

NN31545.0748

juli 1973

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

BIBLIOTHEEK DE HAAFF

Droevendaalsesteeg 3a

Postbus 241

6700 AE Wageningen

STROMINGSWEERSTAND VAN HYDRAULISCH

RUWE OPPERVLAKKEN

Ing. J.G.S. de Wilde

BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-
middelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onder-
zoek nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut
in aanmerking

1792723

CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS



0000 0941 0347

I N H O U D

	Blz.
1. INLEIDING	1
2. EEN FORMULE VOOR DE GEMIDDELDE PROFIELSNELHEID	2
3. DE INVLOED VAN DE STRIPRUWHEID BIJ TURBULENTE STROMING	6
4. UITDRUKKING VAN DE WEERSTANDSFACITOR f (friction factor)	9
5. STROMINGSVERTRAGING (flow retardance)	11
6. SAMENVATTING	14
LITERATUUR	15

1. INLEIDING

In een voorgaand onderzoek (DE WILDE, 1971) werd vastgesteld dat voor de berekening van de gemiddelde stroomsnelheid in open leidingen in bepaalde gevallen goed gebruik kan worden gemaakt van de formule

$$\bar{v} = 110,5 \times Se^{0,649} \times R^{0,948}$$

Deze formule geeft daar betere resultaten dan de formule van Manning die slechts geldt voor Re -waarden $> 10^7$.

Deze Re -waarden worden namelijk in de doorsnee open leidingen in Nederland nooit, zeker niet in de niet hellende gebieden, bereikt.

De genoemde formule werd echter verkregen bij één bepaalde kunstmatige ruwheid veroorzaakt door dwars op de stromingsrichting op een onderlinge afstand van 10 cm geplaatste stijve strippen.

Aan de hand van de resultaten van nieuwe series metingen waarbij strippen op een onderlinge afstand van 20 en 40 cm werden geplaatst, konden nogmaals de waarde voor de vermenigvuldigingsfactor en de waarden voor de exponenten van het verhang van de energielijn Se en de hydraulische straal R worden bepaald.

Uit de meetresultaten kunnen tevens formuleringen worden afgeleid voor de stromingsweerstand.

Een en ander zal in deze nota worden vergeleken met andere uit de literatuur bekende resultaten.

2. EEN FORMULE VOOR DE GEMIDDELDE PROFIELSNELHEID

In het stromingsmodel (nota 614 van het ICW) werden 3 series metingen gedaan, waarbij de strippen achtereenvolgens op een afstand van 10, 20 en 40 cm werden geplaatst, respectievelijk genoemd meetserie I, II en III.

Uit de waarnemingen zijn de wrijvingsfactor f en het getal van Reynolds Re berekend.

De relatie tussen deze wrijvingsfactor en het getal van Reynolds is nodig voor het bepalen van de waarde voor C en de exponenten van Se en R . Als basis geldt de in genoemde nota voor de stroming langs hydraulisch ruwe wand afgeleide uitdrukking voor de gemiddelde profielsnelheid \bar{v}

$$\bar{v} = C \times Se^{\frac{1}{2-b}} \times R^{\frac{1+b}{2-b}} \quad (1)$$

Voor ieder van de 3 meetseries (I, II, III) alsmede voor alle metingen (IV) is door lineaire vereffening de regressielijn bepaald van de vorm

$$\log f = - b \log Re + \log a$$

waarin b de richtingscoëfficiënt en a de verschuiving van de lijn voorstelt.

Een lineaire vereffening houdt in, dat gesteld wordt dat f een lineaire functie van Re is hetgeen uitsluitend geldt voor stroming langs hydraulisch gladde wanden. De afwijkingen zijn echter in dit geval gering, zodat van dit bezwaar is afgezien om tot een eenvoudige formule te geraken.

We interesseren ons hier uitsluitend voor de waarden van a en b omdat we deze nodig hebben voor substitutie in (1).

Voor de berekening van de factor C wordt gebruik gemaakt van de formule (10) (DE WILDE, 1971). De waarde 74,48 die in die formule is gegeven is fout. Deze moet zijn 78,48. De waarden van C moeten dus berekend worden met

$$C = \frac{78,48^{\frac{1}{2-b}}}{\frac{1}{a^{2-b}} \times \frac{b}{\nu^{2-b}}} \quad (2)$$

De kinematische viscositeit ν werd per meetserie afgeleid uit de waargenomen temperaturen van het water.

De berekende waarden voor de verschillende factoren en exponenten zijn in tabel 1 gegeven.

Tabel 1.

Lijn	a	b	$\frac{1}{2-b}$	$\frac{1+b}{2-b}$	$\nu \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$	$\frac{b}{2-b}$	C	Corr. coëff. bij vereff. f, Re
I	113,9	0,6032	0,716	1,148	1,18	0,432	278,7	-0,9113
II	73,35	0,5487	0,689	1,067	1,09	0,378	188,0	-0,9951
III	65,0	0,5623	0,696	1,087	1,17	0,391	237,9	-0,9974
IV	78,15	0,5666	0,698	1,093	1,15	0,395	222,5	-0,9480

De volledige formulering van de ontstane vergelijkingen voor de berekening van de gemiddelde profielsnelheid van de waterstroming voor de 3 gevallen is:

$$\bar{v} = 278,7 \times S e^{0,716} \times R^{1,148} \quad (3- I)$$

$$\bar{v} = 188,0 \times S e^{0,689} \times R^{1,067} \quad (3- II)$$

$$\bar{v} = 237,9 \times S e^{0,696} \times R^{1,087} \quad (3-III)$$

De vergelijking over alle metingen wordt dan:

$$\bar{v} = 222,5 \times S e^{0,698} \times R^{1,093} \quad (3- IV)$$

Door het lineair vereffenen van de meetpunten is een zekere fout ontstaan. Voor een bepaald geval behoort bij de uit de meetgegevens

berekende hydraulische straal $R = 0,03605$ m een verhang van de energielijn $Se = 1,031$ mm/m = $0,001031$ m/m. Substitueren we deze waarden in (3-IV) dan vinden we voor $\bar{v} = 0,04845$ m/sec. De gemiddelde profielsnelheid die volgens de meetresultaten behoort bij deze waarden van R en Se is $\bar{v} = 0,05302$ m/sec.

Door het gebruik van (3-IV) wordt in dit geval een fout gemaakt van $-8,6$ % van de werkelijke waarde. Indien we gebruik maken van de formule van Manning,

$$\bar{v} = k_M \times Se^{1/2} \times R^{2/3} \quad (4)$$

voor dezelfde waarden van Se en R en daarbij stellen dat men de k_M nauwkeurig zou schatten op de gemiddelde waarde uit de meetresultaten ($k_M = 22,02$ m^{1/3}/sec) dan zou de berekende gemiddelde profielsnelheid $\bar{v} = 0,07707$ m/sec worden. Dit betekent een afwijking van $+45$ % van de werkelijke waarde. Zo kunnen we ook de kwaliteit van (3-IV) toetsen op de 3 series stromingsmetingen.

We kunnen de afwijkingen bepalen die ontstaan indien we \bar{v} berekenen met (4) en (3-IV) per serie metingen en per serie voor de uiterste waarden van R en Se . Aldus ontstaat tabel 2.

Uit deze tabel blijkt dat de berekening van de gemiddelde profielsnelheid veel nauwkeuriger gebeurt met (3-IV) dan met (4).

De gemiddelde absolute fout voor de 3 meetseries berekend over de maximale en minimale waarden voor R en Se voor de bepaling van de gemiddelde profielsnelheid is $11,5$ % van de werkelijke, uit de meetresultaten berekende waarde.

Met behulp van de formule van Manning (4) zou deze fout $46,5$ % hebben bedragen.

Tabel 2.

		$\bar{k}_M = 19,69 \text{ m}^{1/3}/\text{sec}$			
Meetserie I	$R_{\min} = 0,03166 \text{ m}$	$Se_{\min} = 0,000785 \text{ m/m}$	$R_{\max} = 0,08923 \text{ m}$	$Se_{\max} = 0,003176 \text{ m/m}$	
	\bar{v} in m/sec	afwijking in %	\bar{v} in m/sec	afwijking in %	
Meetresultaten	0,0279	-	0,2602	-	
Volgens (4)	0,05515	+ 98	0,2214	- 14,9	
Volgens (3-IV)	0,03475	+ 24,5	0,2861	+ 9,9	
		$\bar{k}_M = 19,76 \text{ m}^{1/3}/\text{sec}$			
Meetserie II	$R_{\min} = 0,03388 \text{ m}$	$Se_{\min} = 0,000885 \text{ m/m}$	$R_{\max} = 0,09411 \text{ m}$	$Se_{\max} = 0,003348 \text{ m/m}$	
	\bar{v} in m/sec	afwijking in %	\bar{v} in m/sec	afwijking in %	
Meetresultaten	0,0362	-	0,2902	-	
Volgens (4)	0,06148	+ 69,8	0,2364	- 18,5	
Volgens (3-IV)	0,04069	+ 12,4	0,3146	+ 8,4	
		$\bar{k}_M = 22,02 \text{ m}^{1/3}/\text{sec}$			
Meetserie III	$R_{\min} = 0,03222 \text{ m}$	$Se_{\min} = 0,000871 \text{ m/m}$	$R_{\max} = 0,09018 \text{ m}$	$Se_{\max} = 0,003318 \text{ m/m}$	
	\bar{v} in m/sec	afwijking in %	\bar{v} in m/sec	afwijking in %	
Meetresultaten	0,04143	-	0,31556	-	
Volgens (4)	0,06573	+ 58,6	0,2549	- 19,2	
Volgens (3-IV)	0,03809	- 8,1	0,2984	- 5,4	

3. DE INVLOED VAN DE STRIPRUWHEID BIJ TURBULENTE STROMING

De berekende waarden voor de wrijvingsfactor f zijn in fig. 1 uitgezet tegen het getal van Reynolds Re , tezamen met de waarden voor de gladde wand (DE WILDE, 1971)

Concentreren we ons nu op de gegevens van de ruwe wand dan zien we dat de ligging van de punten wijzen op kromme lijnen voor de relatie tussen f en Re voor iedere meetserie (nummering overeenkomstig par. 2). Hoewel de hoogte van de ruwheden voor elke meetserie gelijk was, is er toch een duidelijk verschil in wrijvingsinvloed. Dit kan uitsluitend veroorzaakt zijn door het verschil in stripafstand. Het schatten van de wandruwheid van een leiding is derhalve niet alleen een kwestie van het bepalen van de afname in dwarsdoorsnede door de begroeiing, doch de dichtheid ervan zal eveneens moeten worden meegetekend.

Uit fig. 1 blijkt tevens dat de grootte van f , voor de drie series metingen, afneemt naarmate de stripafstand groter wordt. Dit laatste mag echter niet als een vanzelfsprekendheid worden aangenomen omdat bij zeer kleine stripafstanden de ruwheden elkaar zodanig gaan beïnvloeden dat de stroming alleen over de ruwheden optreedt, zodat in feite een glad oppervlak ontstaat. Vaak wordt een drietal basistypen voor de stroming over ruwe oppervlakken onderscheiden (MORRIS, 1955, CHOW, 1959 en UNBEHAUEN, 1970).

Deze basistypen zijn (zie fig. 2):

- a. Stroming over alleenstaande ruwheden (Isolated-Roughness Flow)
- b. Stroming over elkaar beïnvloedende ruwheden (Wake-Interference Flow)
- c. Stroming over hydraulisch glad werkende ruwheden (Quasi-Smooth Flow)

In ons geval mogen we stellen dat voor de meetserie III, waarin de strippen op 40 cm afstand van elkaar stonden, we te maken hebben met het stromingstype a, dus stroming over alleenstaande ruwheden. We zien dat de kromme die de relatie tussen f en Re voorstelt voor deze serie in fig. 1 het dichtst ligt bij de kromme lijn voor de gladde wand.

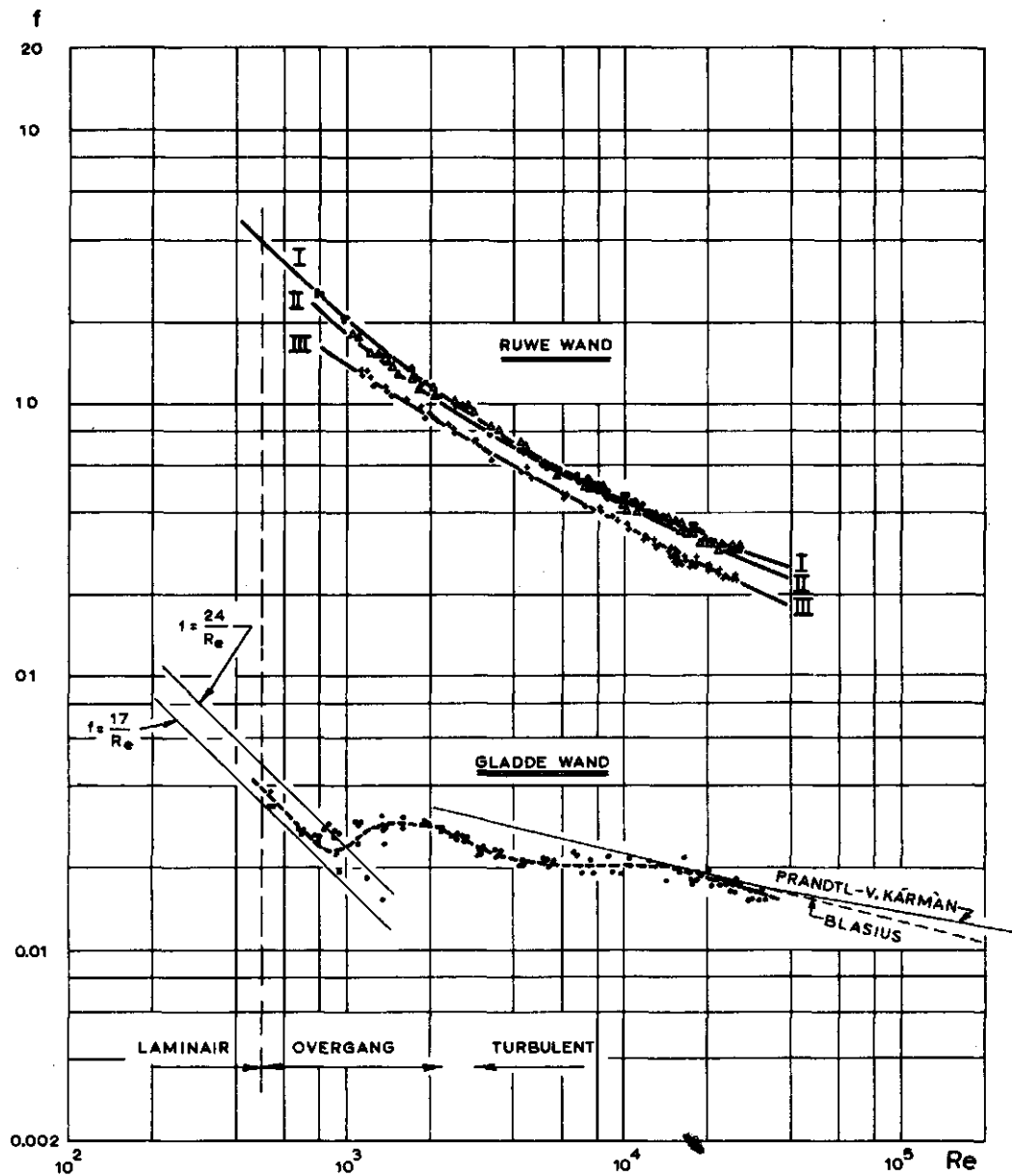
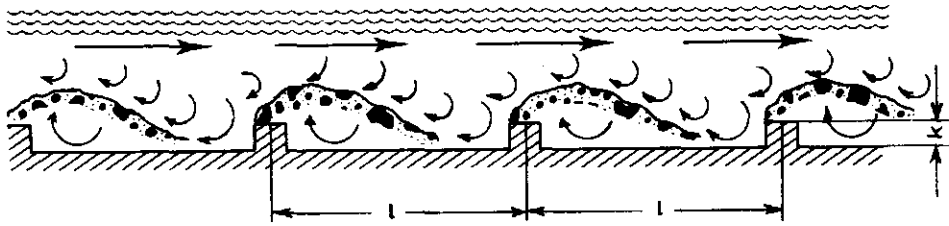
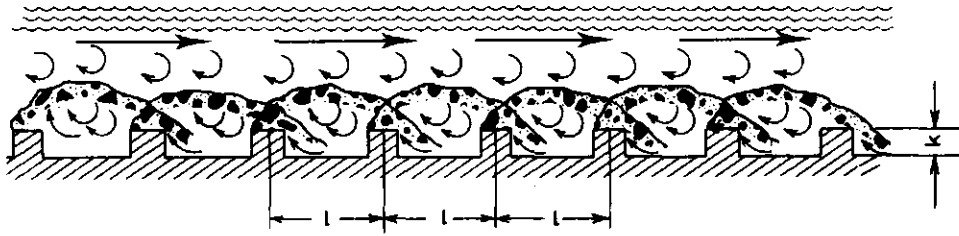


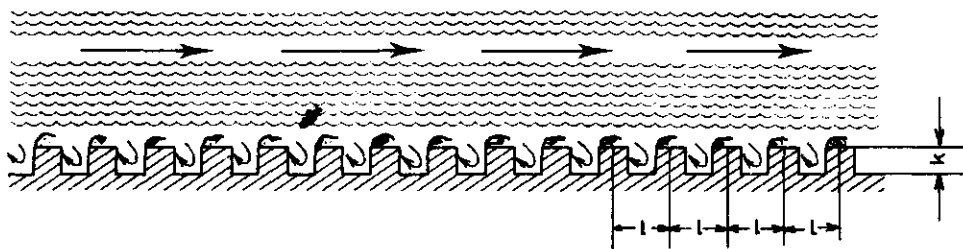
Fig. 1. Relatie tussen de wrijvingsfactor f en het getal van Reynolds Re , (krommen zijn getrokken door de punten)



a. Stroming over alleenstaande ruwheden (Isolated Roughness Flow)



b. Stroming over elkaar beïnvloedende ruwheden
(Wake Interference Flow)



c. Stroming over hydraulisch glad werkende ruwheden
(Quasi Smooth Flow)

Fig. 2. Schema van de stromingstypen over ruwheidselementen
volgens CHOW (1959)

De ligging van de f - Re relatie komt voor alle series overeen met de stripafstanden. Het weerstandseffect is dus omgekeerd evenredig met de stripafstand, dat wil zeggen de grootste weerstand wordt veroorzaakt door die serie waarbij de strippen op 10 cm afstand van elkaar geplaatst zijn.

De kromme die de f - Re relatie van serie I weergeeft ligt nauwelijks boven die van II. We zien dan ook dat de verhouding 10:20:40 van de stripafstanden niet meer aanwezig is in de afstanden tussen de lijnen. Blijkbaar hebben we hier bij serie I wellicht ook bij serie II te maken met een zekere vorm van stroming over elkaar beïnvloedende ruwheden, dus type b.

Bij een stripafstand van 10 cm en een hoogte van de strippen van 18 mm gaat al een verandering in de stroming ontstaan waarbij, omdat de ruwheden elkaar beïnvloeden, de weerstand kleiner is dan dat men gezien de afmetingen zou mogen verwachten.

Dat het stromingstype C, de stroming over hydraulisch glad werkende ruwheden, in serie I niet wordt bereikt is eveneens op te maken uit fig. 1.

Indien dat namelijk het geval zou zijn geweest, had de kromme I beneden die van III moeten liggen.

4. UITDRUKKING VAN DE WEERSTANDSFACITOR f (friction factor)

Bij hydraulisch ruwe wanden in open leidingen gaat men ervan uit, dat evenals bij hydraulisch ruwe buizen, de weerstandsfactor uitsluitend afhankelijk is van de relatieve wandruwheid (PRANDTL en NIKURADSE zie KRAIJENHOFF, 1968).

Deze relatieve wandruwheid is voor open leidingen gelijk aan het quotiënt van de ruwheidshoogte k en de hydraulische straal R dus $\frac{k}{R}$.

De uitdrukking van f vindt dan ook op ongeveer dezelfde wijze plaats als voor buizen. Voor open leidingen heeft deze volgens ROUSE (1965) de vorm

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = a \log \frac{R}{y} + b \quad (5)$$

waarbij $y' = \frac{k}{30}$ mm en y' de ruheidsparemeter wordt genoemd.

Voor de 3 meetseries apart en voor het totaal van deze 3 zijn nu door middel van lineaire regressie de volgende uitdrukkingen gevonden.

a. meetserie I, de strippen op 10 cm afstand

$$\frac{l}{\sqrt{f}} = 2,384 \log \frac{R}{y'} - 3,412 \quad (6- I)$$

waarbij als correlatiecoëfficiënt $r = 0,9943$ werd berekend

b. meetserie II, strippen op 20 cm afstand

$$\frac{l}{\sqrt{f}} = 2,478 \log \frac{R}{y'} - 3,581 \quad (r = 0,9969) \quad (6- II)$$

c. meetserie III, strippen op 40 cm afstand

$$\frac{l}{\sqrt{f}} = 2,695 \log \frac{R}{y'} - 3,807 \quad (r = 0,9928) \quad (6-III)$$

d. totaal van a, b en c

$$\frac{l}{\sqrt{f}} = 2,460 \log \frac{R}{y'} - 3,483 \quad (r = 0,9499) \quad (6- IV)$$

Bij een vorige poging (DE WILDE, 1971) om de wrijvingsfactor voor a. op deze wijze uit te drukken is bij de berekening een fout gemaakt. Hierdoor was zowel het teken van b (5) als de absolute waarde verkeerd.

Met genoemde uitdrukking van f kan door middel van de in Europa veel gebruikte formule van Chézy $\bar{v} = C\sqrt{RSe}$ de gemiddelde profielsnelheid worden berekend.

Voor open leidingen geldt namelijk dat de gemiddelde schuifspanning aan de natte omtrek

$$\tau_o = \rho \cdot g \cdot R \cdot Se \text{ en}$$

de gemiddelde schuifspanningssnelheid $\bar{v} = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{gRSe}$

Tevens is volgens de formule van Darcy-Weisbach $f = \frac{8gRSe}{\bar{v}^2}$

Door substitutie van de schuifspanningssnelheid in de formule van Darcy-Weisbach vinden we $\frac{\bar{v}}{\bar{v}_*} = \sqrt{8} \times \frac{1}{\sqrt{f}}$. Dus de coëfficiënt van

$$\text{Chézy } C = \frac{\bar{v}}{\sqrt{RSe}} = \frac{\bar{v}}{\bar{v}_*} \times \sqrt{g} = \sqrt{8g} \times \frac{1}{\sqrt{f}}.$$

5. STROMINGSVERTRAGING (flow retardance)

De aanwezigheid van vegetatie in leidingen veroorzaakt sterke turbulentie van de waterstroom hetgeen de oorzaak is van opmerkelijke vertragsverliezen. Door Manning werden voor de verschillende soorten vegetatie hoofdzakelijk bestaande uit gras, waarden voorgesteld. Deze waarden of ruwheidscoëfficiënten worden ook wel vertragscoëfficiënten genoemd. Gevonden is dat deze coëfficiënten van Manning voor een bepaalde grassoort echter sterk varieerden hetgeen afhangt van de stromingsdiepte, de vorm en het verhang van de leiding. Daardoor wordt de keuze voor een ontwerpwaarde voor k_M praktisch onmogelijk.

Door KOUWEN et al (1969) werd nadrukkelijk gesteld dat de tegenwoordige methode van empirische voorstelling van de functionele relatie tussen Manning's k_M -waarde en de ermee in verband staande stromingsparameters, onvoldoende is. Zij geven daarom een quasi-theoretische analyse van de stromingsvertraging in begroeide leidingen en baseren daarop hun vergelijking

$$\frac{\bar{v}}{\bar{v}_*} = C_1 + C_2 \ln\left(\frac{A}{A_v}\right) \quad (7)$$

waarin:

\bar{v} = de gemiddelde stroomsnelheid in m/sec

\bar{v}_* = de gemiddelde schuifspanningssnelheid aan de natte omtrek in m/sec

A = de natte doorsnede in m^2

A_v = de oppervlakte van de natte doorsnede die door de begroeiing wordt geblokkeerd in m^2

C_1 = de factor welke afhankelijk is van de dichtheid van de begroeiing

C_2 = de factor welke afhankelijk is van de stijfheid (buigzaamheid) van de begroeiing

Interessant is het om voor ons geval de relatie te bepalen tussen $\frac{\bar{v}}{\bar{v}_m}$ en $\ln\left(\frac{A}{A_v}\right)$, waarbij verondersteld wordt dat de begroeiing volledig dicht is en tevens volkomen stijf. In de vorige paragraaf hebben we gezien dat $\frac{\bar{v}}{\bar{v}_m} = \sqrt{8} \times \frac{1}{\sqrt{f}}$. Doordat de waarden voor $\frac{1}{\sqrt{f}}$ reeds berekend zijn, kan nu op eenvoudige wijze $\frac{\bar{v}}{\bar{v}_m}$ worden bepaald. In ons geval geeft ook het berekenen van A_v geen moeilijkheden omdat het toegepaste materiaal niet buigzaam is, zodat de hoogte constant blijft gedurende de metingen.

In de fig. 3 zijn nu de waarden van $\frac{\bar{v}}{\bar{v}_m}$ uitgezet tegen de natuurlijke logaritmie van $\frac{A}{A_v}$. Als vergelijking zijn tevens resultaten uitgezet die door KOUWEN et al werden gevonden voor kunstmatige buigzame ruwheden.

In de tabel 3 worden voor de 3 meetseries, het totaal over deze series en de serie van KOUWEN et al de waarden voor C_1 en C_2 gegeven.

Tabel 3.

Fig. nr	C_1	C_2	Aard van de ruwheid
3a	+ 0,16	2,41	buigzaam
3b	- 0,079	3,081	stijf
3c	- 0,156	3,187	stijf
3d	+ 0,067	3,472	stijf
3a	+ 0,037	3,170	stijf

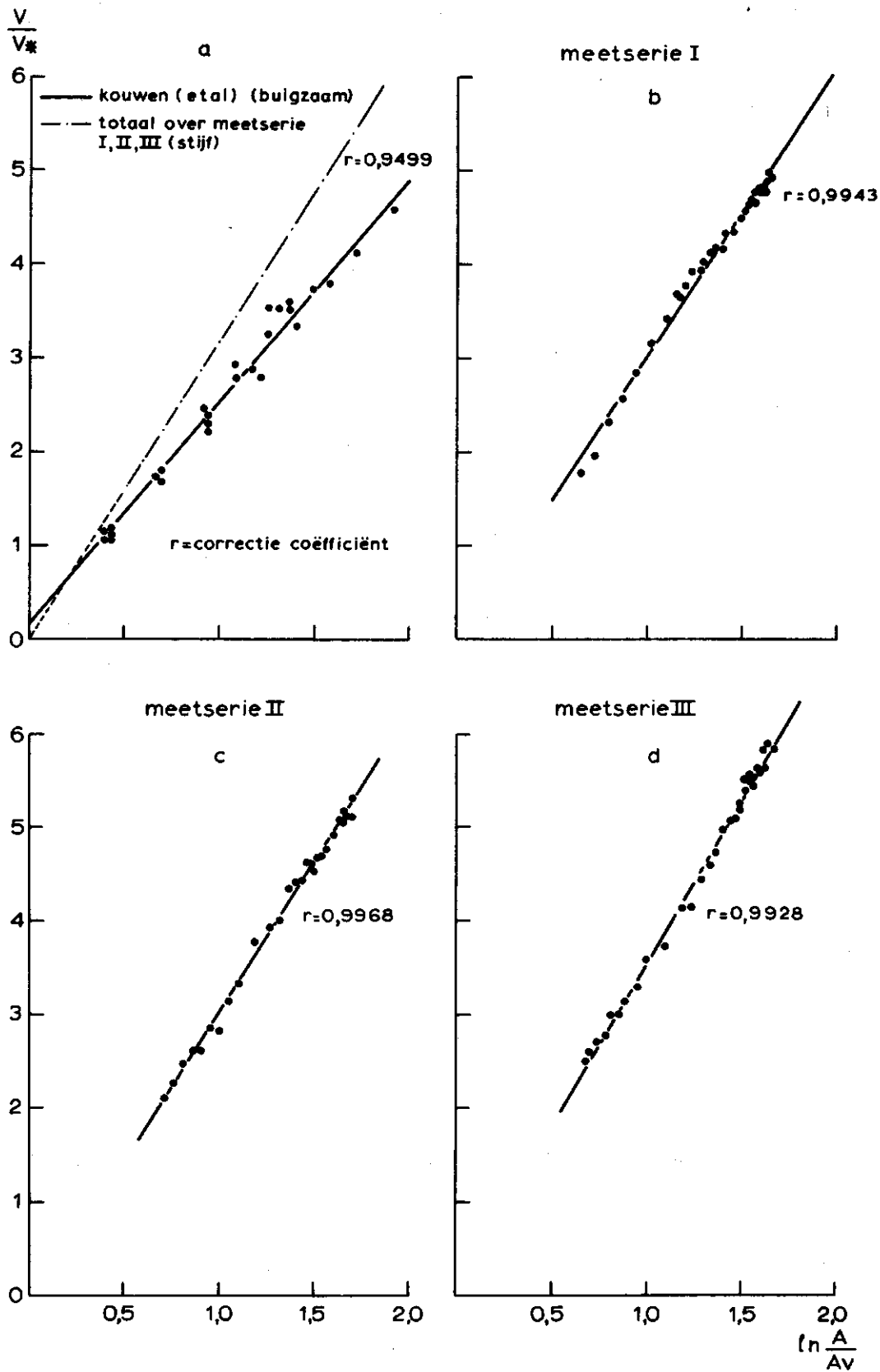


Fig. 3. Relatie tussen $\frac{\bar{v}}{\bar{v}^*}$ en de natuurlijke log van $\frac{A}{A_v}$

We zien dat de waarde voor C_1 voor onze meetseries zeer dicht bij 0 ligt, waaruit mag worden geconcludeerd dat de strippen een 'dichte' begroeiing voorstelden.

De factor C_2 die de helling van de lijn aangeeft zou volgens KOUWEN et al een functie van de stijfheid van de obstakels moeten zijn. Inderdaad blijkt voor onze gevallen C_2 groter te zijn dan de door hen gevonden waarde.

De volledige stijfheid van het stripmateriaal veroorzaakt echter in de waterstroom een heftige turbulentie, die nog versterkt wordt doordat de strippen zich dwars op de stromingsrichting bevinden. Door deze sterke plaatselijke turbulentie die optreedt boven de strippen, zoals schematisch wordt weergegeven in fig. 2a en 2b, is de effectieve hoogte van de strippen groter dan de werkelijke. Hierdoor zal de effectieve waarde van $\frac{A}{A_v}$ kleiner zijn en de punten zullen naar links verschuiven zodat een grotere C-waarde wordt gevonden dan in het geval van buigzame strippen met dezelfde $\frac{A}{A_v}$.

6. SAMENVATTING

De uit de resultaten van 3 series stromingsmetingen, van turbulente stroming langs een hydraulisch ruwe wand, bepaalde stromingsformule voor de berekening van de gemiddelde profielsnelheid (3-IV), resulteerde in een gemiddelde afwijking van 11,5 % van de werkelijke uit de meetresultaten berekende waarde. Bij gebruik van de formule van Manning werd aangetoond, dat deze fout 46,5 % zou hebben bedragen.

Duidelijk kan hier uit worden verklaard, dat het gebruik van Manningsformule onder genoemde omstandigheden tot grote verschillen kan leiden.

Ook kan worden vastgesteld dat de exponent voor de hydraulische straal R in de gevonden stromingsformules (3) voor de berekening van de gemiddelde profielsnelheid \bar{v} beduidend hoger is dan de waarde 0,75

die hiervoor staat in Manningsformule. Op de hogere waarde voor de exponent van R werd ook gewezen door WESSELING (1965).

Voor de berekening van de coëfficiënt C van Chézy werd uit de resultaten van de 3 stromingsmetingen een formule afgeleid in de vorm van ROUSE (1965), namelijk

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,46 \log \frac{R}{y} - 3,483 \quad (5-IV)$$

Toepassing van de door KOUWEN et al (1969) ontwikkelde theorie over stromingsvertraging gaf hogere C_2 -waarden. Dit moet worden toegeschreven aan het gebruik van stijve in plaats van flexibele strepen in ons onderzoek.

LITERATUUR

- CHOW, VEN TE, 1959. Open channel hydraulics, McGraw-Hill Book Company Inc., New York.
- KOUWEN, N., T.E. UNNY and H.M. HILL, june 1969. Flow retardance in vegetated channels. 'Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE, Vol. 95, IR 2, Proc. Paper 6633, pp. 329-342.
- KRAIJENHOF VAN DE LEUR, D.A., 1968. Collegedictaat Hydraulica.
- MORRIS, HENRY M, 1955. 'Flow in Rough Conduits'; Transactions, ASCE Vol. 120, pp. 373-410.
- ROUSE, H., 1965. 'Critical Analysis of Open Channel Resistance', Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 91, NO. HY 4, Proc. Paper 4387, July, pp. 1-25.
- UNBEHAUEN, W., 1970. 'Die universelle logarithmische Geschwindigkeitsverteilung in natürlichen Gerinnen', Schriftenreihe der Bayerischen Landestelle für Gewässerkunde, Heft 2, München.
- WESSELING, J., 1965. 'Enkele opmerkingen over de bepaling van ruwheidsfactoren in open leidingen. Nota ICW nr 298.
- WILDE, J.G.S., DE, 1971. 'Modelonderzoek open leidingen, hydraulisch gladde en ruwe wand'. Nota ICW nr 614.