NN31545.0577

NOTA 577 25 januari 1971

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

BEREKENING VAN DE INTERNE RENTEVOET ALS MIDDEL BIJ DE SELECTIE VAN CULTUURTECHNISCHE PLANNEN

drs L.J. Locht

'There is no doubt that, correctly used, the method of of discounted cash flows is superior to any other type of decision formula' (HENDERSON, 1965)

'Economists think either of the present value criterion or of internal rate of return' (TURVEY, 1965)

279732

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking.

I N H O U D

		Blz.
	INLEIDING	1
1.	DE MOGELIJKHEDEN TOT BEPALING VAN EEN RENTEVOET VOOR OVERHEIDSINVESTERINGEN	3
2.	VERGELIJKING VAN DE CRITERIA ZONDER VASTE RENTEVOET	6
3.	DE TEGEN DE INTERNE RENTEVOET GEOPPERDE BEZWAREN	7
4.	TOEPASSING	10
	LITERATUUR	11
	BIJLAGEN	

I N L E I D I N G

Er worden in de economie - met name ook met betrekking tot bedrijfsleven - vele criteria besproken. Mede op grond van de voorbeelden van Higgings - besproken in KLAASSEN 1967 - is het onderstaande overzicht van de belangrijkste criteria opgesteld.

Vergelijking van de meest voorkomende selectie criteria

	Project alternatieven			
	I	II	III	IV
Investeringsbedrag (J)	100	100	100	50
Jaarlijkse opbrengsten minus kosten (B)	20	10	15	10
Looptijd in jaren (T)	7	20	20	20
Onderhoud (O)	0	0	5	5
Afschrijving per jaar (D)	ca.14,3	5	5	2,5
Rentevoet (r)	5 %	5 %	5 %	5 %
1. 'Investeringseffect'	20 %	10 %	10 %	10 %
2. Terugbetalings termijn	5 jaar	10 jaar	10 jaar	10 jaar
3. Terugbetalings termijn met behulp van contante waarde	6 jaar	14 jaar	14 jaar	14 jaar
4. Baten-kosten voet	1,16	1,25	1,15	1,11
5. Netto rentabiliteit	1,14	1,00	1,00	1,00
6. Bruto rentabiliteit	1,15	1,25	1,25	1,25
7. Interne rentevoet	9 %	7¾ %	7¾ %	7¾ %
8. Interne rentevoet als schijfrendement	3 %	7¾ %	7¾ %	7¾ %

De formules en de berekeningen van de diverse criteria zijn als volgt:

ad. 1. $\frac{B - 0}{J}$ en dus $\frac{20 - 0}{100}$ respectievelijk $\frac{10 - 0}{100}$ en $\frac{15 - 5}{100}$ en $\frac{10 - 5}{50}$

ad. 2. $\frac{J}{B - 0}$ dat wil zeggen de reciproke van het voorgaande.

ad. 3. τ in $J = \sum_{t=o}^{\tau} (B_t - 0_t) \frac{1}{(1 + r)^t}$ dat wil zeggen

τ in $\sum_{t=o}^{\tau} \frac{1}{(1,05)^t} = \frac{100}{20 - 0}$ respectievelijk $= \frac{100}{10 - 0}$ en $\frac{100}{15 - 5}$ en $= \frac{50}{10 - 5}$

dus de berekening van een periode gegeven de rentevoet.

ad. 4. $\frac{B}{0 + a.J}$ waarbij a een annuïteit is bij de gegeven rentevoet, dat wil zeggen: $\frac{20}{0 + 17,3}$ respectievelijk $\frac{10}{0 + 8}$ en $\frac{15}{5 + 8}$ en $\frac{10}{5 + 4}$

ad. 5. $\sum_{t=o}^{\infty} (B_t - 0_t - D_t) \frac{1}{(1 + r)^t}$ /J en dus:

$\frac{1}{(1,05)^t}$ maal $\frac{20 - 0 - 14,3}{100}$ respectievelijk maal $\frac{10 - 0 - 5}{100}$ en $\frac{10 - 5 - 2,5}{50}$ $\frac{15-5-5}{100}$

gerekend wordt dus met een oneindig aantal jaren en de gegeven rentevoet.

ad. 6. $\left[\sum_{t=o}^{T} (B_t - 0_t) \frac{1}{(1 + r)^t}\right]$ /J en dus:

$\sum^{7} \frac{1}{(1,05)^t} \cdot \frac{20 - 0}{100}$ respectievelijk $\sum^{20} \frac{1}{(1,05)^t} \cdot \frac{10 - 0}{100}$ en $\cdot \frac{15 - 5}{100}$ en $\cdot \frac{10 - 5}{\cancel{100}\ 50}$

gerekend wordt dus met de gegeven periode en de gegeven rentevoet.

ad. 7. i in $J = \sum_{t=o}^{T} (B_t - 0_t) \frac{1}{(1 + i)^t}$ en dus:

$\sum^{7} \frac{1}{(1 + i)^t} = \frac{100}{20 - 0}$ respectievelijk $\sum^{20} \frac{1}{(1 + i)^t} = \frac{100}{10 - 0}$ en $= \frac{100}{15 - 5}$ en $= \frac{50}{10 - 5}$

dus de berekening van een rentevoet gegeven de periode.

ad. 8. Als eerste trap komt plan IV in aanmerking; dit wordt dus vergeleken met 'niets doen', de interne rentevoet over deze schijf is als hierboven 7¾ %. Plan I geeft ten opzichte van IV als extra lasten $(J_I - J_{IV})$ en bovendien B_{IV} over de jaren 8 tot en met 20. De extra baten zijn $B_I - B_{IV}$ over de jaren 1 tot en met 7. De interne rentevoet over deze schijf volgt dus uit

$50 + \sum_{8}^{20} 5 \frac{1}{(1 + i)^t} = \sum_{o}^{7} 15 \frac{1}{(1 + i)^t}$ en dus uit $50 + 5 \sum^{20} \frac{1}{(1 + i)^t} = 20 \sum^{7} \frac{1}{(1 + i)^t}$

B-

derhalve i = 3 %.
Als de rentevoet voor de betrokken dienst werkelijk 5 % is, moet plan I afgewezen worden (als over investering)
Plan II geeft ten opzichte van IV als extra lasten $J_{II} - J_{IV}$ en bovendien $(B - 0)_{II} - (B - 0)_{IV}$ over de jaren 1 tot en met 20.
De interne rentevoet over deze schijf volgt dus uit

$$50 = \sum^{20} (10 - 5) \frac{1}{(1 + i)^t}$$ en is derhalve 7¾ %.

Plan III geeft ten opzichte van II precies dezelfde verschillen en dus eveneens een i van 7¾ %. Plan II en III zijn dus gelijkwaardig en beide efficiënt.

Het is duidelijk dat de verschillende criteria tot verschillende aanbevelingen leiden. De drie eerstgenoemde criteria en ook de netto rentabiliteit geven een voorkeur voor I. II, III en IV lijken gelijkwaardig. Hetzelfde geldt voor de onder 7 gegeven - onjuiste - toepassing van de interne rentevoet. Bij de Baten-Kosten (criterium 4) komt I op de tweede plaats en bij de bruto rentabiliteit (criterium 6) zelfs op de laatste plaats. Bij de hier voorgestelde werkwijze (8) valt plan I af als niet efficiënt. Het lijkt dus zeker noodzakelijk om op de merites van diverse criteria in te gaan.

1. DE MOGELIJKHEDEN TOT BEPALING VAN EEN RENTEVOET VOOR OVERHEIDS-INVESTERINGEN

De mogelijke criteria voor overheidsprojecten zijn in te delen in:
- een groep die werkt zonder vooronderstelde rentevoet voor de overheidsinvestering. Hieronder vallen de met 1, 2, 3, 7 en 8 aangeduide criteria zijnde het 'Investeringseffect' (Benefit-Investment ratio), de Terugbetalingstermijn (Pay-off Period) en de interne rentevoet (internal rate of return);
- een groep die werkt met een vaste disconto-voet. Hieronder vallen de met 4, 5 en 6 aangeduide criteria, zijnde de 'baten/kosten verhouding' (Benefit-Costs ratio) en de netto en bruto rentabiliteit.

Bij de keuze tussen voornoemde groepen criteria is primair van belang of een rentevoet als gegeven beschikbaar is. Aangezien in de procedure met de interne rentevoet bij de uiteindelijke selectie toch ook een

rentevoet voor de overheidsinvestering gebruikt wordt - namelijk als afkapvoet - moet de kwestie iets anders geformuleerd worden en wel: of een rentevoet te bepalen is welke van het begin van de voorbereiding af in de calculatie kan worden opgenomen ofwel dat alleen een rentevoet te bepalen is die pas in de laatste fase van de beslissing kan worden ingevoerd.

In principe kunnen ter bepaling van de rentevoet de volgende wegen worden bewandeld:

- bepaling van de maatschappelijke tijdsvoorkeur
- bepaling van de alternatieve opbrengsten
- een synthese van de beide, mede in verband met de marktrente.

1.1. De meestbelovende methode om de maatschappelijke tijdsvoorkeur te schatten is, om een gemiddelde inkomensstijging per jaar aan te nemen en een daling van de subjectieve waarde van de laatste gulden bij toenemend inkomen. Aangezien noch het een noch het ander voldoende bekend is, is de conclusie op zijn best een marge voor de mogelijke tijdsvoorkeur.

1.2. De bepaling van de alternatieve opbrengsten houdt in dat de opbrengst wordt genomen van die aanwending die nu juist komt te vervallen. Met andere woorden de alternatieve opbrengsten zijn pas bekend n a d a t vele projecten gecalculeerd zijn en niet vooraf. De uitkomst kan dan ook niet vooraf in de calculatie worden meegenomen.

1.3. Als de bovengenoemde benaderingen slechts tot een uitkomst vooraf over een zekere marge kan voeren, geldt dat ook voor de synthese. Iets anders is echter dat men kan vooronderstellen dat het marktmechanisme deze synthese reeds tot stand heeft gebracht en dat derhalve de marktrente de te hanteren rentevoet in de calculatie is. Zonder meer is duidelijk dat het moeilijk uit te maken is welke marktrente dan moet worden gebruikt - obligatierente, spaarbankrente etc. - en in hoeverre gecorrigeerd moet worden voor prijsdalingen of prijsstijgingen en voor verschillen in risico's. Er zijn ook meer principiële bezwaren tegen het gebruiken van de marktrente bijvoorbeeld dat het marktrente niveau ook over lange perioden mede gevolg is van het beleid (goedkoop geld politiek).

1.4. Voor de tweede methode, die van de alternatie opbrengsten, zijn drie varianten in zwang, namelijk:

- alternatieve opbrengsten binnen de gehele nationale economie
- alternatieve opbrengsten binnen de overheidsprojecten
- alternatieve opbrengsten binnen de betrokken dienst.

Laatstbedoelde methode is in commissoriaal verband in Nederland wel zo gesteld dat werd afgesproken dat elke investeerder zou werken met een disconteringsvoet, die gelijk is aan de interne rentevoet van het project, dat hij met het voor hem beschikbare vermogen nog net kan uitvoeren. Dit houdt dus in dat men de projecten doorrekent op de interne rentevoet (i), ze rangschikt en vervolgens de budgetlijn intekent om tenslotte uit het snijpunt de gezochte disconteringsvoet (d) af te lezen. Een en ander is weergegeven in fig. 1.

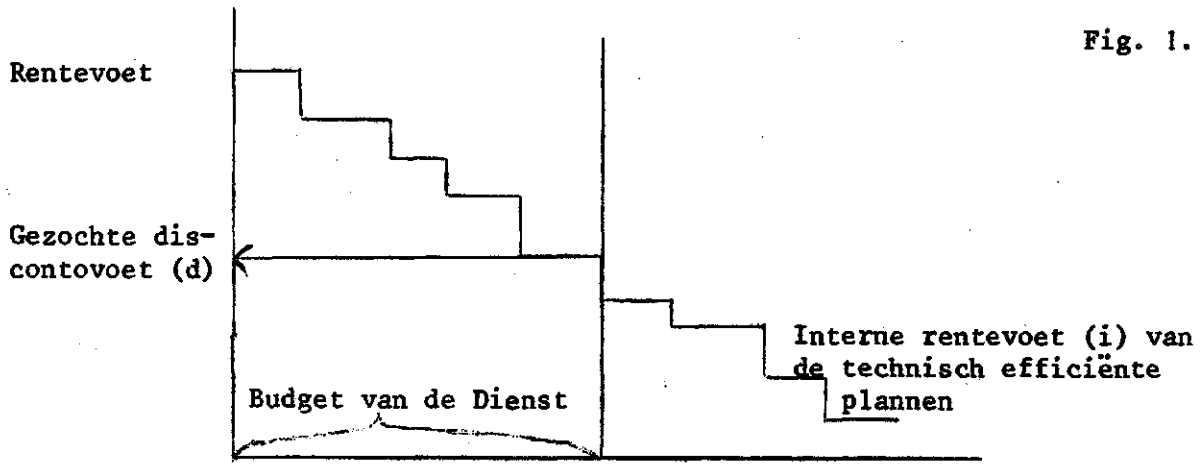


Fig. 1.

Som van de investeringsbedragen voor de mogelijke plannen

Dit is inderdaad een mogelijkheid om een bepaalde disconteringsvoet af te leiden en voor zover deze valt binnen de hierna nader te bespreken 3 % - 8 % zone, lijkt ons dit ook een volkomen juiste wijze van afleiding (afgezien van het punt dat niet i volgens criterium 7 moet worden berekend maar volgens 8 dus over extra baten en extra investeringen). De werkwijze is bovendien illustratief. Het kan dan ook als zodanig worden overgenomen. Men moet zich echter realiseren dat er niets wordt toegevoegd aan de selectiemethode: er is namelijk geen reden om met de aldus afgeleide discontovoet d, de projecten opnieuw door te rekenen. Na het opnieuw doorrekenen verandert weliswaar de 'ranking' van de projecten, maar blijven precies dezelfde projecten links en rechts van de budgetlijn en dat geldt evenzeer voor delen van projecten. Met andere woorden er verandert niets aan wat wel en wat niet moet doorgaan.

1.5. Het bovengaande is een summiere weergave van de problemen bij de keuze van een rentevoet. Een meer volledig overzicht is te vinden in HENDERSON (1965). Hij komt in die publikatie tot een redelijk gefundeerde bepaling voor de grenzen van een - inflatievrije en risicovrije - rentevoet, te weten 3 % en 8 %. De afleiding van een bepaalde rentevoet (5 %) wordt alleen gegeven om tenminste tot een werkcijfer te komen. Hij merkt daarbij dan ook op: 'it would be as easy to defend a lower rate as a higher one'.

2. VERGELIJKING VAN DE CRITERIA ZONDER VASTE RENTEVOET

Vanuit de praktijk is er, gezien het onder 1 gestelde, dus een sterk argument om een criterium te kiezen uit de eerste groep, te weten:
- zoiets als het investeringseffect waarin baten (B) gedeeld worden door investering (J), dus B/J
- de pay-off waarin de investering gedeeld wordt door de baten dus J/B
- de interne rentevoet.

2.1. Zoals reeds is gebleken geeft de verhouding B/J, die het principe van het investeringseffect weergeeft, niet meer dan de reciproke van de in de literatuur beter bekende 'pay-off period'. In de literatuur zijn er vele beschouwingen die de bezwaren tegen deze criteria behandelen. KOERTS en KOKEE (1964) stellen naar aanleiding van een vergelijking van voorbeelden: 'In het geval van fluctuerende cash-flows geeft B/J geen enkele aanwijzing omtrent de rentabiliteit van het investeringsproject'. De als motto voor deze nota opgenomen citaten hebben dezelfde strekking. Het lijkt dus noodzakelijk om, wanneer sprake is van een batenstroom welke niet van jaar tot jaar gelijk is, zo mogelijk het criterium B/J los te laten.

Omtrent de batenstroom van cultuurtechnische projecten is algemeen bekend - en bijvoorbeeld geconstateerd in de nacalculatie Waarland (LOCHT en FILIUS, 1967) - dat wat betreft de landbouw:
- er een periode is na de investering waarin nog geen baten optreden;
- er een aanloopperiode is waarin de baten langzaam tot stand komen;
- er een cumulatief proces kan zijn waarin het eigenlijk beoogde effect tot stand moet komen.

Ook de effecten buiten de landbouw zijn geen constante stroom van baten die direct beginnen, immers er zijn reserveringen voor toekomstige generaties (natuurgebieden), er is parkaanleg waarbij de bomen pas over vele jaren tot wasdom komen, en dergelijke.
Met andere woorden de constante batenstroom is zeker voor de cultuurtechniek geen redelijke benadering en derhalve moeten maatstaven als het investeringseffect en pay-off period worden verworpen en resteert dus de interne rentevoet.

3. DE TEGEN DE INTERNE RENTEVOET GEOPPERDE BEZWAREN

Na het voorafgaande rest dus het criterium van de interne rentevoet. Ook hiertegen worden bezwaren genoemd en wel:
- de rangorde van de projecten is bij gebruik van de interne rentevoet een andere dan bij gebruik van een vaste rente;
- de interne rentevoet impliceert de mogelijkheid van herbelegging tegen eenzelfde rentevoet;
- de rangorde verandert in verband met verschillen in niveau van de 'operation costs'.

3.1. Het eerstgenoemde bezwaar is in de inleiding al aan de orde geweest: de rangorde verschilt inderdaad, althans met sommige andere criteria. Men behoeft echter niet te treden in de vraag welke rangorde de juiste is: de rangorde op zichzelf is niet interessant, het gaat slechts om wat wel en wat niet moet worden uitgevoerd. Op dat punt is er geen verschil tussen beide calculaties, tenminste als de gehanteerde vaste rente de juiste is geweest en derhalve dezelfde als de bij de procedure met een interne rentevoet gehanteerde afkapvoet.

Sommige auteurs doen het voorkomen alsof het verschil in rangorde tot een verkeerde selectie zou leiden. Zo geeft SCHEAFER-KEHNERT (1965) het volgende voorbeeld.

	Project alternatieven	
	I	II
Investering in DM	100 000	100 000
Netto nut in DM	11 746	8 386
Looptijd in jaren	20	40
Contante waarde in DM bij disconto = 4%	59 632	65 982
Interne rentevoet in %	10	8

Zijns inziens zou men op grond van de interne rentevoet project I kiezen terwijl project II toch beter is. Past men echter de interne rentevoet toe op verschillen (de in het vorige hoofdstuk bij criterium 8, besproken schijfrendementen) dan blijkt voor project II het offer DM 11 746 - DM 8 386 gedurende de jaren 1 ...20 en de opbrengst DM 8 386 in de jaren 21 ...40. De interne rentevoet over deze 'schijf' is 4½ %. Deze rentevoet moet worden vergeleken met de rentevoet als alternatieve opbrengsten. Is die rentevoet 4 %, zoals hij impliceert, dan volgt ook op grond van de interne rentevoet dat II uitgevoerd moet worden.

3.2. Het tweede bezwaar, dat onder andere door Diepenhorst (colleges N.E.H.) wordt genoemd, is als volgt toe te lichten:

	A		B
	project I +	project III	project II
Jaren looptijd	1,2	3,4...30	1,2...30
Interne rentevoet	20 %	5 %	15 %

Het hoeft geen nader betoog dat project I ondanks de hoge interne rentevoet (20 %) moet worden verworpen omdat het deel is van een investeringsprogramma A, dat slechter is dan programma B.

Hierbij moet in de eerste plaats opgemerkt worden dat dergelijke extremen niet kunnen voorkomen bij de door ons voorgestelde selectie-

methode, omdat bij die uiteindelijke selectie wel degelijk een rentevoet een rol speelt en wel een tussen 3 % en 8 %. Waar het dus om gaat, is dat, als de uiteindelijke selectie een rentevoet van bijvoorbeeld 6 % impliceert, die selectie alleen formeel juist is als ook herbelegging tegen 6 % mag worden aangenomen.

Verder moet bij het bezwaar van Diepenhorst opgemerkt worden, dat als men een vaste rentevoet van 6 % in de calculatie opneemt, dit evenzeer alleen formeel juist is als ook herbelegging tegen 6 % mag worden aangenomen. Het hier aan de orde zijnde bezwaar heeft daarom alleen praktische betekenis als omtrent de herbelegging meer bekend zou zijn dan voornoemde grenzen van 3 % en 8 % en dat is zoals in hoofdstuk 1 is uiteengezet, niet het geval.

3.3. Het derde bezwaar betreft een rangorde verschuiving in verband met de 'operation costs' (0). Bij het investeringseffect (en de pay-off) worden de onderhoudskosten en dergelijke afgetrokken van de netto baten, dus als $\frac{B - 0}{J}$. Bij de berekening van de interne rentevoet gebeurt hetzelfde, zodat er met deze criteria in dit opzicht dus geen verschil is. Iets anders is dat bij berekening met het investeringseffect (en pay-off) steeds bepaald moet worden wat men nog als onderhoud ziet en wat als investering. In sommige gevallen - bijvoorbeeld vernieuwing van een wegdek - is dat moeilijk. Bij berekening met de interne rentevoet speelt dit probleem niet. De formule welke normaliter geschreven wordt als $\sum_{1}^{T} J \frac{1}{(1 + i)^t} t = \sum_{1}^{T} (B - 0)\, t \frac{1}{(1 + i)^t}$ is immers gelijkwaardig aan $\sum_{1}^{T} (B - 0 - J) \frac{1}{(1 + i)} t = 0$ waarin duidelijk blijkt dat het onverschillig is of een 'cash-flow' als investering of als onderhoud wordt aangemerkt. In de Benefit/costs ratio komt de 'operation costs' in de noemer volgens $\frac{B}{0 + aJ}$ waarin a de annuïteitsfactor is. Aldus kan inderdaad een andere rangorde ontstaan dan bij de interne rentevoet. In formules wordt het verschil toegelicht door ECKSTEIN (1965). VAN MILLENBURG (1970) beoordeelt dit punt op de betekenis voor de cultuurtechniek. Deze betekenis lijkt gering. Wij menen daarom in dit verband te mogen afzien van een beschouwing over de kwestie welke van de beide rangordes nu de juiste is.

4. TOEPASSING

Als conclusie van het voorgaande wordt aanbevolen om de interne rentevoet als selectiecriterium te gaan toepassen en wel over additionele baten en additionele kosten zoals in de inleiding als criterium 8 is gegeven. Voor de berekeningen wordt uitgegaan van de reeds gegeven functie. Bij de oplossing kan gebruik gemaakt worden van de tafels voor samengestelde interest (b.v. OVEREEM, 1966). Omdat deze tafels niet verder lopen dan 8 % is als bijlage hierbij gevoegd enkele tafels van hogere discontopercentages. Men begint dan met een schatting van i en rekent successief naar de juiste i. Op het I.C.W. wordt deze berekening uitgevoerd op de 'Olivetti'.

Voorbeelden van toepassing zijn onder andere gegeven in de calculatie van de effecten op de landbouw in Waarland en in de calculatie voor de recreatieve aspecten van de ruilverkaveling Midden-Maasland (LOCHT, PROPER en HOOGENDOORN, 1971). Voor het geval men niet over betere gegevens beschikt dan een eenmalig bedrag voor de investering en een gemiddelde voor de baten, kan de omrekening van het verhoudingsgetal B/J in de interne rentevoet gebeuren door aflezen op de hier als bijlage bijgevoegde figuur.

Er zijn nog enkele bijkomende voordelen van het gebruik van de interne rentevoet van vooral praktische aard en wel vooral dat

- verschillen van definitie van investeringen en onderhoud geen rol spelen. De definitie van investeringen in vergelijking met onderhoud is vrij arbitrair. Men denke bijvoorbeeld aan de vernieuwing van een wegdek. Bij verhoudingsgetallen als het investeringseffect komt de investering in de noemer en het onderhoud (O) als een aftrek in de teller ($\frac{B - O}{J}$). Wordt een wegdekvernieuwing in het kader van een projectcalculatie als J aangemerkt, dan krijgt men een andere uitkomtst dan wanneer het onder O wordt opgenomen;
- verschillen van definitie van netto baten geen rol spelen.

Het'netto baten' -begrip pleegt men te zien als het verschil in exploitatiesaldo van de particuliere sector. Het slootonderhoud bijvoorbeeld kan in die exploitatie zijn begrepen. Bij een Benefit-costs ratio komt dat onderhoud dan voor als aftrek op de teller. Wordt het slootonderhoud gerekend tot de projectkosten dan komt het echter in de noemer van de Benefit-costs ratio. Bij berekening met de interne rente-

voet doet deze moeilijkheid zich niet voor: men stelt uitsluitend vast welke offers gebracht worden en in welk jaar.

LITERATUUR

DIEPENHORST, A.I. 1967. Investeringsselectie in theorie en praktijk M.A.B.

_____ Doct. college. Financieringsvraagstukken N.E.H.

ECHSTEIN, O., 1965. Water resource development. The economics of project evaluation. Harvard University Press.

HENDERSON, P.D., 1965. Notes on public invertment criteria in the U.K.

KLAASSEN, L.H., 1967. Notitie betreffende enkele rentabiliteitscriteria, N.E.I.

KOERTS, J. en L.W. KOKEE, 1964. Pay-out periode en rentabiliteit Maandschr. Economie 12.

LOCHT, L.J., 1964. Nota I.C.W. 274.

_____ en A.M. FILIUS, 1968. Med. I.C.W. 113 en Nota I.C.W. 374.

_____ PROPER en HOOGENDOORN. Economische beoordeling van de niet-landbouwkundige aspecten van de ruilverkaveling Midden Maasland. Concept nota I.C.W.

MILTENBURG, A.J.M., VAN, 1970. Rentabilitätsberechnungen von Flurbereinigung. Z. für. Kult. und Flurb.

OVEREEM, M. VAN, 1966. Tafels voor samengestelde interest. Utrecht.

SCHAEFER-KEHNERT, W., 1965. Agrarwirtsch. 14.1.

TURVEY, R. and A.P. PREST. Econ. J. LXXC 300.

$A_{\overline{n}|} = \frac{1}{(1+i)^n}$

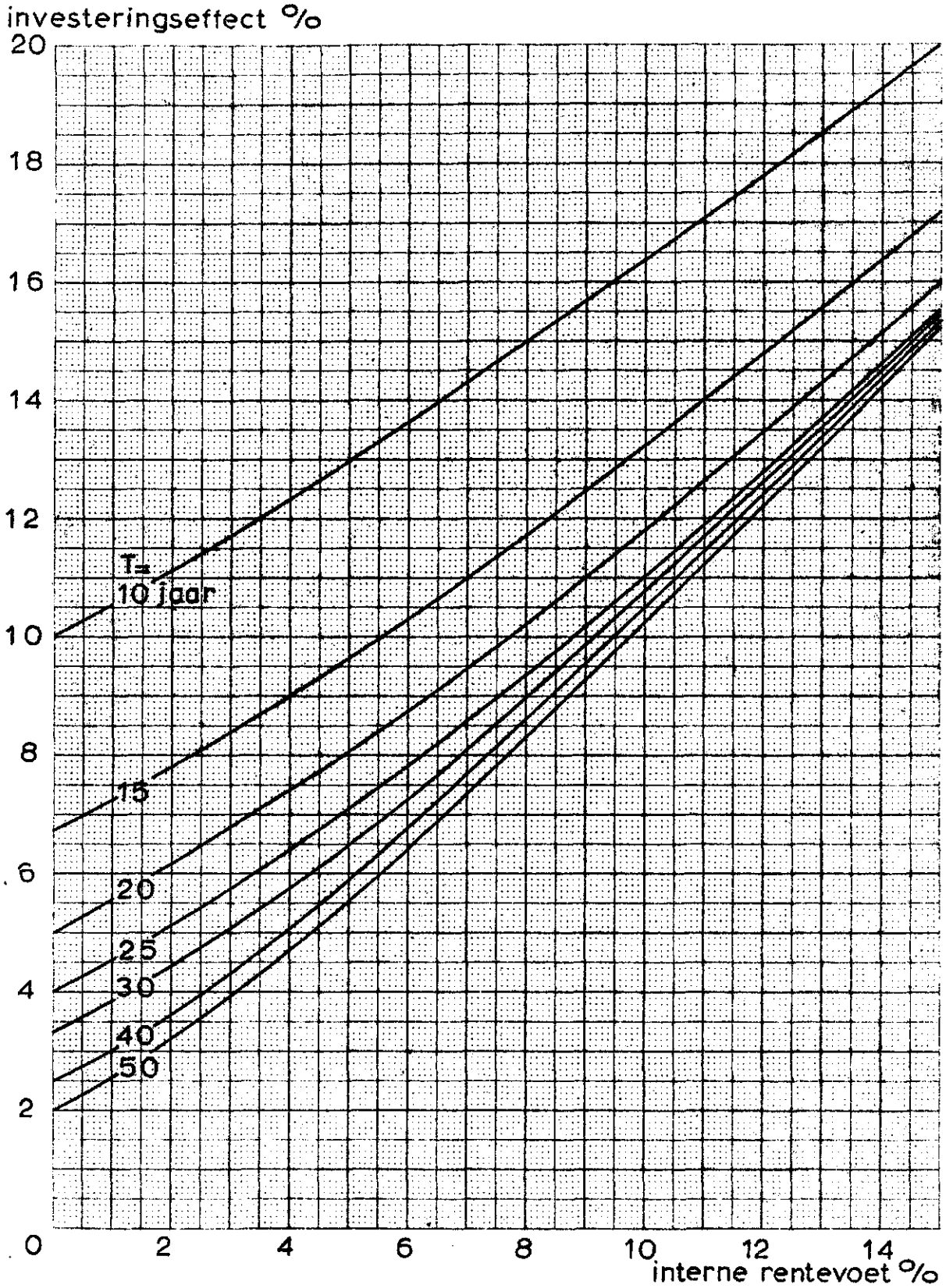
	9 %	10 %	11 %	12 %	13 %	14 %	15 %	17 %	20 %	25 %
1	0,9174	0,9091	0,9009	0,8929	0,8850	0,8772	0,8696	0,8547	0,8333	0,8000
2	0,8417	0,8264	0,8116	0,7972	0,7832	0,7695	0,7561	0,7305	0,6944	0,6400
3	0,7722	0,7513	0,7312	0,7118	0,6931	0,6750	0,6575	0,6244	0,5787	0,5120
4	0,7084	0,6830	0,6587	0,6355	0,6133	0,5921	0,5718	0,5337	0,4822	0,4096
5	0,6499	0,6209	0,5935	0,5674	0,5428	0,5194	0,4972	0,4561	0,4019	0,3277
6	0,5963	0,5645	0,5346	0,5066	0,4803	0,4556	0,4323	0,3898	0,3349	0,2621
7	0,5470	0,5132	0,4817	0,4524	0,4251	0,3996	0,3759	0,3332	0,2791	0,2097
8	0,5019	0,4665	0,4339	0,4039	0,3762	0,3506	0,3269	0,2848	0,2326	0,1678
9	0,4604	0,4241	0,3909	0,3606	0,3329	0,3075	0,2843	0,2434	0,1938	0,1342
10	0,4224	0,3856	0,3522	0,3220	0,2946	0,2697	0,2472	0,2080	0,1615	0,1074
11	0,3875	0,3505	0,3173	0,2875	0,2607	0,2366	0,2149	0,1778	0,1346	0,0859
12	0,3555	0,3186	0,2858	0,2567	0,2307	0,2076	0,1869	0,1520	0,1122	0,0687
13	0,3262	0,2897	0,2575	0,2292	0,2042	0,1821	0,1625	0,1299	0,0935	0,0550
14	0,2993	0,2633	0,2320	0,2046	0,1807	0,1597	0,1413	0,1110	0,0779	0,0440
15	0,2745	0,2394	0,2090	0,1827	0,1599	0,1401	0,1229	0,0949	0,0649	0,0352
16	0,2519	0,2176	0,1883	0,1631	0,1415	0,1229	0,1069	0,0811	0,0541	0,0281
17	0,2311	0,1978	0,1696	0,1456	0,1252	0,1078	0,0929	0,0693	0,0451	0,0225
18	0,2120	0,1799	0,1528	0,1300	0,1108	0,0946	0,0808	0,0593	0,0376	0,0180
19	0,1945	0,1635	0,1377	0,1161	0,0981	0,0830	0,0703	0,0506	0,0313	0,0144
20	0,1784	0,1486	0,1240	0,1037	0,0868	0,0728	0,0611	0,0433	0,0261	0,0115
21	0,1637	0,1351	0,1117	0,0926	0,0768	0,0638	0,0531	0,0370	0,0217	0,0092
22	0,1502	0,1228	0,1007	0,0826	0,0679	0,0560	0,0462	0,0316	0,0181	0,0074
23	0,1378	0,1117	0,0907	0,0738	0,0601	0,0491	0,0402	0,0270	0,0151	0,0059
24	0,1264	0,1015	0,0817	0,0659	0,0532	0,0431	0,0349	0,0231	0,0126	0,0047
25	0,1160	0,0923	0,0736	0,0588	0,0471	0,0378	0,0304	0,0197	0,0105	0,0038
26	0,1064	0,0839	0,0663	0,0525	0,0417	0,0332	0,0264	0,0169	0,0087	0,0030
27	0,0976	0,0763	0,0597	0,0469	0,0369	0,0291	0,0230	0,0144	0,0073	0,0024
28	0,0896	0,0693	0,0538	0,0419	0,0326	0,0255	0,0200	0,0123	0,0061	0,0019
29	0,0822	0,0630	0,0485	0,0374	0,0288	0,0224	0,0174	0,0105	0,0051	0,0015
30	0,0754	0,0573	0,0437	0,0334	0,0256	0,0196	0,0151	0,0090	0,0042	0,0012
35	0,0490	0,0356	0,0259	0,0189	0,0139	0,0102	0,0075	0,0041	0,0017	0,0004
40	0,0318	0,0221	0,0154	0,0108	0,0075	0,0053	0,0037	0,0019	0,0007	0,0001
45	0,0207	0,0137	0,0091	0,0061	0,0041	0,0028	0,0019	0,0009	0,0003	0,00004
50	0,0135	0,0085	0,0054	0,0035	0,0022	0,0014	0,0009	0,0004	0,0001	0,00001
55	0,0087	0,0053	0,0032	0,0020	0,0012	0,0007	0,0005	0,0002	0,00004	0,000005
60	0,0057	0,0033	0,0019	0,0011	0,0006	0,0004	0,0002	0,00008	0,00002	0,000002

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots\cdots \frac{1}{(1+i)^n}$$

	9 %	10 %	11 %	12 %	13 %	14 %	15 %	17 %	20 %	25 %
1	0,9174	0,9091	0,9009	0,8928	0,8850	0,8772	0,8696	0,8547	0,8333	0,8000
2	1,7591	1,7355	1,7125	1,6901	1,6681	1,6467	1,6257	1,5852	1,5278	1,4400
3	2,5313	2,4869	2,4437	2,4018	2,3612	2,3216	2,2832	2,2096	2,1065	1,9520
4	3,2397	3,1699	3,1025	3,0373	2,9745	2,9137	2,8550	2,7432	2,5887	2,3616
5	3,8896	3,7907	3,6959	3,6048	3,5172	3,4331	3,3522	3,1993	2,9906	2,6893
6	4,4859	4,3553	4,2305	4,1114	3,9976	3,8887	3,7845	3,5892	3,3255	2,9514
7	5,0330	4,8684	4,7122	4,5638	4,4226	4,2883	4,1604	3,9224	3,6046	3,1611
8	5,5348	5,3349	5,1461	4,9676	4,7988	4,6389	4,4873	4,2072	3,8372	3,3289
9	5,9952	5,7590	5,5371	5,3282	5,1317	4,9464	4,7716	4,4506	4,0310	3,4631
10	6,4177	6,1446	5,8893	5,6502	5,4262	5,2161	5,0188	4,6586	4,1925	3,5705
11	6,8052	6,4950	6,2065	5,9377	5,6870	5,4528	5,2337	4,8364	4,3270	3,6564
12	7,1607	6,8137	6,4924	6,1944	5,9176	5,6603	5,4206	4,9884	4,4392	3,7251
13	7,4869	7,1034	6,7499	6,4235	6,1218	5,8424	5,5832	5,1183	4,5327	3,7801
14	7,7862	7,3667	6,9819	6,6282	6,3025	6,0021	5,7245	5,2293	4,6106	3,8241
15	8,0607	7,6061	7,1909	6,8109	6,4624	6,1422	5,8474	5,3242	4,6754	3,8593
16	8,3126	7,8237	7,3792	6,9740	6,6039	6,2651	5,9542	5,4053	4,7296	3,8874
17	8,5436	8,0216	7,5488	7,1196	6,7291	6,3729	6,0472	5,4746	4,7746	3,9099
18	8,7556	8,2014	7,7016	7,2497	6,8399	6,4674	6,1280	5,5338	4,8122	3,9280
19	8,9501	8,3649	7,8393	7,3658	6,9380	6,5504	6,1982	5,5845	4,8435	3,9424
20	9,1285	8,5136	7,9633	7,4694	7,0248	6,6231	6,2593	5,6278	4,8696	3,9539
21	9,2922	8,6487	8,0751	7,5620	7,1016	6,6870	6,3125	5,6648	4,8913	3,9631
22	9,4424	8,7715	8,1757	7,6446	7,1695	6,7430	6,3587	5,6964	4,9094	3,9705
23	9,5802	8,8832	8,2664	7,7184	7,2297	6,7921	6,3988	5,7234	4,9246	3,9764
24	9,7066	8,9847	8,3482	7,7843	7,2829	6,8351	6,4338	5,7465	4,9371	3,9811
25	9,8226	9,0770	8,4217	7,8431	7,3300	6,8729	6,4642	5,7662	4,9476	3,9849
26	9,9290	9,1609	8,4881	7,8957	7,3717	6,9061	6,4906	5,7831	4,9563	3,9879
27	10,0266	9,2372	8,5478	7,9426	7,4086	6,9352	6,5135	5,7975	4,9636	3,9903
28	10,1161	9,3066	8,6016	7,9844	7,4412	6,9607	6,5335	5,8099	4,9696	3,9923
29	10,1983	9,3696	8,6501	8,0218	7,4701	6,9831	6,5509	5,8204	4,9747	3,9938
30	10,2737	9,4269	8,6938	8,0552	7,4957	7,0027	6,5660	5,8294	4,9790	3,9950
35	10,5668	9,6442	8,8553	8,1755	7,5855	7,0701	6,6166	5,8582	4,9915	3,9984
40	10,7573	9,7790	8,9511	8,2438	7,6344	7,1051	6,6418	5,8714	4,9966	3,9995
45	10,8812	9,8628	9,0079	8,2825	7,6608	7,1232	6,6543	5,8774	4,9986	3,9998
50	10,9618	9,9148	9,0416	8,3045	7,6752	7,1326	6,6605	5,8801	4,9994	3,9999
55	11,0140	9,9471	9,0616	8,3170	7,6831	7,1376	6,6636	5,8813	4,9998	4,0000
60	11,0480	9,9672	9,0735	8,3241	7,6873	7,1401	6,6651	5,8819	4,9999	4,0000

$S_{n\overline{|i}} = (1+i)^n$

	9 %	10 %	11 %	12 %	13 %	14 %	15 %	17 %	20 %	25 %
1	1,0900	1,1000	1,1100	1,1200	1,1300	1,1400	1,1500	1,1700	1,2000	1,2500
2	1,1881	1,2100	1,2321	1,2544	1,2769	1,2996	1,3225	1,3689	1,4400	1,5625
3	1,2950	1,3310	1,3676	1,4049	1,4429	1,4815	1,5209	1,6016	1,7280	1,9531
4	1,4116	1,4641	1,5181	1,5735	1,6305	1,6890	1,7490	1,8739	2,0736	2,4414
5	1,5386	1,6105	1,6851	1,7623	1,8424	1,9254	2,0114	2,1925	2,4883	3,0518
6	1,6771	1,7716	1,8704	1,9738	2,0820	2,1950	2,3131	2,5652	2,9860	3,8147
7	1,8280	1,9487	2,0762	2,2107	2,3526	2,5023	2,6600	3,0012	3,5832	4,7684
8	1,9926	2,1436	2,3045	2,4760	2,6584	2,8526	3,0590	3,5115	4,2998	5,9605
9	2,1719	2,3579	2,5580	2,7731	3,0040	3,2520	3,5179	4,1084	5,1598	7,4506
10	2,3674	2,5937	2,8394	3,1058	3,3946	3,7072	4,0456	4,8068	6,1917	9,3132
11	2,5804	2,8531	3,1518	3,4786	3,8359	4,2262	4,6524	5,6240	7,4301	11,6415
12	2,8127	3,1384	3,4985	3,8960	4,3345	4,8179	5,3503	6,5801	8,9161	14,5519
13	3,0658	3,4523	3,8833	4,3635	4,8980	5,4924	6,1528	7,6987	10,6993	18,1899
14	3,3417	3,7975	4,3104	4,8871	5,5348	6,2614	7,0757	9,0075	12,8392	22,7374
15	3,6425	4,1772	4,7846	5,4736	6,2543	7,1379	8,1371	10,5387	15,4070	28,4217
16	3,9703	4,5950	5,3109	6,1304	7,0673	8,1372	9,3576	12,3303	18,4884	35,5271
17	4,3276	5,0545	5,8951	6,8660	7,9861	9,2765	10,7613	14,4265	22,1861	44,4089
18	4,7171	5,5599	6,5436	7,6900	9,0243	10,5752	12,3755	16,8790	26,6233	55,5111
19	5,1417	6,1159	7,2633	8,6128	10,1974	12,0557	14,2318	19,7484	31,9480	69,3889
20	5,6044	6,7275	8,0623	9,6463	11,5231	13,7435	16,3665	23,1056	38,3376	86,7362
21	6,1088	7,4002	8,9492	10,8039	13,0211	15,6676	18,8215	27,0336	46,0051	108,4202
22	6,6586	8,1403	9,9336	12,1003	14,7138	17,8610	21,6447	31,6293	55,2061	135,5253
23	7,2580	8,9543	11,0263	13,5524	16,6266	20,3616	24,8915	37,0062	66,2474	169,4067
24	7,9111	9,8497	12,2392	15,1786	18,7881	23,2122	28,6252	43,2973	79,4968	211,7584
25	8,6231	10,8347	13,5855	17,0000	21,2305	26,4619	32,9190	50,6578	95,3962	264,6980
26	9,3992	11,9182	15,0799	19,0401	23,9905	30,1666	37,8568	59,2696	114,4755	330,8725
27	10,2451	13,1100	16,7386	21,3249	27,1093	34,3899	43,5353	69,3455	137,3706	413,5906
28	11,1671	14,4210	18,5799	23,8839	30,6335	39,2045	50,0656	81,1342	164,8447	516,9882
29	12,1722	15,8631	20,6237	26,7499	34,6158	44,6931	57,5754	94,9270	197,8136	646,2353
30	13,2678	17,4494	22,8923	29,9599	39,1159	50,9501	66,2118	111,0646	237,3763	807,7941
35	20,4140	28,1024	38,5748	52,7996	72,0685	98,1000	133,1755	243,5043	590,6682	2465,1903
40	31,4094	45,2593	65,0008	93,0510	132,7815	188,8835	267,8635	533,8687	1469,7723	7523,1638
45	48,3273	72,8905	109,5302	163,9876	244,6414	363,6791	538,7691	1170,4759	3657,2620	22958,8987
50	74,3575	117,3909	184,5648	289,0022	450,7359	700,2330	1083,6574	2566,2153	9100,4382	70064,9232
55	114,4082	189,0591	311,0023	509,3109	830,4517	1348,2388	2179,6221	5626,2932	22644,8027	213828,1553
60	176,0313	304,4816	524,0572	897,5955	1530,0535	2595,9189	4383,9988	12335,5235	56347,5143	652530,3733

64c 69/10 G

OMREKENING INVESTERINGSEFFECT IN INTERNE RENTEVOET, BIJ CONSTANTE INKOMENSEFFECTEN IN DE TIJD.