

NN31545.1507

januari 1984

voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

**BIBLIOTHEEK
STARINGGEBOUW**

BESPREKING VAN ENKELE METHODISCHE ASPECTEN VAN HET
PROJECT OPTIMALISERING REGIONAAL WATERBEHEER

drs. J. Vreke

BIBLIOTHEEK DE STARING
Droevendaalsesteeg 6a
Postbus 241
6700 AE Wageningen

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-
middelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek
nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut
in aanmerking

1790375

16 FEB. 1998

CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS



0000 0941 2566

I N H O U D

	Blz.
1. INLEIDING	1
2. OVERZICHT VOORGESTELDE PROCEDURE	2
3. HET SCENARIO GENEREREND SYSTEEM	5
4. HET BEHEERSPLAN ANALYSEREND SYSTEEM	8
5. DE ROL VAN DE RPMA IN DE PROCEDURE	9
6. TOELICHTING BEPALING VOORWAARDEN OPTIMALISERINGSMODEL	10

1. INLEIDING

In het project optimalisering regionaal waterbeheer is gekozen voor een procedure waarbij in de eerste fase de gewenste ontwikkeling gegeneerd wordt waarna in de tweede fase een beheersplan voor het regionale waterbeheer wordt gezocht waarmee de gewenste ontwikkeling kan worden benaderd. Het doel van deze nota is het geven van een overzicht van de procedure en van inzicht in de werking van de procedure. Hierbij wordt niet ingegaan op de aan de procedure ten grondslag liggende modellen.

Voor een beoordeling van de procedure is het nodig de probleemstelling van het project en de daaruit voortkomende voorwaarden voor de procedure te vermelden. De doelstelling van het project is het ontwikkelen van een methode die het mogelijk maakt alternatieven voor het beheer van grond- en oppervlaktewater te analyseren met betrekking tot waterkwaliteits- en waterkwantiteitsaspecten in gebieden waar landbouw, natuur en openbare watervoorziening belangrijke en vaak tegengestelde belangen hebben. Deze doelstelling heeft tot gevolg dat de procedure aan de volgende eisen moet voldoen:

- a. de procedure moet algemeen toepasbaar zijn. Dit wil zeggen dat de procedure voor andere gebieden met gelijksoortige problemen kan worden toegepast. Gebiedskenmerken moeten dus eenvoudig in de procedure ingevoerd kunnen worden;
- b. de procedure moet niet op één noemer herleidbare grootheden vergelijken of vergelijkbaar maken;
- c. (ook volgende uit a) de voor de analyse van belang zijnde processen en de relaties tussen deze processen moeten beschreven worden. Dit moet zodanig gebeuren dat processen toegevoegd of weggelaten kunnen worden bij toepassing voor andere gebieden.

Deze voorwaarden zijn het uitgangspunt geweest bij de keuze voor de in deze nota beschreven procedure. In hoofdstuk 2 wordt een overzicht

1. The first part of the document

describes the general situation of the company and the results of the audit.

2. The second part of the document

describes the results of the audit.

van de voorgestelde procedure gegeven. In de hoofdstukken 3 en 4 wordt ingegaan op twee belangrijke onderdelen van de procedure, het scenario genererend systeem en het beheersplan analyserend systeem. De rol van het beleid in de procedure wordt toegelicht in hoofdstuk 5. In hoofdstuk 6 wordt aan de hand van een voorbeeld (keuze voor een natuurgebied) globaal aangegeven hoe bepaalde beleidsbeslissingen doorwerken in het scenario genererend systeem. In bijlage 1 worden de principes van de lineaire programmering besproken. Dit wordt gedaan om inzicht te geven in de werking van het in de procedure opgenomen optimaliseringsmodel.

In deze nota worden een aantal begrippen gehanteerd die, mogelijk, enige toelichting behoeven. Verondersteld wordt dat het waterbeheer wordt bepaald door één fictieve het regionale beleid bepalende instantie (Regional Policy Making Authority, RPMA). Deze instantie wordt in deze nota aangeduid als RPMA. Een tweede begrip dat toelichting behoeft is scenario. Hiermee wordt de ontwikkeling van de voor de RPMA van belangzijnde grootheden in het gebied aangeduid.

2. OVERZICHT VOORGESTELDE PROCEDURE

De gevolgde procedure beoogt voor een gebied een optimaal waterbeheer te genereren. Hiertoe staat de RPMA een aantal maatregelen ter beschikking die kunnen worden verdeeld in:

- a. maatregelen die het regionale watersysteem direct beïnvloeden. Dit kunnen maatregelen zijn die de infrastructuur veranderen (b.v. vergroten wateraanvoer capaciteit) of veranderingen in het waterbeheer (b.v. peilbeheer);
- b. maatregelen die het gedrag van de gebruikers beïnvloeden. Hierbij worden onderscheiden directe beïnvloeding (b.v. opleggen beperking m.b.t. mestgebruik) en indirecte beïnvloeding (b.v. voorlichting en subsidies op bepaalde investeringen).

De doelstellingen van de RPMA komen overeen met de doelstellingen van de regionale overheid, die in dit speciale geval worden beperkt tot de gebruikers van het water (landbouw, natuur en openbare waterwinning). De belangen van eventuele andere belangengroepen kunnen door middel van extra voorwaarden in de procedure worden opgenomen.

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

10

Gekozen is voor een interactieve modelmatige aanpak, deze is schematisch weergegeven in fig. 2.1. De werking van de procedure is als volgt.

- in het Scenario Genererend Systeem (SGS) wordt binnen de door de RPMA bepaalde grenzen het optimale scenario bepaald. Hierbij wordt ervan uitgegaan dat de gebruikers zich 'optimaal' gedragen (d.i. in de door de RPMA gewenste richting);
- het optimale scenario wordt beoordeeld door de RPMA. Als de RPMA tevreden is, is het gewenste scenario gevonden en wordt doorgegaan naar het beheersplan analyserend systeem. Het gewenste scenario doet nu dienst als ideaal scenario. Er wordt naar gestreefd dit scenario zo dicht mogelijk te benaderen. Als de RPMA niet tevreden is worden de grenzen waaraan het optimale scenario moet voldoen, aangepast en wordt teruggegaan naar het SGS;
- in het Beheersplan Analyserend Systeem (BAS) wordt door de keuze (door de RPMA) van een aantal maatregelen een beheersplan geformuleerd. In het BAS wordt het gedrag van de gebruikers ten aanzien van het beheersplan gesimuleerd. Dit leidt tot een verwacht scenario;
- het verwachte scenario wordt door de RPMA vergeleken met het gewenste scenario. Dit leidt tot één van de volgende beslissingen van de RPMA:

1. de RPMA is niet tevreden en formuleert een nieuw beheersplan. Er wordt teruggegaan naar het BAS;
2. de RPMA is niet tevreden en formuleert nieuwe grenzen voor het gewenste scenario. Er wordt teruggegaan naar het SGS;
3. de RPMA is tevreden. Het optimale beheersplan is gevonden.

Uit deze beschrijving volgt dat het op deze wijze gegenereerde beheersplan niet noodzakelijk het optimale beheersplan is. Feitelijk moet van een 'bevredigend' beheersplan worden gesproken. Indien gewenst kan de methode worden uitgebouwd door met de beschreven procedure een aantal beheersplannen te genereren (b.v. voor verschillende veranderingen in de infrastructuur) en vervolgens met een multi-criteria analyse het beste beheersplan bepalen.

Zowel het SGS als het BAS zijn opgebouwd uit een aantal modellen. Onderscheiden kunnen worden:

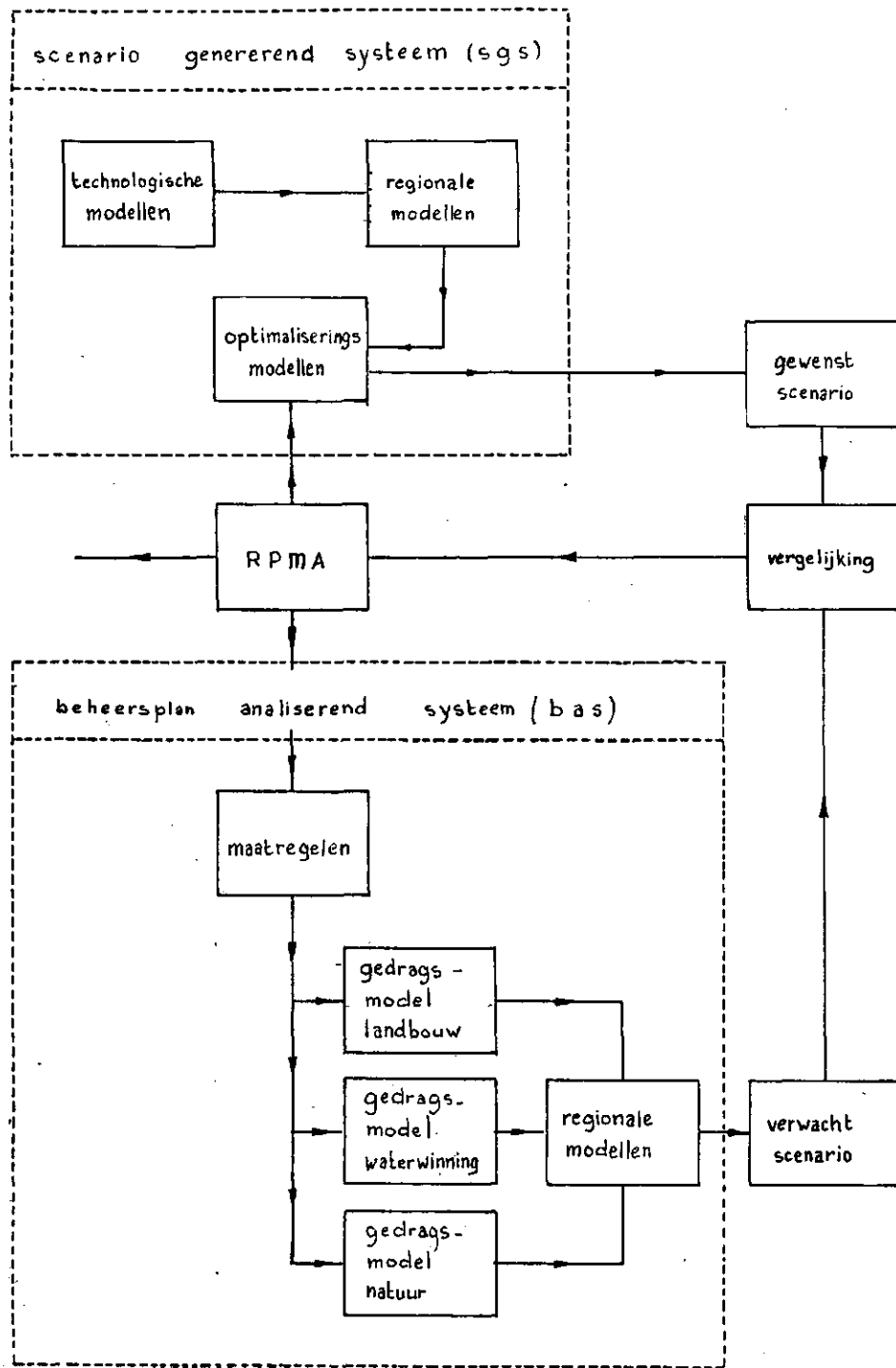


Fig. 2.1. Schematisch overzicht procedure

- technologische modellen. Dit zijn modellen die (algemene) fysische processen beschrijven. Bijvoorbeeld, bij gegeven weersomstandigheden, de produktie van een gewas bij een bepaald bodemtype. Deze modellen zijn niet gebiedspecifiek;
- gedragsmodellen. Dit zijn modellen die het gedrag van bijvoorbeeld de landbouwers beschrijven afhankelijk van onder andere de mogelijk door de RPMA te nemen maatregelen;
- regionale modellen. Dit zijn modellen die de huidige situatie en de ontwikkeling van voor de RPMA van belang zijnde grootheden in het gebied beschrijven. Deze modellen zijn regiospecifiek.

Bij toepassing van de voorgestelde procedure voor andere gebieden moeten met name de regionale modellen aangepast worden. De technologische modellen kunnen zonder meer worden toegepast en de gedragsmodellen moeten in de meeste gevallen opnieuw geschat worden.

3. HET SCENARIO GENEREREND SYSTEEM

Het Scenario Genererend Systeem (SGS) zoekt binnen de door de RPMA vastgestelde grenzen naar het optimale scenario. Als met niet op één noemer herleidbare grootheden wordt gewerkt houdt dit in dat geen van de grootheden een betere score kan bereiken zonder dat de score van een andere grootheid verslechterd. Het SGS bestaat uit technologische en regionale modellen met als middelpunt het optimaliseringsmodel. Het optimaliseringsmodel beschrijft de ontwikkeling van de voor de RPMA van belang zijnde grootheden in afhankelijkheid van het waterbeheer (zowel kwaliteit als kwantiteit). Hierbij geldt dat de onderlinge beïnvloeding van de gebruikers en van de onderscheiden deelgebieden goed tot hun recht komen. Dit houdt in dat de waterbeheersmaatregelen eenvoudig in het model ingevoerd kunnen worden.

De voor het SGS van belang zijnde maatregelen die aan de RPMA ter beschikking staan zijn:

- a. de aanvoer van water van buiten het gebied;
- b. de beheersing van de grondwaterstand (via peilbeheer);
- c. het opleggen van beperkingen met betrekking tot beregening uit grond- en oppervlaktewater (per deelgebied);

- d. het opleggen van beperkingen met betrekking tot de wateronttrekking (per deelgebied);
- e. het opleggen van beperkingen met betrekking tot het (kunst)mestgebruik per deelgebied;
- f. het veranderen van de infrastructuur van het watersysteem.

De omvang van deze maatregelen wordt buiten het SGS bepaald. Ze worden in de vorm van beperkingen in het optimaliseringsmodel ingevoerd.

Er worden drie gebruikers onderscheiden (landbouw, natuur en openbare waterwinning) waarvan de volgende grootheden voor de RPMA van belang zijn:

- voor de landbouw: de inkomens in de landbouw en de ontwikkeling van deze inkomens in de tijd;
- voor de natuur: het aantal, de aard en de omvang van natuurgebieden;
- voor de openbare waterwinning: de hoeveelheid en de kwaliteit van het onttrokken water.

De onderlinge beïnvloeding van de onderscheiden gebruikers en van de deelgebieden vindt plaats via de beïnvloeding van de grondwaterstand en door het gebruik van (kunst)mest (d.i. beïnvloeding waterkwaliteit). Voordat hier nader op ingegaan wordt is het goed de keuzes te noemen die met betrekking tot het optimaliseringsmodel gemaakt zijn:

- er wordt gestreefd naar een optimaliseringsmodel in de vorm van een lineair programmeringsmodel. Dit is een model met een lineaire doelstellingsfunctie en met lineaire beperkingen zodat het (relatief) eenvoudig oplosbaar is. Er is voor deze benadering gekozen omdat een groot aantal optimaliseringen plaats moet vinden;
- de optimalisering vindt plaats voor één gebruiker, de landbouw, terwijl de belangen van de andere gebruikers door de invoering van extra voorwaarden (die door de RPMA worden vastgesteld) worden weergegeven. Op deze wijze wordt voorkomen dat een optimalisering met niet op één noemer herleidbare grootheden plaats vindt. De filosofie achter deze benadering is dat voor natuur en openbare waterwinning altijd een bevredigende oplossing gevonden wordt. (zie ook hfdst. 6). Met betrekking tot de landbouw wordt verondersteld dat inkomensmaximalisering plaats vindt.

Zoals is beschreven bestaat het optimaliseringsmodel uit lineaire relaties waarbij de beïnvloeding tussen gebruikers en deelgebieden plaats vindt via de grondwaterstanden en de waterkwaliteit. De relaties zijn lineaire benaderingen van de werkelijke processen die door gecompliceerde modellen beschreven worden. De coëfficiënten van de lineaire relaties zijn in veel gevallen de uitkomst van modelberekeningen. Dit laatste wordt in het volgende voorbeeld geïllustreerd:

Eén van de coëfficiënten is het inkomen per ha van een gewas (per deelgebied). Deze coëfficiënt wordt als volgt bepaald:

- de produktie van het gewas (bij gegeven weersomstandigheden en gegeven het in het deelgebied voorkomende bodemtype) is de uitkomst van een gewasproduktiemodel dat de produktie bepaalt als functie van water- en stikstofgebruik;
- het inkomen van dit gewas per ha is afhankelijk van de berekende produktie (opbrengsten) en de gemaakte kosten en wordt via modelberekeningen bepaald.

Naast het optimaliseringsmodel maken ook de gecompliceerde modellen die de relevante processen beschrijven en de bij de berekening van de coëfficiënten gebruikte modellen deel uit van het SGS. De redenen hiervoor zijn:

- de uitkomsten van deze modellen zijn in veel gevallen afhankelijk van niet door de RPMA beheersbare factoren (weersomstandigheden, prijsverhoudingen etc.). De gevolgen van deze veranderingen kunnen via modelberekeningen eenvoudig in het optimaliseringsmodel worden ingevoerd (interessant is b.v. een verandering van de energieprijs);
- het optimaliseringsmodel geeft een vereenvoudigde lineaire benadering van de werkelijkheid. Deze lineaire benadering is gebaseerd op de uitkomsten van gecompliceerde modellen. Als de optimale oplossing gevonden is kan met behulp van deze gecompliceerde modellen getoetst worden of de optimale oplossing realistisch is. Hiermee wordt bedoeld dat de uitkomsten onderling consistent moeten zijn en dat ze de juiste richting aan moeten geven. Immers de functie van het optimale scenario is feitelijk niet meer dan het aangeven van de richting waarin een bepaalde ontwikkeling gewenst is.

Samenvattend kan worden gesteld dat het SGS bestaat uit een aantal technologische en regionale modellen. Met behulp van een lineair

programmeringsmodel, gebaseerd op de uitkomsten van een deel van deze modellen, wordt bij een gegeven infrastructuur (van het watersysteem) de optimale ontwikkeling van de landbouw bepaald binnen de volgende grenzen:

- de uit de infrastructuur voortkomende beperking met betrekking tot de beschikbaarheid van water (zowel in de wortelzone als voor beregening);
- de door de RPMA opgelegde beperkingen met betrekking tot water- en mestgebruik voortvloeiend uit de over de natuur en waterwinning wenselijk geachte ontwikkeling;
- de overige door de RPMA opgelegde beperkingen;
- de uit de landbouw voortkomende beperkingen (o.a. m.b.t. werkgelegenheid).

Indien gewenst kunnen de uitkomsten getoetst worden met behulp van meer gedetailleerde modellen. Hierbij moet worden bedacht dat aan het met het SGS bepaalde optimale scenario geen andere dan een richting gevende betekenis kan worden toegekend.

4. HET BEHEERSPLAN ANALYSEREND SYSTEEM

Het doel van het beheersplan analyserend systeem (BAS) is het gedrag van de gebruikers (landbouw, natuur en waterwinning) bij een gegeven beheersplan te simuleren en het daaruit voortkomende scenario te bepalen. Dit is nodig omdat de gebruikers in werkelijkheid niet optimaal reageren zoals in het SGS wordt verondersteld. Dit houdt in dat de aan het gewenste scenario ten grondslag liggende voorwaarden (o.a. maximale mestgiftten) gerealiseerd moeten worden. Dit kan gebeuren door in het beheersplan voorschriften op te nemen (die overschreden kunnen worden) of door maatregelen op te nemen die verandering in de door de RPMA gewenste richting stimuleren. Dit laatste kan bijvoorbeeld door middel van voorlichting of door het verstrekken van subsidies.

In het BAS wordt de reactie van de gebruikers op het beheersplan en de daaruit voortkomende ontwikkeling gesimuleerd met behulp van gedragsmodellen. Voor de landbouw wordt hiertoe een simulatiemodel op bedrijfsniveau ontwikkeld. Naast gedragsmodellen bevat het BAS regionale

modellen die het gedrag van de gebruikers transformeren in termen van water- en mestgebruik. Via deze transformatie werden de relaties tussen de gebruikers en tussen de deelgebieden vastgelegd. Daarnaast zijn in de regionale modellen een aantal voorwaarden opgenomen (o.a. m.b.t. het watergebruik, de ontwikkeling van de werkgelegenheid in de landbouw en de uit de voor de natuurwenselijk geachte ontwikkeling voortkomende voorwaarden) waaraan voldaan moet worden.

Combinatie van de gedragsmodellen met de regionale modellen leidt tot het verwachte scenario. In tegenstelling tot het in het SGS bepaalde gewenste scenario, dat op optimalisering berust, berust het gewenste scenario op voorspellingen.

5. DE ROL VAN DE RPMA IN DE PROCEDURE

Bij de bespreking van het SGS en het BAS wordt de uitdrukking 'bepaald door de RPMA' vaak gebruikt. Daarom is het goed de beslissingen die de RPMA moet nemen afzonderlijk te vermelden. In feite betreft dit alle beslissingen die in de procedure genomen worden. Het SGS en het BAS zijn immers hulpmiddelen die de gevolgen van beslissingen aangeven zonder de uitkomsten te beïnvloeden.

De procedure bestaat uit een opeenvolging van beslissingen die, op een efficiënte wijze, tot de bepaling van een (bevredigend) beheersplan leidt. De in deze procedure door de RPMA te nemen beslissingen zijn:

1. het aangeven van de grenzen waarbinnen, in het SGS, naar het optimale scenario wordt gezocht. Dit betreft onder andere:
 - de aanwijzing van de natuurgebieden en het aangeven van de gewenste aard en omvang van deze gebieden;
 - de bepaling van de omvang van de wateronttrekking voor de openbare waterwinning en de kwaliteitseisen die aan het water gesteld worden;
 - de beslissing de infrastructuur van het watersysteem te handhaven of te veranderen. Ook de eventuele veranderingen moeten aangegeven worden;

1941

1941

- het aangeven van bepaalde gewenste ontwikkelingen (b.v. m.b.t. de werkgelegenheid in de landbouw);
 - het bepalen van het waterbeheer in het gebied. Dit kan bijvoorbeeld resulteren in het leggen van beperkingen op het water- en mestgebruik in de landbouw.
2. het beoordelen van het optimale scenario. Beslist moet worden of de aan het SGS opgelegde grenzen bijgesteld moeten worden en, indien ja, op welke wijze;
 3. het formuleren van het beheersplan voor het regionale waterbeheer. Hierbij streeft de RPMA er naar de aan het gewenste scenario ten grondslag liggende voorwaarden te realiseren;
 4. het beoordelen, aan de hand van het gewenste scenario, van het verwachte scenario. Dit kan leiden tot herformulering van het beheersplan of tot bijstelling van de grenzen voor het SGS.

Een nog niet eerder genoemde beslissing van de RPMA is de beslissing of het via de beschreven procedure verkregen beheersplan de uiteindelijke keuze is of dat een vergelijking van meer beheersplannen (met bijbehorend verwacht scenario) gewenst is. In het laatste geval kunnen een aantal beheersplannen verkregen worden door aan het SGS steeds andere grenzen op te leggen.

In vergelijking van beheersplannen kunnen ook de kosten van het beheersplan een rol spelen. Naast de kosten verbonden aan een eventuele verandering van de infrastructuur van het watersysteem betreft dit de beheerskosten. Een deel van deze kosten kan de RPMA voor eigen rekening nemen (d.i. betalen uit het eigen budget). Het resterend deel van de kosten wordt, via een door de RPMA bepaalde verdeelsleutel, omgeslagen over de gebruikers. De modellen in het SGS en het BAS zijn zodanig geformuleerd dat deze kosten eenvoudig ingevoerd kunnen worden.

6. TOELICHTING BEPALING VOORWAARDEN OPTIMALISERINGSMODEL

In het voorgaande is gesteld dat de RPMA beslissingen neemt die uitmonden in grenzen (voorwaarden) van het optimaliseringsmodel in het SGS. Hoe dit gebeurt wordt (globaal) beschreven aan de hand van de aanwijzing van een bepaald gebied als natuurgebied.

Stel dat de RPMA besluit een bepaald gebied aan te wijzen als natuurgebied met een duidelijk omschreven aard en omvang. Dit betekent dat er dusdanige omstandigheden geschapen dan wel gehandhaafd moeten worden dat op de aangewezen plaats een natuurgebied van de gewenste aard en omvang kan gedijen. De RPMA kan hieraan bijdragen door middel van het (kwalitatief en kwantitatief) waterbeheer. Dit houdt in dat de voorwaarden waaronder het gewenste natuurgebied kan gedijen vertaald moeten worden in termen van grondwaterstand en waterkwaliteit (voorlopig alleen concentratie N_2). Hiertoe bevat het SGS een aantal technologische modellen, bijvoorbeeld modellen die de relatie geven tussen grondwaterstand en het voorkomen van bepaalde vegetaties.

Als met behulp van deze modellen de voorwaarden met betrekking tot waterkwaliteit en grondwaterstand bepaald zijn voor het deelgebied waarin het natuurgebied ligt, dan is de eerste stap gezet. Immers de situatie in één deelgebied is afhankelijk van de situatie in andere (voornamelijk de aangrenzende) deelgebieden. Dit betekent dat ook voor deze deelgebieden voorwaarden moeten worden opgesteld. Hiertoe zijn in het SGS een aantal regionale modellen opgenomen die de onderlinge beïnvloeding van waterkwaliteit en grondwaterstand in (en tussen) de onderscheiden deelgebieden beschrijven. Zo worden, uit de keuze voor een natuurgebied, voorwaarden voor een aantal deelgebieden bepaald. Deze procedure is weergegeven in fig. 6.1.

Door de op de beschreven wijze verkregen voorwaarden in te voeren in het optimaliseringsmodel wordt ervoor gezorgd dat (m.b.t. het waterbeheer) het betreffende natuurgebied kan gedijen voor alle toelaatbare oplossingen van het optimaliseringsmodel.

Opgemerkt kan worden dat als het gedijen van het natuurgebied vereist dat bepaalde landbouw en/of waterwinningsactiviteiten niet voorkomen in het betreffende deelgebied (of in aangrenzende deelgebieden) dan kan dit via voorwaarden in het optimaliseringsmodel ingevoerd worden.

In dit hoofdstuk is beschreven hoe de keuze voor een natuurgebied doorwerkt in de voorwaarden voor het optimaliseringsmodel. Bij het toepassen van de procedure zullen meer natuurgebieden aangewezen worden die elk leiden tot een aantal voorwaarden. Daarnaast zullen ook uit andere gronden voorwaarden worden gesteld. In het optimaliseringsmodel kan dit leiden tot strengere voorwaarden, maar zal dit nooit

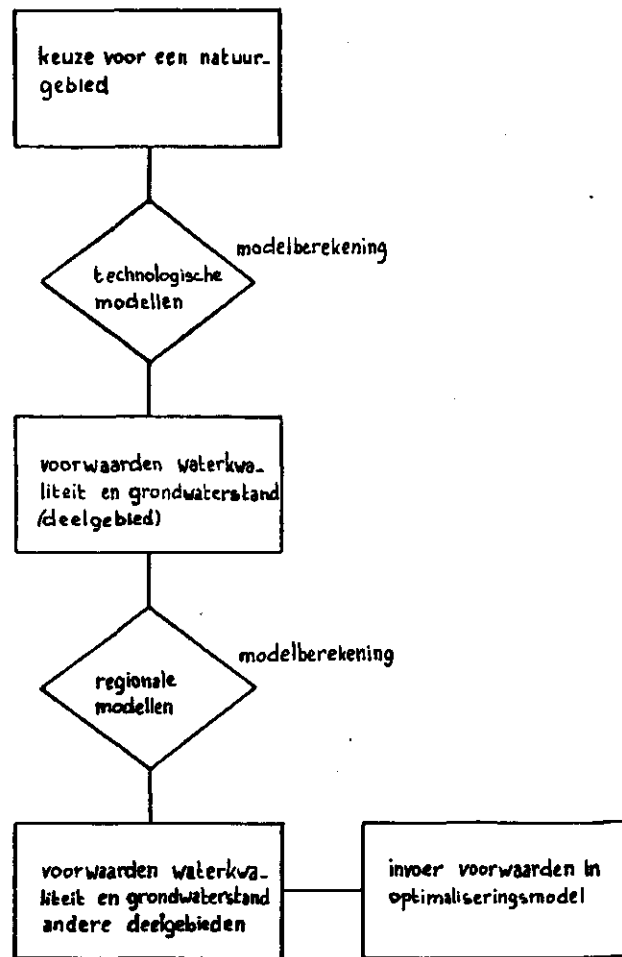


Fig. 6.1. Voorbeeld genereren voorwaarden optimaliseringsmodel

leiden tot verlichting van voorwaarden. Wel kan het tot situaties leiden waarin geen toelaatbare oplossing bestaat. In dit laatste geval zal de RPMA tot grensaanpassingen moeten besluiten.

LINEAIRE PROGRAMMERING

Lineaire programmeringsmodellen (LP-modellen) zijn optimaliseringsmodellen waarvan zowel de doelstellingsfunctie als de beperkingen lineaire functies van de (beslissings)variabelen zijn terwijl de variabelen continu zijn. Een voorbeeld van een lineair programmeringsmodel is:

$$\max z = c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \quad (\text{B.1})$$

zodanig dat:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \\ x_1, \dots, x_n &\geq 0 \end{aligned}$$

Onder lineaire programmeringsmodellen worden ook modellen begrepen die strikt genomen geen lineaire programmeringsmodellen zijn maar die eenvoudig tot lineaire programmeringsmodellen te herleiden zijn. Hierbij kan worden gedacht aan:

- het optreden van 'verkeerde ongelijkheden', door \geq -beperkingen in plaats van \leq -beperkingen;
- het optreden van gelijkheden in plaats van ongelijkheden;
- het voorkomen van variabelen die zowel positief als negatief mogen zijn. Voor het oplossen van LP-modellen is een aantal algoritmen (oplossingsprocedures) ontwikkeld die veelal op dezelfde principes berusten. Deze principes worden aan de hand van een eenvoudig voorbeeld toegelicht.

$$\max z = 3x + 5y \quad (\text{B.2})$$

zodanig dat:

$$\begin{aligned} x &\leq 4 \\ y &\leq 6 \\ 3x + 2y &\leq 18 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Bijlage 1 vervolg

Het gearceerde gedeelte in fig. B1 geeft de met betrekking tot de eerste beperking ($x \leq 4$) toelaatbare combinaties van x en y (voor $x, y \geq 0$). De lijn l_1 correspondeert met deze beperking.

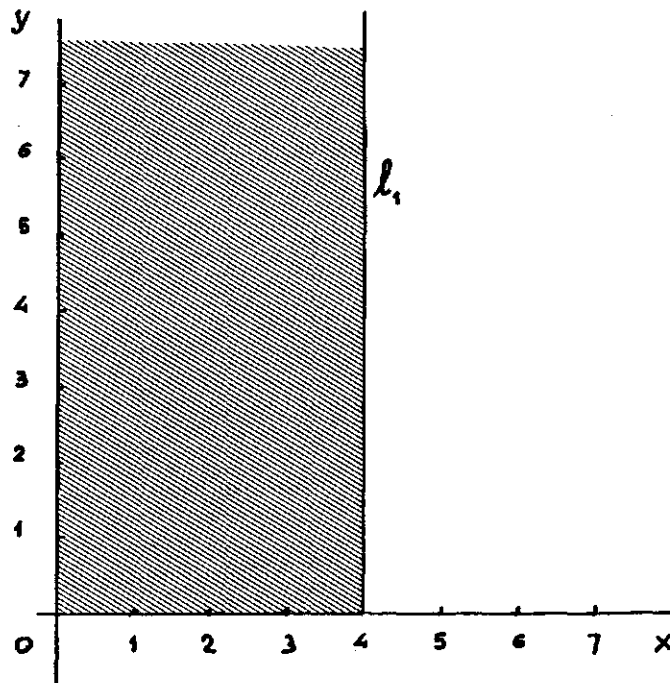


Fig. B.1. Toelaatbare oplossingen met betrekking tot $x \leq 4$

In fig. B.2 zijn ook de andere beperkingen toegevoegd. De lijn l_2 correspondeert met de beperking $y \geq 6$ en de lijn l_3 met de beperking $3x + 2y \leq 18$. In deze figuur correspondeert het gearceerde gedeelte met de toelaatbare combinaties van x en y . Dit is de oplossingsruimte van probleem (B.2).

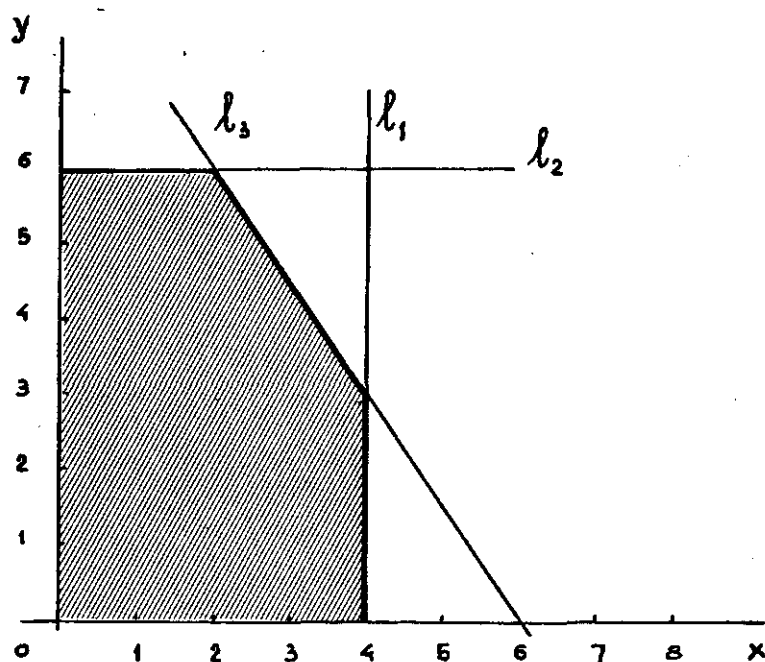


Fig. B.2. Oplossingsruimte probleem (B.2)

De doelstellingsfunctie wordt geïntroduceerd in fig. B.3. De lijn k_1 correspondeert met $z = 3x + 5y = 10$. De lijn k_2 , die evenwijdig is aan k_1 , correspondeert met $z = 3x + 5y = 20$. Dit is een hogere waarde voor de doelstellingsfunctie. Het is eenvoudig in te zien dat door de lijn k_2 evenwijdig aan k_1 naar rechts te verschuiven steeds hogere waarden voor z verkregen worden. De hoogste waarde voor z wordt verkregen als de lijn, k_3 , door het punt $x = 2$ en $y = 6$ gaat. Immers als de lijn nog verder naar rechts verschoven wordt liggen er geen toelaatbare combinaties van x en y op. Met dit voorbeeld is getracht aannemelijk te maken dat de optimale waarde van een LP-model zich altijd in één van de hoekpunten van de oplossingsruimte bevindt. In de praktijk echter kan het geval zich voordoen dat de oplossing van een LP-model niet een hoekpunt is, maar dat de maximale waarde verkregen wordt voor een groot aantal toelaatbare combinaties van x en y . Dit wordt geïllustreerd in het volgende voorbeeld:

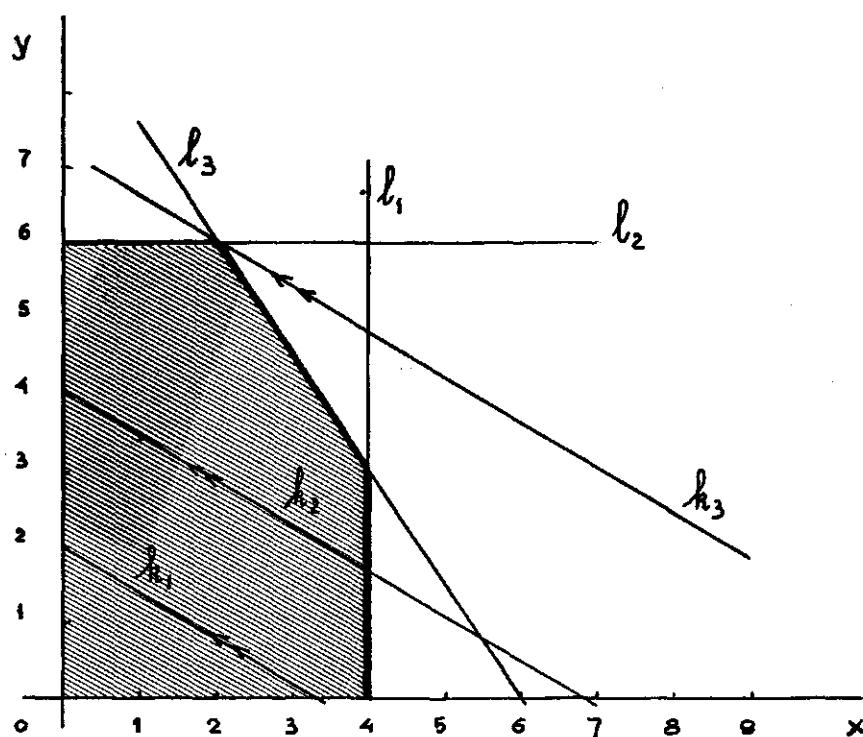


Fig. B.3. De optimale oplossing van probleem (B.2)

$$\max z = 3x + 2y$$

(B.2)

zodanig dat:

$$x \leq 4$$

$$y \leq 6$$

$$3x + 2y \leq 18$$

$$x, y \geq 0$$

Vergeleken met probleem (B.2) is alleen de doelstellingsfunctie gewijzigd. De lijn m_1 ($z = 3x + 2y = 10$) loopt nu evenwijdig aan l_3 , waardoor de maximale waarde voor z verkregen wordt voor alle toelaatbare punten op l_3 . Dit is weergegeven in fig. B.4.

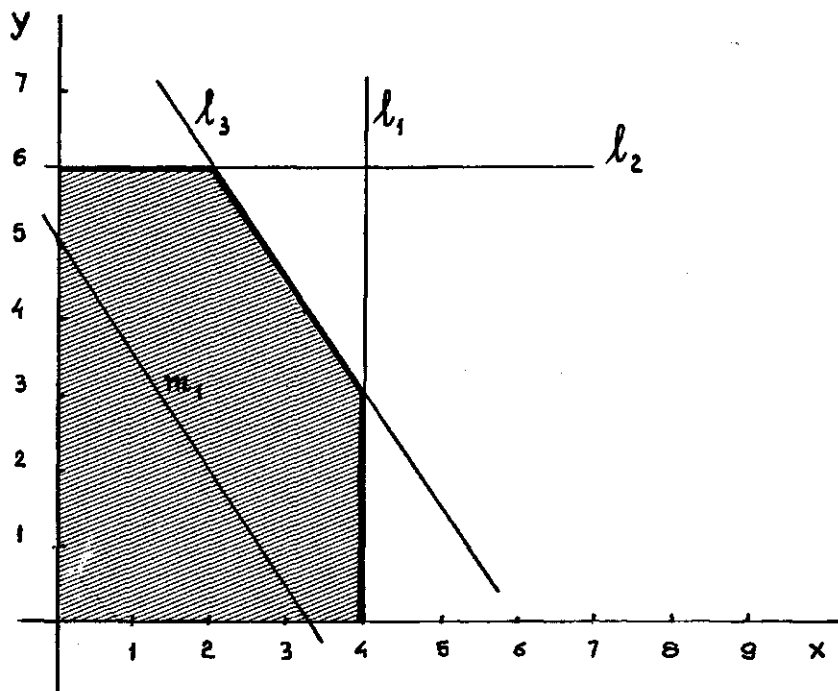


Fig. B.4. De oplossing van probleem (B.3)

Tot slot wordt, aan de hand van een figuur, geïllustreerd dat toevoeging van één of meer beperkingen in alle gevallen leidt tot gelijkblijven of verkleinen van de (toelaatbare) oplossingsruimte. Toevoeging van de lijnen l_4 , corresponderend met $2x + y \leq 14$ en l_5 , corresponderend met $2x + 2y \leq 10$ laat dit duidelijk zien. Als alleen l_4 als beperking aan (B.3) wordt toegevoegd dan blijft de toelaatbare oplossingsruimte onveranderd. Dit is weergegeven in fig. B.5 (zie ook fig. B.2) als ook l_5 wordt toegevoegd dan wordt de oplossingsruimte kleiner (zie fig. B.6).

Het oplossen van LP-modellen op de beschreven wijze is wel mogelijk in het geval van twee variabelen. In het geval van meer dan twee variabelen is dit niet meer mogelijk omdat niet meer in het platte vlak gewerkt kan worden. Daarom is voor het oplossen van LP-modellen een aantal algoritmen ontwikkeld die systematisch de hoekpunten van de (toelaatbare) oplossingsruimte aftasten. Hierbij wordt steeds een hoekpunt geselecteerd dat correspondeert met een ten minste even goede (echter in de meeste gevallen een betere) oplossing.

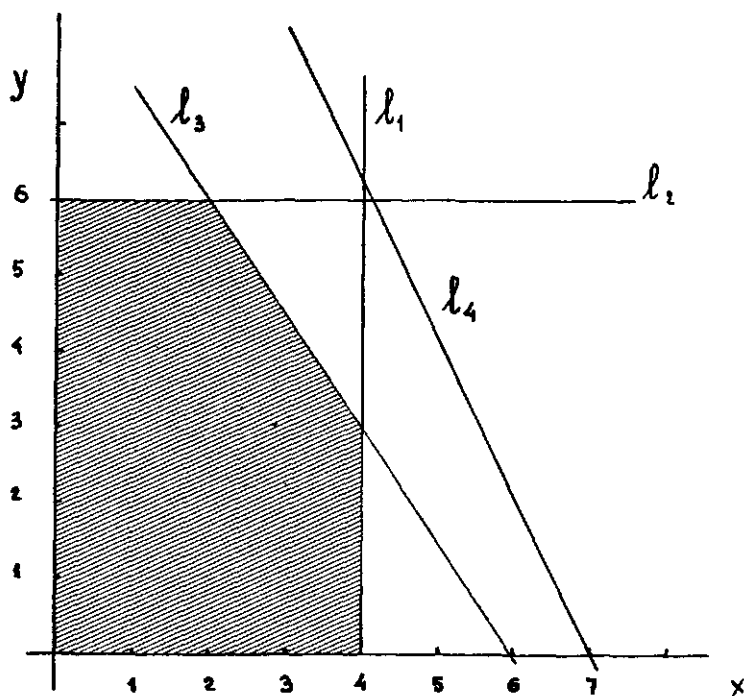


Fig. B.5. Oplossingsruimte na toevoegen l_4

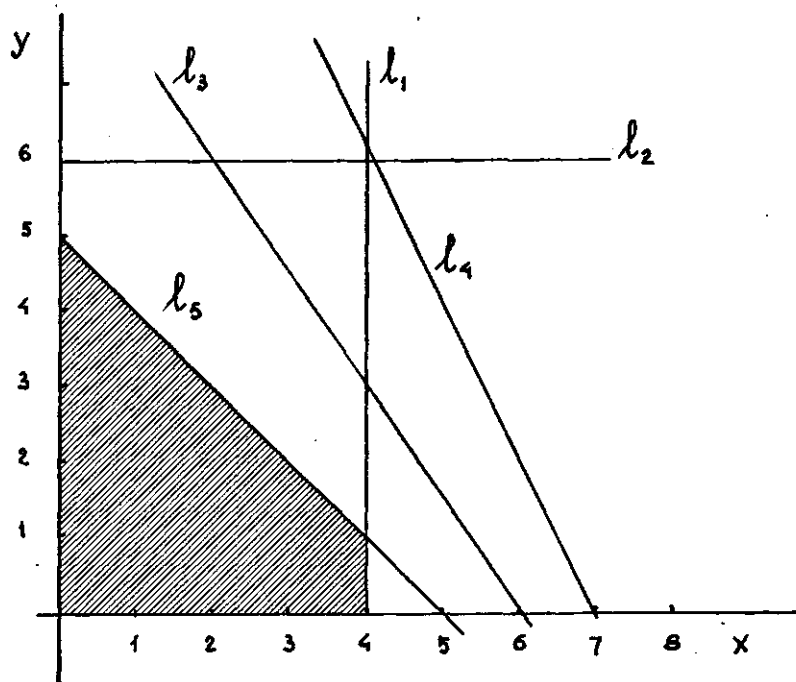


Fig. B.6. Oplossingsruimte na toevoegen l_5