + 90,0)$$

$$\sigma(t) = 0,47 + 0,22 \sin(t - 155,35)$$

$u_0$ :	- 1,28	- 0,67	0	0,67	1,28
$P_<$ :	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %

N.B. Met deze formules wordt de logaritme van de afvoer verkregen

Voorbeeld 2. Baakse Beek 90-daagse afvoersom (fig. 5a)

Als voorbeeld 1. Het totale niveau is op hogere waarden komen te liggen. De spreiding is veel geringer dan in het voorgaande geval, zich uitend in een lagere waarde voor S en een amplitude  $A_s$  van 0,07 wat betekent dat de

Information regarding the proposed project is available at the following locations:

- 1. The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm
- 2. The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

Additional Information

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm

The project description is available at the following location: http://www.fda.gov/cder/rdmt/rdmt.htm



spreiding over het seizoen gerekend praktisch constant is. In het model liggen de niveau curven bij lage overschrijdingskansen te dicht op elkaar.

Gebruikte formules (fig. 5b)

$$\mu(t) = 2,08 + 0,32 \sin(t + 147,36)$$

$$\sigma(t) = 0,31 + 0,07 \sin(t - 133,22)$$

N.B. Zie opmerking bij voorbeeld 1

Voorbeeld 3. Gemert 20-daagse ( $N - 0,7 E_0$ )-som (fig. 6a)

Door met een verschil te werken kan de kansvariabele zowel positieve als negatieve waarden aannemen, de frequentie-verdelingen bezitten daardoor geen asymptoot. De 50%-niveau curve is in goede benadering een sinusoïde.

Gebruikte formules (fig. 6b)

$$\mu(t) = - 4,75 + 27,13 \sin(t - 59,17)$$

$$\sigma(t) = 22,29 + 5,08 \sin(t - 142,84)$$

$u_0 =$	1,28	0,67	0	- 0,67	- 1,28
$P_> =$	90 %	75 %	50 %	25 %	10 %

Voor een verzameling figuren met  $t_s = 0(45) 360$  wordt weer naar figuur 2 verwezen.

Voorbeeld 4. als 3, nu voor 60 dagen (fig. 7a)

De niveau curven vertonen een beeld waaruit bleek dat de standaardafwijking niet één, doch twee maxima (en minima) in een jaar vertoont. Dit veroorzaakt de 'insncering' in twee gedeelten van de figuur. De standaardafwijking van de verschillen tussen verdamping en neerslag over 60-daagse tijdvakken vertoont lage waarden in het voorjaar (maart, april, mei) en najaar (aug., sept., okt.) en hoge waarden in zomer en winter.

... ..

...

$$(3, 7) + (1) \sin \pi, 0 + (0, 0) = (3, 7)$$

$$(0, 0) + (3, 7) = (3, 7)$$

...

$$(1, 2) + (2, 3) = (3, 5)$$

...

...

$$(2, 3) + (1, 2) = (3, 5)$$

$$(0, 0) + (3, 5) = (3, 5)$$

$(3, 5)$	$(0, 0)$	$(3, 5)$	$(0, 0)$
$(0, 0)$	$(3, 5)$	$(3, 5)$	$(0, 0)$

...

...

...

...

...

Teneinde deze tendens tot uiting te brengen werd de golflengte van de betrekking (16) 2 maal zo klein gekozen en werd geschreven

$$\sigma(t) = S + A_s \sin(2t - t_s) \quad (24)$$

Dit houdt echter in dat de herleiding volgens (18) niet meer zonder meer geldig is en het resultaat van de analytische behandeling gecompliceerder wordt.

Het patroon dat met dit model wordt verkregen sluit beter bij de empirische curven aan dan zonder de aanvulling met de factor 2 het geval was.

Ook voor de formule (24) werden figuren vervaardigd van het gehele model met  $t_s = 0(45) 360$ . Zie hiervoor figuur 3.

Gebruikte formules (fig. 7b)

$$\mu(t) = - 25,25 + 76,06 \sin(t - 44,00)$$

$$\sigma(t) = 41,00 + 9,72 \sin(2t + 139,92)$$

Voorbeeld 5. Winterswijk, 1-daagse maxima (fig. 8)

Tot slot wordt nog een voorbeeld gegeven om aan te tonen dat de sinusoidale aanpassing in vele gevallen moeilijkheden zal opleveren. De hier gegeven curven zijn niet symmetrisch. Het opnemen van volgende termen in de harmonische analyse voor (15) en (16) is weinig zinvol daar niet duidelijk is welke betekenis er aan moet worden gehecht. Beter interpreteerbaar is het aannemen van het niet-constante fase-verschil welk geval echter analytisch moeilijker te behandelen is (I.C.W. Med. 80). Zie voor dit type figuren ook fig. IIIa tot en met f uit de nota van SNIJDERS (I.C.W.-Nota 376).

#### Samenvatting

In deze nota werd een formulering gegeven waarmede enkele eigenschappen van 'curven voor gelijke kansen' konden worden bestudeerd.

Tot uiting kwam dat door de wijze waarop deze curven empirisch worden bepaald, voorwaarden aan het basismateriaal worden opgelegd. Tevens bleek dat een harmonische analyse waarin ook de term met een golflengte van een half jaar voorkomt in verschillende gevallen zinvol kan zijn.

obavljaju se u skladu sa odredbama ovog Zakona i drugih propisa, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona.

(1) Ovim Zakonom uređuju se postupci i način postupanja u slučaju...

...u slučaju nastanka nepredviđenih okolnosti, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona.

...u slučaju nastanka nepredviđenih okolnosti, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona.

$(C_1, C_2) = (C_1, C_2) + (C_1, C_2) = 10000$

$(C_1, C_2) = (C_1, C_2) + (C_1, C_2) = 10000$

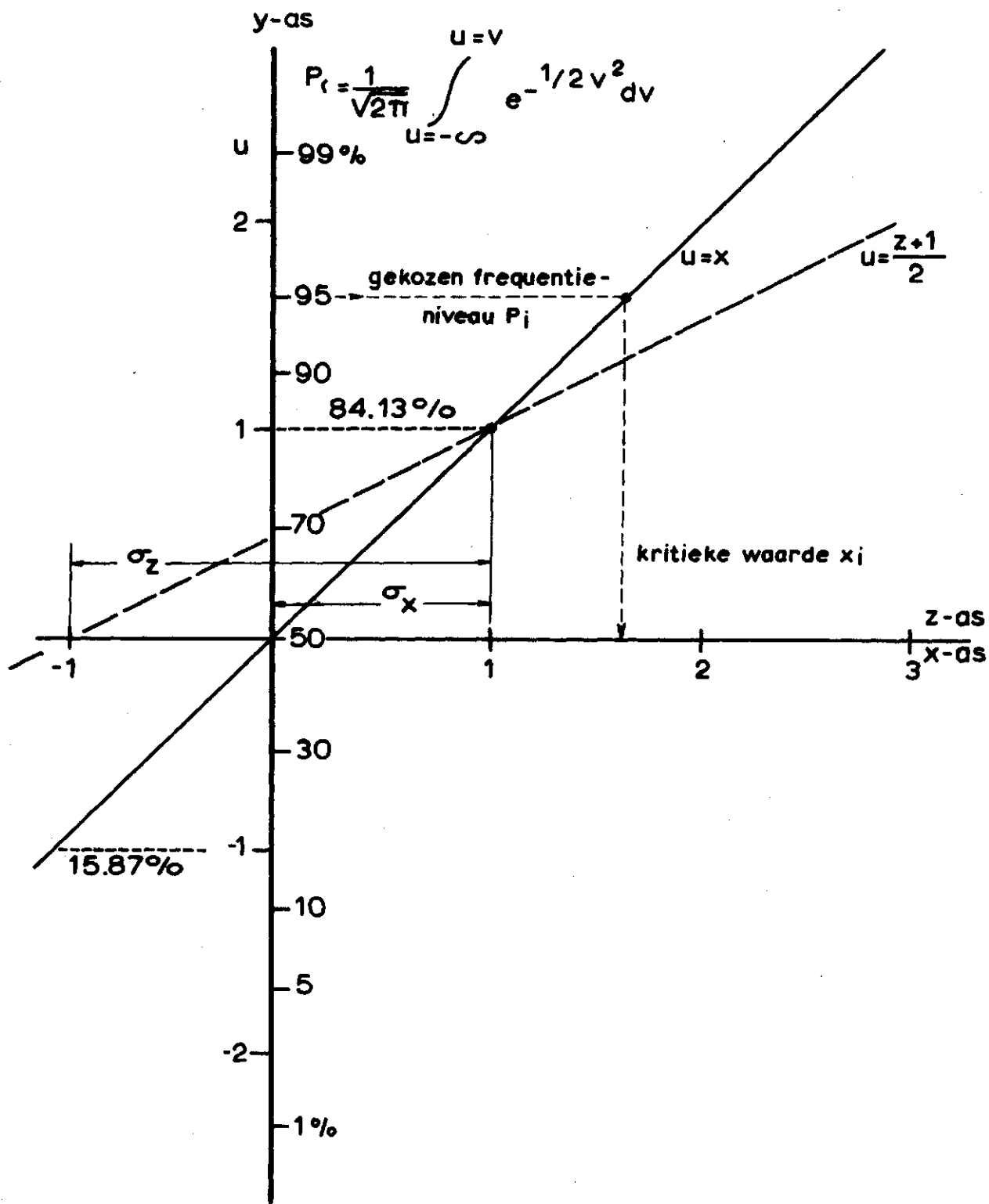
...u slučaju nastanka nepredviđenih okolnosti, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona.

...u slučaju nastanka nepredviđenih okolnosti, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona.

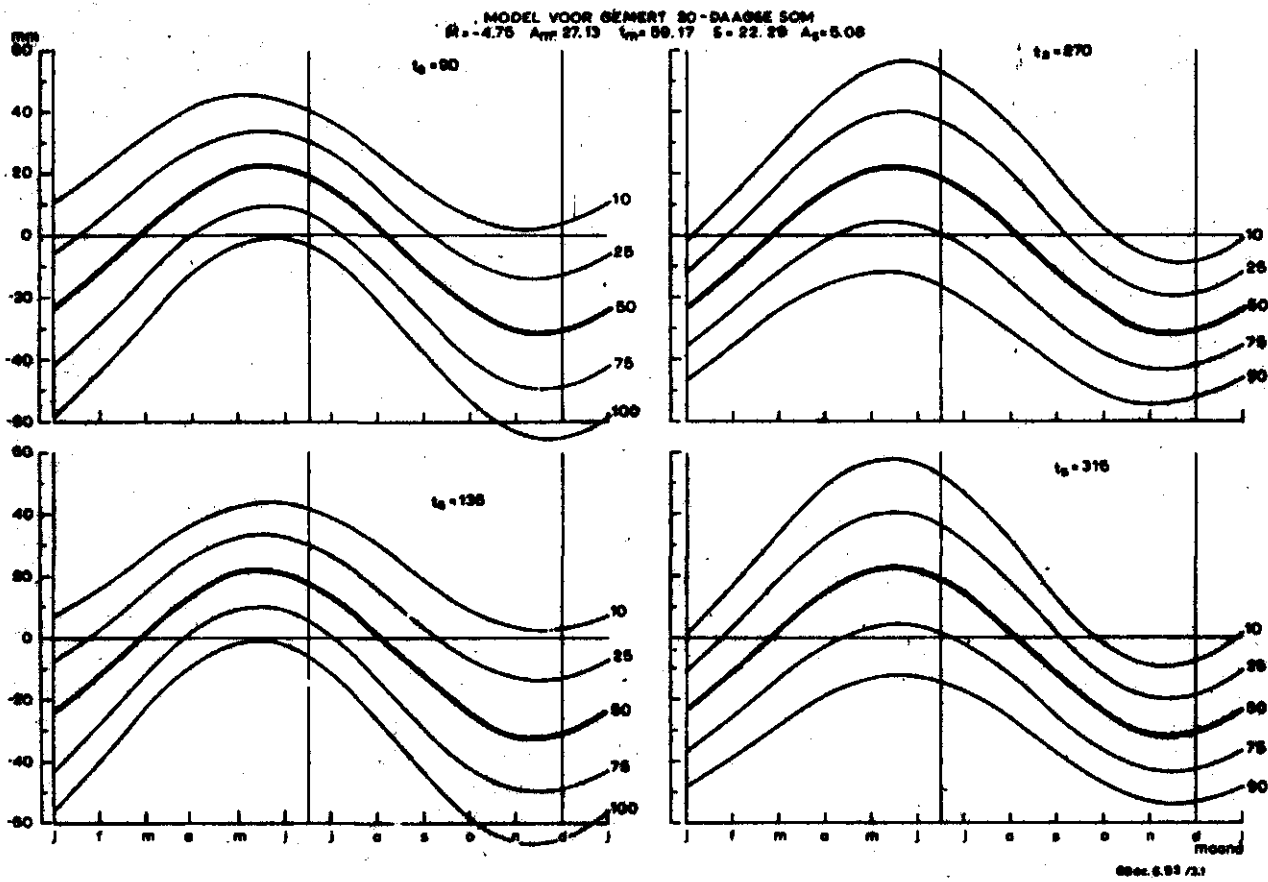
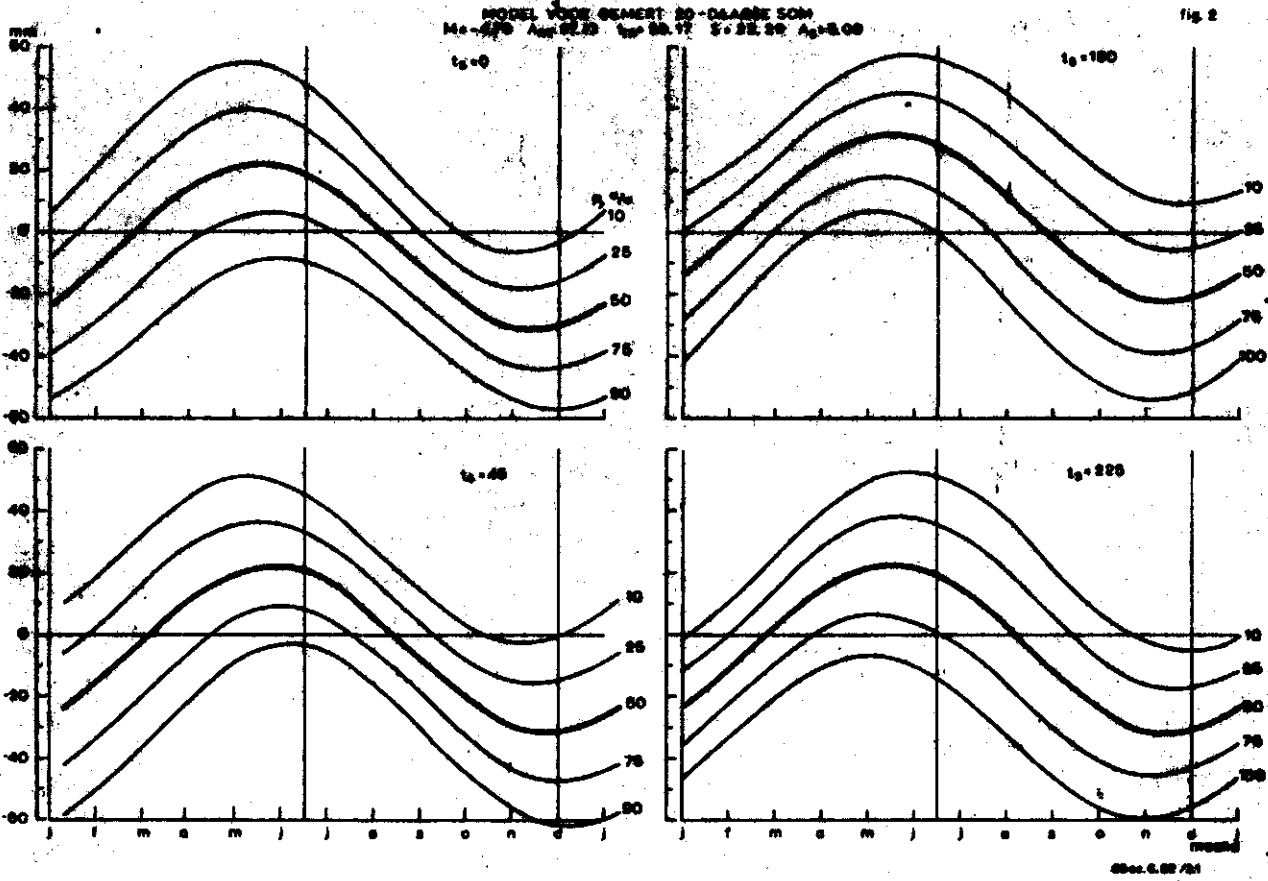
...u slučaju nastanka nepredviđenih okolnosti, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona, a posebno su obavezani da se pridržavaju odredbi ovog Zakona.

fig. 1

GEBRUIK NORMAAL WAARSCHIJNLIJKHEIDSPAPIER







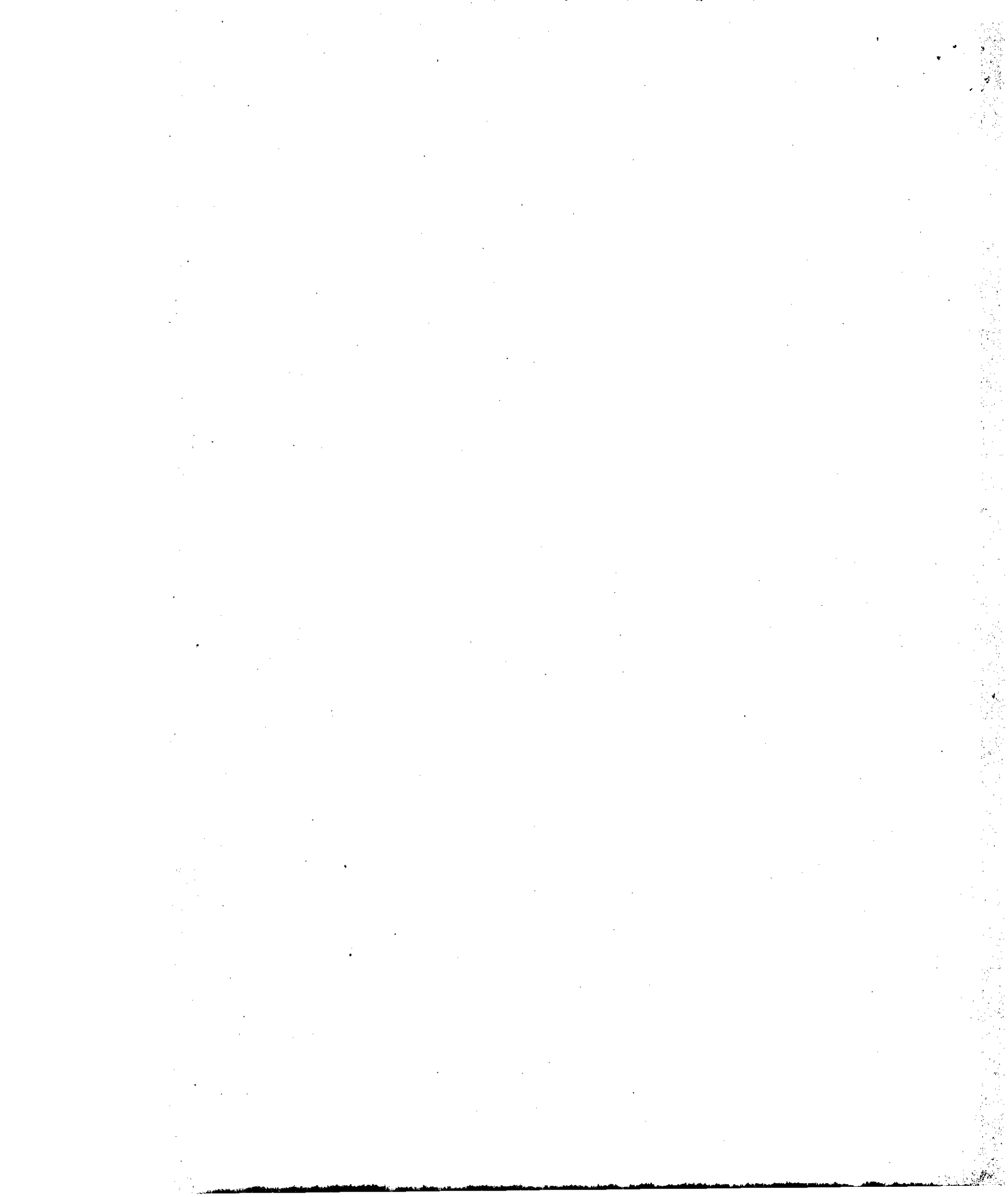




fig 2  
 MODEL VOOR BEMENT 60-GRASSE SCH

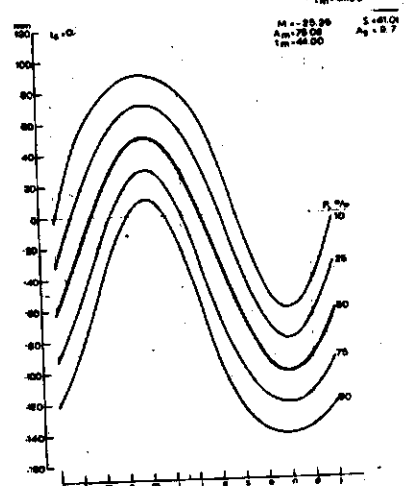
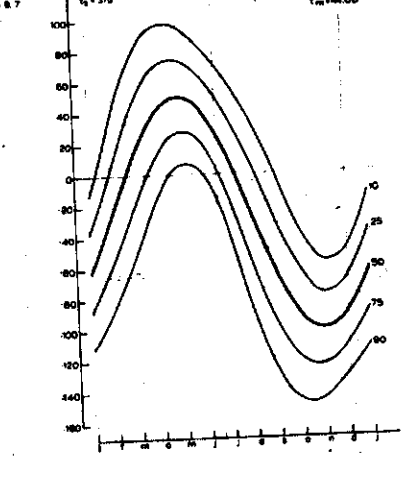
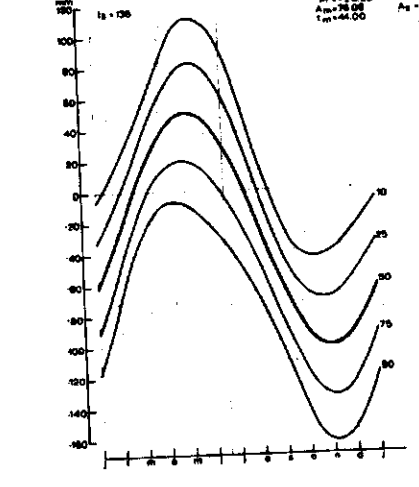
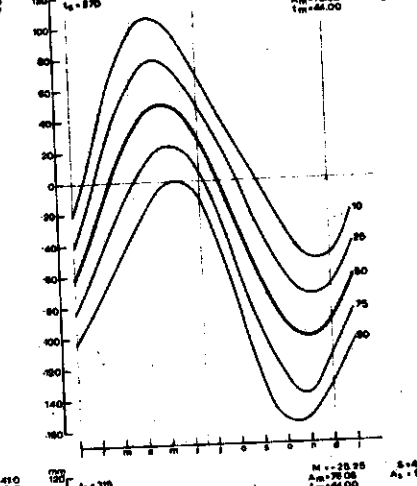
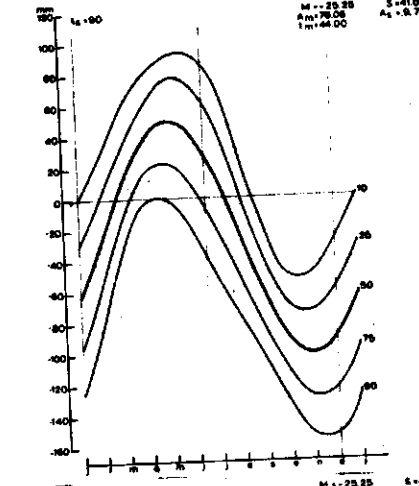
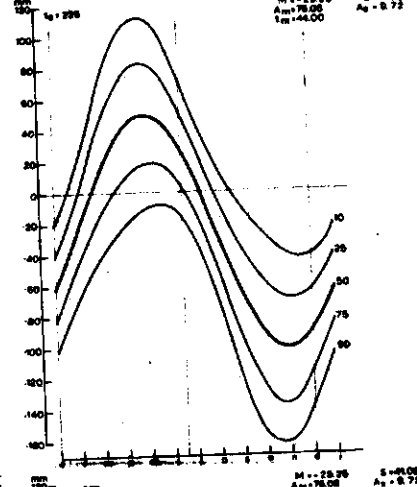
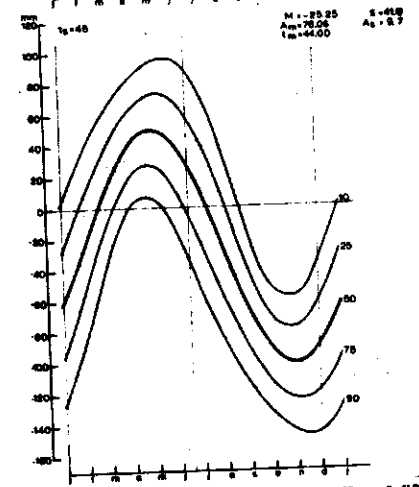
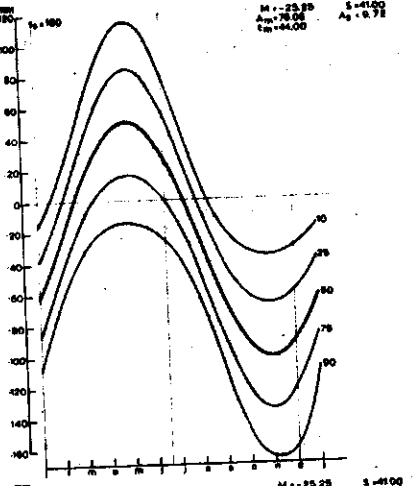
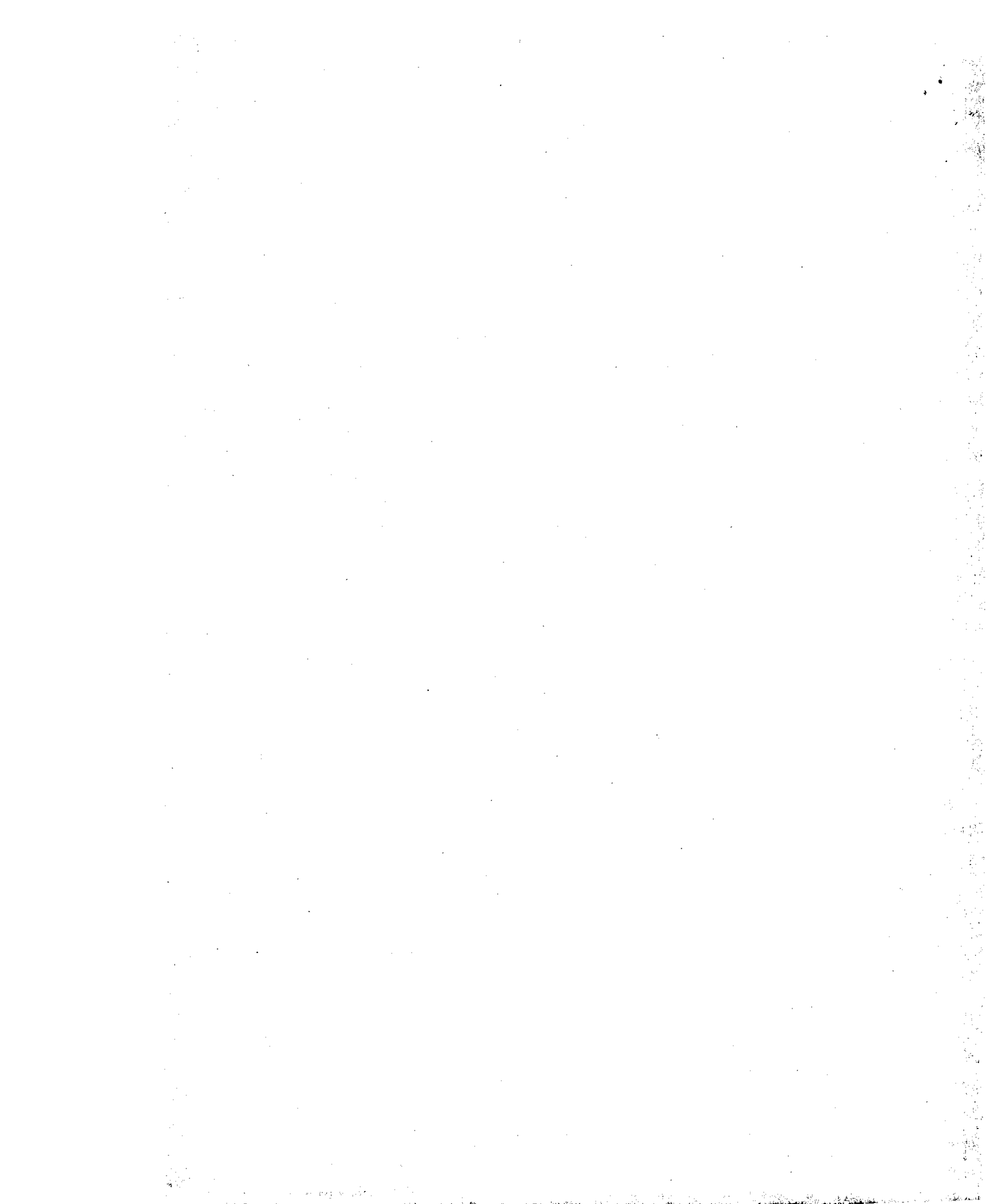
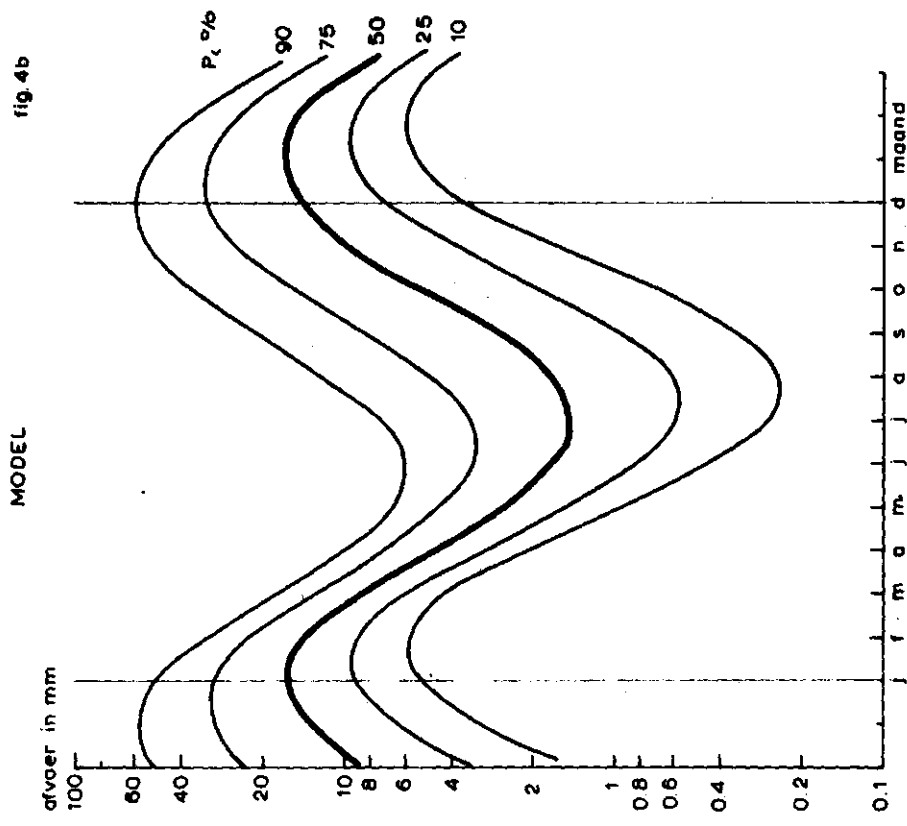
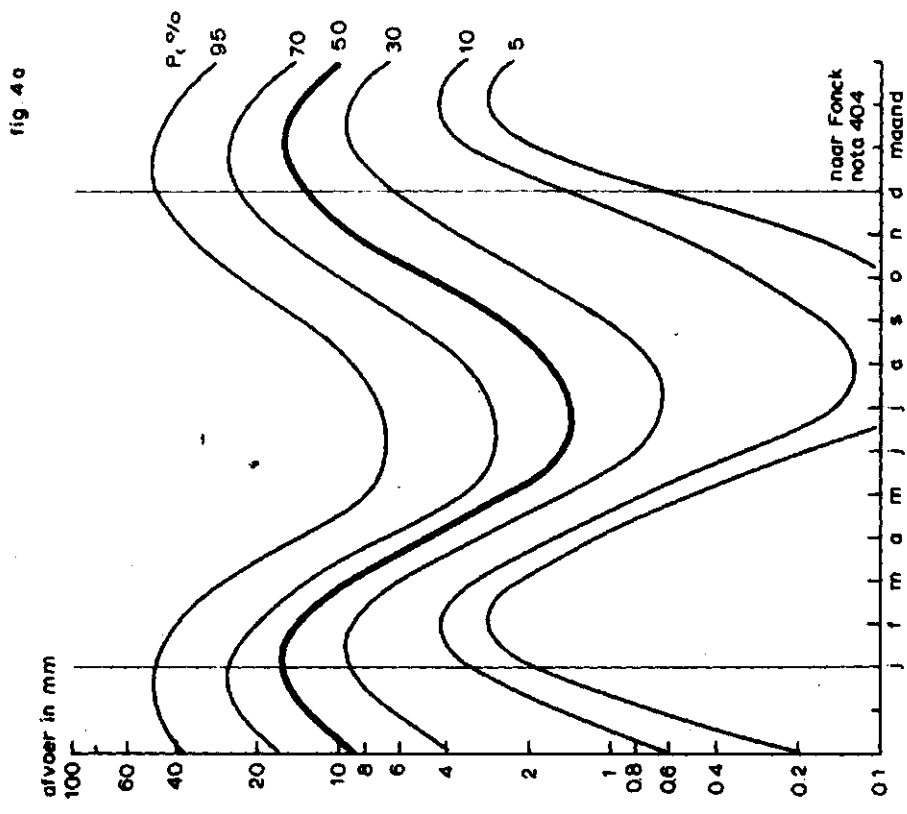


fig 3  
 MODEL VOOR BEMENT 60-GRASSE SCH



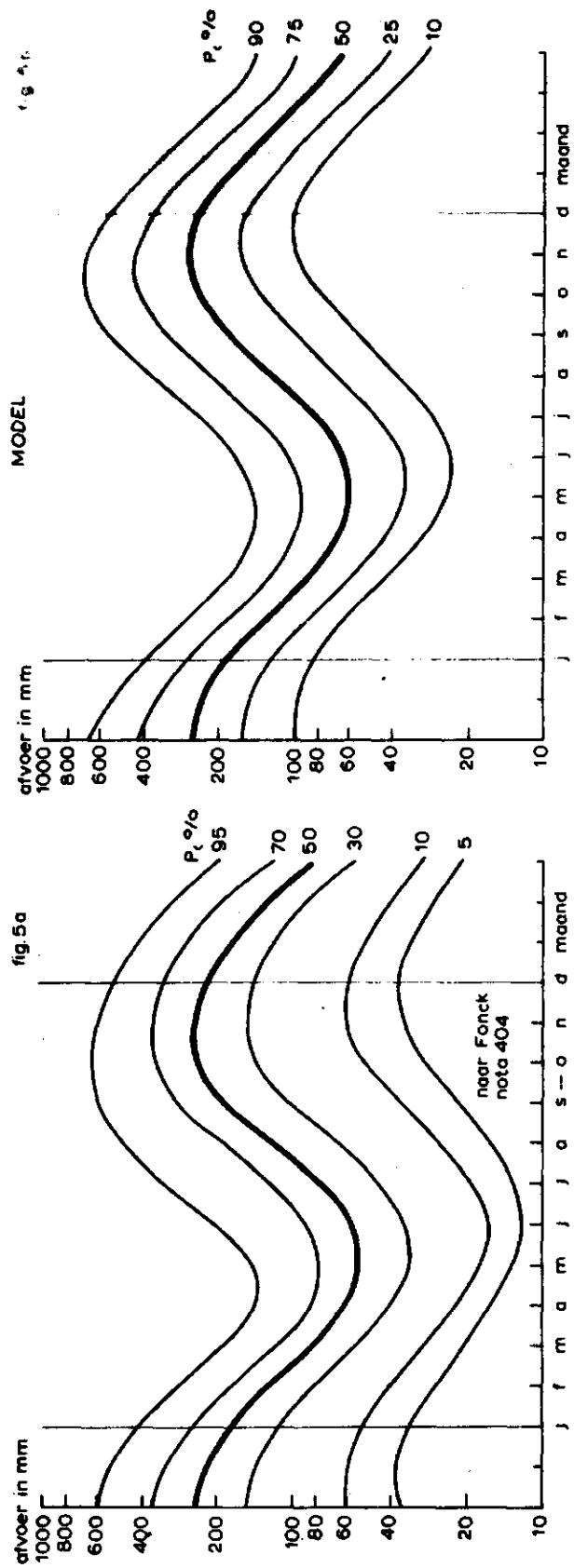


BAKSE BEEK 10-DAAGSE SOM



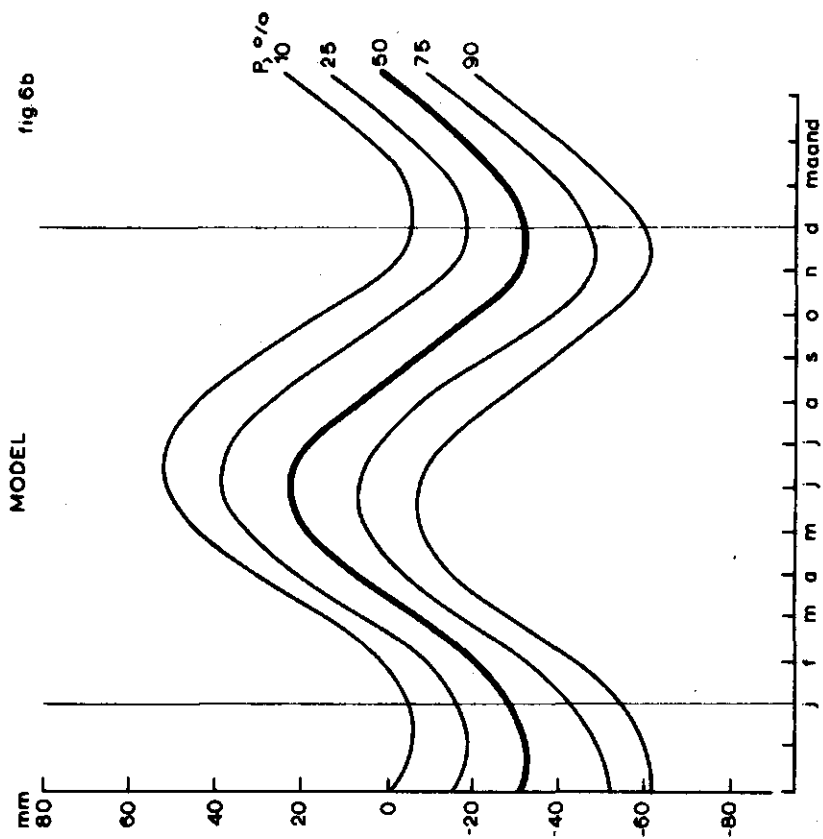
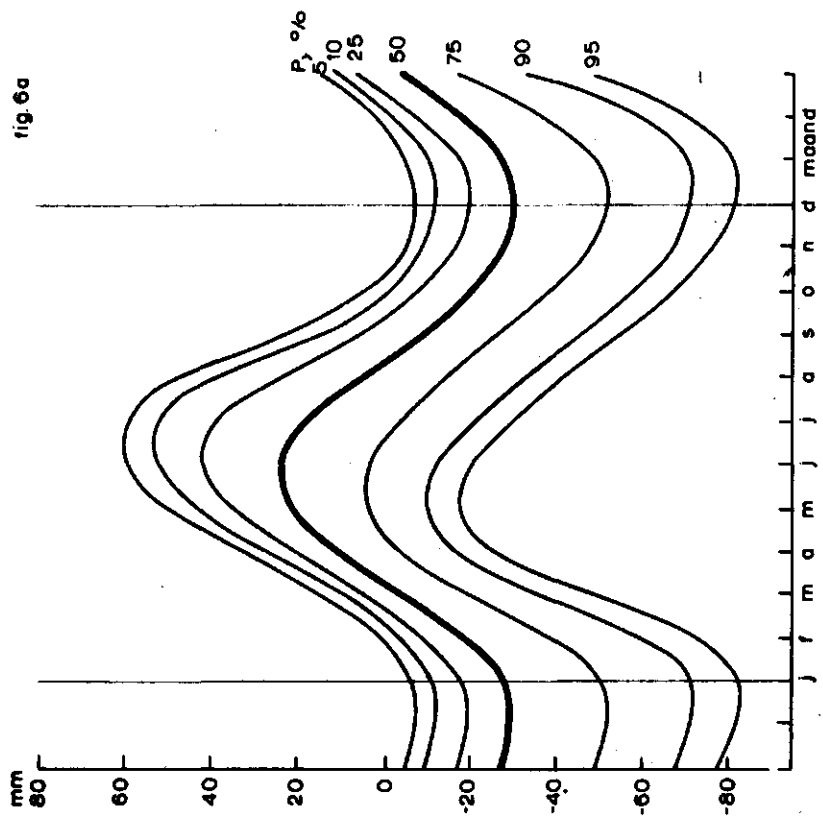


BAAKSE BEEK 180 DAAGSE SOM



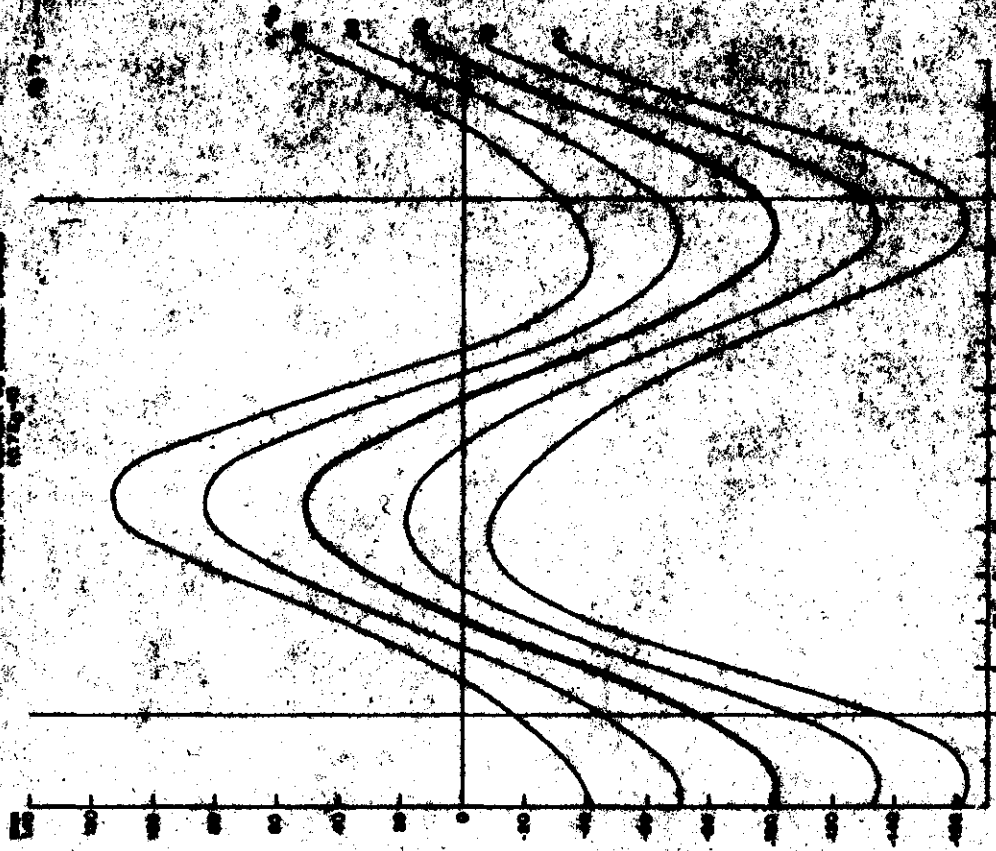
68 ac 6.103/3.1

GEMERT 20-DAAGSE SOM  
(0.7E<sub>0</sub>-R)

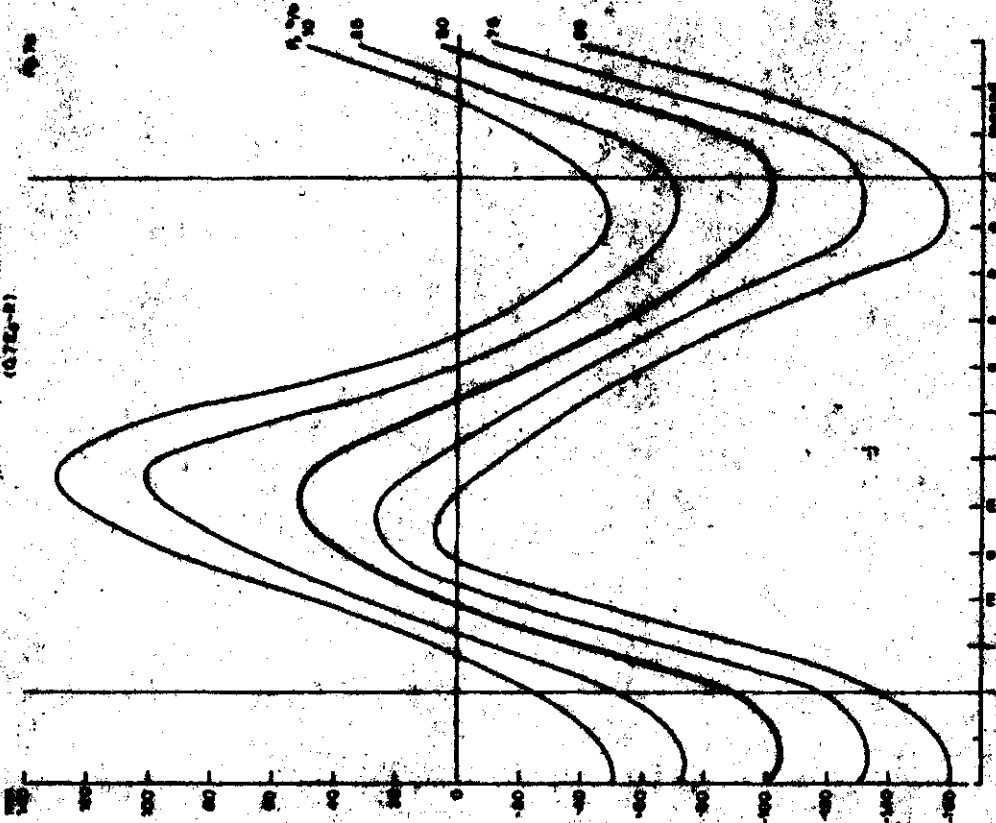


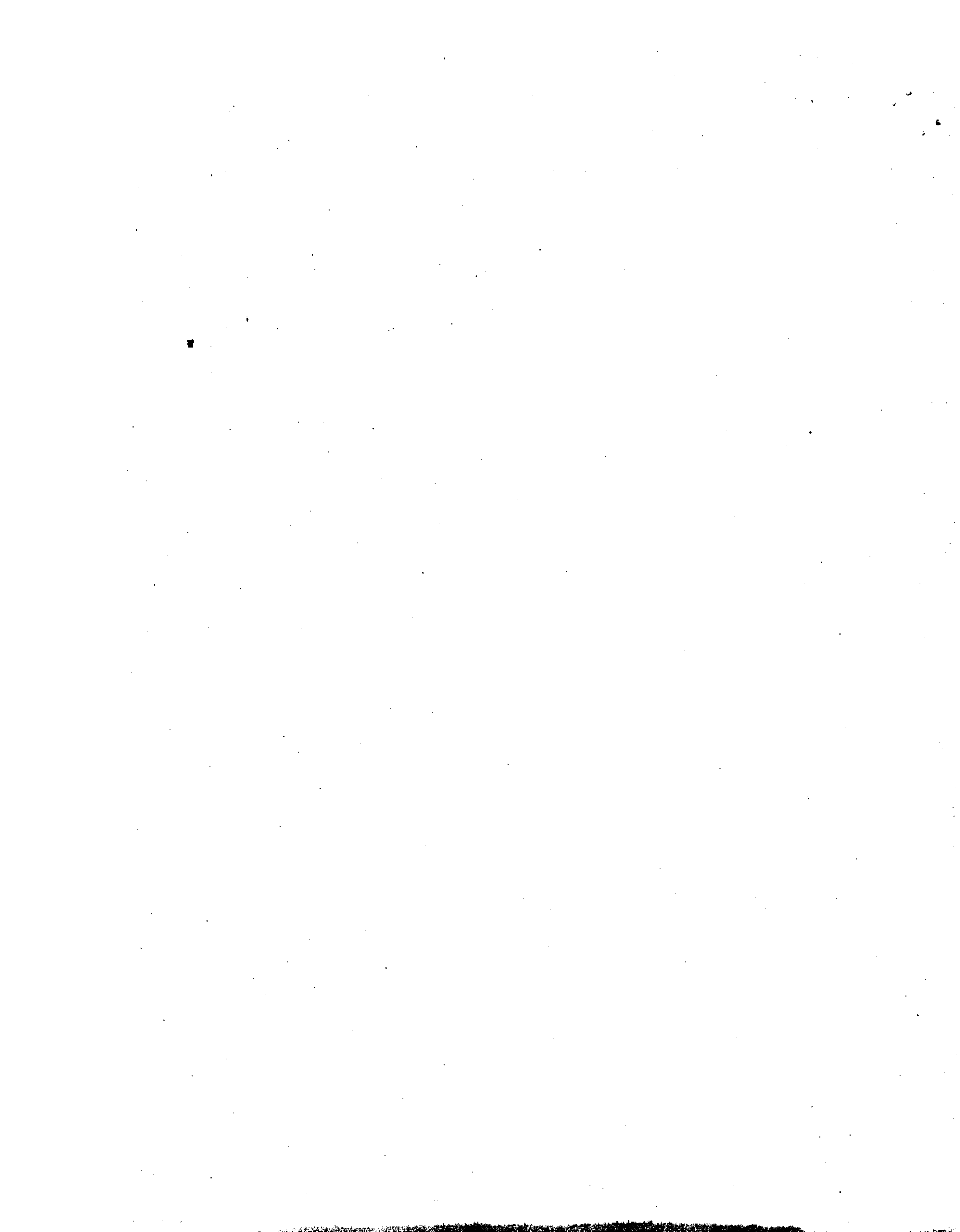
68ac 6.10/31

AMOUNT OF WATER (G)



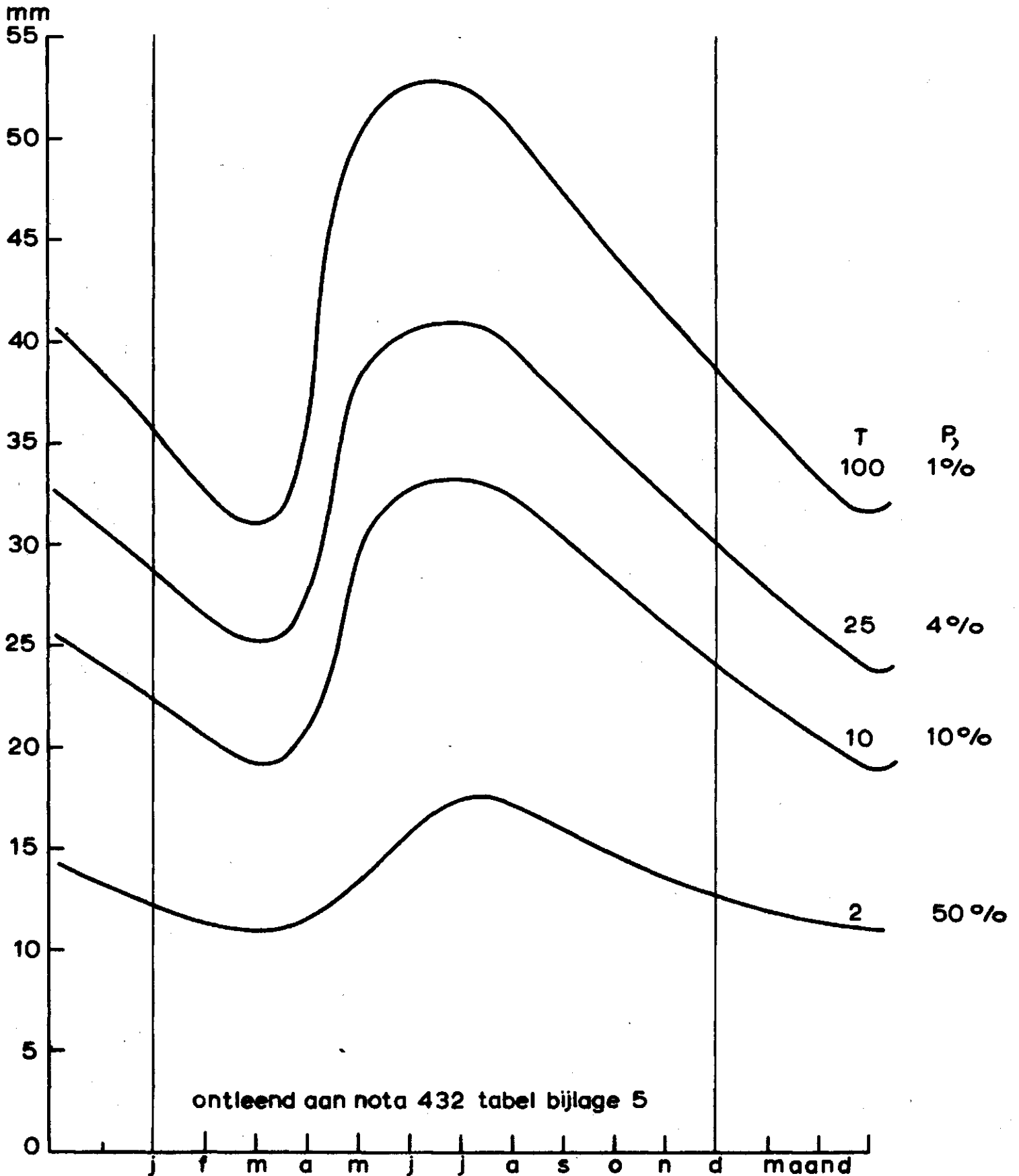
AMOUNT OF WATER (G)







WINTERSWIJK. NEERSLAGHOEVEELHEDEN IN mm (maximale dagsom)  
 WELKE GEMIDDELD EENS PER T JAAR ZULLEN WORDEN OVERSCHREDEN



ontleend aan nota 432 tabel bijlage 5