

NN31545.1195

NOTA 1195

april 1980

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

HET TERREIN WATERPASSEN VAN PERCELEN MET DICHT BIJ
ELKAAR LIGGENDE EVENWIJDIGE GREPPELS EN DAARTUSSEN
SMALLE KRUIJNIGE AKKERS
(ORIËTEREND ONDERZOEK 1980)

E.J. Vaartjes

**BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW**

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-
middelen, dus geen officiële publikaties.
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onder-
zoek nog niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut
in aanmerking

15N 151242 - 01

I N H O U D

	Blz.
1. INLEIDING	1
1.1. Het verzamelen van meetgegevens	1
1.2. Het verwerken van meetgegevens	2
1.3. Het doel	3
2. THEORIE EN METHODE	4
2.1. Een functie voor het maaiveld	4
2.2. Toelichting op de maaiveldfunctie	6
2.3. De fout in het vlak van de doorsnede	10
2.4. Toelichting op de foutfunctie	12
2.5. De fout bij verdraaid ruitennet	18
2.6. Toepassingsmogelijkheden van het model	21
3. RESULTATEN	22
3.1. De fout bij veranderende richting van het ruitennet	22
3.2. De fout bij eenzijdige verdichting van het ruitennet	24
3.3. De fout bij een variabele kruinhoogte	24
3.4. De fout bij een variabele greppelafstand	24
4. SAMENVATTING, CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN	26
LITERATUUR	28

1. INLEIDING

Bij het maken van grondverzetberekeningen blijkt herhaaldelijk dat de daarbij gebruikte hoogtecijferkaart een onvoldoende adequate benadering is van de werkelijke maaiveldligging. Het is daarom van belang te onderzoeken welke factoren de kwaliteit en de bruikbaarheid van zo'n kaart beïnvloeden. Het ontstaan van een hoogtecijferkaart kent twee fasen. Elke fase kent zijn eigen specifieke foutenbronnen.

1.1. Het verzamelen van meetgegevens

De eerste fase bestaat uit het verzamelen van meetgegevens. De meetmethode die het uitgangspunt van dit onderzoek vormt, is de terreinwaterpassing (vlaktewaterpassing) in een kwadraat- of ruitennet. Deze meetmethode is verreweg de meest gebruikte. Met betrekkelijk eenvoudige hulpmiddelen en praktisch zonder specialistische kennis kunnen hiermee behoorlijke resultaten worden behaald.

Over de wijze van meten en de haalbare nauwkeurigheden met verschillende typen waterpasinstrumenten, evenals een aantal foutenbronnen (MULLER, 1974, pag. 295 t/m 365), is voldoende bekend.

Bij terreinwaterpassingen is het niet gebruikelijk van de maximaal realiseerbare meetnauwkeurigheid uit te gaan. De aflezingen geschieden gewoonlijk in centimeters. Hierdoor kan een afrondingsfout van maximaal + of - 0,9 centimeter ontstaan. Omgerekend is dit $100 \times 100 \times 0,009 = \pm 90 \text{ m}^3/\text{ha}$. In het algemeen wordt een fout van deze orde van grootte aanvaardbaar geacht.

Over het te waterpassen terrein wordt een zogenaamd 'ruitennet' uitgezet. De hoogten worden bepaald in de snijpunten van de ruitlijnen. De afstand tussen de ruitlijnen kiest men, afhankelijk van de

oneffenheid van het terrein en het doel van de meting, gewoonlijk op 10 of 20 meter. Dat is respectievelijk 100 en 25 meetpunten per ha.

Het is niet nodig aan de uitzetnauwkeurigheid van het ruitennet de hoogste eisen te stellen. Het kan namelijk geheel verkeerd zijn de baak precies op het snijpunt van de ruitlijnen te plaatsen, omdat daar toevallig een kuiltje in het terrein kan zitten, of een hoop grond kan liggen.

Als dan de baakaflezing tot een terreinhoogte herleid zou worden, zou het meetpunt niet r e p r e s e n t a t i e f zijn voor het omliggende maaiveld. Men moet de baak neerzetten in de buurt van het snijpunt op een plaats waarvan de hoogte de g e m i d d e l d e hoogte voorstelt van een vierkant ter grootte van een 'ruit' rondom dat snijpunt.

1.2. H e t v e r w e r k e n v a n m e e t g e g e v e n s

De tweede fase bestaat uit het verwerken van de meetgegevens. In de meeste gevallen is een hoogtecijferkaart het eindresultaat. Het gebruik van deze kaart brengt zowel een aantal mogelijkheden als beperkingen met zich mee. Het is belangrijk te bedenken dat de te kiezen kaartschaal afhankelijk is van de gebruikte afstand tussen de ruitlijnen en het doel van de meting. Een hoogtecijferkaart is slechts een b e n a d e r i n g van de werkelijkheid tenzij men overgaat tot een oneindige verdichting van het ruitennet.

Doorgaans blijkt deze benadering van de werkelijkheid bij het berekenen van grondverzetten te voldoen. Niet echter, wanneer er sprake is van sterke overgangen in de hoogteligging van het maaiveld op relatief korte afstand.

Dit is het geval bij veel oude graslanden, waarop een traditionele vorm van oppervlakte-afwatering is toegepast (EBBERS, 1973, 1976). De percelen kenmerken zich vaak naast een kruinigheid over de gehele lengte en breedte door een groot aantal evenwijdige greppels op vrij korte afstand van elkaar (5-15 m). Daartussen bevinden zich sterk kruinige akkertjes en het geheel wordt gekenmerkt door een grote regelmatigheid.

Wanneer op een dergelijk perceel een terreinwaterpassing wordt

uitgevoerd zijn de gemeten hoogten per meetpunt correct. Zij zijn echter niet representatief voor het omliggende maaiveld. De gemiddelde hoogteligging binnen de ruit is voor een baakloper niet, of zeer moeilijk waar te nemen.

Als ondanks deze overwegingen een hoogtecijferkaart wordt samengesteld uit de meetgegevens ontstaat per meetpunt een benaderingsfout. Deze staat in een nauwe relatie tot de regelmatige vorm van het maaiveld en is daardoor voorspelbaar.

De benaderingsfout, gemaakt bij het terrein waterpassen in een kwadraatnet van percelen met smalle, evenwijdig liggende kruinige akkertjes, is het onderwerp van dit onderzoek.

1.3. Het doel

Het onderzoeksdoel is drieledig

- Het opsporen en kwantificeren van de benaderingsfout.
- Het opsporen van de factoren die deze fout beïnvloeden en het formuleren van eenduidige relaties tussen de fout en deze factoren.
- Het onderzoeken van het gedrag van de fout in afhankelijkheid van deze factoren.

2. THEORIE EN METHODE

De terreinwaterpassing in een ruitennet is een beproefde en in veel gevallen praktische methode om gegevens te verzamelen voor een grondverzetberekening.

De besproken kruinige, regelmatig gevormde, akkertjes kunnen schematisch worden voorgesteld (benaderd) door middel van een dakprofiel. Bovengenoemde meetmethode en het schematisch voorgestelde maaiveld vormen de basis van het onderzoeksmodel (fig. 1). In dit model worden metingen gesimuleerd.

2.1. Een functie voor het maaiveld

Bij het onderzoeken van de fout in relatie tot het greppelpatroon, is alleen de kruinigheid tussen de greppels onderling in beschouwing genomen. In het model liggen daarom alle greppelbodems in het vlak, dat is bepaald door de x-as en de y-as. Dit vlak doet dienst als referentievlak.

Een tweede vlak, dat is bepaald door de x-as en de z-as, doorsnijdt het modelmaaiveld loodrecht op de greppelrichting (fig. 1). Hierdoor ontstaat een dwarsdoorsnede (fig. 2).

In het vlak van fig. 2 geldt:

$$f(x) = \left[\sin\left(\frac{1}{2} + \text{INT}(x/L)\right)\pi \right] \times \left[\frac{H}{L} \right] \times \left[x - (\text{INT}(x/L) + \frac{1 - (\sin(\frac{1}{2} + \text{INT}(x/L))\pi)}{2}) \times L \right] \quad (1)$$

Variabelen zijn:

H = kruinhoogte, hoogste punt tussen twee greppels (m)

L = halve greppelafstand (m)

f(x) = (model-)maaiveldhoogte in het meetpunt (m)

x = plaatscoördinaat van het meetpunt (m)

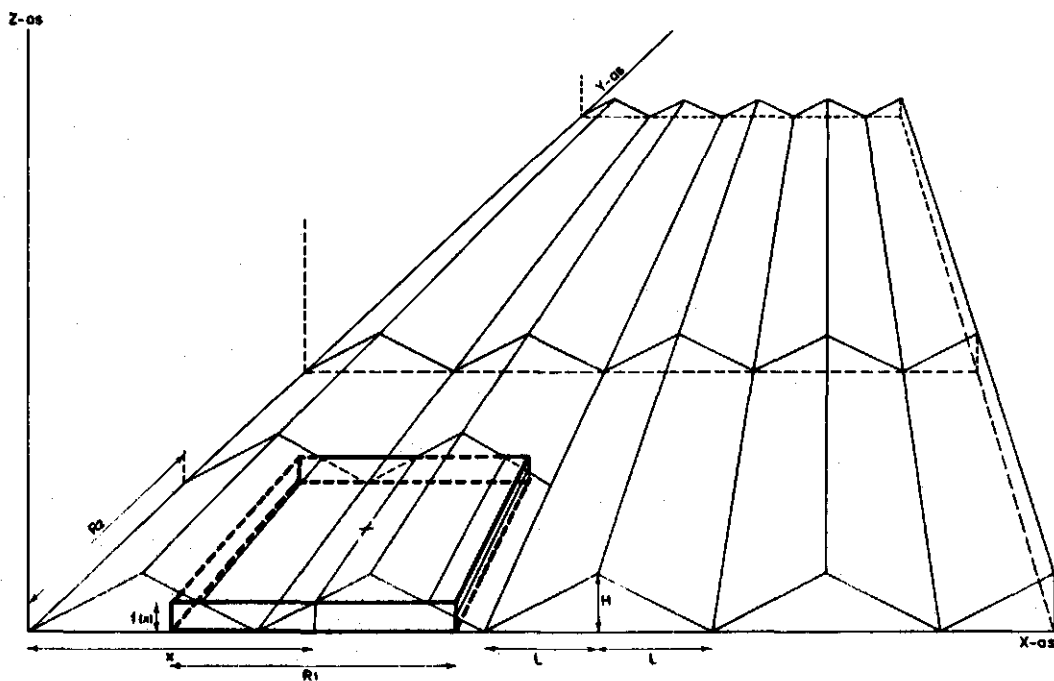


Fig. 1. Ruimtelijke voorstelling van het modelmaaiveld met daarin een punt van het ruitennet

H = kruinhoogte, L = halve greppelaf., $f(x)$ = maaiveldhoogte in het meetpunt, x = plaatscoördinaat van het meetpunt, R_1 = maaswijdte van het ruitennet in de x -richting en R_2 = maaswijdte loodrecht op R_1

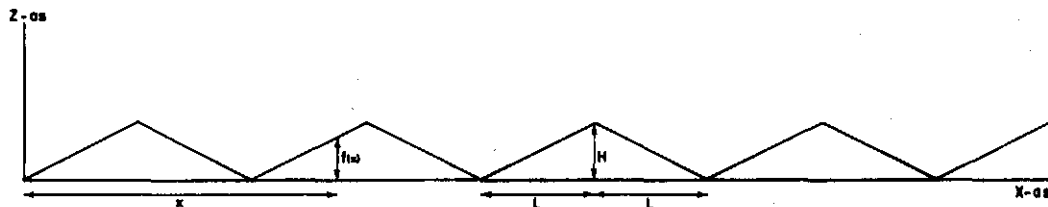


Fig. 2. Dwarsdoorsnede van het modelmaaveld

Stel:

$$n = \text{INT}^*(x/L) \quad (2)$$

$$q = \sin\left(\frac{1}{2} + n\right) \pi$$

$$N = n + \left(\frac{1 - q}{2}\right)$$

$$a = H/L$$

$$S = x - NL$$

Na vereenvoudiging geldt:

$$f(x) = q \cdot a \cdot S \quad (3)$$

2.2. Toelichting op de maaveldfunctie

De onderdelen waaruit de maaveldfunctie is opgebouwd vragen om enige toelichting.

a. $q = \sin\left(\frac{1}{2} + n\right) \pi$

Hierin is n het aantal gehele malen, dat een punt, vanuit de oorsprong over de positieve x -as bewegende, een lengte L passeert, alvorens het de plaatscoördinaat x bereikt. Stel:

*INT=integer

Ten opzichte van de z-as kan S zowel een positieve als negatieve waarde aannemen. Hierdoor kan $f(S)$ (model-maaiveldhoogte) eveneens negatief worden. Dit is niet het geval wanneer:

$$f(S) = q \cdot a \cdot S$$

Hierbij moeten q en S in teken overeenkomen. Aan deze voorwaarde is voldaan daar S , evenals q , uitsluitend negatief wordt in het traject waarin het maaiveld daalt.

Omdat de hoogteligging van het maaiveld een functie van x is, moet S eveneens een functie van x zijn.

De waarde van S is bepaald door de plaatscoördinaat x .

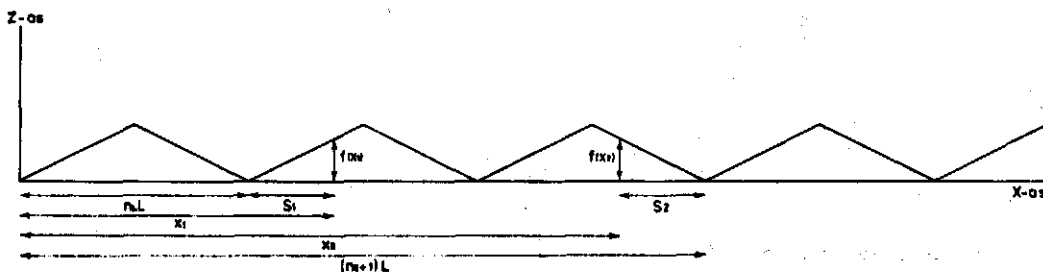


Fig. 4. Toelichting op de 'continue' beschrijving van de maaiveld-functie

Uit fig. 4 blijkt dat bij stijgend maaiveld geldt:

$$S_1 = x_1 - (n_1 + 0) L \text{ waarbij}$$

$$q = + 1$$

Bij dalend maaiveld geldt:

$$- S_2 = x_2 - (n_2 + 1) L \text{ waarbij}$$

$$q = - 1$$

$$n = \text{INT}(x/L)$$

De integer (INT) kapt het breukdeel van de factor x/L af. Daarom geldt:

$$n \in \mathbb{N}$$

Daaruit volgt:

q is positief in het traject waarin het maaiveld stijgt

q is negatief in het traject waarin het maaiveld daalt

De tekenwisseling vindt plaats met een periode L .

b. $a = H/L$

De factor H/L bepaalt de absolute waarde van de richtingscoëfficiënt van het maaiveld.

c. $S = x - NL$

De factor $x - NL$ bewerkstelligt dat de hoogteligging van het model-maaiveld in een 'continue' functie beschreven kan worden.

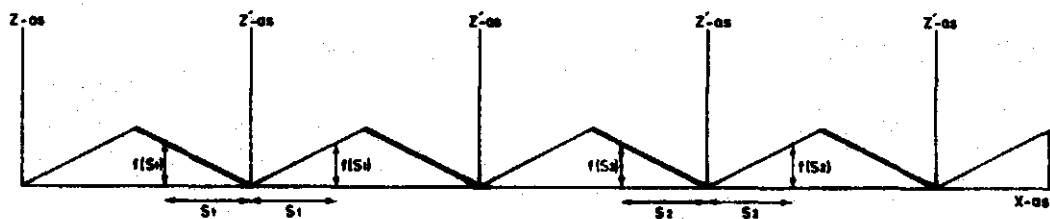


Fig. 3. Toelichting op de 'continue' beschrijving van de maaiveld-functie

In fig. 3 geldt:

$$f(S) = aS$$

De richtingscoëfficiënt $a = H/L$ is altijd positief.

Algemeen geldt:

$$+ S = x - (n + r) L$$

Hierbij moet r aan twee voorwaarden voldoen, te weten:

$$r = 0 \text{ als } q = + 1$$

$$r = 1 \text{ als } q = - 1$$

Stel:

$$r = \frac{(1 - q)}{2} \text{ en}$$

$$N = n + \frac{(1 - q)}{2}$$

Dan volgt daaruit:

$$S = x - NL$$

Nu geldt bij stijgend maaiveld:

$$q = + 1 \text{ en } S > 0 \rightarrow f(x) > 0$$

Bij dalend maaiveld:

$$q = - 1 \text{ en } S < 0 \rightarrow f(x) > 0$$

Een korte analyse bewijst dat de maaiveldfunctie ook voldoet in de knikpunten van het modelmaaiveld.

A. Onder in de greppels geldt:

$$\text{INT}(x/L) = x/L = n \text{ dus } x = nL$$

Omdat n een veelvoud van 2 is geldt:

$$q = + 1$$

$$r = \frac{(1 - q)}{2} = 0$$

$$N = n + 0$$

Nu geldt:

$$\begin{aligned} S &= x - N.L \\ &= nL - n.L \\ &= 0 \quad \text{dus} \quad f(x) = q.a.S \\ &= 0 \end{aligned}$$

B. Boven op de kruinen geldt:

$$\text{INT}(x/L) = x/L = n \quad \text{dus} \quad x = nL$$

Omdat $n + 1$ plus een veelvoud van 2 is geldt:

$$\begin{aligned} q &= -1 \\ r &= \frac{(1 - q)}{2} = 1 \\ N &= n + 1 \end{aligned}$$

Nu geldt:

$$\begin{aligned} S &= x - N.L \\ &= nL - (n + 1) L \\ &= -L \quad \text{dus} \quad f(x) = q.a.S \\ &= q \cdot \frac{H}{L} \cdot -L \\ &= H \end{aligned}$$

2.3. De fout in het vlak van de doorsnede

De lijnstukken die samen het modelmaaveld vormen in het vlak van de doorsnede kunnen van knikpunt tot knikpunt worden beschreven:

$$\begin{aligned} f(S) &= a.S && \text{(fig. 3) waarbij,} \\ 0 &\leq S \leq L \end{aligned}$$

Een oppervlak in de doorsnede over een traject S is daarom bepaald door (zie fig. 5):

$$\int_0^S f(s).ds = \int_0^S a.S.ds = a \int_0^S S.ds =$$

$$a \left[\frac{1}{2} S^2 \right]_0^S = \frac{1}{2} a.S^2$$

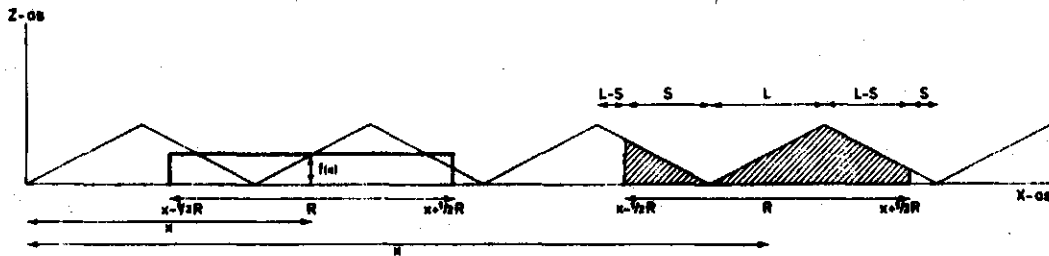


Fig. 5. Bepaling van de fout als verschil tussen oppervlakken

Een oppervlak in de doorsnede over een traject L - S is bepaald door:

$$a \left[\frac{1}{2} S^2 \right]_S^L = \frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S^2$$

Een oppervlak in de doorsnede over een traject L is bepaald door:

$$a \left[\frac{1}{2} S^2 \right]_0^L = \frac{1}{2} a L^2$$

De in het meetpunt gevonden maaiveldhoogte $f(x)$ is representatief over een lengte R , in het traject $x - \frac{1}{2} R_1$ tot $x + \frac{1}{2} R_1$.

Stel:

$$O_2 = f(x) \cdot R_1$$

Een benaderingsfout is in het vlak van de doorsnede bepaald als verschil tussen twee oppervlakken (zie fig. 5):

1. het oppervlak O_1 onder het maaiveld tussen $x - \frac{1}{2} R_1$ en $x + \frac{1}{2} R_1$
2. Het oppervlak $O_2 = f(x) \cdot R_1$ bepaald uit de hoogtemeting in x .

Voorlopig geldt:

$$\text{fout} = f = \int_{x - \frac{1}{2} R_1}^{x + \frac{1}{2} R_1} f(x) \cdot dx - f(x) \cdot R_1 = O_1 - O_2 \quad (\text{m}^2) \quad (4)$$

2.4. Toelichting op de foutfunctie

Het integreren van de maaiveldfunctie levert een gebiedsgebonden, dus voorwaardelijke beschrijving op. Om dit te voorkomen is de foutfunctie samengesteld naar analogie van de maaiveldfunctie.

2.4.1. Het oppervlak onder het maaiveld in doorsnede

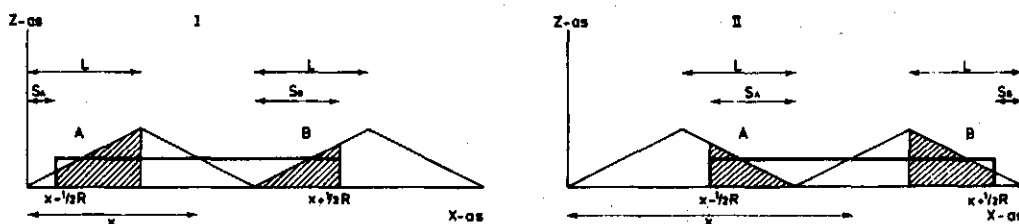


Fig. 6. Toelichting op de foutfunctie

A. Stel:

$$A = q_A \left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_A^2 \right) + \left(\frac{1 - q_A}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 \quad (5)$$

Nu geldt:

$$\begin{aligned} \text{I. } q_A = +1 \quad A &= 1 \left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_A^2 \right) + \left(\frac{1 - 1}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 \\ &= \frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_A^2 \\ &= A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } q_A = -1 \quad A &= -1 \left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_A^2 \right) + \left(\frac{1 + 1}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 \\ &= -\frac{1}{2} a L^2 + \frac{1}{2} a S_A^2 + \frac{1}{2} a L^2 \\ &= \frac{1}{2} a S_A^2 \\ &= A \end{aligned}$$

waarin:

$$n_A = \text{INT}\left(\frac{x - \frac{1}{2} R_1}{L}\right) \quad q_A = \sin\left(\frac{1}{2} + n_A\right) \pi \quad N_A = n_A + \left(\frac{1 - q_A}{2}\right)$$

$$S_A = x - \frac{1}{2} R_1 - N_A L$$

In beide gevallen wordt het juiste oppervlak gevonden.

Stel $x - \frac{1}{2} R_1$ ligt onder in een greppel, dan volgt daaruit:

$$q_A = 1 \quad \text{en} \quad S_A = 0$$

$$\begin{aligned} A &= 1\left(\frac{1}{2} a L^2\right) + \left(\frac{1-1}{2}\right) \frac{1}{2} a L^2 \\ &= \frac{1}{2} a L^2 \end{aligned}$$

Stel $x - \frac{1}{2} R_1$ ligt boven op een kruin, dan volgt daaruit:

$$q_A = -1 \quad \text{en} \quad S_A = L$$

$$\begin{aligned} A &= -1\left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a L^2\right) + \left(\frac{1+1}{2}\right) \frac{1}{2} a L^2 \\ &= \frac{1}{2} a L^2 \end{aligned}$$

Met $x - \frac{1}{2} R_1$ op de knikpunten wordt telkens $A = \frac{1}{2} a L^2$ berekend.

B. Stel:

$$B = -q_B\left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_B^2\right) + \left(\frac{1+q_B}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 \quad (6)$$

Nu geldt:

$$\begin{aligned} \text{I. } q_B = +1 \quad B &= -1\left(\frac{1}{2} a L^2 - B\right) + \left(\frac{1+1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 \\ &= -\frac{1}{2} a L^2 + B + \frac{1}{2} a L^2 \\ &= B \end{aligned}$$

$$\text{II. } q_B = -1 \quad B = 1(B) + \left(\frac{1-1}{2}\right) \frac{1}{2} a L^2$$

$$= B$$

waarin:

$$n_B = \text{INT}\left(\frac{x + \frac{1}{2} R_1}{L}\right) \quad q_A = \sin\left(\frac{1}{2} + n_B\right) \pi$$

$$N_b = n_B + \left(\frac{1 - q_B}{2}\right) \quad S_B = x + \frac{1}{2} R_1 - N_B L$$

In beide gevallen wordt het juiste oppervlak gevonden.

Stel $x + \frac{1}{2} R_1$ ligt onder in een greppel, dan volgt daaruit:

$$q_B = 1 \quad \text{en} \quad S_B = 0$$

$$B = -1\left(\frac{1}{2} a L^2\right) + \left(\frac{1+1}{2}\right) \frac{1}{2} a L^2$$

$$= -\frac{1}{2} a L^2 + \frac{1}{2} a L^2$$

$$= 0$$

Stel $x + \frac{1}{2} R_1$ ligt boven op een kruin, dan volgt daaruit:

$$q_B = -1 \quad \text{en} \quad S_B = L$$

$$B = 1\left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a L^2\right) + \left(\frac{1-1}{2}\right) \frac{1}{2} a L^2$$

$$= 0$$

Met $x + \frac{1}{2} R_1$ op de knikpunten wordt telkens $B = 0$ berekend.

Het oppervlak onder het maaiveld tussen $x - \frac{1}{2} R$ en $x + \frac{1}{2} R$ kan nu als volgt worden bepaald:

$$O_1 = A + B + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right) \quad (7)$$

De constante c bepaalt het aantal malen dat een segment (driehoekig oppervlak) ter grootte van $\frac{1}{2} a L^2$ in zijn geheel voor-

komt tussen $x - \frac{1}{2} R_1$ en $x + \frac{1}{2} R_1$ (fig. 6). A en B moeten dus altijd kleiner zijn dan $\frac{1}{2} a L^2$.

Aan deze voorwaarde wordt niet voldaan als $x - \frac{1}{2} R_1$ in een knikpunt terecht komt.

Bij het bepalen van de constante c is hiermee echter rekening gehouden.

C. Stel:

$$c = \frac{(R_1 - (\frac{1}{2} L(q_A - q_B + 2) + S_B - S_A))}{L}$$

Nu geldt: als $q > 0$ dan stijgt het maaiveld en is $S \geq 0$ (par. 2.2)
als $q < 0$ dan daalt het maaiveld en is $S < 0$

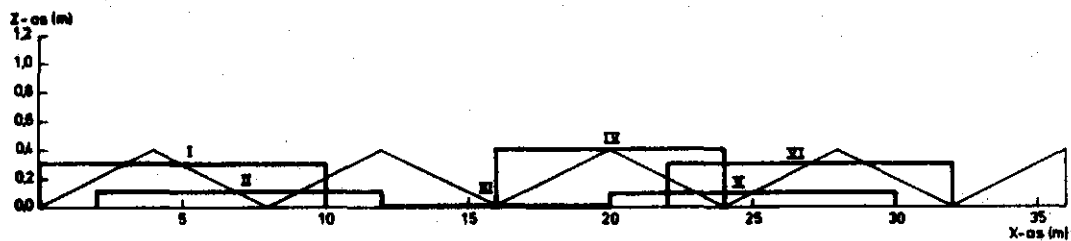


Fig. 7. Toetsing van de constante c

Ter illustratie van de werking van de gelijkheid is c berekend in een zestal bijzondere gevallen (fig. 7). De waarde van de basisvariabelen x , H , L en R_1 zijn in de figuur af te lezen.

$$I. c = \frac{(10 - (\frac{1}{2} \cdot 4(1 - 1 + 2) + 2 - 0))}{4}$$

$$c = 1$$

In de figuur is te zien dat c gelijk aan 2 had moeten zijn. Er is echter compensatie daar $x - \frac{1}{2} R$ in een knikpunt ligt.

waardoor A gelijk wordt aan $\frac{1}{2} a L^2$ (par. 2.4.1).

$$\text{II. } c = \frac{10 - \left(\frac{1}{2} \cdot 4(1 + 1 + 2) - 4 - 2\right)}{4}$$

$$c = 2$$

$$\text{III. } c = \frac{(8 - \left(\frac{1}{2} \cdot 4(-1 + 1 + 2) - 4 + 4\right))}{4}$$

$$c = 1$$

Ook hier is compensatie (zie I)

$$A = \frac{1}{2} a L^2 \quad \text{en} \quad B = 0$$

$$\text{IV. } c = \frac{(8 - \left(\frac{1}{2} \cdot 4(1 - 1 + 2) + 0 - 0\right))}{4}$$

$$c = 1$$

Ook hier is compensatie (zie I)

$$\text{V. } c = \frac{(10 - \left(\frac{1}{2} \cdot 4(-1 + 1 + 2) - 2 + 4\right))}{4}$$

$$c = 1$$

Ook hier is compensatie (zie I)

$$\text{VI. } c = \frac{(10 - \left(\frac{1}{2} \cdot 4(-1 - 1 + 2) + 0 + 2\right))}{4}$$

$$c = 2$$

Als $R_1 \leq L$ dan doen zich opnieuw een aantal bijzondere gevallen voor (fig. 8).

Als $R_1 = L$ dan volgt daaruit dat $c = 0$

Als $R_1 < L$ dan volgt daaruit dat $c = -1$

Na substitutie in $O_1 = A + B + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right)$ wordt in alle gevallen het juiste oppervlak gevonden.

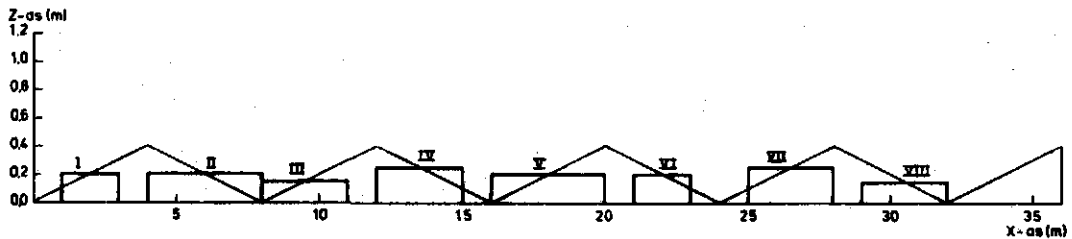


Fig. 8. Toetsing van de constante c

2.4.2. De fout als verschil tussen oppervlakken

$$\text{fout} = f = O_1 - O_2 \quad (\text{par. 2.3})$$

$$= A + B + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right) - f(x) \cdot R_1$$

$$= q_A \left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_A^2\right) + \left(\frac{1 - q_A}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 - q_B \left(\frac{1}{2} a L^2 - \frac{1}{2} a S_B^2\right) + \\ + \left(\frac{1 + q_B}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} a L^2 + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right) - f(x) \cdot R_1 \quad (\text{m}^2)$$

Vereenvoudigd:

$$\text{fout} = \frac{1}{4} a L^2 (q_A - q_B + 2) + \frac{1}{2} a (S_B^2 \cdot q_B - S_A^2 q_A) + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right) - \\ - f(x) \cdot R_1 \quad (\text{m}^2) \quad (8)$$

2.4.3. De fout als verschil tussen inhouden

Zolang R_1 (fig. 1) loodrecht op de greppelrichting staat en de x-waarde vast is, wordt bij elke y-waarde eenzelfde O_1 en O_2 gevonden, dus ook eenzelfde $f = O_1 - O_2$. Daarom geldt:

$$\text{fout} = F = (O_1 - O_2) R_2 \quad (\text{m}^3) \quad (9)$$

2.5. De fout bij verdraaid ruitennet

Wanneer R_1 niet loodrecht op de greppelinrichting staat, treedt een nieuwe situatie op (fig. 9).

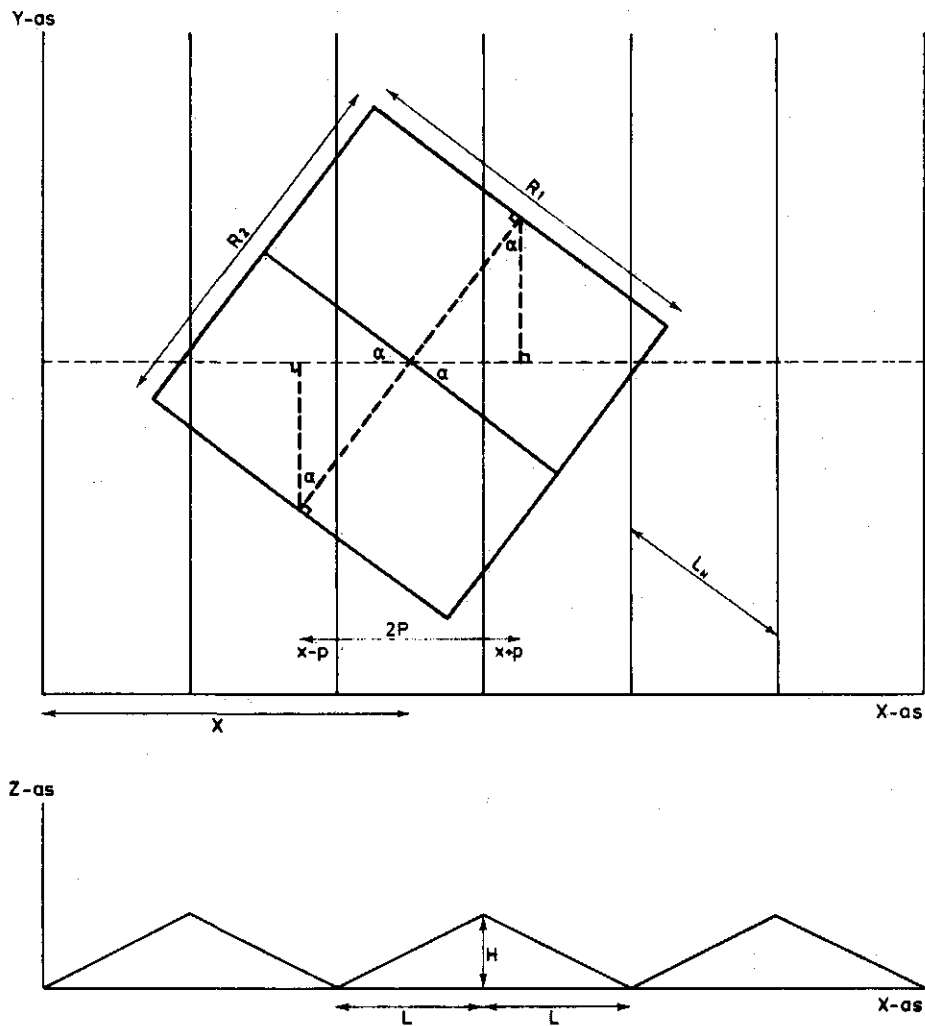


Fig. 9. Hoekverdraaiing van het ruitennet

2.5.1. De fout als verschil tussen oppervlakken

Om de doorsnede van het maaiveld bij verdraaid ruitennet te kunnen bepalen is slechts een geringe aanpassing nodig in twee van de basisvariabelen. De variabelen H , R_1 en R_2 veranderen niet. De variabele L echter neemt in de richting van R_1 een andere waarde aan:

$$L_{\text{Hoek}} = L_H = \frac{L}{\cos \alpha} \quad (\text{fig. 9})$$

Hierdoor verandert O_1 :

$$\begin{aligned} O_1 &= A + B + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right) \\ &= \frac{1}{4} a L^2 (q_A - q_B + 2) + \frac{1}{2} a (S_B^2 q_B - S_A^2 q_A) + c\left(\frac{1}{2} a L^2\right) \\ &= \frac{1}{4} \frac{H}{L} L^2 (q_A - q_B + 2) + \frac{1}{2} \frac{H}{L} (S_B^2 q_B - S_A^2 q_A) + c\left(\frac{1}{2} \frac{H}{L} L^2\right) \\ &= \frac{HL}{4 \cos \alpha} (q_A - q_B + 2) + \frac{H \cos \alpha}{2 L} (S_B^2 q_B - S_A^2 q_A) + c\left(\frac{HL}{2 \cos \alpha}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

De variabele x neemt in de richting van R_1 eveneens een andere waarde aan, dus in O_1 geldt nu:

$$x_{\text{Hoek}} = x_H = \frac{x}{\cos \alpha} \quad (\text{fig. 9})$$

Daaruit volgt: $f = O_1 - O_2$ waarin:

$$n_A = \text{INT} \left(\frac{\frac{x}{\cos \alpha} - \frac{R_1}{2}}{\frac{L}{\cos \alpha}} \right) = \text{INT} \left(\frac{1}{L} \left(x - \frac{R_1 \cos \alpha}{2} \right) \right)$$

$$q_A = \sin\left(\frac{1}{2} + n_A\right) \pi$$

$$N_A = n_A + \left(\frac{1 - q_A}{2}\right)$$

$$S_A = \frac{x}{\cos \alpha} - \frac{R_1}{2} - N_A \cdot \frac{L}{\cos \alpha} \quad \text{en:}$$

$$n_B = \text{INT} \left(\frac{\frac{x}{\cos \alpha} + \frac{R_1}{2}}{\frac{L}{\cos \alpha}} \right) = \text{INT} \left(\frac{1}{L} \left(x - \frac{R_1 \cos \alpha}{2} \right) \right)$$

$$q_B = \sin\left(\frac{1}{2} + n_B\right) \pi$$

$$N_B = n_B + \left(\frac{1 - q_B}{2}\right)$$

$$S_B = \frac{x}{\cos \alpha} + \frac{R_1}{2} - N_B \cdot \frac{L}{\cos \alpha}$$

Om de maaiveldhoogte in de plaatscoördinaat x te vinden kan x ongewijzigd in de maaiveldfunctie $f(x)$ worden ingevoerd (fig. 9).

De gevonden vorm voor O_1 (10) is universeel. Wanneer $\alpha = 0$ dan volgt daaruit dat:

$$\cos \alpha = 1 \quad \text{dus} \quad L_H = L \quad \text{en}$$

$$x_H = x$$

2.5.2. De fout als verschil tussen inhouden

Wanneer R_1 niet loodrecht op de greppelrichting staat leidt de vorm $F = (O_1 - O_2) R_2$ (10) tot een onjuiste oplossing.

Nog steeds geldt dat bij een vaste x -waarde in combinatie met elke willekeurige y -waarde eenzelfde oppervlak O_1 wordt gevonden. Om in elke mogelijke doorsnede (evenwijdig aan R_1) O_1 te kunnen bepalen moet x echter worden gevarieerd tussen $x - p$ en $x + p$ (fig. 9).

Nu geldt:

$$F = \int_{x-p}^{x+p} O_1 \cdot dx - f(x) \cdot R_1 \cdot R_2 \quad (11)$$

Het integreren van het eerste lid van deze definitieve foutfunctie leidt tot ingewikkelde vormen.

2.6. Toepassingsmogelijkheden van het model

Door voor het berekenen van de fout een programmeerbare rekenmachine te gebruiken, vervalt de noodzaak om de term $\int_{x-p}^{x+p} O_1 \cdot dx$ analytisch te integreren.

De door deze term voorgestelde inhoud kan numeriek worden benaderd. Wanneer het interval tussen de verschillende x-waarden (x varieert van x-p t/m x+p) klein genoeg wordt gekozen is de gemaakte berekeningsfout onbeduidend klein (fig. 9). Nu geldt:

$$P = \frac{R_2 \sin \alpha}{2} \quad (12)$$

De praktische gang van zaken is eenvoudig. Uit de som van alle berekende oppervlakken wordt het gemiddelde bepaald. Dit gemiddelde oppervlak O_1 geldt weer over een lengte R_2 .

3. RESULTATEN

Met behulp van het model zijn benaderingsfouten berekend. In grafieken is het gedrag van de fout in afhankelijkheid van een aantal factoren zichtbaar gemaakt.

Bij het bekijken van de grafieken moet enige voorzichtigheid in acht worden genomen. Het model is slechts een benadering van de werkelijkheid (fig. 10).

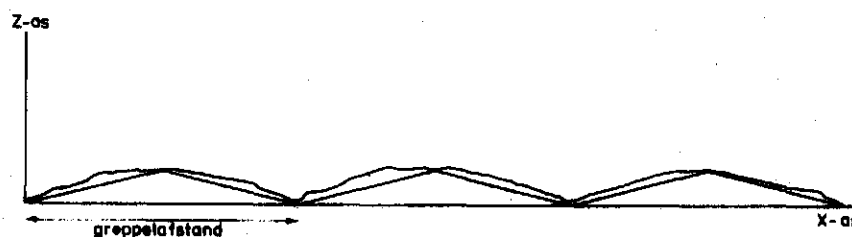


Fig. 10. Benadering van de werkelijke maaiveldligging

3.1. De fout bij veranderende richting van het ruitennet

In fig. 11 is de fout voor een zevental meetpunten uitgezet tegen de veranderende richting van het ruitennet. Voor de fout zijn zowel positieve als negatieve waarden gevonden. Dit komt omdat deze is gedefinieerd als verschil tussen inhouden. Volgens deze definitie betekent een positieve fout een hoeveelheid te weinig gemeten grond en een negatieve fout een hoeveelheid te veel gemeten grond (11). Dit heeft een prettige bijkomstigheid. Daar de fout is uitgedrukt in kubieke meters (m^3) per meetpunt, kan een correctie in centimeters worden berekend. Hiervoor moet de fout worden gedeeld door $100 \times R_1 \cdot R_2$. Wanneer nu de correctie bij de gevonden maaiveldhoogte wordt opgeteld zorgt het teken automatisch voor de gewenste verhoging of verlaging van het hoogtecijfer. Als de baak

in de buurt van $\frac{1}{2} L$ wordt gezet dan nadert de fout tot nul. In dat punt is de gevonden maaiveldhoogte representatief voor het omliggende maaiveld, het is de gemiddelde maaiveldhoogte binnen een ruit. In elke willekeurige maaiveld is een dergelijk punt te vinden, het verschijnsel van de 'spiegelsymmetrie' is echter typerend voor het model-maaiveld.

In de grafieken is daarom soms volstaan met de weergave van de positieve fout.

Het is logisch dat de fout maximaal is in de knikpunten van het maaiveld en dat zij geleidelijk afneemt naarmate de baak dichterbij $\frac{1}{2} L$ wordt neergezet. Per baakopstelling blijkt de fout echter evenmin constant te zijn. Als R_1 een hoek van 0° of 90° maakt met de x-richting (fig. 9) dan blijkt de fout per meetpunt maximaal te zijn. Een minimum treedt op bij 45° . Dit geldt echter alleen bij de gekozen waarden voor H, L (EBBERS, 1973, blz. 88) en de maaswijdte van het meetnet $R.R_2 = 10$.

In fig. 12 is de fout voor één meetpunt bij een twaalfstal waarden van $R.R_2$ uitgezet tegen de veranderende richting van het ruitennet. Nu blijkt dat het optreden van maxima en minima per meetpunt niet alleen van α (fig. 9) afhankelijk is, maar dat de waarde van $R_1 R_2$ hierbij een belangrijke rol speelt.

Dit verschijnsel wordt nog eens geïllustreerd in fig. 13. In deze figuur is de fout voor een vijftal meetpunten bij twee verschillende waarden van α uitgezet tegen een stijgende waarde van $R_1 R_2$.

In fig. 14 is het verschil tussen de absolute maxima en minima per $R_1 R_2$ -waarde uit fig. 12, uitgezet tegen de verhouding R/L . Het blijkt dat dit verschil het kleinste is in de punten $R/L = 4$ en $R/L = 6$.

3.2. De fout bij eenzijdige verdichting van het ruitennet

In fig. 15 is de fout voor een zevental meetpunten bij een eenzijdig verdicht ruitennet uitgezet tegen de veranderende richting van het ruitennet.

De verdichting heeft plaatsgevonden in de richting van R_1 (fig. 9). Van Symmetrie bij $\alpha = 0^\circ$ en $\alpha = 90^\circ$ is nu geen sprake meer. Bij $\alpha = 0^\circ$ is de meetfout per punt minimaal. Bij $\alpha = 90^\circ$ is de meetfout maximaal. Ook nu geldt dat deze situatie sterk gebonden is aan de waarden van de variabelen.

In fig. 16 is de fout voor één meetpunt bij een tiental R_1 - R_2 verhouding uitgezet tegen de veranderende richting van het ruitennet.

Uit de figuur blijkt de plaats van de maxima en minima bij elke combinatie van R_1 en R_2 anders te zijn. De fout neemt toe naarmate het oppervlak $R_1 \times R_2$ groter wordt. Het minimum schuift tegelijkertijd op naar 45° .

3.3. De fout bij variabele kruinhoogte

In fig. 17 is de meetfout voor een vijftal meetpunten bij een tweetal hoeken uitgezet tegen de kruinhoogte. Het verband is volkomen lineair. $R_1 R_2 = 10$ m, waardoor de fout bij $\alpha = 45^\circ$ kleiner is dan bij $\alpha = 0^\circ$ of 90° (fig. 12). In fig. 18 is hetzelfde weergegeven als in fig. 17 bij $R_1 R_2 = 15$ m, waardoor de fout bij $\alpha = 45^\circ$ groter is dan bij $\alpha = 0^\circ$ of 90° (fig. 12, 13).

3.4. De fout bij een variabele greppelafstand

In fig. 19 is de meetfout voor één meetpunt bij twee $R_1 R_2$ -waarden en een aantal hoeken uitgezet tegen de halve greppelafstand. Uit de figuur valt af te leiden dat de fout maximaal is bij $\frac{R}{L} = 2,86 \dots$. Naarmate $\frac{R}{L}$ kleiner wordt, neemt de fout af.

Dit alles speelt zich af bij een vaste waarde van $R_1 R_2$. Dus als

$L = 7$ m dan moet in geen geval worden gekozen voor $R_1 R_2 = 20$ m. Dan wordt $\frac{R}{L} = \frac{20}{7} = 2,58$. Dit is de verhouding waarbij een maximum is geconstateerd.

Wordt $R_1 R_2$ kleiner gekozen, dan is de fout bij eenzelfde $\frac{R}{L}$ verhouding eveneens kleiner.

4. SAMENVATTING, CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

Met behulp van een wiskundig model is de benaderingsfout, gemaakt bij het terrein waterpassen in een kwadraatnet van percelen met smalle evenwijdig liggende kruinige akkertjes, berekend in een groot aantal verschillende situaties.

In grafieken is het gedrag van de fout in afhankelijkheid van de greppelafstand ($2L$), de kruinhoogte (H), de plaats waar de baak op het maaiveld terecht komt (x), de gebruikte maaswijdte van het kwadraatnet (R_1, R_2) en de richting van dat meetnet ten opzichte van de greppelrichting (α), weergegeven (hfdst. 3).

Met behulp van de grafieken kan niet zonder meer een optimale meetmethode worden herleid.

Er zijn twee uitgangspunten mogelijk bij een poging hetgeen tot nu toe in deze studie is geconstateerd praktisch toe te passen.

Het optimaliseren van de meetmethode aan de hand van de gevonden relaties is één mogelijkheid. Dit houdt in dat bij een bekende kruinhoogte en greppelafstand waarden voor R_1 , R_2 en α worden gekozen waarbij de benaderingsfout minimaal is.

Hieraan is een aantal nadelen verbonden. De in deze studie gebruikte maaiveldbeschrijving (dakprofiel) is onvoldoende getoetst aan de werkelijkheid. De fout wordt geminimaliseerd, maar niet nihil, tenzij het meetnet zeer sterk wordt verdicht. Het werken met een aangepast ruitennet vraagt veel uitzettijd, die waarschijnlijk niet in een economisch verantwoorde verhouding staat tot het daarmee verkregen resultaat.

De tweede mogelijkheid is het corrigeren van meetgegevens die uit de traditionele meetmethode zijn verkregen. De greppelafstand (L), de kruinhoogte (H) en de richting van het meetnet (α) kunnen in het veld op eenvoudige wijze worden bepaald. Met behulp van deze gegevens kan voor elke baakopstelling een plaatscoördinaat (x) worden herleid. Hiermee is middels het rekenmodel de benaderingsfout per meetpunt te vinden. Door de in het veld gevonden hoogtecijfers te corrigeren (par. 3.1) wordt de benaderingsfout geëlimineerd.

Dit rekenwerk kan in grote mate worden geautomatiseerd, waardoor

een aanzienlijke tijdwinst ontstaat.

Het nadeel van de onvoldoende getoetste maaiveldfunctie blijft. Het huidige model is echter op eenvoudige wijze geschikt te maken voor bijvoorbeeld een maaiveldbeschrijving met behulp van ellipsen. Pas nadat voldoende gegevens zijn verzameld over de werkelijke maaiveldligging, kan een maaiveldfunctie worden gezocht die optimaal met de werkelijke situatie correleert.

Ook kan worden getracht de correlatie van het huidige model met de werkelijkheid te onderzoeken door middel van herberekening van oude grondverzetten.

Voor elk hoogtecijfer kan een correctiewaarde worden berekend (mits H , L en α bekend zijn). Daarna zal moeten blijken of en zo ja, in welke mate het herberekende grondverzet beter overeenkomt met het werkelijk gemeten grondverzet dan bij de oorspronkelijke berekening.

LITERATUUR

- EBBERS, W.J., 1973. Onderzoek naar de functie van greppels in grasland. p. 88-91.
- 1976. Oppervlakte-afvoer op zware kleigraslanden. p 267-273 in Cultuurtechnisch Tijdschrift.
- MULLER, J.A., 1974. Landmeten en waterpassen. Stam Technische Boeken, Culemborg.

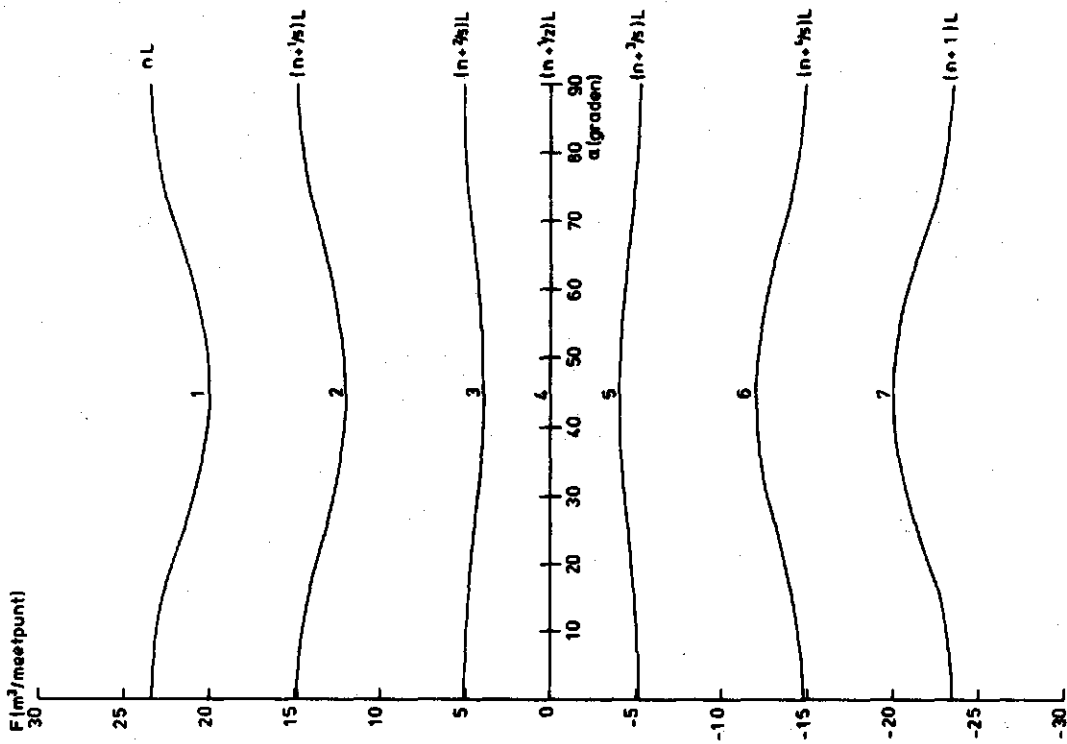


Fig. 11.

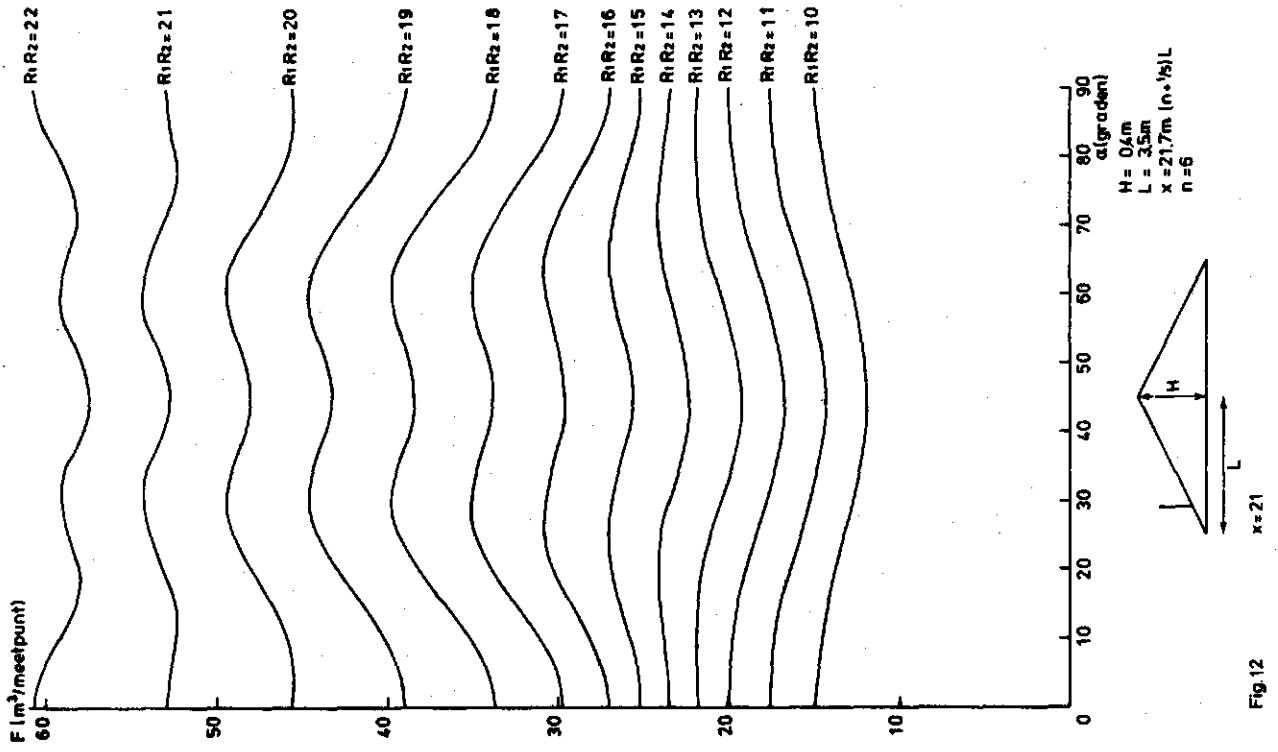


Fig. 12

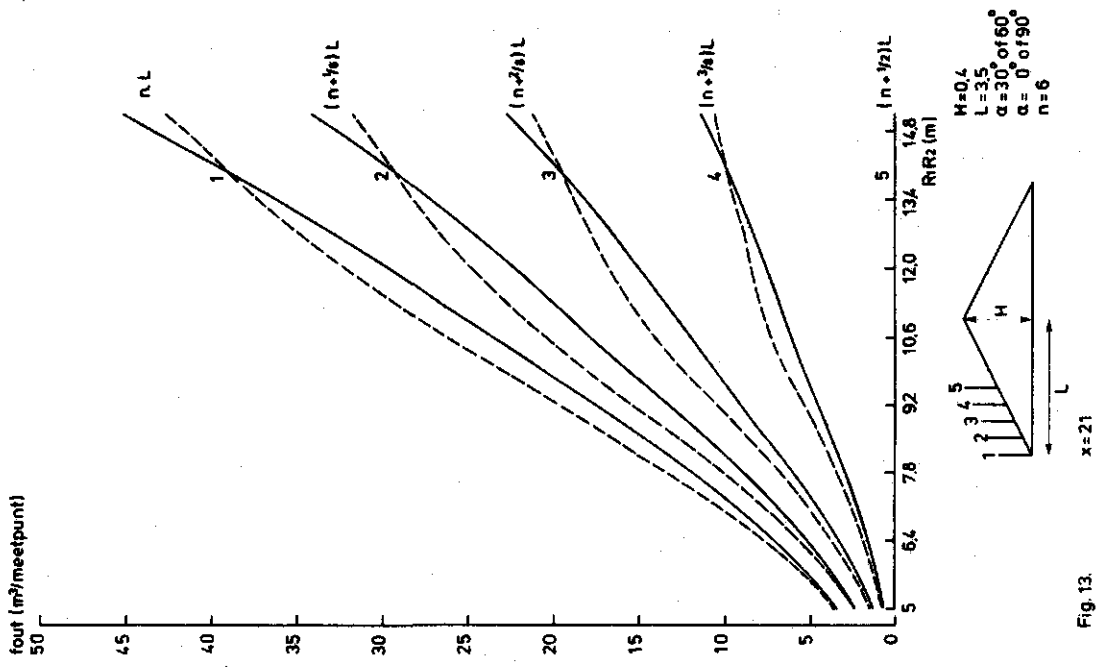


Fig. 13.

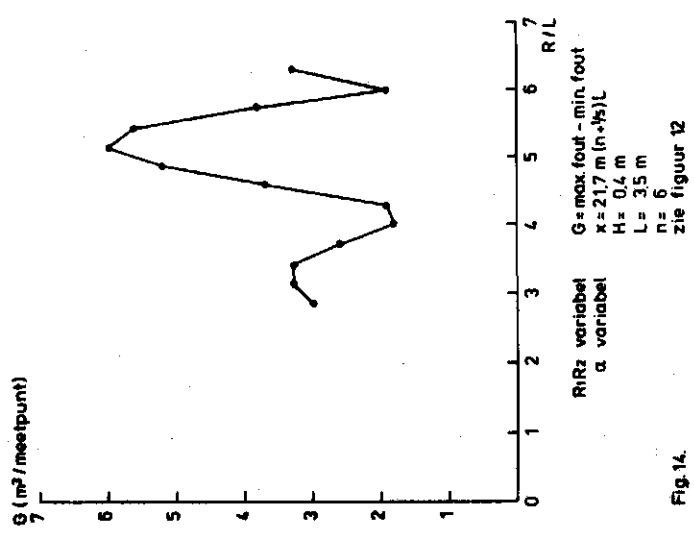


Fig. 14.

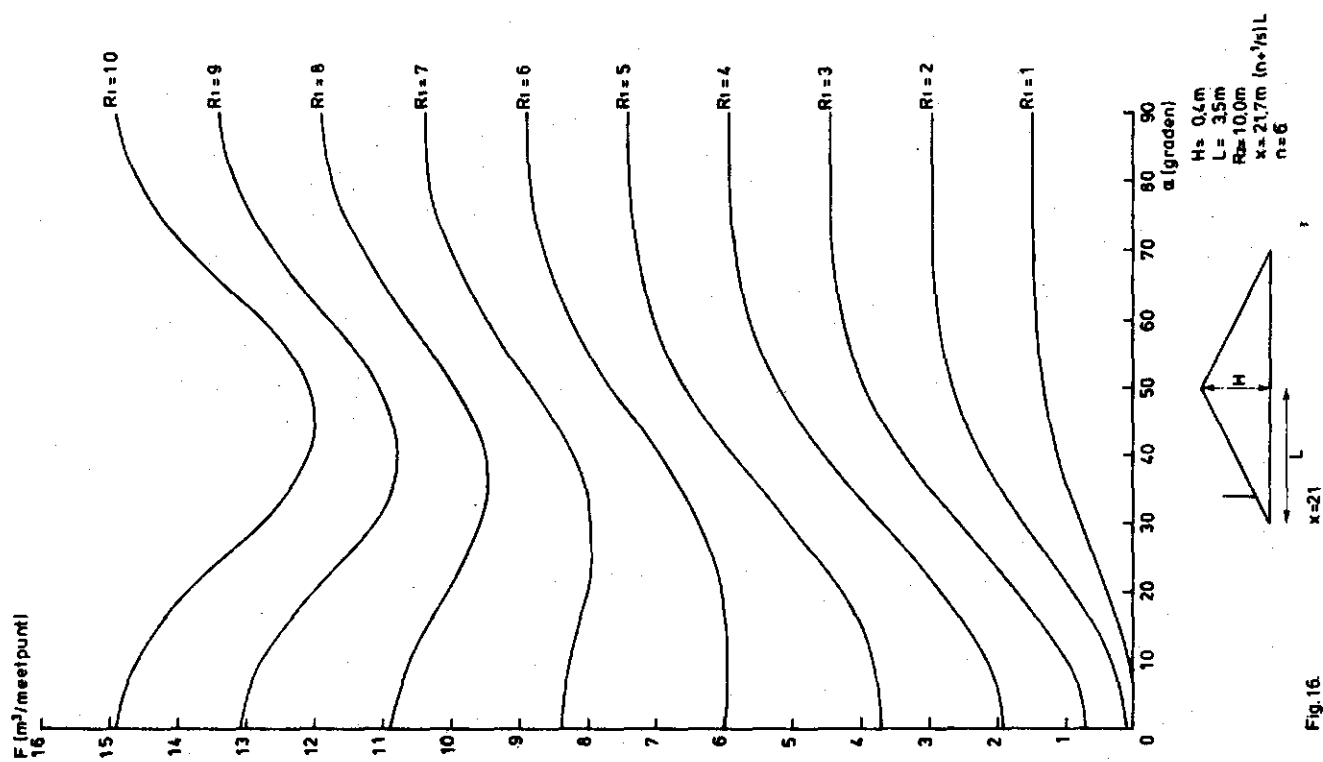


Fig. 16.

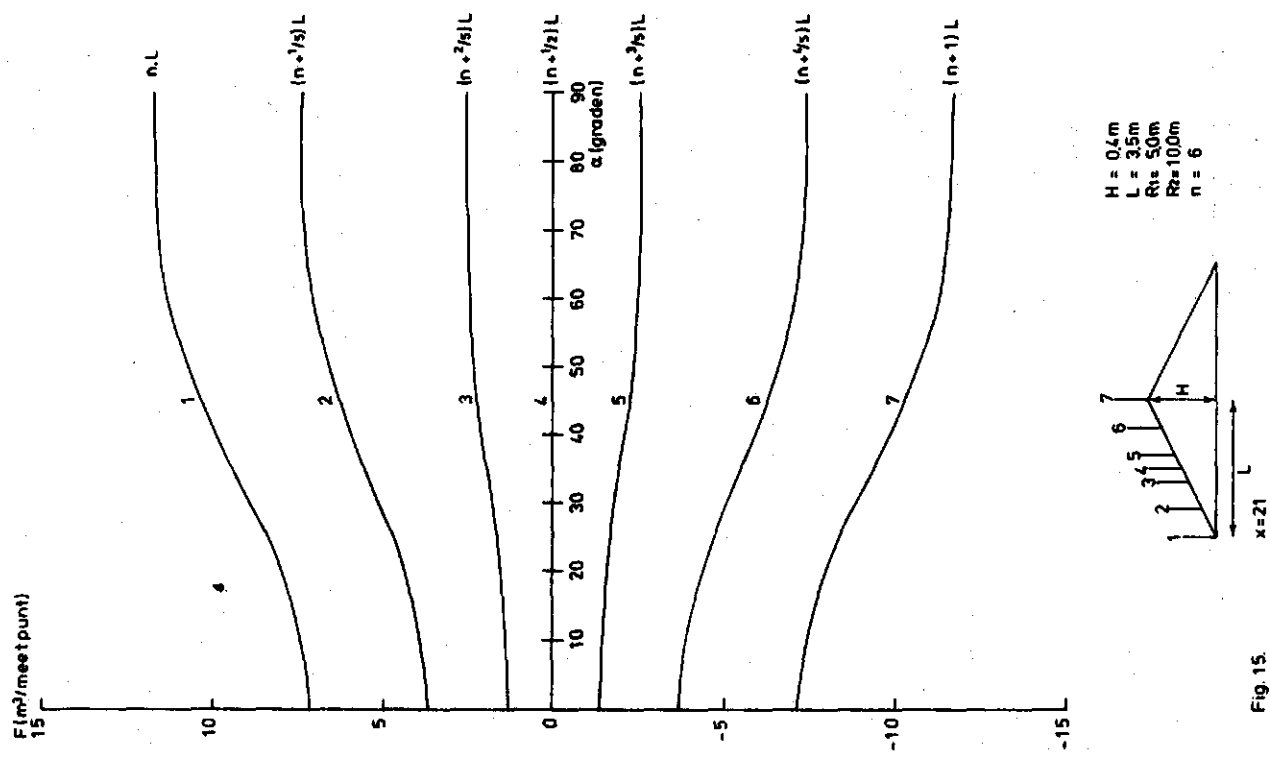


Fig. 15.

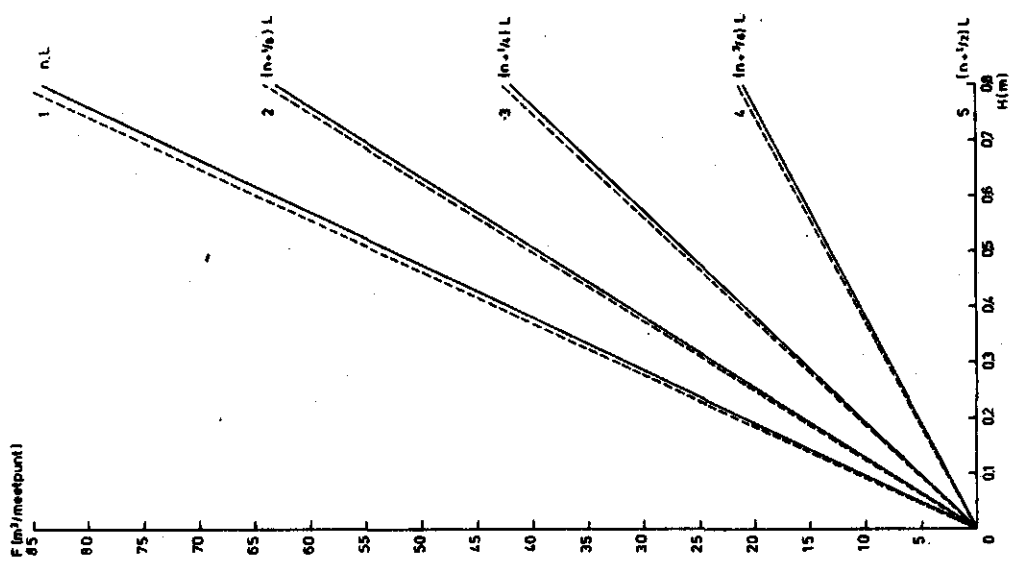


Fig. 18.

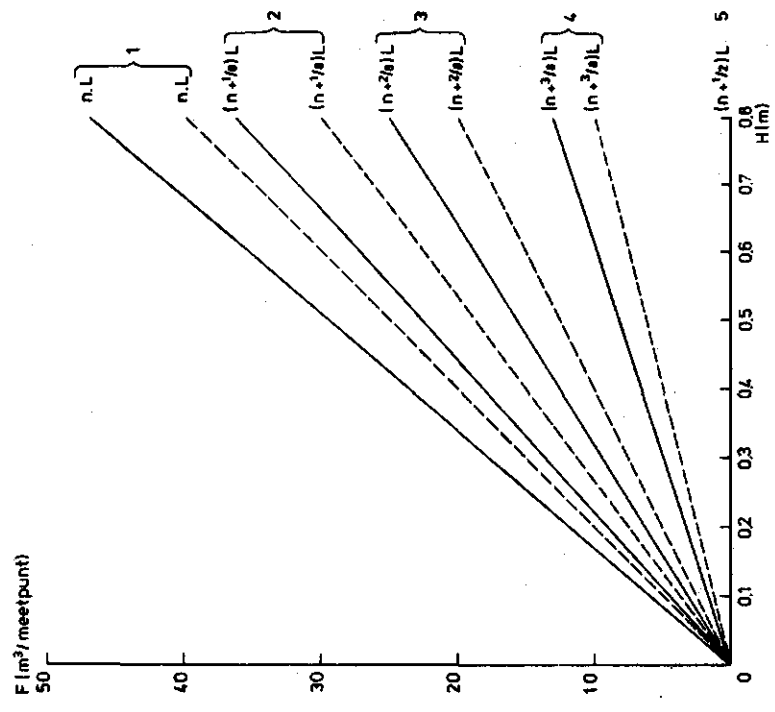


Fig. 17.

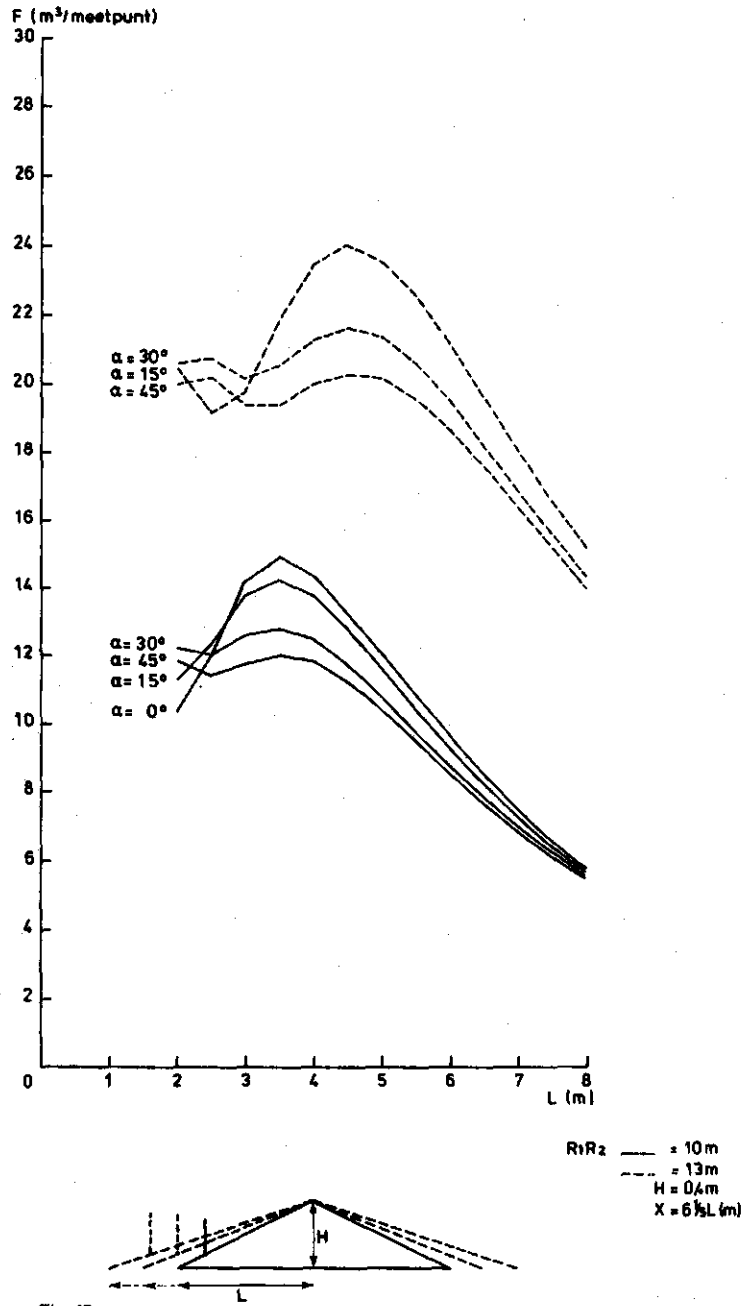


Fig. 19.