

NN31545.1615

ICW nota 1615

mei 1985



nota

—instituut voor cultuurtechniek en waterhuishouding, wageningen—

METING VAN DE WARMTEGELEIDINGS-COËFFICIËNT MET DE  
NIET-STATIONAIRE NAALDMETHODE

dr. J.M. Halbertsma



Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-  
middelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een  
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende  
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen  
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek  
nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut  
in aanmerking

10 SEP. 1985

## I N H O U D

	Blz.
SAMENVATTING	
1. INLEIDING	1
2. METHODEN	2
2.1. Theoretische achtergrond	2
2.2. De ideale lijnbron	5
2.3. Praktijktoepassing van het ideale lijnbron model	7
2.4. Materiaal en meetopstelling	8
2.4.1. Monstername en monsterbeschrijving	8
2.4.2. Meetopstelling en meetmethode	9
2.4.3. Meetapparatuur	9
2.4.4. Registratie en verwerking van de meetgegevens	12
3. RESULTATEN	14
4. DISCUSSIE	18
4.1. Het ideale lijnbron model versus de fysische werkelijkheid	18
4.2. De warmtegeleidingscoëfficiënt en de bepaling van het vochtgehalte	19
REFERENTIES	20

## SAMENVATTING

De warmtegeleidingscoëfficiënt is in het fysisch laboratorium bepaald aan grondmonsters met behulp van de naaldmethode. De bepalingen zijn verricht ten behoeve van het afvalwarmteproject, waarvoor bij het PAGV te Lelystad proefvelden zijn aangelegd. Dit project wordt uitgevoerd in een samenwerkingsverband tussen diverse instituten die de gewasreacties op bodemverwarming onderzoeken. Het gecombineerde water- en warmtetransport wordt door het ICW onderzocht.

In deze nota worden de theoretische achtergronden van de bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt met de naaldmethode, de meetopstelling en de hiervoor ontwikkelde elektronica behandeld. De warmtegeleidingscoëfficiënt is bepaald aan 9 grondmonsters bij 22 verschillende vochtgehalten. De warmtevereffeningscoëfficiënt is uit de warmtegeleidingscoëfficiënt berekend. De mogelijkheid om het vochtgehalte te bepalen uit het warmtegeleidingsvermogen wordt besproken.

Trefwoorden: warmtegeleidingscoëfficiënt - naaldmethode - laboratoriumbepaling aan grondmonsters.

## 1. INLEIDING

Rest- en afvalwarmte zoals koelwater, komt bij vrijwel alle industriële activiteiten vrij en wordt meestal via het oppervlaktewater geloosd. Een mogelijkheid om deze warmte nuttig te kunnen gebruiken wordt onderzocht in een proef bij het Proefstation voor Akkerbouw en Groenteteelt in de Volle Grond (PAGV) te Lelystad. Aan dit onderzoek nemen het CABO, het IB, het ICW, het IMAG, het Proefstation Boomkwekerij, het Proefstation Fruitteelt, het PAGV en de Vakgroep Natuur- en Weerkunde van de LH deel. Het aandeel van het ICW betreft het onderzoek naar het gecombineerde transport van water en warmte in de grond. De projectleiding berust bij het PAGV.

Voor de proef worden diverse gewassen op drie proefvelden, van elk 40 are, geteeld. Twee velden worden verwarmd met behulp van een ingegraven buizenstelsel, één veld wordt niet verwarmd. De temperatuur van het water in de buizen is in één veld constant  $30^{\circ}\text{C}$  en varieert in het andere verwarmde veld tussen  $12^{\circ}\text{C}$  in het voorjaar en  $25^{\circ}\text{C}$  in de zomer. Deze situaties simuleren respectievelijk het gebruik van rest- en afvalwarmte.

Verhoging van de bodemtemperatuur kan leiden tot de volgende positieve effecten:

- verlenging van het teeltseizoen en verkorting van de teeltduur, dus verhoging van de produktie;
- versnelling van de kieming en de opkomst;
- verbetering van de kwaliteit;
- verbetering van de mogelijkheden tot planning door regelmatigere ontwikkeling van de gewassen.

Bovendien moet er met minder positieve effecten rekening worden gehouden zoals:

- een toename van de verdamping;
- een versnelde afbraak van de organische stof;
- een verandering in de ziektedruk.

Doel van het afvalwarmteproject is onder andere de bovenstaande effecten te kwantificeren en na te gaan in hoeverre de hoge investeringen voor de aanleg van het buizenstelsel rendabel kunnen worden gemaakt door de verwachte hogere opbrengsten van de gewassen.

De bodemtemperatuur wordt enerzijds bepaald door de resultante van het netto stralingsaanbod, de energieontrekking door verdamping, de energieuitwisseling tussen bodem en atmosfeer en de energieafgifte van het verwarmingssysteem en anderzijds door de fysische parameters van de bodem die de opslag en het transport van warmte bepalen. Fysische grootheden, zoals de warmtegeleidings- en warmtevereffeningscoëfficiënt, zijn sterk afhankelijk van het vochtregime in de bodem. Bodemfysisch onderzoek is noodzakelijk om deze processen te bestuderen.

Deze nota behandelt de laboratoriumbepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt aan 9 grondmonsters met behulp van de naaldmethode. Andere bodemfysische parameters, die nodig zijn voor het ICW onderzoek naar het gecombineerde transport van water en warmte, zoals de vocht karakteristieken en de on- en verzadigde doorlatendheid, en de ijking van de gebruikte capacitieve vochtsensoren zullen in aparte nota's worden gepresenteerd.

## 2. METHODEN

### 2.1. Theoretische achtergrond

Voor het proces van warmtegeleiding heeft Fourier de volgende empirische transportwet geformuleerd:

$$q = -\alpha \text{ grad } \rho c t \quad (1)$$

met: q = warmtestroomdichtheid	(W/m <sup>2</sup> )
α = temperatuurvereffeningscoëfficiënt	(m <sup>2</sup> /s)
ρ = dichtheid	(kg/m <sup>3</sup> )
c = soortelijke warmte bij constante druk	(J/kg K)
T = temperatuur	(K)

indien ρc, de warmtecapaciteit per eenheid van volume, constant verondersteld mag worden, kunnen we (1), met αρc = λ, herschrijven als:

$$q = -\lambda \text{ grad } T \quad (2)$$

met: λ = warmtegeleidingscoëfficiënt (W/Km)

Het produkt ρc wordt de volumetrische warmtecapaciteit (J/m<sup>3</sup> K) genoemd.

Voor een samengesteld medium, zoals grond, met n componenten met volumefracties  $f_i$  en volumetrische warmtecapaciteiten  $\rho_i c_i$  geldt voor de totale samengestelde warmtecapaciteit:

$$\rho c = \sum_{i=1}^n f_i \rho_i c_i \quad (3)$$

Voor grond geldt:

$$\rho c = f_s \rho_s c_s + f_l \rho_l c_l + f_g \rho_g c_g \quad (4)$$

met s, l en g respectievelijk de vaste-, vloeibare- en gasfase.

De wet van behoud van energie kan voor het transport van warmte geschreven worden als (met verwaarloosbare veranderingen van mechanische energie):

$$V \frac{\partial E}{\partial t} = \Phi_{in} - \Phi_{uit} + VQ \quad (5)$$

- met:  $V$  = beschouwde volume ( $m^3$ )  
 $E$  = energieinhoud per volume-eenheid ( $J/m^3$ )  
 $\Phi_{in}$  = totale ingaande vermogen (W)  
 $\Phi_{uit}$  = totale uitgaande vermogen (W)  
 $Q$  = netto opgewekte vermogen per volume-eenheid ( $W/m^3$ )

Voor een algemene berekening van de temperatuurverdeling stellen we voor de bodem een microbalans op voor een Cartesiaans volume-element (zie fig. 2.1).

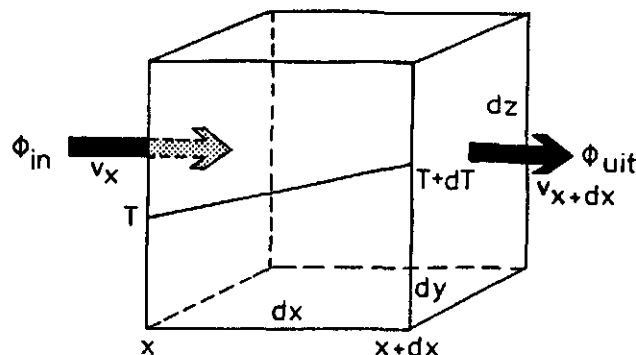


Fig. 2.1. Volume-element voor het opstellen van de warmtebalans in de x-richting. Voor details zie tekst

Wij veronderstellen dat de bodem uit twee fasen - bodemdeeltjes en water - bestaat (de bijdrage van de gasfase aan de warmtebalans wordt verwaarloosd) en dat de fasen homogeen en isotroop zijn ( $\lambda$  en  $c$  constant). De vaste fase - de bodemmatrix - is immobiel en het warmte-transport vindt daar alleen door geleiding plaats. De vloeibare fase - het bodemwater - kan stromen met een snelheid  $v$ .

Op de plaats  $x$  stroomt in de  $x$ -richting een hoeveelheid warmte binnen door warmtegeleiding via de bodemmatrix:

$$\left(-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x}\right) dydz \quad (6)$$

met:  $\lambda_s$  = bijdrage van de bodemmatrix aan de totale warmtegeleidings-coëfficiënt (W/Km)

Evenzo stroomt op de plaats  $x$  in de  $x$ -richting een hoeveelheid warmte binnen door warmtegeleiding via het bodemwater en watertransport met een snelheid  $v_x$ :

$$\left(-\lambda_\ell \frac{\partial T}{\partial x} + f_\ell \rho_\ell c_\ell v_x T\right) dydz \quad (7)$$

met:  $\lambda_\ell$  = bijdrage van het bodemwater aan de totale warmtegeleidings-coëfficiënt (W/Km)

Het netto transport in het volume element  $dx dy dz$  door de wanden  $x$  en  $x + dx$  is voor de twee fasen met  $\lambda = \lambda_s + \lambda_\ell$ :

$$\left(\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - f_\ell c_\ell \frac{\partial \rho_\ell v_x T}{\partial x}\right) dx dy dz \quad (8)$$

Analoge uitdrukkingen kunnen voor de  $y$ - en  $z$ -richting worden afgeleid. De warmteinhoud van het volume-element is  $(f_s \rho_s c_s + f_\ell \rho_\ell c_\ell) T dx dy dz$  en het geproduceerde vermogen  $Q dx dy dz$ . Vullen we dit en de transport-termen (8) voor de 3 richtingen in (5) in en delen we door het volume  $dx dy dz$ , dan kunnen we (5) schrijven als:

$$f_s c_s \frac{\partial \rho_s T}{\partial t} + f_\ell c_\ell \frac{\partial \rho_\ell T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - f_\ell c_\ell \left( \frac{\partial \rho_\ell v_x T}{\partial x} + \frac{\partial \rho_\ell v_y T}{\partial y} + \frac{\partial \rho_\ell v_z T}{\partial z} \right) + Q \quad (9)$$

Met de continuïteitsvergelijking voor de vloeibare fase:

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} = - \frac{\partial \rho_l v_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho_l v_y}{\partial y} - \frac{\partial \rho_l v_z}{\partial z} \quad (10)$$

en voor de vaste fase:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

kunnen we (9) herleiden tot:

$$\begin{aligned} (f_s c_s \rho_s + f_l c_l \rho_l) \frac{\partial T}{\partial t} = & \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \\ & - f_l c_l \rho_l \left( v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q \end{aligned} \quad (12)$$

In grond kunnen we bij niet al te grote temperatuurgradiënten het warmtetransport door stroming van het bodemwater meestal verwaarlozen. De warmteproductie in de grond per tijdseenheid en per volume-eenheid  $Q$  is ook vaak te verwaarlozen.

De warmtebalans (12) kan dan worden geschreven als:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (13)$$

In een oneindig uitgestrekt cilindrisch systeem (waarin de afgeleide van  $T$  naar  $z$  en de poolhoek nul is) kunnen we (13) eenvoudiger in cilindercoördinaten uitdrukken:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (14)$$

De temperatuur  $T$  is nu alleen een functie van de tijd  $t$  en de straal  $r$ .

## 2.2. De ideale lijnbron

Bij een ideale lijnbron vindt er warmteproductie plaats in een oneindig lange en oneindig dunne draad. Deze warmteproductie vindt dus buiten het medium plaats en moet niet worden verward met de verwaar-



loosde term  $Q$  in (12). De warmteoverdracht van de draad naar het medium is volmaakt (geen contactweerstand), dus de temperatuur van de draad is gelijk aan de temperatuur van het medium op die plaats.

De oplossing voor de temperatuurverdeling van het ideale lijnbronmodel wordt gevonden uit de integratie in de tijd van de sommatie van oneindig veel puntbronnen die een warmteproduktie hebben gedurende een oneindig korte tijd (CARSLAW and JAEGER, 1959, blz. 255-262).

Indien de lijnbron een constante warmteproduktie heeft is met de onderstaande randvoorwaarden

$$t = 0 \text{ en } r \geq 0: T = T_0 \quad (15)$$

$$t > 0 \text{ en } r = \infty: T = T_0 \quad (16)$$

$$t > 0: \quad \Phi = \text{constant}$$

de oplossing voor (14):

$$\begin{aligned} T(r,t) - T_0 &= \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \int_0^t \frac{e^{-\frac{r^2}{4\alpha(t-v)}}}{t-v} dv \\ &= \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \int_{\frac{r^2}{4\alpha t}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \end{aligned} \quad (18)$$

met  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}$  en  $\Phi$  de warmteproduktie per lengte-eenheid (W/m). De integraal

$$- \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$

wordt de exponentiële integraal  $Ei(-x)$  genoemd.

Deze integraal  $Ei(-x)$  kan in een reeks worden ontwikkeld:

$$Ei(-x) = \gamma + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n \cdot n!} \quad (19)$$

met  $\gamma$  de constante van Euler ( $\gamma = 0,5772\dots$ ).

Voor die waarden van  $r$  en  $t$  waarvoor  $r^2/4\alpha t \ll 1$ , oftewel  $t \gg r^2/4\alpha$  kunnen we (18) benaderen door:

$$T(r,t) - T_0 \approx \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \left( -\gamma - \ln \frac{r^2}{4\alpha t} \right) \quad (20)$$

Metten we de temperatuur op een vaste afstand  $R$  van de lijnbron, dan kunnen we de temperatuurtoename  $\Delta T$  schrijven als:

$$\begin{aligned} \Delta T = T(R,t) - T_0 &\approx \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \left( \ln t + \ln \frac{4\alpha}{R^2 e^\gamma} \right) \\ &\approx A \ln t + B \end{aligned} \quad (21)$$

De temperatuurtoename vertoont dus een lineair verband met de logaritme van de tijd, waarbij de helling  $A = \Phi/4\pi\lambda$  alleen bepaald wordt door de warmteproductie per lengte-eenheid en  $\lambda$ . Het intercept  $B = (\Phi/4\pi\lambda) \ln(4\alpha/R^2 e^\gamma)$ , wordt bovendien door  $R$ ,  $\rho$  en  $c$  bepaald.

### 2.3. Praktijktoepassing van het ideale lijnbron model

In de praktijk wordt het ideale lijnbron model vaak gebruikt als benadering voor de naaldmethode (DE VRIES, 1952; JANSE and BOREL, 1965). Bovendien worden grondmonsters gebruikt met eindige afmetingen. Indien de diameter van het monster 12 cm is, kan er een meetduur tot 120 s worden gebruikt voordat de randen de  $\lambda$ -bepaling meer dan 1% beïnvloeden (GOLOVANOV, 1969). De  $\lambda$  van het medium boven en onder het monster dient veel kleiner te zijn dan de  $\lambda$  van het monster zelf om een temperatuurvereffening aan de uiteinden te voorkomen. Dit kan door middel van het in lucht plaatsen van het monster of door het aanbrengen van isolatiemateriaal.

De temperatuurtoename van het verwarmingselement dient beperkt te blijven tot enkele graden om zodoende warmtetransport door convectie te vermijden (FEDDES, 1971; GOLOVANOV, 1969). Met deze benaderingen van het ideale lijnbron model kunnen nog wel aanvaardbare waarden voor  $\lambda$  gevonden worden, de uitkomsten van  $\rho c$  kunnen echter tot 200% afwijken (VAN HANEGHEM, 1981).

## 2.4. Materiaal en meetopstelling

### 2.4.1. Monsternamen en monsterbeschrijving

De warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  is bepaald aan negen niet verstoorde grondmonsters, die horizontaal op diepten tussen 5 en 150 cm onder het maaiveld zijn genomen (zie tabel 2.1). Voor het afvalwarmteproject is één plek in object C van het proefterrein van de PAGV bij Lelystad bemonsterd. De monsterbeschrijving is in het veld door P. Nicolai gedaan. De monsters zijn gestoken in PVC-ringen met een lengte van 10 cm en een binnendiameter van 13 cm.

Tabel 2.1. Beschrijving van de grondmonsters. Voor de negen grondmonsters is gegeven: de positie onder het maaiveld (cm), het droog volumegewicht ( $\text{kg/m}^3$ ), het volumetrisch vochtgehalte aan het begin en het einde van het experiment en een beknopte beschrijving (Ym = IJsselmeer, Zu = Zuiderzee, Al = Almere). De bovenste afzettingen tot 30 cm diepte zijn vergraven, die daaronder sterk gelaagd. Beneden 45 cm beginnen de Almere afzettingen, waarbij de lagen beneden 100 cm nog gereduceerd zijn

Monster- nummer	Monster- diepte (cm)	Dichtheid ( $\text{kg/m}^3$ )	Vochttraject		Korte omschrijving
			start	eind	
1	5	1379	0,40	0,04	1/2 zand+1/4 silt+1/8 lutum, bouwvoor, Ym afzetting
2	15	1383	0,38	0,04	als 1, deels bouwvoor, Ym afzetting
3	30	1378	0,38	0,05	2/3 zand+1/10 silt, gemengde Ym en Zu afzetting
4	45	1320	0,45	0,04	1/2 zand+1/4 silt, gemengde Zu en Al afzetting
5	60	1321	0,49	0,05	2/3 zand+1/5 silt+1/10 lutum, Al afzetting
6	75	1324	0,48	0,04	als 5, iets meer zand+dunne lutum flensjes
7	85	1419	0,47	0,02	voornamelijk zand+dunne lutum flensjes
8	100	1367	0,49	0,03	iets gereduceerd, fijn zand + sporen lutum en veen
9	150	1150	0,56	0,07	geheel gereduceerd, zeer fijn zand + lutum + sporen veen

#### 2.4.2. Meetopstelling en meetmethode

De grondmonsters zijn gedurende 2 dagen verzadigd en zijn daarna opgesteld in een geconditioneerde ruimte ( $T = 20^{\circ}\text{C}$ , rel. vochtigheid 50%). De naalden met stookdraad en thermokoppel zijn in het midden geplaatst. De lengte van de naalden bedraagt 8,5 cm, de diameter 1,1 mm. In de monsters zijn bovendien één of twee capacitieve vocht-opnemers geplaatst ter ijkning van de bij het project gebruikte automatische vochtregistratie (zie HALBERTSMA, 1985). De monsters kunnen aan de bovenzijde vrij verdampen. Afdekken van de monsters om een homogene vochtverdeling te krijgen heeft geen significante invloed op de gemeten warmtegeleidingscoëfficiënt. Door weging wordt de gewichtsafname bepaald. Na afloop van de metingen is de grond uit de ringen verwijderd en gedurende 24 uur gedroogd bij  $105^{\circ}\text{C}$ , waarna het vochtgehalte op nul wordt gesteld. De grondmonsters worden gewogen en de vochtgehalten gedurende de metingen kunnen uit de gewichtsafnamen worden berekend. De bepalingen zijn gedurende 1,5 maand twee of drie maal per week gedaan, daarna wekelijks. Na 82 dagen zijn de metingen beëindigd, bijna alle monsters hadden toen een vochtgehalte lager dan 0,05.

#### 2.4.3. Meetapparatuur

Een stabiele stroombron om de stookdraad te verhitten en een microvoltmeter om de thermospanning van het thermokoppel te meten zijn nodig ter bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt met de naaldmethode. De in de zestiger jaren door de TFDL ontwikkelde apparatuur (JANSE and BOREL, 1965) voldoet niet meer. De stroombron is moeilijk instelbaar en niet stabiel; zij neemt 2,5% toe binnen 120 s. De analoge microvoltmeter is moeilijk en niet voldoende nauwkeurig afleesbaar (1%). De koude lascompensatie is lastig in te stellen en niet stabiel (veranderingen van 2% binnen 60 s). Nieuwe elektronika is ontwikkeld om de bovengenoemde componenten te vervangen.

2.4.3.1. De stroombron. De ontwikkelde stroombron werkt volgens het principe dat een stabiele referentiespanning omgezet wordt in een stabiele stroom (fig. 2.2). De instelbare spanning  $U_i$  wordt verkregen door een spanningsdeling van een 10 V referentiespanning met behulp van een 10 slagen potentiometer  $R_i$ . Deze 10 V wordt verkregen uit de 10 V uitgang van een 'bandgap' precisie spanningsreferentie (AD 584LH, spanningsstabiliteit 5 ppm/K). De operationele versterker (LM 308) met

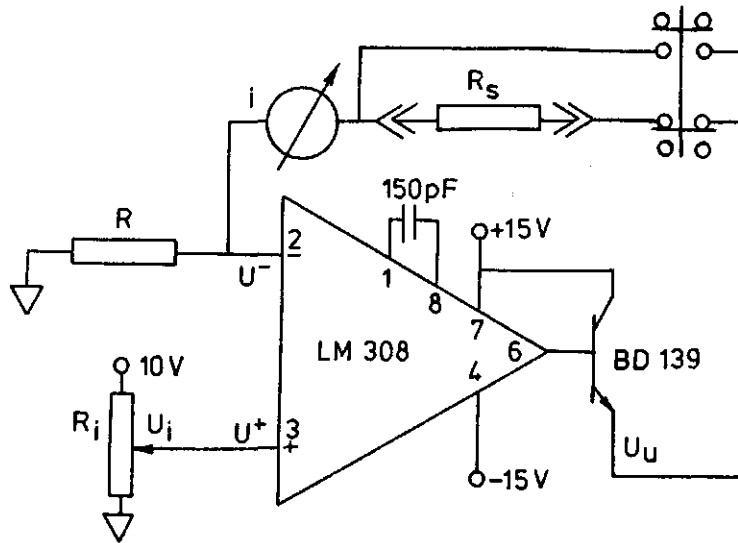


Fig. 2.2. Instelbare stabiele stroombron. De stroom  $i$  is instelbaar van 0 tot 300 mA.  $R = 33\Omega$ ,  $R_s$  = weerstand van de stookdraad van de naald  $\approx 13\Omega$ ,  $R_i$  = 10 slagen potentiometer = 5 k $\Omega$ . De 10 V wordt gegenereerd door een precisie spanningsreferentie (AD 584LH)

gebufferde uitgang (BD 139) regelt de uitgangsspanning  $U_u$  en dus de stroom  $i$  zodanig dat de spanning  $U^-$  gelijk wordt aan de spanning  $U^+ (= U_i)$ . De stroom  $i$  die door  $R$  loopt, loopt ook door de stroommeter en de stookdraad  $R_s$  (of door de overbrugging, afhankelijk van de stand van de schakelaar S). De versterker neemt een verwaarloosbare stroom op, maximaal 11 nA.

De uitgangsspanning van de versterker  $U_u$  kunnen we schrijven als:

$$U_u = A(U^+ - U^-) \quad (22)$$

met  $A$  de open versterking van de versterker (minimaal 80 000).

Bovendien is de uitgangsspanning:

$$U_u = i(R + R_s) \quad (23)$$

waarbij we de inwendige weerstand van de stroommeter opgenomen denken in  $R_s$ . Stellen we (22) gelijk aan (23) en substitueren we voor  $U^+$  de variabele ingangsspanning  $U_i$  en voor  $U^- = iR$ , dan vinden we voor  $i$ :

$$i = \frac{U_i}{R + \frac{R_s}{A}} \quad (24)$$

We weten dat  $R + R_s$  van dezelfde orde is als  $R$  en dat  $A \gg 1$ , dus kunnen we (24) schrijven als:

$$i = \frac{U_i}{R} \quad (25)$$

De stroom  $i$  is dus een functie van de instelbare spanning  $U_i$  en de vaste weerstand  $R$  en niet van de belasting  $R_s$ . De stabiliteit van de stroom  $i$  is:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \frac{U_i}{R} = \\ &= \frac{1}{R} \frac{dU_i}{dt} - \frac{U_i}{R^2} \frac{dR}{dt} \end{aligned} \quad (26)$$

dus:

$$\frac{\frac{di}{dt}}{i} = \frac{\frac{dU_i}{dt}}{U_i} - \frac{\frac{dR}{dt}}{R} \quad (27)$$

De mogelijke relatieve fout in  $i$  is dus de som van de relatieve fouten in  $U_i$  en  $R$ . Deze mogelijke fout gedurende een meting wordt voornamelijk bepaald door de temperatuurcoëfficiënt van de 10 slagen potentiometer (fout in  $U_i$ ) en van de weerstand  $R$ . Deze coëfficiënten liggen in de orde van 100 ppm/K. Bij een temperatuurverandering van  $5^\circ\text{C}$  gedurende de meting is de mogelijke fout in de stroom  $i$  dus in de orde van 1 o/oo. Gedurende de metingen zijn nooit grotere afwijkingen geconstateerd.

2.4.3.2. Het meten van de thermospanning. Bij de naaldmethode wordt de temperatuur gemeten met een thermokoppel die samen met de stookdraad in een holle naald is ondergebracht. Om de temperatuurstijging  $\Delta T$  (vergelijking (21)) te meten is het niet nodig om de koude las op een bekende temperatuur te houden. Het is alleen belangrijk dat de temperatuur van de koude las tijdens de meting niet verandert.

Om een redelijke schatting van  $\lambda$  te kunnen maken moet de resolutie van de temperatuurwaarnemingen 1 o/oo bedragen. Met het gebruikte koper-constantiaan thermokoppel (thermospanning bij  $20^\circ\text{C} = 40,6 \mu\text{V/K}$ ) en een temperatuurstijging van ongeveer 2 graden komt dit neer op een resolutie

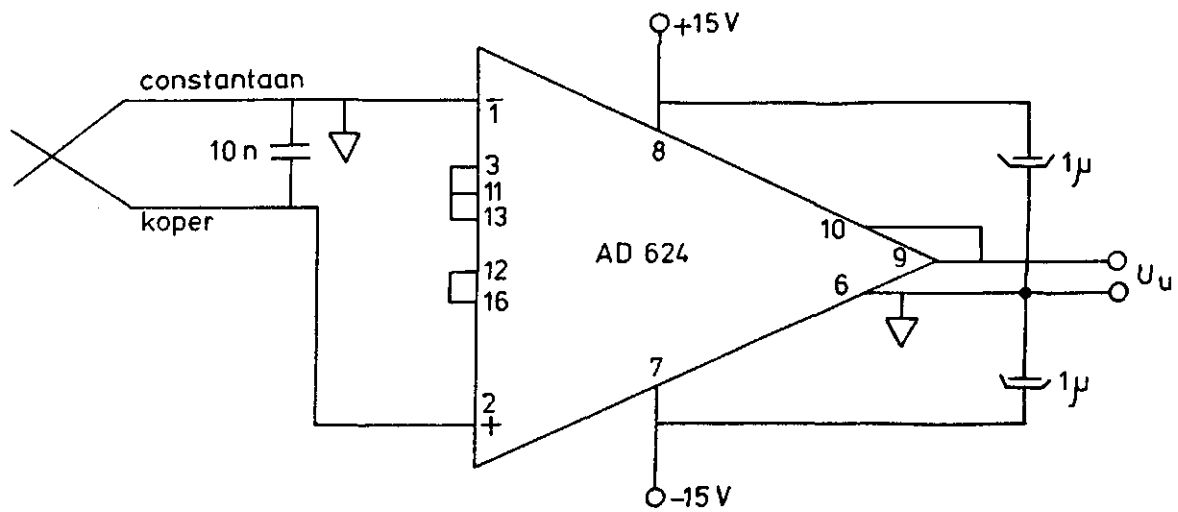


Fig. 2.3. Instrumentatieversterker voor het thermokoppel. Een AD 624BD instrumentatieversterker is op een versterking van 1000 keer geprogrammeerd (ingangen 3, 11, 12, 13 en 16). De gehele versterker is thermisch geïsoleerd om alle thermospanningen aan de ingangen stabiel te houden. De spanning van het koper-constantaan thermokoppel wordt van een  $4\frac{1}{2}$  digits digitale voltmeter afgelezen. Een capaciteit van 10 nF is over de ingangen aangebracht om de storing van de 17 MHz van het omroepsysteem van het sturinggebouw te onderdrukken

van ongeveer  $0,1 \mu\text{V}$ . Door nu het thermokoppelsignaal 1000 keer met een ruisarme instrumentatieversterker te versterken, kan dit signaal met de benodigde resolutie gemeten worden met een eenvoudige digitale voltmeter (fig. 2.3). De draden van het thermokoppel worden direct aan de ingang van de versterker gesoldeerd. De versterker van  $2,5 \times 2 \times 1 \text{ cm}$  wordt met behulp van isolatiemateriaal thermisch geïsoleerd, zodat tijdens de meting de temperatuur van de koude las stabiel is.

De versterkers zijn gedurende het gehele experiment niet uitgeschakeld om zodoende de langdurige instelling van een thermisch evenwicht met de omgeving (enkele uren) te vermijden. Indien er desondanks drift optrad (b.v. door de invloed van de zon), is deze gedurende 2 minuten voor de meting gevolgd en lineair geëxtrapoleerd om de registraties te corrigeren.

#### 2.4.4. Registratie en verwerking van de meetgegevens

De warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  kan berekend worden uit (21). Door op 2 tijdstippen  $t_1$  en  $t_2$  de temperatuurtoename te meten is  $\lambda$  bepaald:

$$\Delta T = \frac{\Phi}{4\pi\lambda} \ln\left(\frac{t_2}{t_1}\right) \quad (28)$$

Oplossing van  $\lambda$  levert:

$$\lambda = \frac{i^2 R}{4\pi\Delta T \ell} \ln\left(\frac{t_2}{t_1}\right) \quad (29)$$

met  $i$  de stroom door het verwarmingselement met weerstand  $R$  en lengte  $\ell$ . Nauwkeuriger bepalingen zijn te verkrijgen door de temperatuuroefening vaak te bemonsteren (b.v. 100 of 200 keer gedurende de meting van 120 s) en met behulp van een kleinste kwadratenschatter, zoals regressie-analyse,  $\lambda$  te schatten. De hiervoor benodigde automatische registratie- en verwerkingsapparatuur was echter niet beschikbaar.

Daarom is gekozen voor een iets andere procedure, waarbij de digitale voltmeter regelmatig wordt afgelezen. Dit gebeurde 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 80, 100 en 120 s na het inschakelen van de verwarmingsstroom. Uit deze serie waarnemingen zijn 8 combinaties gebruikt, waarbij de tijd steeds werd verdubbeld. Met deze 8 combinaties zijn met (29) 8  $\lambda$ 's uitgerekend, waarvan het gemiddelde en de standaarddeviatie ( $\sigma$ ) is bepaald. Een voordeel van deze tijdcombinaties is dat de gemeten  $\Delta T$  constant zou moeten zijn omdat  $\ln(t_2/t_1)$  constant is. Afwijkingen kunnen hierdoor direct geconstateerd en eventueel gecorrigeerd worden.

Bij elk van de 22 verschillende gravimetrisch bepaalde vochtgehalten (zie 2.4.1) is de gemiddelde  $\lambda$  met diens  $\sigma$  bepaald. Deze gegevens zijn in de PDP 11/23 laboratoriumcomputer gevoerd. Een verdere gegevensreductie is verkregen door met behulp van multipole regressie-analyse (regressie van  $\lambda$  op het vochtgehalte) een tweede-graads-kromme door de gegevens te schatten (VAN DER GRINTEN en LENOIR, 1973; blz. 412-430). Hiervoor is programmatuur ontwikkeld waarbij gebruik is gemaakt van het SSP programmapakket (DEC, 1975). Ook worden de meetgegevens en de geschatte parabool grafisch weergegeven (fig. 2.4).



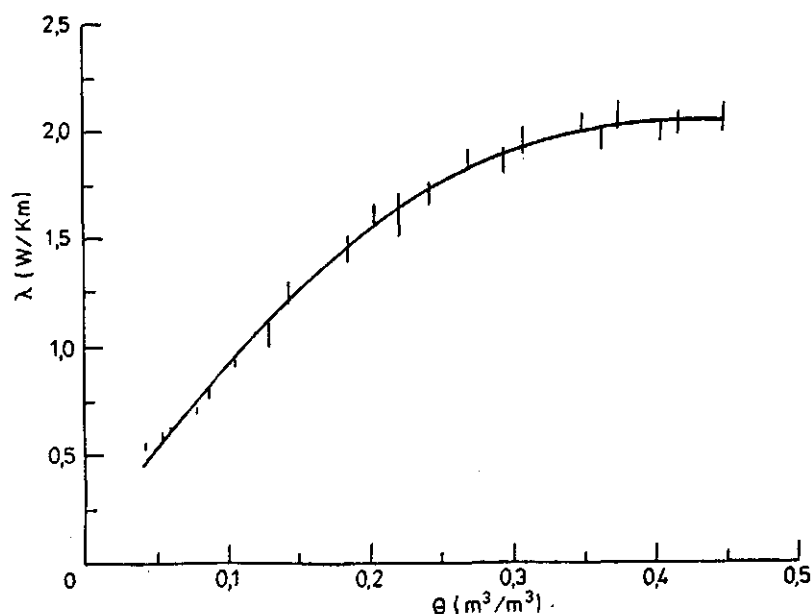


Fig. 2.4. Voorbeeld van de grafische computeruitvoer van een serie bepalingen van de warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  voor één grondmonster als functie van het vochtgehalte  $\theta$ . In de grafiek is de gemiddelde waarde van de warmtegeleidingscoëfficiënt plus en min diens standaarddeviatie uitgezet als verticale balk. De berekende tweede-orde-regressiecurve is bovendien in de grafiek getekend (zie tekst)

### 3. RESULTATEN

De warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  is, met behulp van de naaldmethode, bepaald aan negen grondmonsters van het proefveld van de PAGV te Lelystad.

De  $\lambda$  is van elk monster bepaald bij 22 verschillende vochtgehalten. Het verband tussen  $\lambda$  en het vochtgehalte is niet lineair. Dit verband kan goed benaderd worden door een tweede-gradskromme, behalve voor monster 2. Bij dit monster stijgt  $\lambda$  nauwelijks boven een vochtgehalte van 15%. Dit verband is daarom ook benaderd met twee rechten. De resultaten zijn gegeven in tabel 3.1 en fig. 3.1.

Uit tabel 3.1 blijkt dat voor alle monsters, zoals te verwachten is,  $\lambda$  toeneemt met het vochtgehalte. De toename van  $\lambda$  neemt over het algemeen af ( $a_2 < 0$ ). De sterke toename van  $\lambda$  ligt in het 'droge' gebied waar de warmtegeleiding voor een groot deel plaats vindt door de wateringen rondom de contactpunten van de korrels. De geleiding door de met lucht gevulde poriën is vrij klein. In dit gebied is de grootte

Tabel 3.1. Tweede-orde benadering van de relatie van de warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  (W/Km) met het vochtgehalte  $\theta$  (fractie). Voor de grondmonsters zijn de coëfficiënten van  $\lambda = a_0 + a_1\theta + a_2\theta^2$  gegeven met de standaarddeviatie van de residuen ( $\sigma_r$ ). De laatstgenoemde is een maat voor de afwijking van de meetpunten tot de geschatte functie. De relatie voor monster 2 kan beter met twee eerste-orde benaderingen beschreven worden, namelijk  $\lambda = 2,15 + 0,49\theta$  voor vochtgehalten boven 0,15 en  $\lambda = 0,76 + 10,71\theta$  voor vochtgehalten daaronder (zie tekst)

Monsternummer	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$\sigma_r$
1	0,57	7,22	- 9,12	0,05
2	0,88	10,69	-18,87	0,10
3	0,57	8,13	- 6,22	0,07
4	0,08	9,54	-11,47	0,04
5	0,15	5,62	- 4,39	0,04
6	0,35	7,14	- 5,19	0,06
7	0,25	10,89	-12,37	0,06
8	0,18	4,88	+ 0,86	0,11
9	0,14	6,18	- 4,22	0,05

van de waterringen en dus ook de  $\lambda$  sterk afhankelijk van het vochtgehalte. Bij een toename van het vochtgehalte worden steeds meer poriën met water gevuld die relatief steeds minder invloed uitoefenen, daar de  $\lambda$  van water veel kleiner is dan die van de bodemmineralen (tabel 3.2).

De variatie tussen de  $\lambda$ 's van de verschillende grondmonsters is vrij groot (zie fig. 3.1) en niet duidelijk gerelateerd aan de dichtheid of diepte. De  $\lambda$  van grond is, naast het vochtgehalte, ook een functie van de bestanddelen waaruit deze is opgebouwd. De  $\lambda$ 's van de bodemmineralen, organische stof, water en lucht verschillen sterk van elkaar (tabel 3.2). De verschillen van de gemeten  $\lambda$ 's van de grondmonsters kunnen hieruit echter niet verklaard worden. Bijvoorbeeld de bouwvoor (monster 1, die meer organische stof bevat dan de voornamelijk uit zand bestaande diepere lagen (monsters 8 en 9, zie fig. 3.1) zou

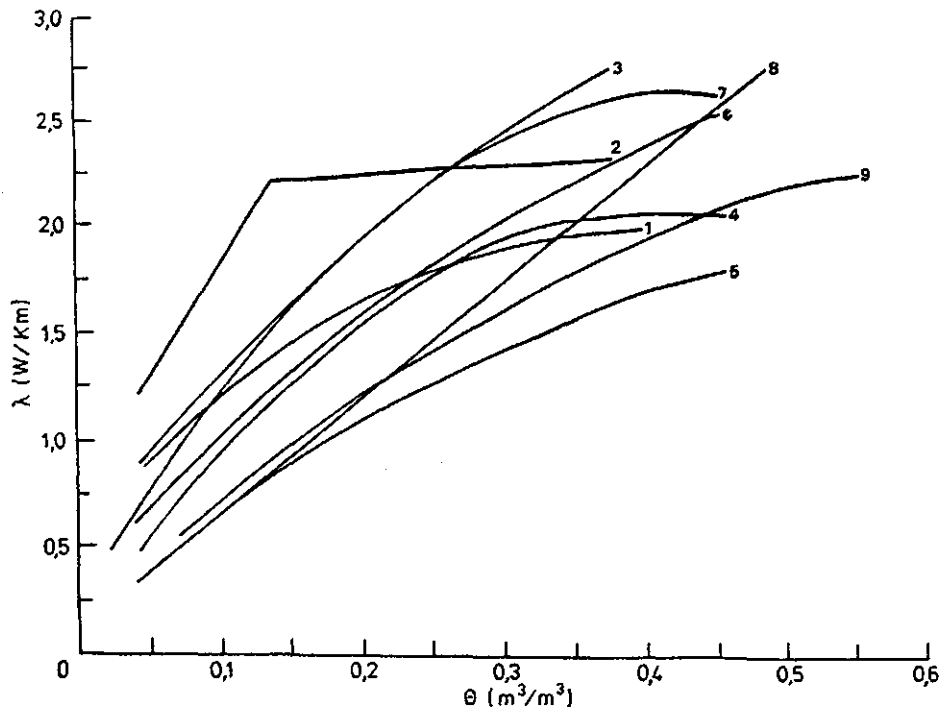


Fig. 3.1. De verbanden tussen de warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  en het volumetrisch vochtgehalte  $\theta$  van de 9 monsters. De nummering van de krommen komt overeen met de grondmonsternummers uit de tabellen 2.1 en 3.1. Het verband van monster 2 is benaderd met twee rechten (zie tekst)

Tabel 3.2. Warmtegeleidingscoëfficiënten ( $\lambda$ ) van diverse bodembestanddelen bij 20°C. Naar VAN WIJK en DE VRIES (1963)

	$\lambda$ (W/Km)
kwarts	8,4
andere mineralen (gemiddeld)	2,9
organische stof (gemiddeld)	0,25
water	0,59
lucht	0,026

slechter moeten geleiden dan die diepere lagen. Een reden hiervoor kan het verschil in thermisch contact tussen de deeltjes van de 'goed' geleidende bodemmineralen zijn. Dit thermisch contact is weer een functie van de pakking, de vorm en de verdeling van de grootte van de deeltjes (DE VRIES, 1963).

De gemeten waarden van  $\lambda$  komen overeen met de uit de literatuur bekende waarden (BAVER et al., 1972; DE VRIES, 1966, 1975; FEDDES, 1971).

Daar  $\alpha \rho c = \lambda$  kan de temperatuurvereffeningscoëfficiënt  $\alpha$  berekend worden uit de gemeten waarden van  $\lambda$ . Substitutie hierin van vergelijking 4 levert:

$$\alpha = \frac{\lambda}{f_s \rho_s c_s + f_l \rho_l c_l + f_g \rho_g c_g} \quad (30)$$

De bijdrage van de met lucht gevulde poriën kunnen verwaarloosd worden daar  $\rho_g c_g$  meer dan 1000 maal kleiner is dan  $\rho_s c_s$  en  $\rho_l c_l$ . Vullen we voor  $\lambda$  de tweede orde benadering  $\lambda = a_0 + a_1 \theta + a_2 \theta^2$  (tabel 3.1), voor  $\rho_s c_s = 2,0 \times 10^6 \text{ J/m}^3 \cdot \text{K}$  en voor  $\rho_l c_l = 4,2 \times 10^6 \text{ J/m}^3 \cdot \text{K}$  in, dan kan (30) worden geschreven als:

$$\alpha = \frac{a_0 + a_1 \theta + a_2 \theta^2}{2f_s + 4,2\theta} \quad (10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}) \quad (31)$$

De zo gevonden  $\alpha$  is voor de negen grondmonsters in fig. 3.2 weergegeven. Deze waarden komen globaal overeen met de uit de literatuur bekende gegevens (BAVER et al., 1972; DE VRIES, 1975). In het gebied met vochtgehalten kleiner dan 0,1 worden door sommige auteurs kleinere waarden voor  $\alpha$  gevonden (BAVER et al., 1972; FEDDES, 1971).

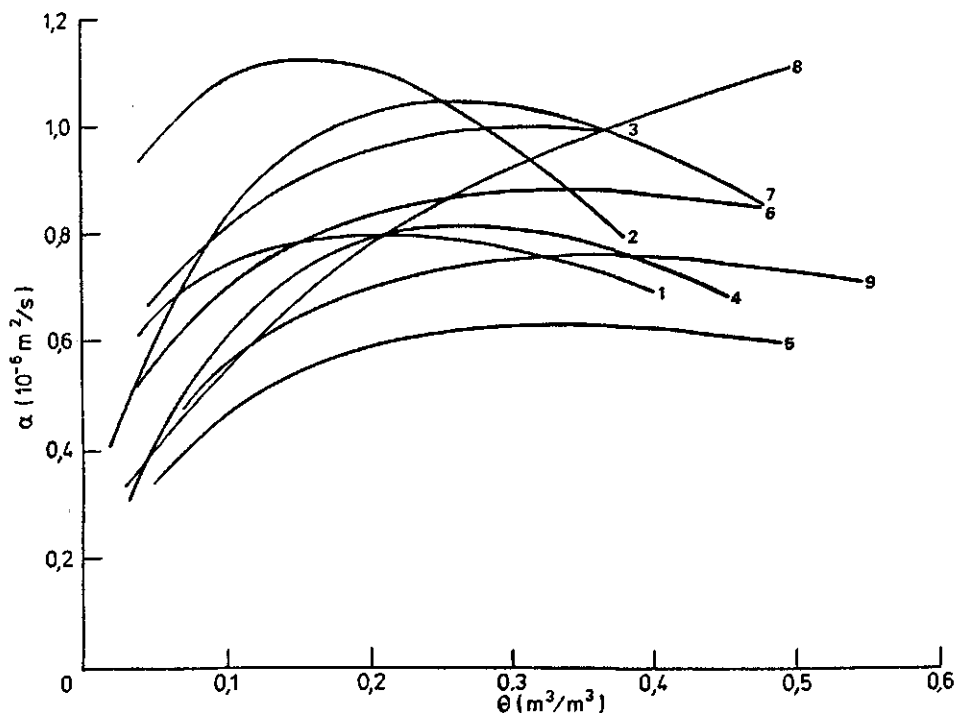


Fig. 3.2. De verbanden tussen de temperatuurvereffeningscoëfficiënt  $\alpha$  en het vochtgehalte  $\theta$  van de 9 grondmonsters. Het verband is uitgerekend met behulp van vergelijking 31 (zie tekst). De nummering van de krommen komt overeen met de monsternummers uit de tabellen 2.1 en 3.1

#### 4. DISCUSSIE

##### 4.1. Het ideale lijnbron model versus de fysische werkelijkheid

De warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  van grondmonsters is bepaald met de naaldmethode. Uit het gemeten temperatuurverloop van de naald wordt  $\lambda$  berekend. Hierbij zijn vereenvoudigingen van de fysische werkelijkheid toegepast:

- A. De naald met zijn eindige lengte en diameter wordt gedacht als een oneindig lange en oneindig dunne draad met een oneindig goed thermisch contact met het medium. In de experimentele situatie wordt de overgangsweerstand van de stookdraad in de naald naar het medium verwaarloosd. De temperatuur wordt echter in de naald gemeten, deze komt door deze verwaarloosde overgangsweerstand niet exact overeen met de temperatuur in het medium. Met een betere mathematische beschrijving van de naaldmethode, zoals het gemodificeerde Jaeger-model (VAN HANEGHEM, 1981), kan bovengenoemde invloed gekwantificeerd

worden. Volledig automatische meet- en verwerkingsapparatuur is echter dan wel een vereiste.

- B. De verwaarlozing van de warmtecapaciteit van de naald, met daarin de stookdraad en het thermokoppel, geeft een opwarmeffect dat sterk doorspreekt bij een korte meetduur, maar asymptotisch verdwijnt. Daar in vergelijking (11) al gekozen is voor een lange-tijden oplossing, is het effect van de warmtecapaciteit van de naald op de bepaling van  $\lambda$  klein.
- C. De eindige afmetingen van de naald veroorzaken afwijkingen in de cilindrsymmetrie. Deze geeft bij de gebruikte opstelling geen statistisch significante verschillen (GOLOVANOV, 1969).
- D. Het medium is niet oneindig uitgestrekt, zoals in het ideale lijnbronmodel wordt verondersteld. De invloed hiervan op de  $\lambda$ -bepaling is bij de gebruikte meetduur van 120 s minder dan 1% (GOLOVANOV, 1969).
- E. De sterke gelaagdheid van de monsters veroorzaakt afwijkingen in de cilindrsymmetrie, elke laag kan een andere  $\lambda$  hebben. De invloed hiervan kan met de naaldmethode niet gekwantificeerd worden door de geringe afmetingen van deze lagen (van enkele mm tot cm).

Als een globale indicatie voor de toevallige fouten in de  $\lambda$ -bepaling kan de standaarddeviatie van de residuen (tabel 3.1) genomen worden. Systematische fouten zijn niet onderzocht, maar een nauwkeurigheid van 2% in de bepaling van  $\lambda$  wordt mogelijk geacht (JANSE and BOREL, 1965).

#### 4.2. De warmtegeleidingscoëfficiënt en de bepaling van het vochtgehalte

Indien er een eenduidig verband bestaat tussen de warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  en het vochtgehalte, dan kan het vochtgehalte berekend worden uit de gemeten  $\lambda$ . In de praktijk moet echter rekening worden gehouden met variaties in de bepaling van  $\lambda$ . Uit de gemiddelde afwijkingen van de  $\lambda$ -bepalingen tot de geschatte kromme kan een soort betrouwbaarheidsgebied rondom deze kromme worden geconstrueerd. Bij een bepaalde waarde van  $\lambda$  ontstaat zo een gebied waarbinnen het vochtgehalte kan liggen. De nauwkeurigheid van het geschatte vochtgehalte hangt dan af van de grootte van het betrouwbaarheidsgebied van  $\lambda$  en de helling van de relatie tussen  $\lambda$  en het vochtgehalte. Bijvoorbeeld in

het steile gedeelte van de relatie tussen  $\lambda$  en het vochtgehalte van monster 4 (fig. 2.4) ligt bij  $\lambda = 0,75$  W/Km het vochtgehalte tussen 0,06 en 0,09, maar in het vlakke gedeelte van de curve, bij  $\lambda = 2,0$  W/Km, kan het vochtgehalte tussen de 0,30 en verzadiging liggen. De toepasbaarheid van de warmtegeleidingscoëfficiënt als een indicatie voor het vochtgehalte zal dus in het algemeen in het gebied met vochtgehalten beneden de 0,25 à 0,30 liggen. Gezien de grote verschillen tussen verschillende grondsoorten (fig. 3.1) zal er voor elke grondsoort een aparte ijkcurve moeten worden bepaald.

#### REFERENTIES

- BAVER, L.D., W.H. GARDNER and W.R. GARDNER, 1972. Soil physics. pp 253-283. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- CARSLAW, H.S. and J.C. JAEGER, 1959. Conduction of heat in solids. Oxford at the Clarendon Press.
- DEC, 1975. RT-11 Scientific subroutines package. Reference Manual No. DEC-11-ARSMA-A-D. Digital Equipment Corporation, Maynard, Massachusetts.
- FEDDES, R.A., 1971. Water, heat and crop growth. Meded. Landbouwhogeschool Wageningen. 12: 1-184.
- GOLOVANOV, A.I., 1969. Measuring thermal conductivity of soils under laboratory conditions. Neth. J. Agric. Sci. 17: 71-79.
- GRINTEN, P.M.E.M. VAN DER en J.M.H. LENOIR, 1973. Statistische procesbeheersing. Prisma-technica 50. Het Spectrum, Utrecht.
- HALBERTSMA, J.M., 1985. De ijking van capacitieve grondvochttopnemers ten behoeve van het afvalwarmteproject. Nota ICW (in voorbereiding).
- HANEGHEM, I.A. VAN, 1981. Een niet-stationaire naaldmethode (warmtegeleiding, warmtecapaciteit, contactweerstand). Proefschrift Landbouwhogeschool Wageningen.
- JANSE, A.R.P. and G. BOREL, 1965. Measurement of thermal conductivity in situ in mixed materials, e.g. soils. Neth. J. Agric. Sci. 13: 57-62.
- VRIES, D.A. DE, 1952. Het warmtegeleidingsvermogen van grond. Proefschrift Rijksuniversiteit Leiden.
- , 1963. Thermal properties of soils. In: Physics of plant environment (ed. W.R. van Wijk) pp 210-235. North-Holland publishing company, Amsterdam.

VRIES, D.A. DE, 1975. Heat transfer in soils. In: Heat and mass transfer in the biosphere (eds. D.A. de Vries and N.H. Afgan) pp 5-28. Scripta Book Co., Washington, D.C.

WIJK, W.R. VAN and D.A. DE VRIES, 1963. Periodic temperature variations in a homogeneous soil. In: Physics of plant environment (ed. W.R. van Wijk) pp 102-143. North-Holland publishing company, Amsterdam.