

NN31545.0822

NOTA 822

augustus 1974

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding  
Wageningen

**BIBLIOTHEEK  
STARINGBOUW**

ZUURSTOFTOEVOER NAAR UIT EEN KANAAL INFILTREREND WATER

ir. J.W. Bakker en ir. G.P. Wind

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-  
middelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een  
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende  
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen  
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek  
nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut  
in aanmerking

U 5711-1-53-02

## I N H O U D

	Blz.
ZUURSTOFTOEVOERBEREKENING MET VERWAARLOZING VAN IN HET WATER AANWEZIGE ZUURSTOF	2
BEREKENING ZUURSTOFTOEVOER MET INACHTNEMING VAN DE BIJ INFILTRATIE AANWEZIGE ZUURSTOF	5
INVLOED DIFFUSIEWEERSTAND IN DE DROGE GROND BUITEN DE INFILTRATIEZONE	9
CONCLUSIES	11

## PRINCIPEN

Het zuurstoftransport in de grond geschiedt door moleculaire diffusie. Massastroming kan geen betekenis hebben. De diffusie voldoet aan de vergelijking:

$$F = - D \frac{dC}{dx}$$

F is de zuurstofflux in  $\text{mg O}_2 \cdot \text{sec}^{-1}$ ; D is de zuurstofdiffusie-coëfficiënt in  $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$ ; c is de zuurstofconcentratie in  $\text{mg O}_2 \cdot \text{cm}^{-3}$  lucht; x is de plaatscoördinaat in cm.

Het zuurstofdebiet wordt gevonden door de flux te vermenigvuldigen met de oppervlakte.

Voor de diffusiecoëfficiënt D bestaat een experimenteel gevonden relatie in grof zand:

$$D = 0,3 \epsilon_g^{3,0}$$

Daarin is  $\epsilon_g$  het luchtgehalte van de grond in  $\text{cm}^3$  lucht. $\text{cm}^{-3}$  grond.

Door een kanaalbodem infiltreert water met een snelheid  $V(\text{cm} \cdot \text{dag}^{-1})$  die kleiner is dan de verzadigde doorlaatfactor van het onderliggende zand  $K_0(\text{cm} \cdot \text{dag}^{-1})$ . Er is dus een onverzadigde stroming. Zonder onregelmatigheden in de grond en buiten de grondwaterinvloed zal de stromingsgradiënt 1 zijn (zwaartekracht). Het capillair geleidingsvermogen  $K(\text{cm} \cdot \text{dag}^{-1})$  is dan gelijk aan de stroomsnelheid V. Aangezien:

$$K = K_0 e^{\alpha \Psi}$$

waarin  $\alpha$  een evenredigheidsfactor is (voor grof zand  $\alpha = 0,2 \text{ cm}^{-1}$ ) en  $\Psi$  de vochtspanning (cm); is de waarde van  $\Psi$  te berekenen. Er bestaat een relatie tussen  $\Psi$  en het vochtgehalte van de grond (vochtkarakte-

ristiek of pF-curve) en dus ook tussen  $\Psi$  en het luchtgehalte  $\epsilon_g$ . Het luchtgehalte van de grond onder de kanaalbodem is dus te berekenen uit de infiltratiesnelheid.

Het infiltrerende water heeft een zeker zuurstofverbruik:  $b$  mg  $O_2$  per liter. Voor de zuurstofaanvoer zal dus onder de kanaalbodem een zuurstofgradiënt bestaan die afhankelijk is van de diffusiecoëfficiënt.

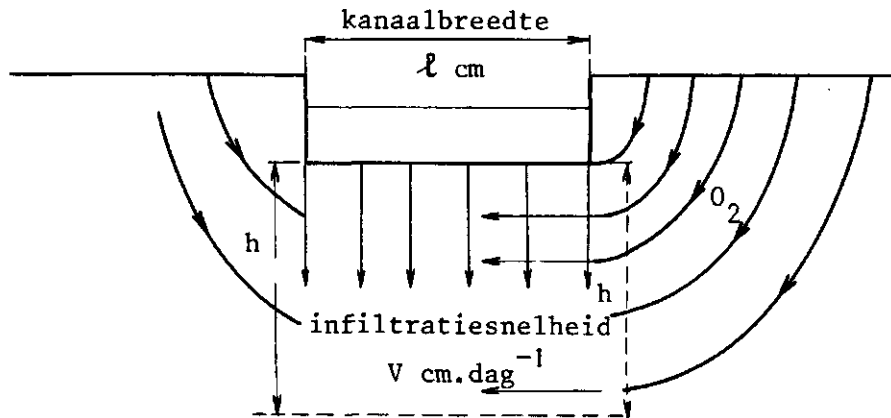


Fig. 1

#### ZUURSTOFTOEVOERBEREKENING MET VERWAARLOZING VAN IN HET WATER AANWEZIGE ZUURSTOF

Als voorlopige kwantitatieve benadering is de zuurstofvoorziening vanuit een kanaal infiltrerend water (zie fig. 1) berekend, waarbij het volgende is aangenomen:

- a. Het water zakt verticaal naar het grondwater.
- b. De zuurstoftoevoer in de droge grond is zo hoog dat op de grens van het infiltratiegebied ( $x = 0$ ) over de gehele diepte de zuurstofconcentratie in de bodemlucht 21 vol. % is.
- c. Alle oxydeerbare stoffen in het water worden geoxydeerd in de tijd dat het water door onverzadigde grond stroomt. De oxydatiesnelheid is over de gehele afstand  $h$  constant.
- d. De reeds in het water aanwezige zuurstof hoeft niet in de berekening te worden betrokken.

Uitgaande hiervan kan worden afgeleid:

De verblijftijd van water in de onverzadigde zone is

$$t = \frac{h\theta}{V} \quad (1)$$

$\theta$  = vochtgehalte grond  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$V$  = infiltratiesnelheid  $\text{cm H}_2\text{O}/\text{dag}$

De verbruikssnelheid van zuurstof dient te zijn (zie c)

$$R_{\text{H}_2\text{O}} = b/t = \frac{bV}{h\theta}, \text{ of per } \text{cm}^3 \text{ grond gerekend:}$$

$$R_g = \frac{bV}{h} \quad (2)$$

$R_g$  = verbruik  $\text{O}_2$  in  $\text{mg O}_2 \text{ cm}^{-3}$  grond  $\text{dag}^{-1}$

$R_{\text{H}_2\text{O}}$  = verbruik  $\text{O}_2$  in  $\text{mg O}_2 \text{ cm}^{-3}$   $\text{H}_2\text{O}$   $\text{dag}^{-1}$

Op een plaats  $x$  cm vanaf de wand van de infiltratiekolom ter breedte van 1 cm moet een zuurstofhoeveelheid  $Q$  passeren per dag en per cm kanaallengte

$$Q = R_g \left(\frac{1}{2} 1 - x\right) h \quad (3)$$

De aanvoermogelijkheid is:

$$Q = - Dh \frac{dC}{dx} \quad (4)$$

$C$  = de zuurstofconcentratie in  $\text{mg O}_2 \cdot \text{cm}^{-3}$  lucht

Door gelijkstelling van (3) en (4) en integratie met de randvoorwaarde ( $x = 0, C = C_0$ ) ontstaat een beschrijving van het concentratieverloop in de infiltratiezone:

$$C = C_0 - \frac{R_g}{2D}(1x - x^2) \quad (5)$$

Wordt de eis gesteld dat in het midden van de infiltratiekolom de zuurstofconcentratie juist tot nul mag dalen dan kan de grootst toe-

laatbare kanaalbreedte worden berekend:

$$l^2 = \frac{8hDC_o}{bV} \quad (6)$$

Een berekening wordt gegeven voor grof zand. De volgende data worden gebruikt:

$K = 1000 e^{0,2\psi}$ ;  $D = 0,3 \epsilon_g^3$ ;  $h = 100$  cm;  $C_o = 0,21 \times 1,33 \text{ mg } O_2 \cdot \text{cm}^{-3}$  lucht

$b = 10^{-3} \text{ mg } O_2$  per  $\text{cm}^3$  water. De relatie tussen  $\psi$  en  $\theta$  is die van grof zand.

Tabel 1.

V cm.dag <sup>-1</sup>	$\psi$ - cm	$\theta$	$\epsilon_g$	$\kappa D$ cm <sup>2</sup> .dag <sup>-1</sup>	t dag	R 10 <sup>-3</sup> g mg. cm <sup>-3</sup> .dag <sup>-1</sup>	l cm	lV m <sup>3</sup> .m <sup>-1</sup> . dag <sup>-1</sup>
500	3,5	0,30	0,10	26	0,06	5	107	5,35
200	8	0,24	0,16	106	0,12	2	343	6,86
100	11,5	0,20	0,20	207	0,20	1	678	6,78
50	15	0,18	0,22	276	0,36	0,5	1107	5,54
20	20	0,15	0,25	405	0,72	0,2	2120	4,24
10	23	0,13	0,27	510	1,30	0,1	3365	3,37

$$\kappa D \text{ in cm}^2 \cdot \text{dag}^{-1} = 86400 \times D \text{ in cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$$

Het blijkt dus dat de breedte van het infiltratiekanaal betrekkelijk gering moet zijn, wil nog van enige zuurstoftoevoer sprake zijn. Het produkt van kanaalbreedte en infiltratiesnelheid V.l. geeft het debiet per eenheid kanaallengte. Dit heeft een optimum bij infiltratiesnelheid van 0,1 à 0,2 maal de doorlaatfactor.

Eenzelfde berekening met minder grof zand ( $K_o = 300 \text{ cm dag}^{-1}$ ) leidde tot veel kleinere kanaalbreedten. Bij infiltratie van  $50 \text{ cm.dag}^{-1}$  voldeed een breedte van 120 cm nog net aan de eisen.  $V \times l$  is daarbij  $0,65 \text{ m}^3 \text{ m}^{-1} \text{ dag}$ .

BEREKENING ZUURSTOFTOEVOER MET INACHTNEMING VAN DE BIJ INFILTRATIE  
AANWEZIGE ZUURSTOF

De zuurstof benodigd voor de oxydatie van organische stoffen in het infiltratiewater, zal deels worden onttrokken aan de bij infiltratie aanwezige zuurstof, deels worden aangevoerd.

Wanneer bij infiltratie het zuurstofgehalte van het water in evenwicht is met de zuurstofspanning in de lucht dan kan het diffusietransport berekend worden naar analogie van de niet-stationaire grondwaterstroming naar twee evenwijdige sloten bij een constante neerslag, waarvan een oplossing gegeven worden door KRAIJENHOFF VAN DE LEUR (1958, A study on non-steady groundwater flow with special reference to a reservoir coefficient. De Ingenieur Vol. 70. B 89-94.

De bergingscapaciteit voor zuurstof in het water aanwezig in een laag van 1 cm dik per cm kanaallengte kan worden gekarakteriseerd door

$$\frac{\theta l^2}{\pi^2 \lambda D} = j \quad (\text{dagen}) \quad (7)$$

De zuurstofconcentratie in de lucht,  $C_l$  kan worden vervangen door  $\lambda C_w$ . Daar in  $C_w$  de zuurstofconcentratie in water is welke met  $C$  in evenwicht verkeerd. Bij 20°C is  $\lambda = 30$  ; bij 10°C is  $\lambda = 25$ .

Bij constante infiltratiesnelheid,  $V$  geldt voor het water aanwezig op diepte  $Y$  dat de verblijfstijd van dat water in de grond  $t$  bedraagt

$$t = Y \theta / V$$

Op de ondergrens van de onverzadigde zone geldt  $Y = h$  (zie form. 1).

In het water in een laag grond van 1 cm dik op diepte  $Y$  gelden per cm kanaallengte; waarbij  $Y$  is omgezet in  $t$ , de volgende oplossingen:

a. Voor het verschil in zuurstofconcentratie midden onder het kanaal met die op de grens van het infiltratiegebied:  $C_{WM}$  ( $\text{mg O}_2 \text{ cm}^{-3} \text{ H}_2\text{O}$ ):

$$\Delta C_{WM} = \frac{l^2 R_g}{8\lambda D} \left[ 1 - \frac{32}{\pi^3} \sum_{n=1, 3, 5}^{n=\infty} \frac{1}{n^3} e^{-n^2 t/j} \right] \quad (8)$$

Voor  $t/j \rightarrow \infty$ , wat de situatie is waarbij berging geen rol meer speelt, wordt de tussen accoladen geplaatste term = 1. Formule 8 wordt in dit geval weer identiek aan formule 6 wanneer voor  $C_{WM}$  ( $C_o - C$ ) en  $x = 1/2 l$  wordt ingevuld.

- b. Voor de hoeveelheid zuurstof welke per tijdseenheid per  $cm^2$  de grenzen van het infiltratiegebied passeert,  $q_t$  ( $mg O_2 \cdot dag^{-1} \cdot cm^{-2}$ )

$$q_t = R_g l \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1, 3, 5}^{n=\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 t/j} \right] \quad (9)$$

Voor  $t/j \rightarrow \infty$  wordt  $q_t$  gelijk aan het verbruik =  $R \cdot l$ .

- c. Voor de totale hoeveelheid toegevoerde zuurstof aan het op diepte  $Y$  aanwezige water,  $Q_t$  ( $mg O_2 \cdot cm^{-2}$ )

$$Q_t = \int_0^t q_t dt$$

$$Q_t = Rlt \left\{ 1 - \frac{L \theta l^2}{\pi^2 \lambda D} \left[ \frac{\pi^2}{12} - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1, 3, 5}^{n=\infty} \frac{1}{n^4} e^{-n^2 t/j} \right] \right\} \quad (10)$$

Voor  $t/j \rightarrow \infty$  wordt  $Q_t = Rlt$ .

De hoeveelheid  $O_2$  welke aan de beginvoorraad wordt onttrokken is het totale verbruik:  $Rlt$  minus de zijdelingse toevoer  $Q_t$ .

De waarden van  $C_{WM}$ ,  $q_t$  en  $Q_t$  zijn in fig. 2 gegeven als functie van het quotiënt  $t/j$ .

#### Voorbeelden

- a. Voor de in tabel 1 gegeven  $V$  en  $R$  combinaties zijn de factoren  $t/j$  voor gelijke diepten gelijk. Dit omdat alle combinaties zijn berekend op één waarde van  $\frac{l R}{8D} = C_o - C$  bij  $x = 1/2 l$  (form. 5) :  
 $1,33 \times 0,21 \text{ mg } O_2 \cdot cm^{-3}$  lucht, wat bij  $20^\circ C$  overeenkomt met  
 $9,25 \cdot 10^{-3} \text{ mg } O_2 \cdot cm^{-3} H_2O$  .



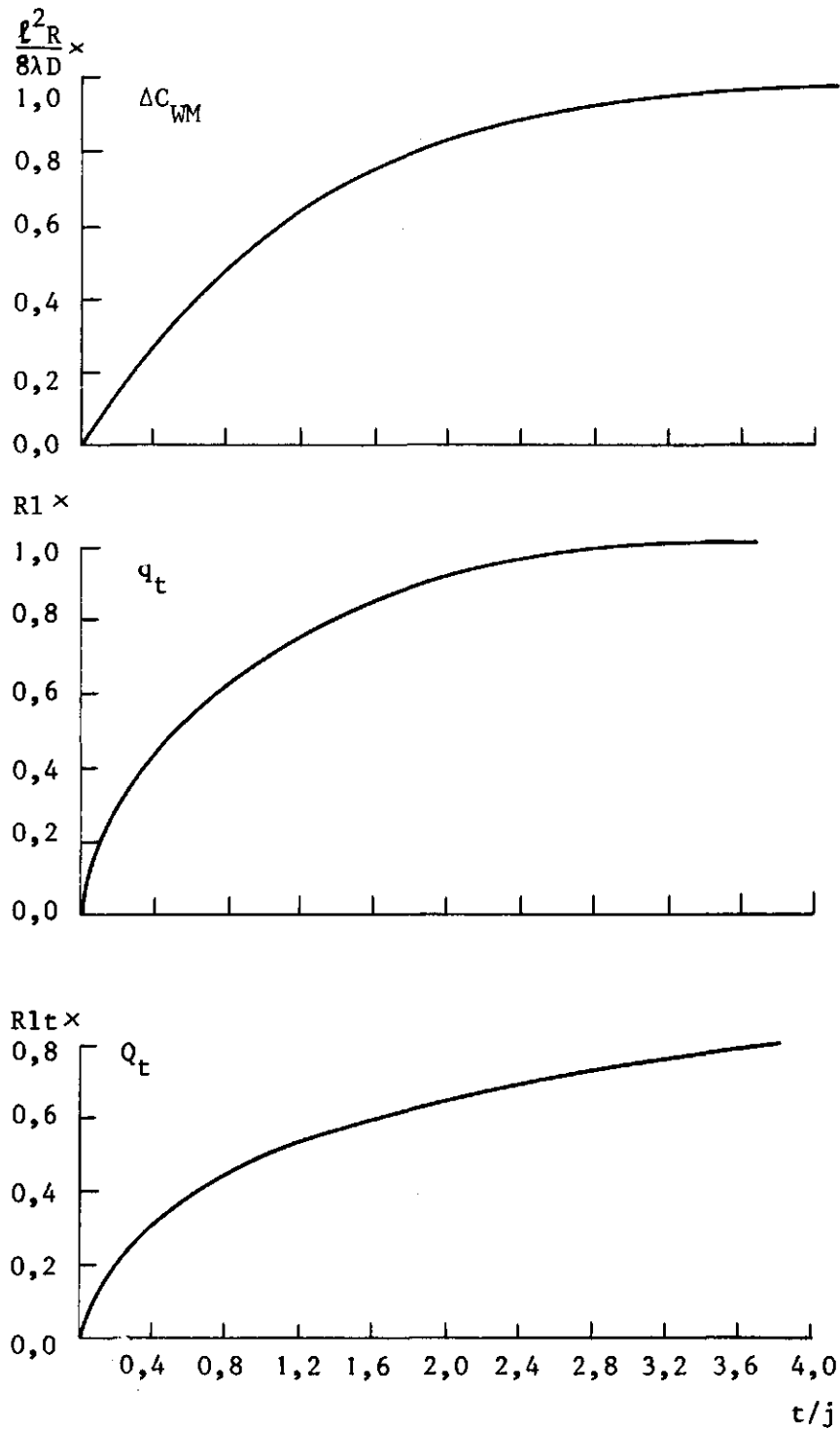


Fig. 2. Zuurstof in infiltrerend water bij constant zuurstofverbruik als functie van verblijfstijd-bergingscoëfficiëntverhouding  $t/j$ .  $\Delta C_{WM} = [O_2]$  daling midden in infiltratiezone,  $q_t$  ( $mg \cdot O_2 \cdot cm^{-2} \cdot dag$ ) zijdelingse toevoersnelheid.  $Q_t = (mg \cdot O_2 \cdot cm^{-2})$  gedurende tijd  $t$  toegevoerde  $O_2$

Voor  $h = 100$  cm geldt  $t/j = 0,134$ , dit geeft  $C_{WM} = 0,09 \frac{1^2 R}{8 D}$ ,  
 $Q_t = 0,17$  Rlt. Met andere woorden: bij het bereiken van het grond-  
water op 100 cm diepte is midden in de infiltratiezone de  $O_2$  con-  
centratiedaling 9 % van de met verwaarlozing der berging berekende  
waarde  $9,25 \cdot 10^{-3}$  mg  $O_2 \cdot cm^{-3}$   $H_2O$ . Verder is 17 % van het totale  $O_2$   
verbruik zijdelings aangevoerd.

b. Dezelfde grond en V, l en R combinaties als in a maar met een in-  
filtratiediepte  $h$  van 1000 cm en een  $O_2$  behoefte  $b$  van  $3 \cdot 10^{-3}$  mg  
 $O_2 \cdot cm^{-3}$   $H_2O$ . Voor alle gegeven V, l en R combinaties is hiervoor  
 $h = 1000$ ,  $t/j = 1,34$ .  $C_{WM}(t \rightarrow \infty) = 2,8 \cdot 10^{-3}$  mg  $\cdot cm^{-3}$   $H_2O \cdot \Delta C_{WM}$ ,  
 $q_t$  en  $Q_t$  bedragen voor  $h = 1000$  respectievelijk 0,71; 0,78 en  
0,54 x de met verwaarlozing van berging berekende waarden (zie  
tabel 3a (groep II)).

c. Fig. 3 en tabel 3 a en b (zie III) geven voor hetzelfde zand een  
voorbeeld van het zuurstofverloop met de diepte en met de afstand  
tot de infiltratiegrens. V, l en  $h$  komen ruwweg overeen met de in  
een infiltratieproef in Epe gemeten waarden.

Tabel 2. Kanaalbreedte, verbruik en bergingsfactor bij  $h = 1000$  cm,  
 $b = 3 \cdot 10^{-3}$  mg  $O_2 \cdot cm^{-3}$   $H_2O$ . Bodem als in tabel 1  
 $\Delta C_{WM} t \rightarrow \infty = 2,8$  mg  $cm^{-3}$

V	$t_h$	$R_g$	$R_{H_2O}$	l	lV	j
$cm \cdot dag^{-1}$	dag	$10^{-3} \cdot mg \ O_2 \cdot cm^{-3}$		cm	$m^3 \cdot m^{-1} \cdot dag^{-1}$	$dag^{-1}$
		in grond	in $H_2O$			
500	0,6	1,5	5	107	5,35	0,44
200	1,2	0,6	2,5	343	6,86	0,90
x 100	2,0	0,3	1,5	678	6,78	1,50
50	3,6	0,15	0,83	1107	5,54	2,70
20	7,2	0,06	0,42	2120	4,24	5,6
10	13,0	0,01	0,23	3360	3,37	9,7

<sup>x</sup>Verloop met diepte zie tabel 3a groep II

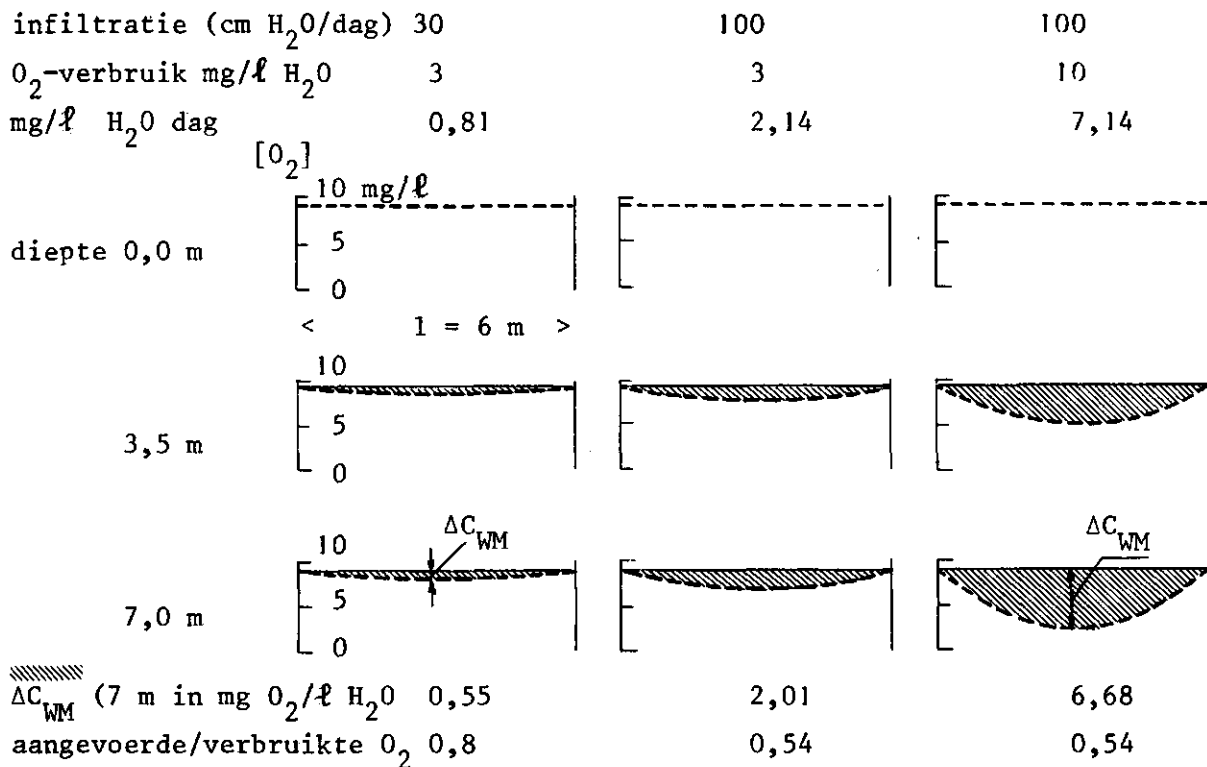


Fig. 3. Zuurstofgehalten van infiltrerend water voor een infiltratiezone van 6 m breed en 7 m diep

#### INVLOED DIFFUSIEWEERSTAND IN DE DROGE GROND BUITEN DE INFILTRATIEZONE

Deze weerstand zal vooral voor grotere infiltratiediepten een belemmering kunnen zijn.

Aangenomen dat de zuurstof welke op diepte  $Y$ , 1 cm<sup>2</sup> infiltratiewand passeert, moet diffunderen door 1 cm<sup>2</sup> zand over een afstand  $Y$  (in werkelijkheid is  $Y$  groter, doch de te passeren oppervlakte is ook groter) dan geldt voor het benodigde concentratieverval in de droge grond  $\Delta C_d$ , als in die grond de diffusiecoëfficiënt  $D_d$  is:

$$\Delta C_d = \frac{Y q_t}{D_d} \text{ mg O}_2 \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{lucht}$$

$$\Delta C_d \lambda^{-1} = \Delta C_{Wd} \text{ mg O}_2 \cdot \text{cm}^{-3} \text{ H}_2\text{O}$$

Aannemende dat buiten de infiltratiezone  $\epsilon_g = 0,3$  en  $D_d = 600 \text{ cm}^2 \cdot \text{dag}^{-1}$  is in tabel 3 voor de berekende  $q_t$  waarden  $\Delta C_{Wd}$  gegeven. Het blijkt hieruit dat de diffusieweerstand buiten de

Tabel 3a. Zuurstoftoevoer en concentraties onder infiltratiekanalen  $\Delta C_{WM}$  berekend aannemend  $\Delta C_{Wd} = 0$ .  $\Delta C_{Wd}$  concentratieverschil benodigd voor  $O_2$  transport van oppervlakte naar infiltratiegrens door droge grond ( $\epsilon_g = 0,30$   $D_d = 600 \text{ cm}^2 \cdot \text{dag}^{-1}$ .  $W_i/W_d$  verhouding diffusieweerstanden in en buiten infiltratiezone

	Y cm	t/j	$\Delta C_{WM} \cdot 10^{-3} \cdot \text{mg. cm}^{-3} \cdot \text{H}_2\text{O}$	$q_t \text{ mg. cm}^{-2} \cdot \text{dag}$	Q/Rlt	$\Delta C_{Wd} \cdot 10^{-3} \cdot \text{mg. cm}^{-3} \cdot \text{H}_2\text{O}$	$W_i/W_d$	
I	100	0,134	0,83	0,21 x R1	0,17	0,4	4,91	
	100	0,134	0,25	0,21 x R1	0,17	0,12	4,91	
	200	0,268	0,53	0,37 x R1	0,24	0,42	2,45	
II	400	0,536	1,06	0,51 x R1	0,36	1,15	1,22	
	700	0,94	1,62	0,68 x R1	0,47	2,70	0,70	
	1000	1,34	1,98	0,78 x R1	0,54	4,43	0,49	
III	100							
	1	350	2,48	0,54	0,97 x R1	0,7	0,73	0,85
		700	4,97	0,56	1,0 x R1	0,8	1,52	0,43
	2	350	0,6	1,30	0,55 x R1	0,38	1,33	1,44
		700	1,2	2,08	0,76 x R1	0,53	3,80	0,72
	3	350	0,6	4,30	0,55 x R1	0,38	4,53	1,44
	700	1,2	6,85	0,76 x R1	0,53	12,66	0,72	

Tabel 3b. Aanvullende gegevens

	V cm.dag <sup>-1</sup>	l cm	h cm	b 10 <sup>-3</sup> mg.cm <sup>-3</sup>	$\theta$ cm <sup>-3</sup>	D cm <sup>2</sup> dag <sup>-1</sup>	$t_h$ dag	$R_g$ 10 <sup>-3</sup> mg g	$R_{H_2O}$ cm <sup>2</sup> dag <sup>-1</sup> H <sub>2</sub> O	$C_{WM}$ t → ~ 10 <sup>-3</sup> mg.cm <sup>-3</sup>	j	
I	100	678	100	1	0,20	207	0,2	1,0	5,0	9,25	1,5	
II	100	678	1000	3	0,20	207	2	0,3	1,5	2,8	1,5	
III	1	30	600	700	3	0,16	350	3,73	0,13	0,8	0,56	0,75
	2	100	600	700	3	0,20	207	1,4	0,43	2,13	3,1	1,17
	3	100	600	700	10	0,20	207	1,4	1,43	7,21	10,2	1,17

infiltratiezone  $\Psi(W_d)$  niet te verwaarlozen is ten opzichte van de weerstand in de infiltratiezone ( $W_i$ ).

$$\text{De verhouding } W_i/W_d = \Delta C_{WM} (t \rightarrow \Psi) / C_{Wd} = \frac{D_d \cdot 1}{4 \cdot DY}$$

Uit de  $W_i/W_d$  waarden zoals in tabel 3a gegeven blijkt dat bij grotere waarden van  $Y$   $W_d$   $W_i$  overtreft.

Bij benadering kan gezegd wordt dat in werkelijkheid daardoor:

- a.  $C_{WM}$  en  $g_t$  iets lager zullen zijn dan de in tabel 3a gegeven waarden.
- b. De  $O_2$  concentratie voor  $x = 0$  aanzienlijk lager zal zijn dan de  $O_2$  concentratie aan het bodemoppervlak en dat midden onder het kanaal de totale  $O_2$  concentratiedaling ten opzichte van het oppervlak groter zal zijn, vooral op grotere diepten.
- c. Een groter deel van de verbruikte zuurstof aan het water zal worden onttrokken.

Voor bijvoorbeeld  $W_i/W_d = 1$  zal  $Q/Rlt$  minder dan 50 % zijn van de in tabel 3a gegeven waarde.

Een correcte oplossing van het gehele diffusieprobleem zal waarschijnlijk met analytische methoden onmogelijk zijn en bovendien een weinig zinvolle verfijning betekenen zolang er geen betere gegevens omtrent oxydatiesnelheid beschikbaar zijn.

#### CONCLUSIES

1. Alleen bij zeer grof zand kan sprake zijn van zuurstoftoevoer naar water dat infiltreert uit de kanalen van meer dan een meter breedte. Bij minder grof zand is de zuurstoftoevoer van geen betekenis.
2. Bij een doorgerekend model voor zeer grof zand waar het water over een breedte van 6 meter door niet verzadigde grond naar het 7 meter diepere grondwater stroomt, blijkt dat bij infiltratiesnelheden van 30 en 100 cm per dag 80 respectievelijk 53% van een zuurstofverbruik van 3 mg  $O_2$  per liter zijdelings toestroomt. Wordt de diffusieweerstand in de droge grond buiten de infiltratiezone ook in rekening gebracht dan daalt dit aandeel tot minder dan 40 respectievelijk 20 %. De rest van het verbruik wordt onttrokken aan de bij infiltratie aanwezige zuurstofvoorraad.