

NN31545.0544

TE VERZENDEN AAN H.I.D.'s		
d.d. 20 MAART 1970	ja	neen
in. Vissen. Afw.		
directeur		13
verzonden d.d.		

BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW

NOTA 544^{II}

23 januari 1970

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

HET INTERPOLEREN VAN SEIZOEN - AFHANKELIJKE FACTOREN

ir Ph.Th. Stol

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemid-
delen, dus geen officiële publikaties.
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de
conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog
niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut
in aanmerking.



1787837 11 FEB. 1998

1914

1915

1916

1917

I N H O U D

	<u>Blz.</u>
INLEIDING EN PROBLEEMSTELLING	1
NOODZAAK TOT AANPASSING VAN GEINTERPOLEERDE FACTOREN	1
ALGEMENE FORMULERING	2
OPLOSSING IN HET GEVAL DAT $n = 6$	4
HET BEPALEN VAN GEINTERPOLEERDE WAARDEN	6
EEN HYPOTHETISCH VOORBEELD	8
TOEPASSING OP HET LEERINKBEEK ONDERZOEK	11
1. De neerslag	11
2. De afvoer	12
3. De potentiële verdamping	12
4.1. De werkelijke verdamping (herleid op grondneerslag- meting)	12
4.2. De werkelijke verdamping (aangepast aan de waterbalans)	13

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

INLEIDING EN PROBLEEMSTELLING

In verschillende stadia van een onderzoek kan men op het volgend probleem stuiten.

Een reeks gegevens, waarbij hier gedacht wordt aan maandsommen van bijvoorbeeld de neerslag, moet vermenigvuldigd worden met factoren P_i , die afhangen van de maand waarop het gegeven betrekking heeft. Men kan de maandgegevens samengesteld denken uit partiële sommen bijvoorbeeld decade-totalen. Nu kan men de decade-totalen uit maand i vermenigvuldigen met de bijbehorende P_i van die maand. Bij de overgang van maand i op maand $i + 1$ zal de waarde van P_i zich wijzigen in P_{i+1} . Deze sprong kan voor maand-totalen aanvaardbaar zijn, voor decade-totalen zal men een meer glijdend verloopende overgang wensen. Dit wordt bereikt door interpolatie tussen P_i en P_{i+1} toe te passen.

Over het algemeen zal nu de maandsom, opgebouwd uit de n i e u w e decade-totalen, niet gelijk zijn aan de met de factor P_i vermenigvuldigde oorspronkelijke maandsom. Aan het bepalen van de geïnterpoleerde factoren moeten dus enkele voorwaarden opgelegd worden. Mogelijkheden daartoe worden in deze nota besproken.

De toepassingen hebben betrekking op het onderzoek in het Leerinkbeekgebied, met name dat van deelrapport 12 dat handelt over het samenstellen van de waterbalans.

In het genoemde deelrapport wordt beschreven hoe de waterbalans voor het gebied werd samengesteld uit gegevens afkomstig uit andere deelrapporten. Deze gegevens moesten hiertoe worden aangepast aan de waterbalans vergelijking hetgeen voor tweemaandse totalen werd uitgevoerd met behulp van correctiefactoren. Daarna werd een detaillering doorgevoerd naar decade-totalen waarvoor het nodig was de geïnterpoleerde factoren te corrigeren, teneinde de sluitende waterbalans voor tweemaandse sommen te behouden.

NOODZAAK TOT AANPASSING VAN GEÏNTERPOLEERDE FACTOREN

De noodzaak geïnterpoleerde waarden aan te passen aan het niveau van de decade-totalen kan op een eenvoudige wijze grafisch worden aangetoond.

Als voorbeeld wordt besproken het opsplitsen van een tweemaandse som in 6 decade-totalen.

In fig. 1 staat verticaal de waarde van P (%) uitgezet. Horizontaal worden hoeveelheden in mm cumulatief weergegeven, waarbij de tweemaandse som S_1 opgesplitst gedacht is in 6 decade-totalen d_1 tot en met d_6 . De waarde van $P_1 S_1$ of $P_1(d_1 + d_2 + \dots + d_6)$ wordt dus voorgesteld door de oppervlakte van de vet omrande rechthoek. Acht men de sprong van $P_0 \rightarrow P_1$ en van $P_1 \rightarrow P_2$ te groot op de decade overgang, dan kan voor de decaden d_1 en d_2 bijvoorbeeld het gemiddelde π_1 van P_0 en P_1 gekozen worden. De oppervlakte van de rechthoek wordt nu met een bedrag A verminderd. Behoud van de waarde $P_1 S_1$ betekent dat elders een even grote oppervlakte aan de figuur moet worden toegevoegd. Beschouw nu oppervlak B in de figuur.

Het is nu zonder meer duidelijk dat de eis tot behoud van de waarde $P_1 S_1$ bewerkstelligt dat bij een keuze van de basis van B de hoogte vastligt. Met andere woorden interpolatie van de factoren P tot bijvoorbeeld $\pi_1 = \frac{1}{2}(P_0 + P_1)$ en $\pi_2 = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$ leidt niet automatisch tot behoud van de waarde $P_1 S_1$.

ALGEMENE FORMULERING

Alvorens aan te geven op welke wijze een oplossing kan worden verkregen zal eerst een algemene formulering worden opgesteld die een algebraïsche uitwerking mogelijk maakt.

Zij gegeven de som S_1 en de n deel-totalen d_i zodanig dat

$$d_1 + d_2 + \dots + d_n = S_1 \quad (1)$$

Zij gegeven de factor P_1 waarmede S_1 vermenigvuldigd moet worden. Gevraagd wordt nu de factoren p_i te bepalen zodanig dat

$$p_1 d_1 + p_2 d_2 + \dots + p_n d_n = P_1 S_1 \quad (2)$$

Door in het rechterlid S_1 uit te schrijven in de deel-totalen d_i , blijkt onmiddellijk dat een triviale oplossing is

$$p_i = P_1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Wordt dit niet als oplossing aanvaard, dan moet (2) opgelost worden als een enkele lineaire vergelijking met n onbekenden. Hieraan kunnen dus $(n - 1)$ lineaire vergelijkingen (voorwaarden) worden toegevoegd

die men vrij kan kiezen. Zinnvolle voorwaarden kunnen als volgt verkregen worden.

Stel dat de factoren P voor de aangrenzende maandsommen S_0 en P_2 gegeven zijn door P_0 en P_2 . Men kan de keuze van de $(n - 1)$ voorwaarden dan baseren op de kennis van P_0 en P_2 .

Voorbeelden:

Men kan eisen dat, uitgaande van de tussen P_0 en P_1 enerzijds en P_1 en P_2 anderzijds gefinterpoleerde waarden π_i , de onderlinge verschillen tussen de p_i 's gelijk zijn aan die tussen de π_i 's. Er ontstaat dan het volgend stelsel voor $n = 4$ (zie fig. 2)

$$\begin{array}{l} \text{eis:} \\ \text{neven-} \\ \text{voorwaarden} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} d_1 p_1 + d_2 p_2 + d_3 p_3 + d_4 p_4 = P_1 S_1 \\ P_1 - P_2 = \pi_1 - \pi_2 \\ P_2 - P_3 = \pi_2 - \pi_3 \\ P_3 - P_4 = \pi_3 - \pi_4 \end{array} \right.$$

Ook kan men eisen dat de verschillen per tak gelijk zijn, en het gemiddelde van alle p_i 's gelijk aan P_1 . Het stelsel wordt dan, nu in matrixvorm geschreven:

$$\begin{pmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 S_1 \\ \pi_1 - \pi_2 \\ 4P_1 \\ \pi_3 - \pi_4 \end{pmatrix}$$

Het nadeel van het additief werken is dat negatieve waarden kunnen ontstaan (fig. 2). Dit kan geheel vermeden worden door procentueel te werken dat wil zeggen door de onderlinge verhouding tussen de π_i 's te behouden (fig. 3). Het is gebleken dat oplossingen van dit type tot een eenvoudige numerieke behandeling leiden. Het aantrekkelijkst is het hierbij de hulpgrootheid p_0 in te voeren die zodanig bepaald dient te worden dat

$$P_i = \pi_i p_0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Aangetoond zal worden dat nu zowel met de gemiddelde waarden van de π_i 's rekening wordt gehouden als met het niveau van P_1 .

OPLOSSING IN HET GEVAL DAT $n = 6$

Voor het overzicht wordt de oplossing gegeven voor het geval dat $n = 6$ dus voor het geval dat bijvoorbeeld een tweemaandse som in 6 decade-sommen wordt opgesplitst. De oplossing is echter algemeen geldig zoals gemakkelijk kan worden aangetoond.

Uit (2) en (3) ontstaat de volgende vergelijking

$$\begin{pmatrix} 0 & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 & d_6 \\ \pi_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_4 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \pi_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \pi_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 s_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

We definiëren

$$\Delta = \pi_1 d_1 + \pi_2 d_2 + \dots + \pi_6 d_6 \quad (4)$$

De inverse matrix van het stelsel is nu

$$\frac{1}{\Delta} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d_1 & d_2 & \dots & d_6 \\ \pi_1 & d_1 \pi_1 - \Delta & d_2 \pi_1 & & d_6 \pi_1 \\ \pi_2 & d_1 \pi_2 & d_2 \pi_2 - \Delta & & d_6 \pi_2 \\ \pi_3 & d_1 \pi_3 & d_2 \pi_3 & & d_6 \pi_3 \\ \pi_4 & d_1 \pi_4 & d_2 \pi_4 & & d_6 \pi_4 \\ \pi_5 & d_1 \pi_5 & d_2 \pi_5 & & d_6 \pi_5 \\ \pi_6 & d_1 \pi_6 & d_2 \pi_6 & \dots & d_6 \pi_6 - \Delta \end{pmatrix}$$

wat geverifieerd kan worden door deze matrix met de oorspronkelijke te vermenigvuldigen. Het resultaat is dan de eenheidsmatrix met rang 6.

De inverse behoeft echter niet expliciet uitgerekend te worden. Vermenigvuldiging met de kolom van bekenden geeft de volgende eenvoudige oplossing, tengevolge van het feit dat deze kolomvector uit $(n - 1)$ componenten, met de waarde 0 bestaat.

$$p_0 = \frac{P_1 S_1}{\Delta}$$

Hierin is echter volgens (1) en (4) de verhouding tussen Δ en S_1 gegeven door

$$\frac{\Delta}{S_1} = \frac{d_1 \pi_1 + d_2 \pi_2 + \dots + d_6 \pi_6}{d_1 + d_2 + \dots + d_6} = \bar{\pi}$$

waaruit dus een met de decade-totalen gewogen gemiddelde $\bar{\pi}$ van de π_i 's ontstaat. Met invoering van dit nieuwe symbool wordt nu de algemene oplossing, onder eliminatie van Δ ,

$$p_0 = \frac{P_1}{\bar{\pi}} \quad \text{en} \quad p_i = \pi_i p_0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Eenvoudig blijkt nu dat, door substitutie van de p_i 's uit (5) in

$$p_1 d_1 + p_2 d_2 + \dots + p_6 d_6$$

verkregen wordt

$$(\pi_1 d_1 + \pi_2 d_2 + \dots + \pi_6 d_6) p_0 = \bar{\pi} \cdot S_1 \cdot p_0 = P_1 S_1$$

waarmede dus de waarde van $P_1 S_1$ behouden is gebleven.

Uit het voorgaande blijkt dat de parameter P_0 een maat is die aangeeft in hoeverre het gebruik van de geïnterpoleerde waarden zelf gerechtvaardigd is, wat blijkt uit de algemene oplossing (5) daar

$$P_0 = P_1 / \bar{\pi}.$$

Stel dat $p_0 = 1$, dan volgt daaruit

$$\sum_{i=1}^n p_i d_i = p_0 \sum_{i=1}^n \pi_i d_i = \sum_{i=1}^n \pi_i d_i = P_1 S_1$$

zodat in dit geval de geïnterpoleerde waarden π_i zelf kunnen worden gebruikt. De triviale oplossing gold indien $P_0 = P_1 = P_2$, waardoor alle $\pi_i = P_1$. Het nu gevonden geval ($p_0 = 1$) is dus algemener en vereist dat het met de decade-totalen d_i gewogen gemiddelde van de π_i 's gelijk is aan P_1 . In beide bijzondere gevallen vindt men $P_0 = 1$ en de oplossing wordt gevormd door de geïnterpoleerde waarden $\pi_i = p_i$.

HET BEPALEN VAN GEINTERPOLEERDE WAARDEN

In de berekening is gebruik gemaakt van de geïnterpoleerde waarden π_i . In het geval van opsplitsing van een maand- respectievelijk tweemaandse som in decade-totalen zal men de waarde van P_1 gecentreerd denken in het midden van het tijdvak waarop de som betrekking heeft. Aan beide zijden van P_1 zullen dus geïnterpoleerde waarden berekend moeten worden zoals in fig. 4 voor n oneven en in fig. 5 voor n even is aangeduid. Voor deze geïnterpoleerde waarden kunnen algemene formules afgeleid worden waarin de P_i 's en n als constanten voorkomen.

Uitgegaan wordt steeds van de formule voor een rechte door twee gegeven punten namelijk

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

waaruit volgt

$$y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}(y_2 - y_1) + y_1 \quad (6)$$

met x als lopende variabele.

Uit fig. 4 volgt dat de geïnterpoleerde waarden verkregen kunnen worden, als n o n e v e n is, met

$$\pi_i = \frac{2i + (n - 1)}{2n}(P_1 - P_0) + P_0 \quad (7)$$

en

$$\pi_i = \frac{2i - (n + 1)}{2n}(P_2 - P_1) + P_1 \quad (8)$$

Dit resultaat wordt verkregen door de formule voor een rechte door twee punten toe te passen op de eerste tak met

$$(x_1, y_1) = \left\{ \frac{1}{2}(n + 1) - n, P_0 \right\}$$

en

$$(x_2, y_2) = \left\{ \frac{1}{2}(n + 1), P_1 \right\}$$

en op de tweede tak met

$$(x_1, y_1) = \left\{ \frac{1}{2}(n+1), P_1 \right\}$$

en

$$(x_2, y_2) = \left\{ \frac{1}{2}(n+1) + n, P_2 \right\}$$

Door nu (6) toe te passen, de index i als lopende variabele te kiezen en de breuken die ontstaan met $\frac{2}{2}$ te vermenigvuldigen worden (7) en (8) verkregen met als definitiegebied

$$(n \text{ o n e v e n}) \quad (7) \text{ geldt voor } i = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}(n+1) \quad (9)$$

$$(8) \text{ geldt voor } i = \frac{1}{2}(n+1), \dots, n \quad (10)$$

Op overeenkomstige wijze volgt uit fig. 5 voor het geval dat n e v e n is dezelfde formules namelijk nu door de punten op de eerste tak met

$$(x_1, y_1) = \{n - 2n, P_0\}$$

en

$$(x_2, y_2) = \{n, P_1\}$$

en op de tweede tak met

$$(x_1, y_1) = \{n, P_1\}$$

en

$$(x_2, y_2) = \{2n, P_2\}$$

Door nu (6) toe te passen en de index $(2i - 1)$ als lopende variabele te kiezen ontstaan weer (7) en (8) nu met als definitiegebied.

$$n \text{ e v e n}, \quad (7) \text{ geldt voor } i = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}n \quad (11)$$

$$(8) \text{ geldt voor } i = \frac{1}{2}n + 1, \dots, n \quad (12)$$

Opvallend is hierbij dat in beide gevallen dezelfde oplossing wordt verkregen waarbij voor n even zelfs ook als definitie gebied (9) en (10) gekozen kunnen worden. Daar (9) dan aangeeft dat steeds $1 \leq i \leq \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$ gekozen moet worden, hetgeen overeenkomt met (11), terwijl uit (10) volgt dat op de tweede tak $\frac{1}{2}n + \frac{1}{2} \leq i \leq n$ moet gelden, hetgeen overeenkomt met (12).

Worden dus de decaden die een totaal som opbouwen geïndiceerd met $i = 1, 2, \dots, n$ dan geven de formules (7), (8), (9) en (10) de symmetrisch rond het midden gelegen geïnterpoleerde waarden tussen P_0 en P_1 enerzijds en tussen P_1 en P_2 anderzijds, onafhankelijk van het feit of n even dan wel oneven is.

EEN HYPOTHETISCH VOORBEELD

Met enkele gekozen waarden wordt het voorgaande toegelicht en worden enkele alternatieven met elkaar vergeleken.

Voorbeeld I

$$P_0 = 1.05 \qquad P_1 = 1.10 \qquad P_2 = 1.20$$

Voor opsplitsing in 5 sub- of deeltotalen worden de volgende geïnterpoleerde waarden berekend met (16) en (17),

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 1.08 & \pi_4 &= 1.12 \\ \pi_2 &= 1.09 & \pi_5 &= 1.14 \\ \pi_3 &= 1.10 \end{aligned}$$

Teneinde het effect van de verdeling van de deeltotalen op de waarden der p_1 's na te gaan werden 3 gevallen gekozen.

Deeltotaal	Geval 1	Geval 2	Geval 3
d_1	10	10	100
d_2	20	20	40
d_3	30	100	30
d_4	40	40	20
d_5	100	30	10
S_1	200	200	200

De uitkomsten van de berekeningen waren de volgende:

	Geval 1	Geval 2	Geval 3	
S_1	200	200	200	$P_1 = 1.10$
$P_1 S_1$	220	220	220	
Δ	224.4	221.6	218.4	$\sum d_i \pi_i$
$\bar{\pi}$	1.122	1.108	1.092	
P_0	0.980	0.993	1.007	$P_1 / \bar{\pi}$

en voor de deeltotalen en aangepaste geïnterpoleerde factoren p_i :

i	π_i	P_i			$P_i d_i$		
		geval 1	geval 2	geval 3	geval 1	geval 2	geval 3
1	1.08	1.058	1.072	1.088	10.58	10.72	108.80
2	1.09	1.068	1.082	1.098	21.36	21.64	43.92
3	1.10	1.078	1.092	1.108	32.34	109.20	33.24
4	1.12	1.098	1.112	1.128	43.92	44.48	22.56
5	1.14	1.117	1.132	1.148	111.70	33.96	11.48
					219.90	220.00	220.00

Deze uitkomsten zijn grafisch weergegeven in figuur 6 waaruit blijkt welke invloed de verdeling van de deeltotalen hebben op de ligging van de aangepaste punten p_i .

Een voorbeeld met dezelfde gegevens in iets andere volgorde is

V o o r b e e l d II

$$P_0 = 1.05$$

$$P_1 = 1.20$$

$$P_2 = 1.10$$

Voor opsplitsing in 5 deeltotalen worden de volgende geïnterpoleerde waarden berekend, weer met (6) en (7):

$$\pi_1 = 1.14$$

$$\pi_4 = 1.18$$

$$\pi_2 = 1.17$$

$$\pi_5 = 1.16$$

$$\pi_3 = 1.20$$

Weer werden dezelfde 3 gevallen doorgerekend nu met het volgende resultaat.

	Geval 1	Geval 2	Geval 3	
S_1	200	200	200	$P_1 = 1.20$
$P_1 S_1$	240	240	240	
Δ	234.0	236.8	232.0	$\sum d_i \pi_i$
$\bar{\pi}$	1.170	1.184	1.160	
P_0	1.026	1.014	1.034	$P_1 / \bar{\pi}$

en voor de deeltotalen en aangepaste geïnterpoleerde factoren p_i :

Geval	S_1	$P_1 S_1$	Δ	$\bar{\pi}$	P_0
1	200	240	234.0	1.170	1.026
2	200	240	236.8	1.184	1.014
3	200	240	232.0	1.160	1.034

i	π_i	p_i			$p_i \cdot d_i$		
		geval 1	geval 2	geval 3	geval 1	geval 2	geval 3
1	1.14	1.170	1.156	1.179	11.70	11.56	117.90
2	1.17	1.200	1.186	1.210	24.00	23.72	48.40
3	1.20	1.231	1.217	1.241	36.93	35.20	37.23
4	1.18	1.211	1.197	1.220	48.44	47.88	24.40
5	1.16	1.190	1.176	1.199	119.00	35.28	11.99
\sum					240.07	240.14	239.92

Een grafische voorstelling volgt in fig. 7, waarin weer de afhankelijkheid van de aangepaste punten p_i met de verdeling van de deeltotalen wordt gedemonstreerd.

TOEPASSING OP HET LEERINKBEEK ONDERZOEK

Bij het samenstellen van deelrapport 12 van het Leerinkbeek-gebied-onderzoek ontstond de noodzaak correctiefactoren op verschillende termen van de waterbalans toe te passen. De waterbalans, opgesteld voor tweemaandse totalen, diende naderhand gedetailleerd te worden tot een balans over decade-totalen. Hiertoe werden de correctiefactoren opgesplitst volgens de in het voorgaande besproken procedure. De resultaten zullen hierna worden vastgelegd en toegelicht, voor elk van de termen van de waterbalans afzonderlijk. Voor de wijze waarop de correctiefactoren P_i werden bepaald wordt naar het Leerinkbeek-rapport verwezen. (Commissie Waterbehoefte Gelderland; verschijnt in 1970).

1. De neerslag

De neerslaggegevens werden omgerekend op waarden zoals die met een grondneerslagmeter zouden zijn bepaald. De hiervoor benodigde omrekeningsfactoren zijn afkomstig uit deelrapport 5 van het Leerinkbeek onderzoek. De factoren P_i hebben betrekking op maandsommen en werden omgerekend tot decade-factoren p_i . In bijlagen 1 en 2 worden de uitkomsten vastgelegd. De decade-factoren p_i werden gebruikt voor het

omrekenen van de oorspronkelijke neerslagcijfers. In fig. 8 staan deze factoren uitgezet tegen de tijd. De figuur toont aan dat met de polygoon een meer geleidelijke overgang tussen de decaden is verkregen dan met de trapcurve viel te bereiken. De herleiding werd toegepast op alle gegevens uit de afvoerjaren 1952 tot en met 1965.

2. De afvoer

Voor de afvoer was het noodzakelijk de gegevens, gemeten met de afvoerkrommen te herleiden tot gegevens gemeten met een meetstuw. Dit moest worden gedaan voor de gegevens van 1952 tot en met augustus 1960. In deelrapport 12 van het Leerinkbeek rapport wordt beschreven hoe de correctiefactoren zijn verkregen.

In bijlage 3 wordt weer de uitkomst van de berekening van de factoren voor decade-totalen vastgelegd.

De factoren werden bepaald als gemiddelde over de afvoerjaren 1952 tot en met 1958. Toepassing er van vond plaats over 1952 tot en met augustus 1960. In fig. 9 staan de correctiefactoren p_i weer tegen de tijd uitgezet. Ook nu valt het soepel verloop van de waarden van de geïnterpoleerde factoren p_i op, waarbij dus aanpassing aan de decade-totalen bewerkstelligde dat de som van de nieuwe decade-totalen de nieuwe tweemaandse som oplevert.

3. De potentiële verdamping

De verdamping, bepaald volgens de grondwaterstandsmethode, is afhankelijk van de wijze waarop de neerslag wordt gemeten. Omrekening van de neerslagcijfers op grondregenmeter-waarden maakt het noodzakelijk ook de verdampingscijfers met dezelfde factoren te corrigeren. In bijlagen 4 en 5 worden de uitkomsten vermeld. De bewerking heeft betrekking op de afvoerjaren 1952 tot en met 1965.

De uitgevoerde herleiding heeft tot resultaat dat de verdampingscijfers nu verkregen gedacht kunnen worden uit een analyse waarin de neerslag met grondneerslagmeters gemeten zou zijn.

4.1. De werkelijke verdamping (herleid op grondneerslagmeting)

Op analoge wijze als de potentiële verdamping werd de werkelijke verdamping herleid op waarden zoals die zouden zijn verkregen als bij de analyse van neerslagcijfers afkomstig van grondneerslagmeters, gebruik zou zijn gemaakt.

De resultaten van de berekeningen zijn vastgelegd in de bijlagen 6 en 7 terwijl fig. 10 een overzicht geeft van het verloop met de tijd van de factoren p_i . De figuur toont een soepel verlopende curve met steeds geringe verschillen tussen twee opeenvolgende waarden van de correctiefactor p .

4.2. De werkelijke verdamping (aangepast aan de waterbalans)

Nadat de gegevens van de werkelijke verdamping herleid waren op grondneerslagmetingen, moest nog aanpassing aan de waterbalans plaatsvinden. De wijze waarop deze aanpassing werd uitgevoerd wordt eveneens in deelrapport 12 van het Leerinkbeek-rapport beschreven.

De correctiefactoren P_i werden weer op de bovenomschreven wijze geïnterpoleerd en aangepast aan de decade-totalen. De resultaten worden gegeven in bijlagen 8 en 9, terwijl in fig. 11 de grafische voorstelling wordt gegeven. Ook hier blijkt weer dat de grote verschillen tussen de decaden bij gebruik van de factoren P_i (zie b.v. de overgang van oktober op november) vervangen worden door geleidelijk in elkaar overgaande waarden van de factoren p_i .

Bijlage 1. Bepaling van decade-correctiefactoren voor het herleiden van neerslaggegevens op grond-neerslagmeting (zie fig. 8) 1952 - 1965

Maand	P ₁ (%)	Geïnterpoleerde waarden (%)			P ₀	Aangepaste waarden (%)		
		π ₁	π ₂	π ₃		π ₁	π ₂	π ₃
Januari	110.0	109.100	110.000	109.633	1.004	109.527	110.475	110.107
Februari	108.9	109.267	108.900	108.967	0.998	109.073	108.727	108.794
Maart	109.1	109.033	109.100	108.433	1.003	108.806	109.395	108.726
April	107.1	107.767	107.100	106.867	0.998	107.272	106.928	106.696
Mei	106.4	106.633	106.400	105.800	1.001	106.254	106.546	105.945
Juni	104.6	105.200	104.600	104.567	0.998	104.792	104.408	104.375
Juli	104.5	104.533	104.500	104.400	1.000	104.477	104.523	104.423
Augustus	104.2	104.300	104.200	104.733	0.998	104.409	103.992	104.524
September	105.8	105.267	105.800	105.433	1.003	105.504	106.097	105.729
Oktober	104.7	105.067	104.700	105.233	0.997	105.004	104.397	104.929
November	106.3	105.767	106.300	106.633	1.001	106.204	106.396	106.729
December	107.3	106.967	107.300	108.200	0.999	107.431	107.169	108.068

π gewogen met decade-totalen (zie bijlage 2)

$$P_0 = P_1 / \pi$$

Bijlage 2. Neerslag decade-totalen en maandsommen en de gecorrigeerde waarden bij herleiding op grondneerslagmeting. Gemiddelden in mm over 1952 - 1965

Maand	d_1	d_2	d_3	Maandsom	S_1	p_1, d_1	p_2, d_2	p_3, d_3	Maandsom	$P_1 S_1$
Januari	25,7	18,7	19,9	64,3		28,2	20,6	21,9	70,7	
Februari	21,3	16,9	11,3	49,5	113,8	23,2	18,4	12,3	53,9	124,6
Maart	12,9	12,9	18,0	43,8		14,1	14,1	19,6	47,8	
April	16,5	14,8	13,9	45,2	89,0	17,8	15,8	14,8	48,4	96,2
Mei	16,6	17,1	19,3	53,0		17,7	18,2	20,5	56,4	
Juni	21,3	22,1	19,7	63,1	116,1	22,4	23,1	20,5	66,0	122,4
Juli	31,7	37,8	34,8	104,3		33,1	39,5	36,4	109,0	
Augustus	22,5	37,2	31,5	91,2	195,5	23,4	38,7	32,9	95,0	204,0
September	18,6	20,2	22,3	61,1		19,6	21,4	23,6	64,6	
Oktober	21,2	20,1	20,8	62,1	123,2	22,2	21,0	21,8	65,0	129,6
November	20,5	18,2	16,8	55,5		21,7	19,4	17,9	59,0	
December	26,2	27,3	20,5	74,0	129,5	28,0	29,3	22,1	79,4	138,4

d_1, d_2, d_3, S_1 oorspronkelijke gegevens

Voor correctiefactoren zie bijlage 1

p_1, d_1 etc., $P_1 S_1$ herleide gegevens

Bijlage 3. Bepaling van decade-correctiefactoren voor het herleiden van afvoergegevens bepaald met afvoerkrommen op meetstuwwaarden (zie fig. 9) 1952 - 1958

Maanden	P ₁ (%)	Maand	Geïnterpoleerde waarden (%)			P ₀	Aangepaste waarden (%)			
			π ₁	π ₂	π ₃		π	P ₁	P ₂	P ₃
Jan. + Febr.	101,3	Jan.	95.633	97.900	100.167	95.937	1.056	100.98	103.37	105.77
		Febr.	98.433	92.700	86.967			103.94	97.88	91.83
Mrt. + april	66,9	Mrt.	81.233	75.500	69.767	74.174	0.902	73.27	68.10	62.93
		April	68.058	70.375	72.692			61.38	63.47	65.56
Mei + juni	80,8	Mei	75.008	77.325	79.642	78.411	1.030	77.29	79.68	82.07
		Juni	80.508	79.925	79.342			82.96	82.36	81.76
Juli + Aug.	77,3	Juli	78.758	78.175	77.592	75.355	1.026	80.79	80.19	79.59
		Aug.	76.092	73.675	71.258			78.06	75.58	73.10
Sept + Okt.	62,8	Sept.	68.842	66.425	64.008	67.910	0.925	63.66	61.43	59.19
		Okt.	64.875	69.025	73.175			59.99	63.83	67.68
Nov. + Dec.	87,7	Nov.	77.325	81.475	85.625	87.348	1.004	77.64	81.80	85.97
		Dec.	88.833	91.100	93.367			89.19	91.47	93.74

π̄ gevogen met decade-totalen

$$P_0 = P_1 / \bar{\pi}$$

Bijlage 4. Bepaling van decade-correctiefactoren voor het herleiden van de potentiële verdamping op analyse uitkomsten met grondneerslagmeting 1952 - 1965

Maanden	P ₁ (%)	Maand	Geïnterpoleerde waarden (%)			$\bar{\pi}$	P ₀	Aangepaste waarden (%)		
			π_1	π_2	π_3			P ₁	P ₂	P ₃
Jan. + Febr.	109,49	Jan.	108,398	108,835	109,272	109,040	1,004	108,845	109,284	109,723
		Febr.	109,373	109,140	108,907			109,824	109,590	109,356
Mrt. + April	108,09	Mrt.	108,673	108,440	108,207	107,740	1,003	109,026	108,792	108,559
		April	107,868	107,425	106,982			108,218	107,774	107,330
Mei + Juni	105,43	Mei	106,538	106,095	105,652	105,534	0,999	106,433	105,990	105,548
		Juni	105,340	105,160	104,980			105,236	105,056	104,877
Juli + Aug.	104,35	Juli	104,800	104,620	104,440	104,590	0,998	104,560	104,380	104,200
		Aug.	104,420	104,560	104,700			104,180	104,320	104,460
Sept. + Okt.	105,19	Sept.	104,840	104,980	105,120	105,176	1,000	104,854	104,994	105,134
		Okt.	105,330	105,610	105,890			105,344	105,624	105,904
Nov. + Dec.	106,87	Nov.	106,170	106,450	106,730	106,732	1,001	106,307	106,588	106,868
		Dec.	107,088	107,525	107,962			107,226	107,664	108,102

$\bar{\pi}$ gevogen met decade-totalen (zie bijlage 5)

$$P_0 = P_1 / \bar{\pi}$$

Bijlage 5. Decade-totalen en maandsommen van de potentiële verdamping en de gecorrigeerde waarden bij herleiding op analyse uitkomsten met grondneerslagmeting. Gemiddelden in mm over 1952 - 1965

Maand	d ₁	d ₂	d ₃	Maandsom	S ₁	P ₁ d ₁	P ₂ d ₂	P ₃ d ₃	Maandsom	P ₁ S ₁
Januari	1,8	1,9	2,8	6,5		1,9	2,1	3,1	7,1	
Februari	3,2	4,1	4,4	11,7	18,2	3,5	4,5	4,8	12,8	19,9
Maart	5,8	6,0	8,4	20,2		6,3	6,5	9,1	21,9	
April	9,9	12,3	14,4	36,6	56,8	10,7	13,3	15,5	39,5	61,4
Mei	16,2	17,4	20,7	54,3		17,2	18,4	21,9	57,5	
Juni	22,4	25,7	26,3	74,4	128,7	23,6	27,0	27,6	78,2	135,7
Juli	26,3	25,9	27,0	79,2		27,5	27,0	28,1	82,6	
Augustus	25,9	27,0	26,4	79,3	158,5	27,0	28,2	27,6	82,8	165,4
September	20,3	16,8	13,9	51,0		21,3	17,7	14,6	53,6	
Oktober	11,5	9,2	7,2	27,9	78,9	12,1	9,7	7,6	29,4	83,0
November	5,1	4,0	2,7	11,8		5,4	4,3	2,9	12,6	
December	1,9	1,4	1,8	5,1	16,9	2,0	1,5	2,0	5,5	18,1

d₁, d₂, d₃, S₁ oorspronkelijke gegevens

P₁d₁ etc., P₁S₁ herleide gegevens

Voor correctiefactoren zie bijlage 4

Bijlage 6. Bepaling van decade-correctiefactoren voor het herleiden van de werkelijke verdamping op analyse uitkomsten met grondneerslagmeting (zie fig. 10) 1952 - 1965

Maanden	P ₁ (%)	Maand	Geïnterpoleerde waarden (%)			$\bar{\pi}$	P ₀	Aangepaste waarden (%)		
			" ₁	" ₂	" ₃			P ₁	P ₂	P ₃
Jan. + Febr.	109,49	Jan.	108,398	108,835	109,272	109,040	1,004	108,845	109,284	109,723
		Febr.	109,373	109,140	108,907			109,824	109,590	109,356
Mrt. + April	108,09	Maart	108,673	108,440	108,207	107,740	1,003	109,026	108,792	108,559
		April	107,868	107,425	106,982			108,218	107,774	107,330
Mei + Juni	105,43	Mei	106,538	106,095	105,652	105,576	0,999	106,391	105,948	105,506
		Juni	105,340	105,160	104,980			105,194	105,015	104,835
Juli + Aug.	104,35	Juli	104,800	104,620	104,440	104,590	0,998	104,560	104,380	104,200
		Aug.	104,420	104,560	104,700			104,180	104,320	104,460
Sept. + Okt.	105,19	Sept.	104,840	104,980	105,120	105,191	1,000	104,839	104,979	105,119
		Okt.	105,330	105,610	105,890			105,329	105,609	105,889
Nov. + Dec.	106,87	Nov.	106,170	106,450	106,730	106,735	1,001	106,304	106,585	106,865
		Dec.	107,088	107,525	107,962			107,223	107,661	108,099

$\bar{\pi}$ gewogen met decade-totalen (zie bijlage 7)

$$P_0 = P_1 / \bar{\pi}$$

Bijlage 7. Decade-totalen en maandsommen van de werkelijke verdamping en de gecorrigeerde waarden bij herleiding op analyse uitkomsten met grondneerslagmeting. Gemiddelden in mm over 1952 - 1965

Maand	d_1	d_2	d_3	Maandsom	S_1	$d_1^* = P_1 d_2$	$d_2^* = P_2 d_2$	$d_3^* = P_3 d_3$	Maandsom	$S_1^* = P_1 S_1$
Januari	1,8	1,9	2,8	6,5		1,9	2,1	3,1	7,1	
Februari	3,2	4,1	4,4	11,7	18,2	3,5	4,5	4,8	12,8	19,9
Maart	5,8	6,0	8,4	20,2		6,3	6,5	9,1	21,9	
April	9,9	12,3	14,4	36,6	56,8	10,7	13,3	15,5	39,5	61,4
Mei	15,9	16,8	19,6	52,3		16,9	17,8	20,7	55,4	
Juni	19,4	20,8	20,5	60,7	113,0	20,4	21,8	21,5	63,7	119,1
Juli	20,0	19,6	21,0	60,6		20,9	20,5	21,9	63,3	
Augustus	19,5	19,8	21,0	60,3	120,9	20,3	20,7	21,9	62,9	126,2
September	17,2	15,1	12,9	45,2		18,0	15,8	13,6	47,4	
Oktober	10,8	8,8	7,1	26,7	71,9	11,4	9,3	7,5	28,2	75,6
November	5,0	4,0	2,7	11,7		5,3	4,3	2,9	12,5	
December	1,9	1,4	1,8	5,1	15,8	2,0	1,5	2,0	5,5	18,0

d_1, d_2, d_3, S_1 oorspronkelijke gegevens

Voor correctiefactoren zie bijlage 6

$P_1 d_1$ etc., $P_1 S_1$ herleide gegevens

Voor verdere herleiding zie bijlage 9

Bijlage 8. Bepaling van decade-correctiefactoren voor het aanpassen van de gecorrigeerde werkelijke verdamping aan de waterbalans (zie fig. 11) 1952 - 1965

Maanden	P ₁ (%)	Maand	Gefinterpoleerde waarden (%)			$\bar{\pi}$	P ₀	Aangepaste waarden (%)			
			π_1	π_2	π_3			P ₁	P ₂	P ₃	
Jan. + Febr.	100,00	Jan.	100.000	100.000	100.000	102.353	0.977	97.701	97.701	97.701	97.701
		Febr.	101.092	103.278	105.462			98.768	100.904	103.038	
Mrt. + April	113,11	Mrt.	107.648	109.832	112.018	110.929	1.020	109.764	111.991	114.220	
		April	112.578	111.512	110.448			114.791	113.704	112.620	
Mei + Juni	106,72	Mei	109.382	108.318	107.252	108.274	0.986	107.812	106.763	105.713	
		Juni	107.218	108.215	109.212			105.679	106.662	107.645	
Juli + Augustus	112,70	Juli	110.208	111.205	112.202	111.489	1.011	111.405	112.413	113.421	
		Aug.	112.409	111.828	111.246			113.630	113.043	112.454	
Sept. + Okt.	109,21	Sept.	110.664	110.082	109.501	109.055	1.001	110.821	110.238	109.657	
		Okt.	108.442	106.908	105.372			108.596	107.060	105.522	
Nov. + Dec.	100,00	Nov.	103.838	102.302	100.768	101.636	0.984	102.167	100.655	99.146	
		Dec.	100.000	100.000	100.000			98.390	98.390	98.390	

$\bar{\pi}$ gewogen met decade-totalen (zie bijlage 9)

$$P_0 = P_1 / \bar{\pi}$$

Bijlage 9. Decade-totalen en maandsommen van de gecorrigeerde werkelijke verdamping en de nieuwe gecorrigeerde totalen bij aanpassing aan de waterbalans. Gemiddelden in mm over 1952 - 1965

Maand	d ₁ [#]	d ₂ [#]	d ₃ [#]	Maandsom S ₁ [#]	P _{1d1} [#]	P _{2d2} [#]	P _{3d3} [#]	Maandsom P _{1S1} [#]
Januari	1,9	2,1	3,1	7,1	1,9	2,0	3,0	6,9
Februari	3,5	4,5	4,8	12,8	3,5	4,5	5,0	13,0
Maart	6,3	6,5	9,1	21,9	6,9	7,3	10,4	24,6
April	10,7	13,3	15,5	39,5	12,3	15,1	17,4	44,8
Mei	16,9	17,8	20,7	55,4	18,2	19,0	21,9	59,1
Juni	20,4	21,8	21,5	63,7	21,6	23,3	23,1	68,0
Juli	20,9	20,5	21,9	63,3	23,3	23,0	24,8	71,1
Augustus	20,3	20,7	21,9	62,9	23,1	23,3	24,7	71,1
September	18,0	15,8	13,6	47,4	20,0	17,4	14,9	52,3
Oktober	11,4	9,3	7,5	28,2	12,4	9,9	7,9	30,2
November	5,3	4,3	2,9	12,5	5,4	4,3	2,9	12,6
December	2,0	1,5	2,0	5,5	2,0	1,5	1,9	5,4

d₁[#], d₂[#], d₃[#], S₁[#] op grondneerslagmeting herleide gegevens Voor correctiefactoren zie bijlage 8
P_{1d1}[#], etc., P_{1S1}[#] aan waterbalans aangepaste gegevens

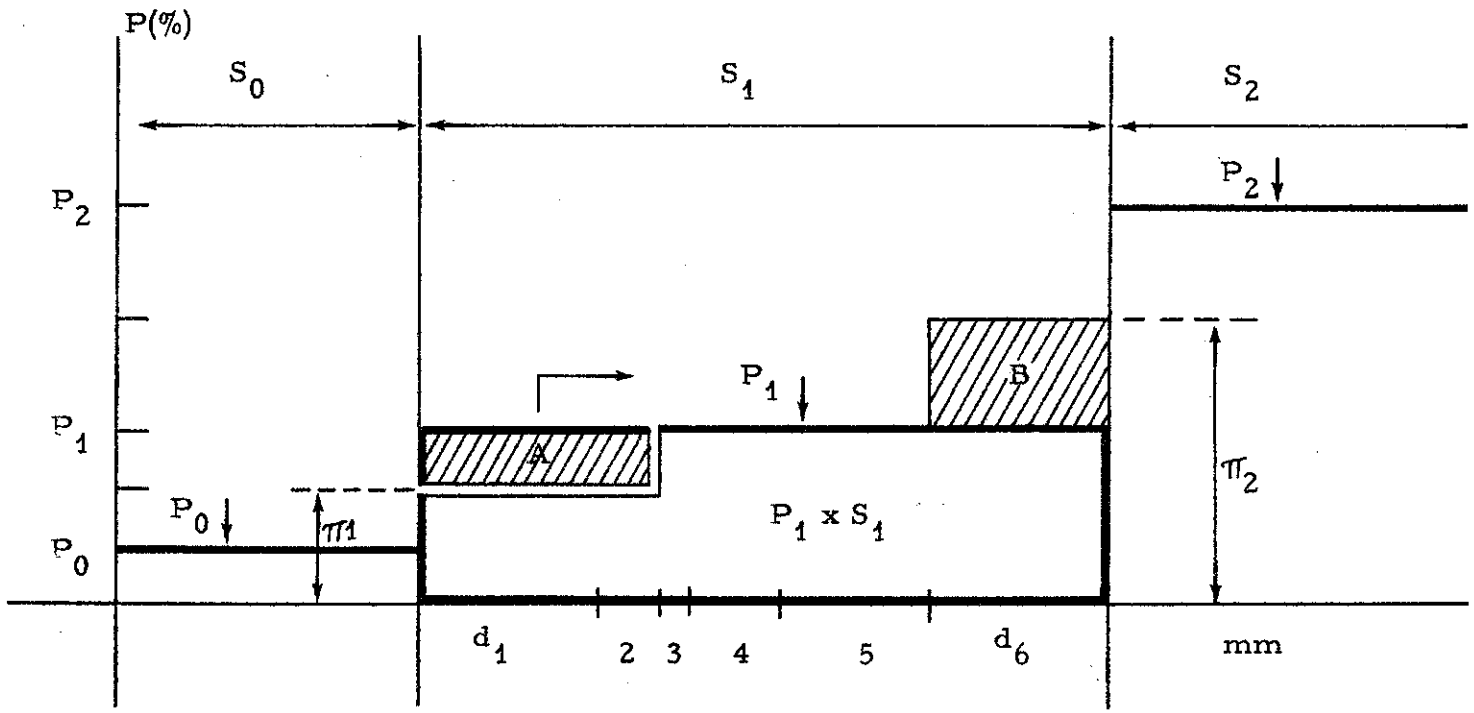


Fig. 1. Voor het behoud van de waarde $P_1 \times S_1$ moet $A = B$

Fig. 2.

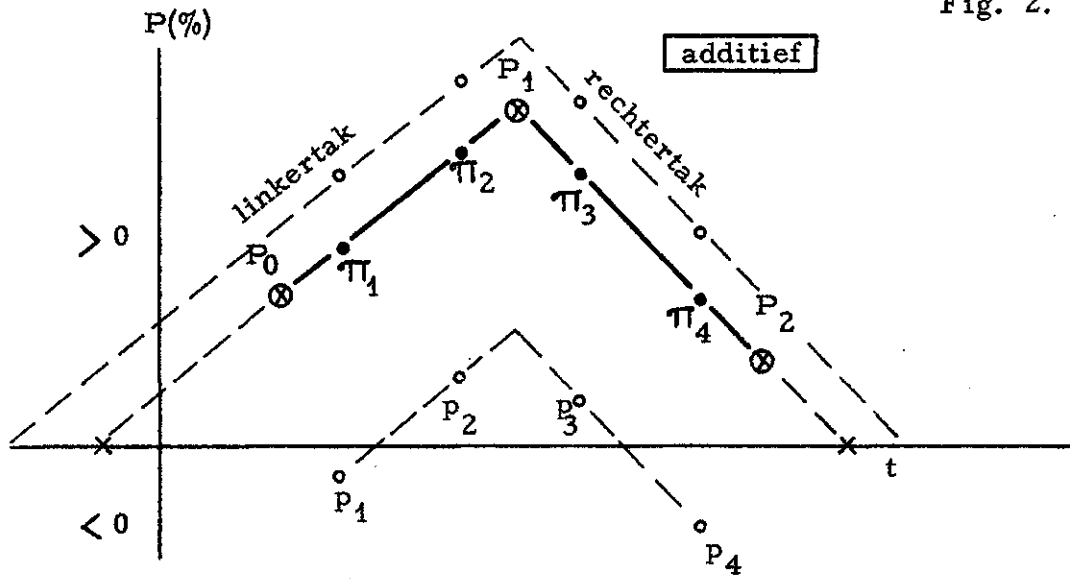
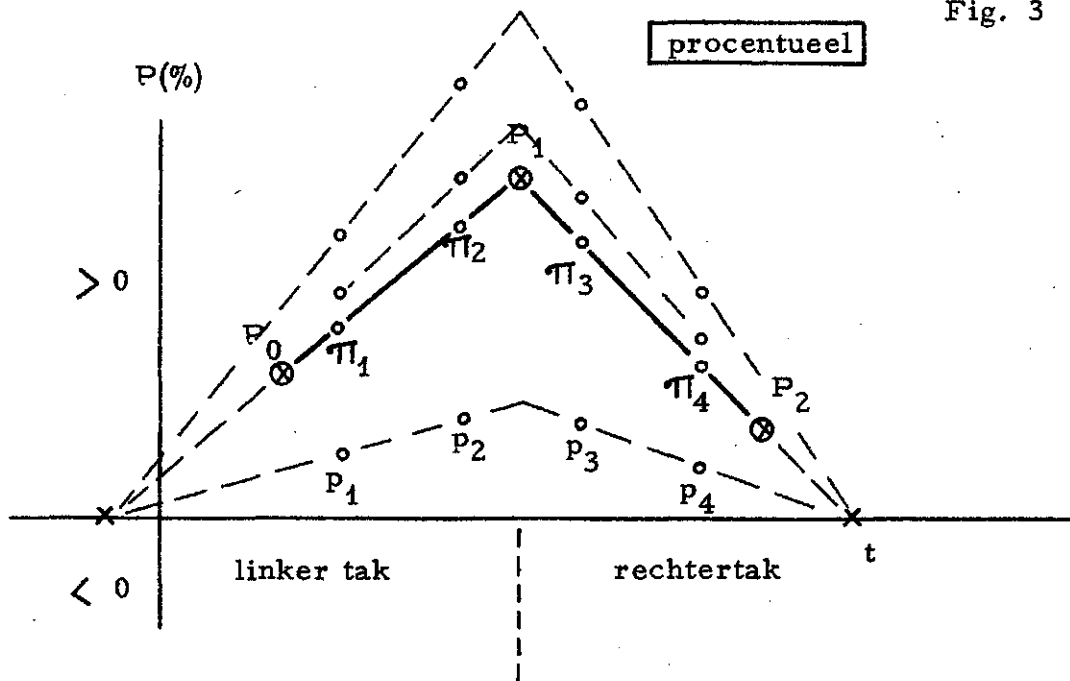


Fig. 3



Voorbeelden van het effect van aanpassing van geïnterpoleerde correctiefactoren aan deeltotalen

Fig. 4

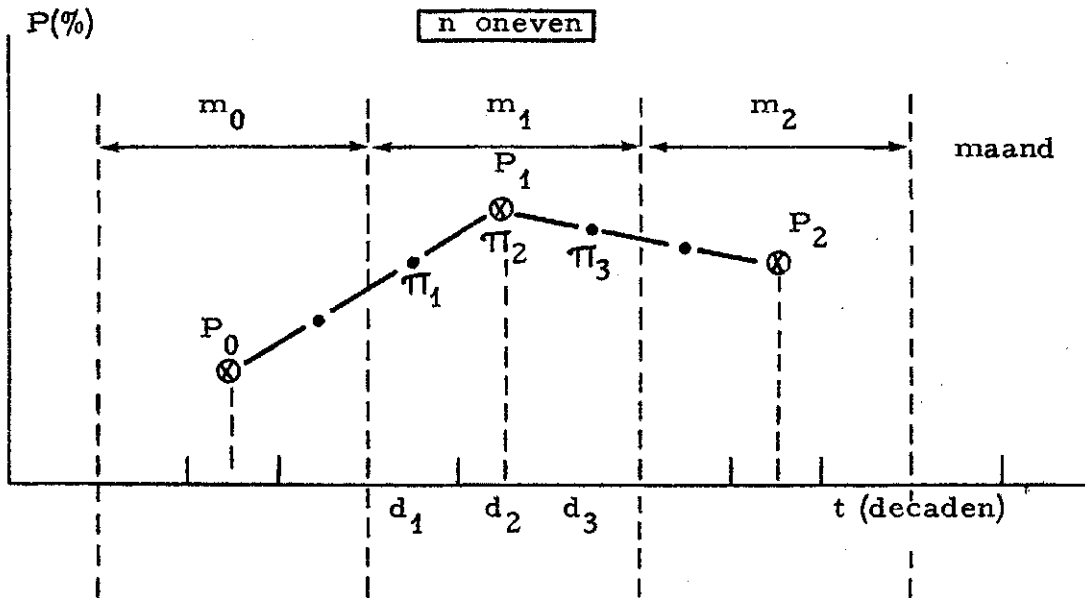
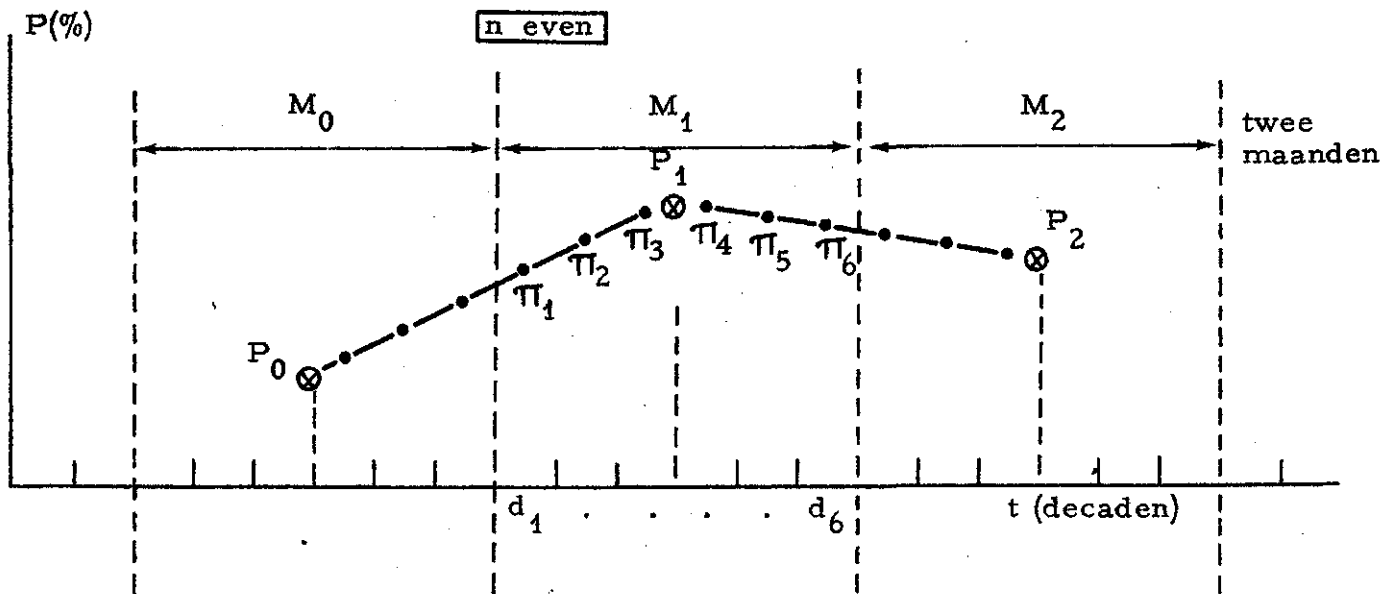


Fig. 5



Voorbeelden van interpolatie van correctiefactoren P

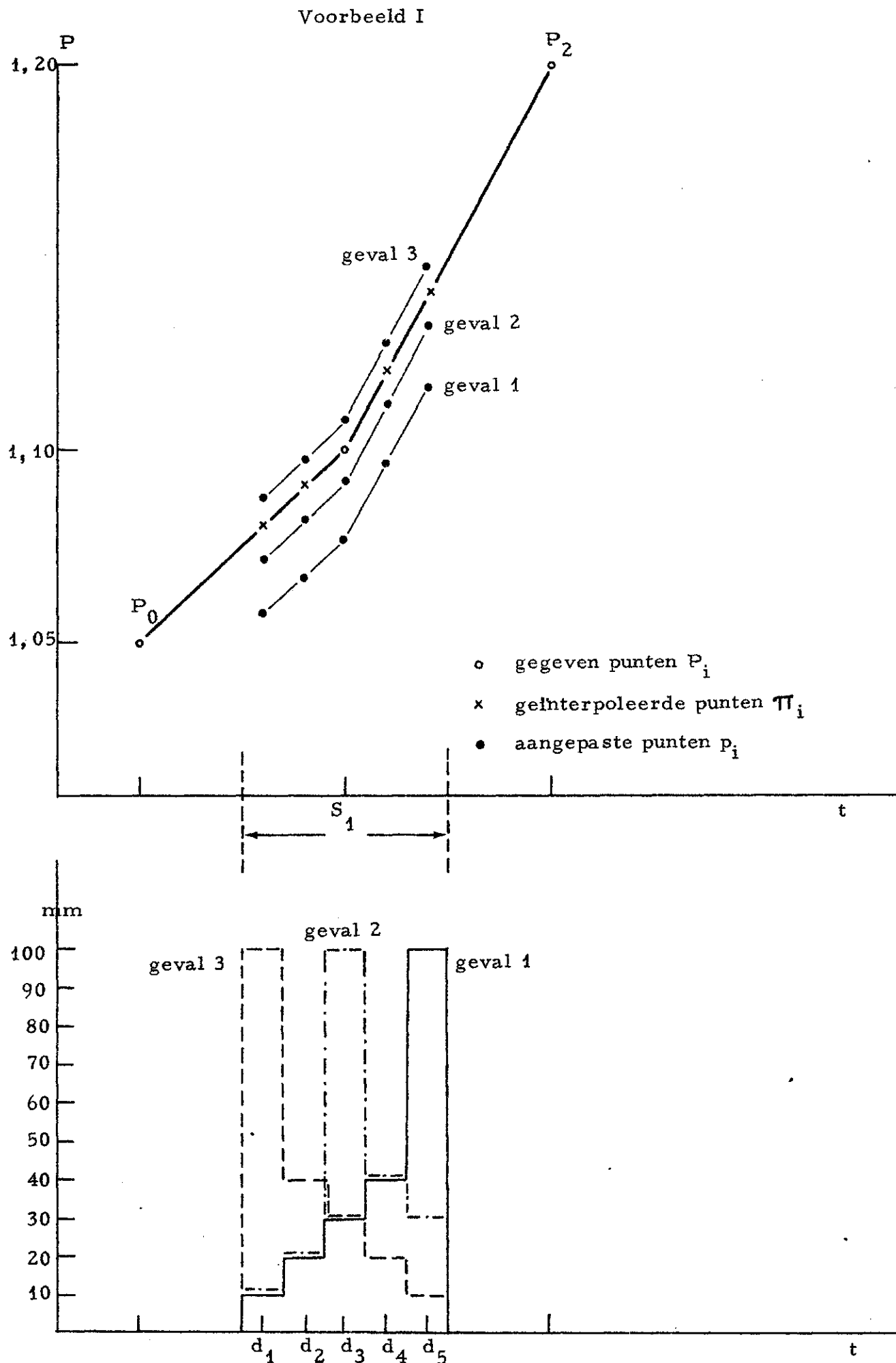


Fig. 6. 3 gevallen van opdeling van S_1 in deeltotalen

Voorbeeld II

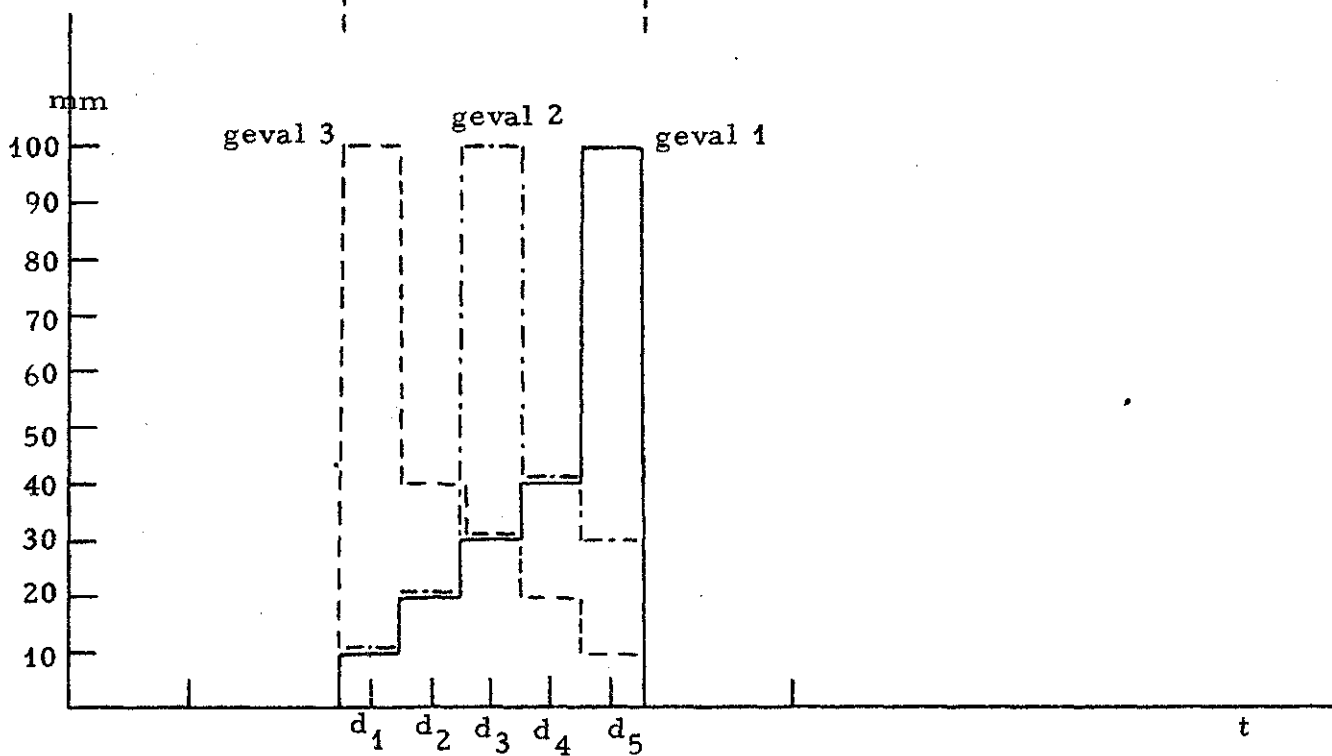
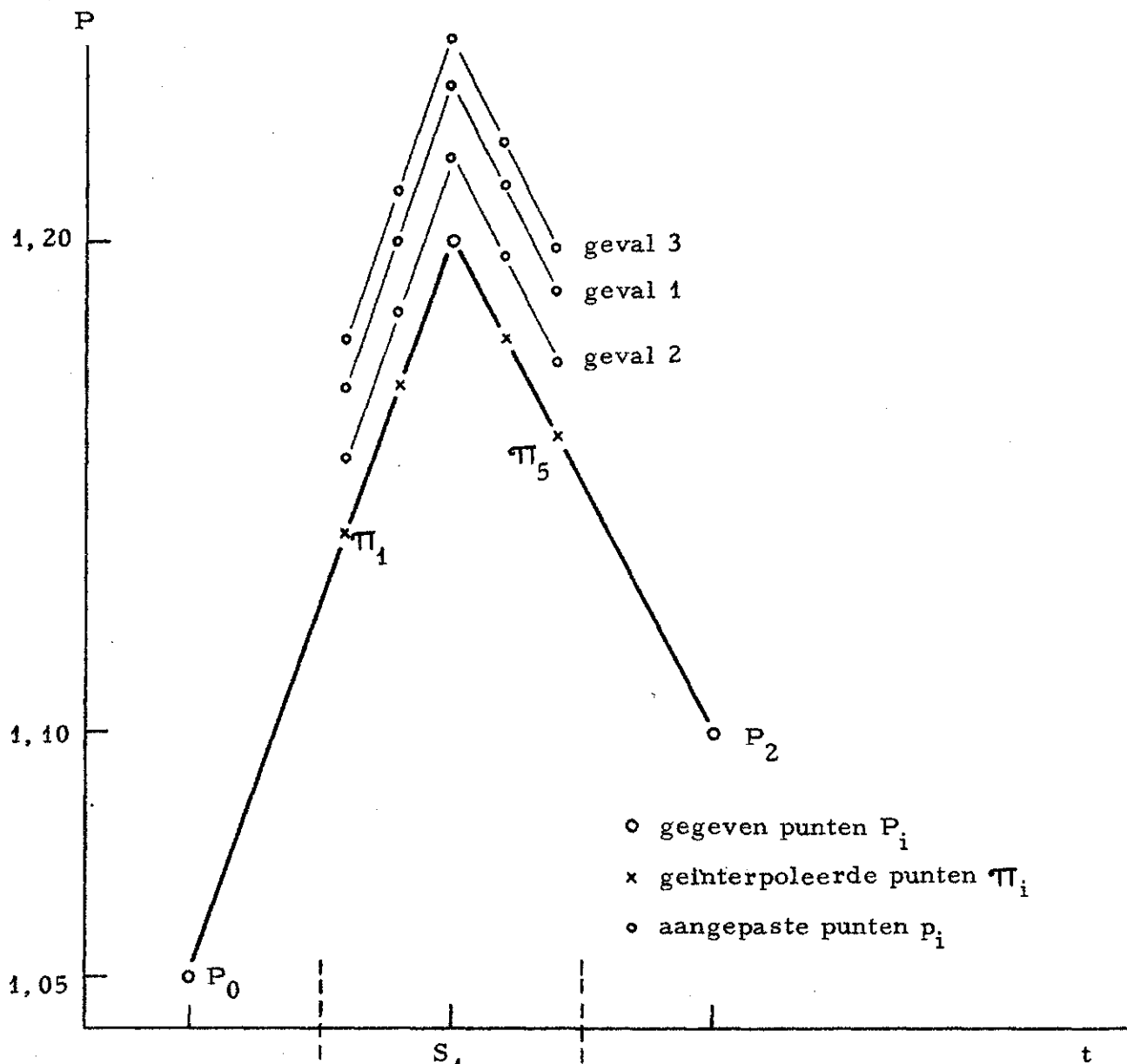


Fig. 7.

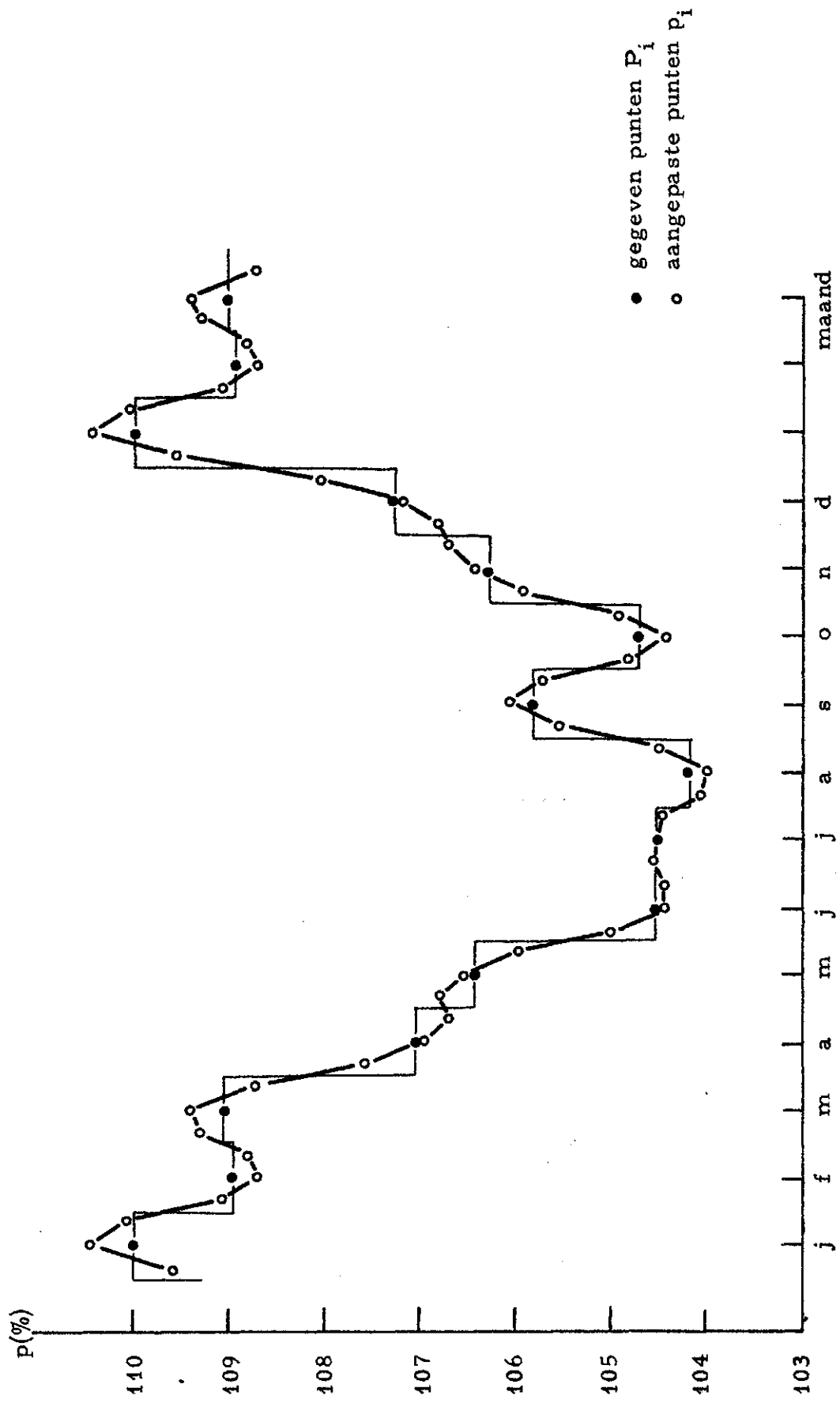


Fig. 8. Correctiefactoren neerslag 1952 - 1965 (zie bijlage 1)

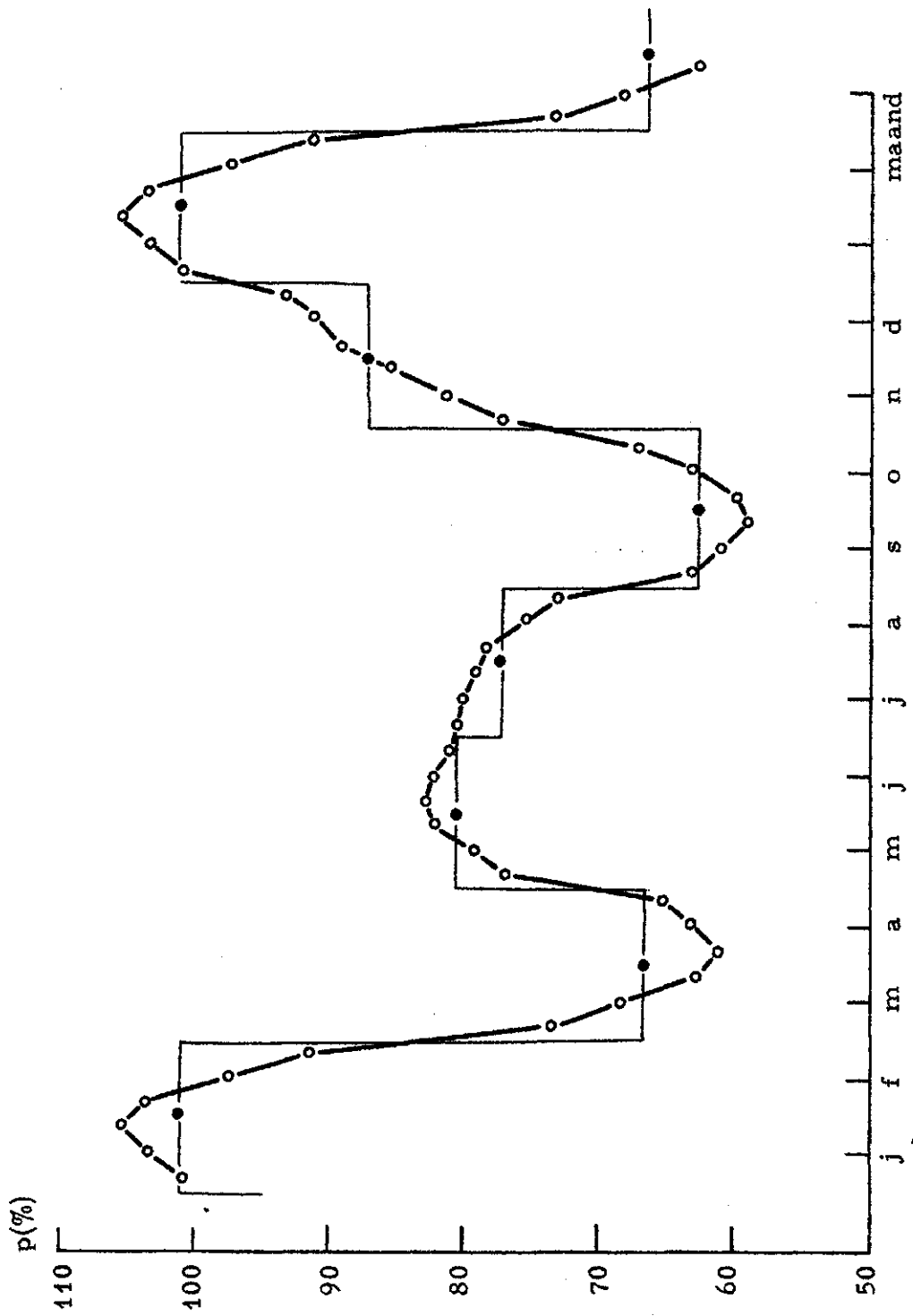


Fig. 9. Correctiefactoren afvoer 1952 - 1958 (zie bijlage 3)

- gegeven punten P_i
- aangepaste punten P_i

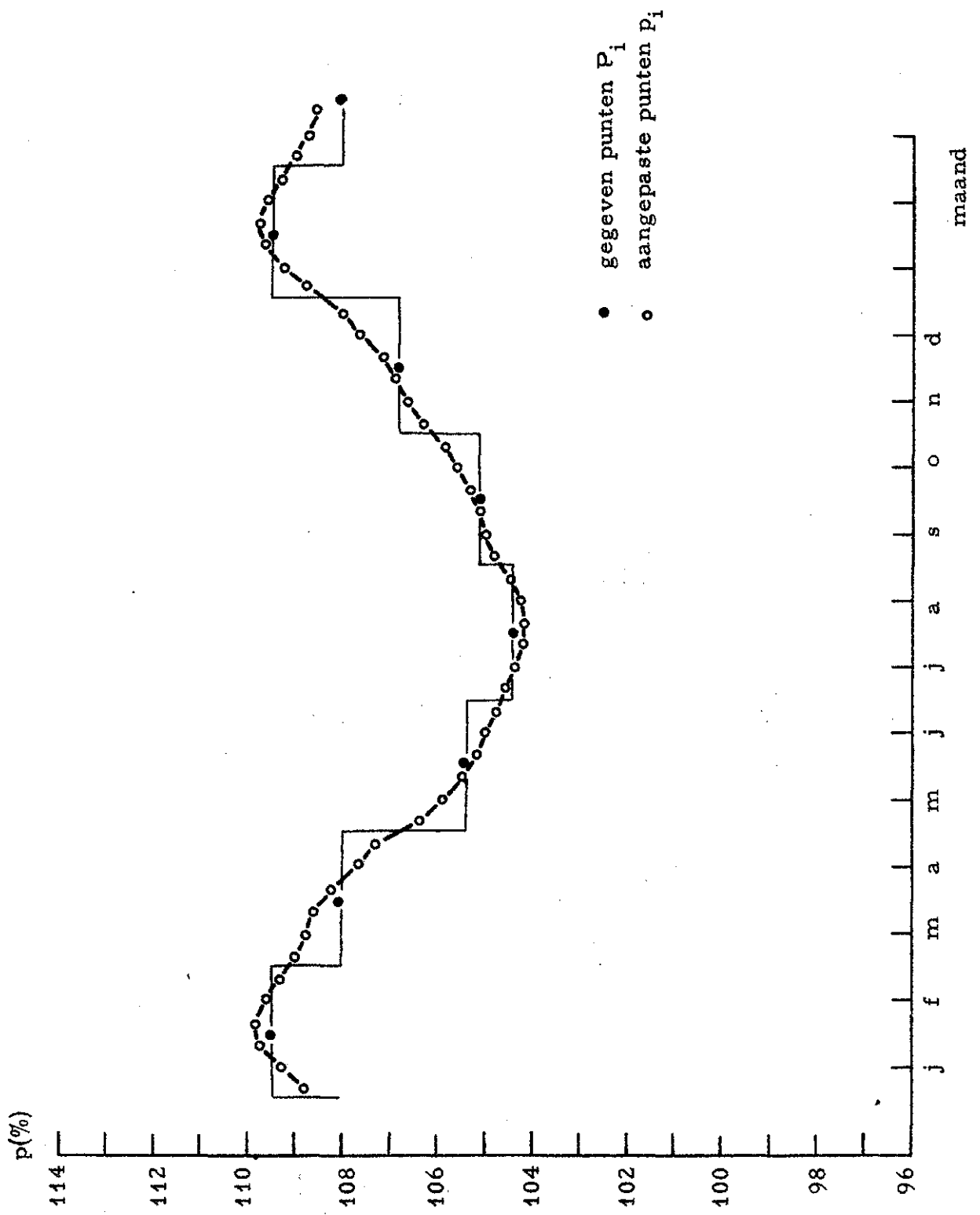


Fig. 10. Correctiefactoren voor herleiding van werkelijke verdamping op grondneerslagmeting 1952 - 1965 (zie bijlage 6)

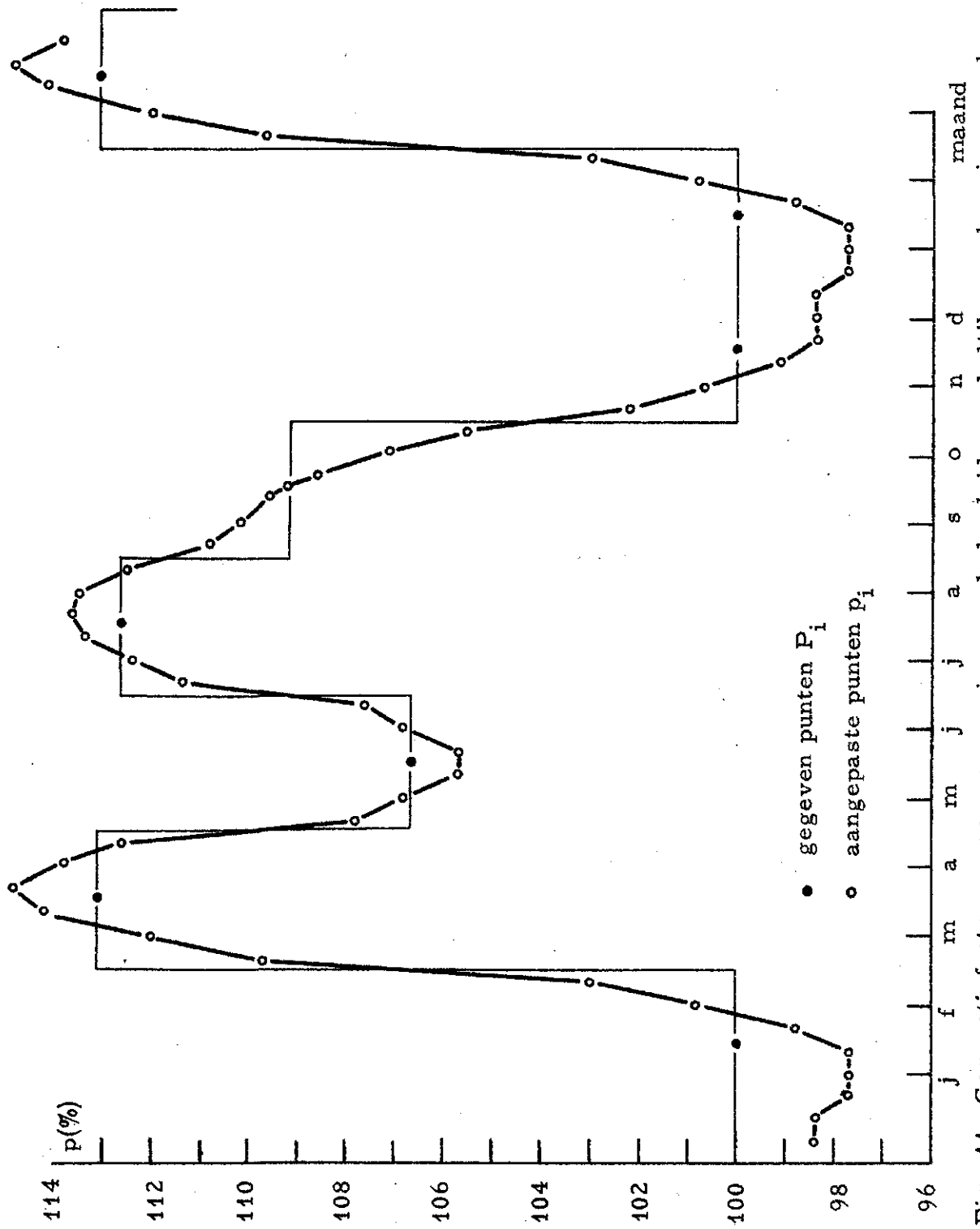


Fig. 11. Correctiefactoren voor aanpassing van de herleide werkelijke verdamping aan de waterbalans 1952 - 1965 (zie bijlage 8)