

Landbouwwuniversite

gekromde

oppervlakken

(een "sterk" verhaal)

door prof. dr. A. Prins

629226

GEKROMDE OPPERVLAKKEN

(een "sterk" verhaal)

door prof.dr. A. Prins



College gegeven op 17 oktober 1996 ter gelegenheid van zijn afscheid als hoogleraar in de Levensmiddelen-natuurkunde aan de Landbouwniversiteit Wageningen

GEKROMDE OPPERVLAKKEN

(een "sterk" verhaal)

In dit afscheidscollege wil ik het met U hebben over gekromde oppervlakken en wel in het bijzonder over gekromde vloeistofoppervlakken.

Met dit college hoop ik U te laten zien dat gekromde vloeistof-oppervlakken aanleiding geven tot verschijnselen die we overal om ons heen dagelijks kunnen waarnemen. Zoals U zult zien, berust de verklaring ervan op eenvoudige natuurkundige principes. Daartoe gaan we eerst de begrippen "gekromd" en "oppervlak" nader definiëren.

Via de Van Dale en de Winkler Prins komen we voor een kromme lijn tot de definitie: "een kromme lijn heeft een vorm die afwijkt van een rechte lijn" (1). Voor een krom of gebogen oppervlak tot de definitie dat zo'n oppervlak zodanig is "dat een rechte lijn er niet in alle richtingen op past" (2).

Een oppervlak wordt gedefinieerd als "een vlak dat iets van buiten begrenst, zo heeft een bol een oppervlak dat een constante kromming bezit" (3).

We komen zo vanzelf tot het begrip "kromming" wat de mate aangeeft waarin iets gekromd is. Dit wordt aangegeven met de kromtestraal R (fig. 1). Naarmate de kromtestraal R kleiner is, is de kromming groter (4), dus: $kromming = 1/R$.

Passen we dit toe op een bol (fig. 2) dan is de kromtestraal van het boloppervlak gelijk aan de straal van de bol R . Voor het beschrijven van de kromming van zo'n boloppervlak hebben we twee kromtestralen nodig die in twee loodrecht op elkaar staande vlakken werken (5); anders gezegd: een bol oppervlak is in twee richtingen gekromd met een totale kromming van

$$1/R_1 + 1/R_2 = 2/R_{bol}.$$

Een cilinder oppervlak is maar in één richting gekromd

(fig. 3), zodat daar de kromming $1/R_1$ is. In de andere richting is het cilinderoppervlak vlak, wat overeenkomt met een kromtestraal $R_2 = \infty$, zodat $1/R_2$ de kromming in die richting, gelijk aan nul is.

Tot zover is de situatie met betrekking tot de kromming overzichtelijk en duidelijk. Toch zullen we oppervlakken tegenkomen die we in de huis-, tuin- en keukenbenadering als gekromd kwalificeren, maar die vanuit een natuurkundig gezichtspunt als niet gekromd, dus als plat, moeten worden opgevat.

Wat is nu het bijzondere van gekromde oppervlakken? Bij het voortschrijden van de techniek van het bouwen van kathedralen, huizen, auto's, schepen en fietsen, heeft men ervaren dat gekromde oppervlakken sterker zijn dan vlakke oppervlakken. Een raam met een gebogen bovenzijde is beter in staat de druk van het daarboven gelegen bouwwerk te weerstaan dan een rechthoekig raam. Een patrijspoort is rond omdat op die manier de scheepshuid minder verzwakt wordt dan bij een rechthoekige "patrijspoort" het geval zou zijn.

Een vliegtuigromp en een onderzeeër hebben een cirkelvormige doorsnede omdat ze zo de uitwendige krachten beter het hoofd kunnen bieden. In de automobieliindustrie maakt met gebruik van gebogen plaatwerk, omdat deze de krachten beter kunnen opvangen dan vlakke platen; gevolg: minder trillingen en een steviger koetswerk met minder materiaal. Golfkarton ontleent zijn stevigheid onder andere aan de aanwezigheid van gegolfd papier tussen twee lagen karton.

Waarom is een gekromd oppervlak vaak sterker dan een vlak oppervlak? Laten we, ter beantwoording van deze

vraag, eens naar het metselwerk in gebouwen kijken. Men maakt daar graag gebruik van gebogen constructies zoals gewelven en boogramen (fig. 4). Metselwerk is goed in staat drukkrachten op te nemen maar kan dit minder goed met trekkrachten. Bij een raam met een rechte gemetselde bovenkant wordt bij belasting het onderste deel van het metselwerk op trek belast, waardoor scheurvorming kan optreden (fig. 5). Bij een boograam worden bij belasting de krachten hoofdzakelijk door drukkrachten in het metselwerk opgevangen en naar de beide muren naast het raam afgeleid. Essentieel is hier dat deze krachten in een richting evenwijdig aan het gekromde oppervlak werken.

Wat heeft dit alles nu met een gekromd vloeistofoppervlak te maken? Welnu, in het oppervlak van alle vloeistoffen en vaste stoffen werkt ook een kracht in een richting evenwijdig aan dat oppervlak: de oppervlaktespanning γ . Deze kracht heeft tot gevolg dat vloeistoffen en vaste stoffen de neiging hebben hun oppervlak zo klein mogelijk te maken en deze neiging is des te sterker naarmate de oppervlaktespanning γ groter is. Aangezien bij een gegeven hoeveelheid van een stof, de bolvorm het kleinste oppervlak heeft, zullen vloeistoffen en vaste stoffen naar deze vorm streven. Dat lukt uiteraard beter bij vloeistoffen dan bij vaste stoffen. Voorbeelden hiervan zijn de waterdruppel aan de kraan en een zeepbel aan een pijpje (fig. 6). Deze neiging tot samentrekken van een wateroppervlak kan goed gedemonstreerd worden met behulp van een waterig zeepvlies dat zich in een metalen raampje bevindt. Het onderste deel van het raampje is met een dun touwtje afgesloten. Door de oppervlaktespanning

wil het zeepvlies een zo klein mogelijk oppervlak innemen, waardoor het touwtje cirkelvormig naar binnen getrokken wordt (fig. 7). Trekken we het midden van het touwtje naar beneden dan rekken we het zeepvlies uit een blijft er voor de beide helften van het touwtje niets anders over dan twee halve cirkels te vormen. Laten we het touwtje los dan neemt het zeepvlies ogenblikkelijk de oorspronkelijke vorm weer aan.

Deze neiging tot samentrekken van een oppervlak in combinatie met een kromming van dat oppervlak, geeft aanleiding tot een belangrijk verschijnsel. Stel we blazen van diezelfde zeepoplossing een zeepbel aan een pijpje. Het oppervlak van die zeepbel zal zich net zo willen samentrekken als dat zeepvlies in dat raampje met dat touwtje. Dat kan echter niet zo maar want daartoe zal de lucht uit de bel verdreven moeten worden. Als het pijpje geopend wordt dan gebeurt dat ook en stroomt de bel leeg en verdwijnt (fig. 8).

Dit bevestigt ons vermoeden dat de druk van de lucht in de bel groter is dan daarbuiten. Dit fysische verschijnsel is al door Pierre Simon Laplace (fig. 9), die leefde van 1749-1827, beschreven en verklaard en kan door de volgende vergelijking weergegeven worden (6)

$$\Delta p = p_{\text{bel}} - p_{\text{omg}} = 2\gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 4 \frac{\gamma}{R} .$$

Hierin herkennen we de beide kromtestralen R_1 en R_2 van de bol. Deze vergelijking geeft dus aan dat het drukverschil over een gekromd oppervlak, Δp , evenredig is met de oppervlaktespanning γ en met de kromming. De factor 2 komt doordat een zeepbel twee oppervlakken heeft, een binnen- en een buitenoppervlak.

Drie aspecten van dit verschijnsel wil ik hier benadrukken:

1. De druk is aan de holle kant van het gekromde oppervlak hoger dan aan de andere, de bolle, kant.
2. De druk in de bel neemt toe naarmate de kromtestraal van het oppervlak kleiner wordt.
3. De druk in de bel neemt af naarmate de oppervlakte-spanning kleiner wordt.

Punt 1: De druk is aan de holle kant van het gekromde oppervlak hoger dan aan de andere, de bolle kant.

Dit werd al gedemonstreerd met de leegstromende zeepbel aan het pijpje. Dat de druk aan de bolle kant van het oppervlak lager is dan aan de andere kant, wordt bijvoorbeeld gedemonstreerd door de meniscus die het oppervlak van uw koffie in het kopje vormt. Het oppervlak van de koffie staat tegen de wand van het kopje op en vormt een gekromd oppervlak waarvan de bolle kant aan de kant van de koffie ligt (fig. 10). De daarbij behorende lagere druk zuigt de koffie naar boven toe: een voorbeeld van capillaire opstijging.

Punt 2: De druk in de bel neemt toe naarmate de kromtestraal van het oppervlak kleiner wordt.

Blazen we twee zeepbellen van verschillende grootte aan een pijpje dan zal de druk in de kleine bel groter zijn dan in de grote bel en stroomt de lucht dus van de kleine naar de grote bel: de kleine bel verdwijnt ten gunste van de grote bel (fig. 11) (7). Dit wellicht wat onverwachte verschijnsel heeft belangrijke konsekwenties voor systemen waarin zich bellen van verschillende grootte bevinden, zoals bierschuim, chocomousse en opgeklopte slagroom. Ik kom daar op terug.

Punt 3: De druk in de bel neemt af naarmate de oppervlaktespanning kleiner wordt.

Ook op het aspect van de invloed van de oppervlaktespanning op het drukverschil kom ik terug aan het eind van dit college.

Ik neem U nog even mee naar het zeepvlies in het metalen raampje. Ik trek nu het touwtje niet uit in de richting van de film, maar loodrecht op de film. Er ontstaat zo een filmoppervlak dat door de argeloze toeschouwer als niet vlak gekarakteriseerd zal worden (fig. 12). Maar is het wel gekromd? Hoe is het met de druk aan weerszijden van het zeepvlies?

Wel, het moge duidelijk zijn dat de druk aan beide zijden van de film dezelfde is. Volgens de wet van Laplace moet dus, aangezien de oppervlaktespanning niet nul is, de kromming van dat oppervlak gelijk aan nul zijn.

Hoe kan dat?

Welnu, we hebben hier te maken met een zadelloppervlak (fig. 13). Snijden we deze ruimtelijke figuur in verticale richting door, dan is deze aan de buitenzijde hol en aan de binnenzijde bol. Snijden we in horizontale richting, dan is het net omgekeerd: aan de buitenzijde bol en aan de binnenzijde hol. Het resultaat hiervan is dat de kromteschaal in de ene doorsnijding aan een andere kant van het oppervlak ligt dan in de andere doorsnijding (8).

In de formule van Laplace komt dit tot uitdrukking doordat het teken van de ene kromtestraal R_1 omgekeerd is aan het teken van de andere kromtestraal R_2 :

$$\Delta p = 2\gamma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

zodat wanneer $R_1 = R_2$ de waarde van Δp gelijk aan nul wordt. Hiermee is voldaan aan de eis dat er geen drukverschil over het oppervlak heerst.

Met betrekking tot de definitie van een plat vlak waar gesproken wordt over een rechte lijn die daar in alle richtingen in past, is het wellicht goed hier op te merken dat zo'n zeepvlies in de zadelvorm geheel kan worden opgebouwd uit rechte lijnen (fig. 14) (9). Beeldende kunstenaars laten zich daardoor soms inspireren zoals blijkt uit een kunstwerk dat ik in Lausanne bij het meer van Genève aantrof (fig. 15).

We keren terug naar de bel maar nu een bel in een vloeistof, bijvoorbeeld water. We weten dat de gasdruk in de bel groter is dan daarbuiten. Zijn twee bellen aanwezig van verschillende grootte dan is de gasdruk in de kleine bel groter dan in de grote bel (fig. 16). Het gas zal dus van de kleine naar de grote bel willen stromen, maar dat zal dan door de vloeistof, water, die daar tussen zit, moeten gebeuren. Nu zijn gassen zoals lucht, zuurstof, stikstof en koolzuur oplosbaar in water. Verder weten we dat die oplosbaarheid toeneemt met de druk (10).

Koolzuurhoudende dranken, zoals bier, frisdranken en mineraal water, worden onder druk in flessen afgevuld. Bij het openen daalt de druk waardoor de drank oververzadigd raakt aan koolzuur en dit in de vorm van bellen ontsnapt.

De gas-oplosbaarheid in water neemt dus toe met de druk. In de buurt van het kleinere belletje met de hogere druk is de gasoplosbaarheid in het water dus groter dan in de buurt van de grotere bel. Dit concentratieverschil zorgt ervoor dat het gas van de kleine bel door de vloeistof heen naar de grote bel getransporteerd kan worden.

Dit diffusieproces gaat sneller naarmate het concentratieverschil groter is, maar ook sneller naarmate de absolute oplosbaarheid groter is. Koolzuurgas is ongeveer 50 maal beter oplosbaar in water dan lucht. Een koolzuurbel verdwijnt dus zeer veel sneller dan een luchtbel.

Vindt dit proces in een schuim plaats dan komen er steeds meer grote bellen: het schuim vergroot. Dat dit proces zich afspeelt in een tijd dat U van Uw biertje zit te genieten, zeg 15 minuten, komt door de goede oplosbaarheid van koolzuurgas in bier (11). Zou de schuimkraag op bier met behulp van de minder goed oplosbare lucht gemaakt worden dan staat na een uur het schuim nog op het bier. Er zijn biertapinstallaties die daar gebruik van maken: na het biertappen, wordt met een andere stand van de kraan, met behulp van lucht, een schuimkraag op het bier gelegd die de gewenste hoge stabiliteit heeft.

Tot zover lijkt het duidelijk dat gasbellen met hun gekromde oppervlakken inherent instabiel zijn, na kortere of lagere tijd moeten ze onherroepelijk verdwijnen. Toch kunnen gekromde oppervlakken, mits ze de goede vorm hebben, juist stabiliserend werken.

Een voorbeeld uit de alledaagse praktijk: open een flesje bier en constateer dat zich in het flesje praktisch geen schuim vormt maar dat dat wel gebeurt bij het uitgieten in een glas. Open een plastic fles met mineraal water en constateer dat zich in die fles wel bellen vormen.

Nu is het met oververzadigde, koolzuurhoudende dranken zo dat bellen alleen kunnen ontstaan als er al een bel - en dat mag ook een heel klein belletje zijn - aanwezig is. Deze belletjes zitten bijvoorbeeld op de glaswand waar kleine krasjes, onregelmatigheden of

vuildeeltjes op zitten die een gasbelletje kunnen vasthouden. U kent dit verschijnsel wel van champagne waar zo'n mooi bellentreintje uit één plaats op de glaswand ontstaat (fig. 17).

Schematisch ziet zo'n gasbelletje, dat zich in een spleetje in de glaswand bevindt, er uit als in fig. 18 wordt weergegeven (12).

Bij bier, dat de glaswand goed bevochtigt (geval A), staat het oppervlak van de bel in de spleet hol naar de gasfase toe. Dit betekent dat het gas in de bel onder een overdruk staat, waardoor het gas in het bier oplost. Met het verdwijnen van deze bel verdwijnt dus ook de potentiële "kiem" die voor belvorming zou kunnen zorgen bij het openen van de fles.

Bij het water, dat de plastic fles minder goed bevochtigt (geval B), staat de meniscus van de bel bol naar de gasfase. Het gas in de bel staat nu onder een onderdruk, waardoor de bel groeit. De bel groeit tot de meniscus de buitenrand van de spleet bereikt en vlak trekt. Met een vlakke meniscus is de gasfase in de spleet in evenwicht met het water en blijft de "kiem" beschikbaar om bij het openen van de fles belvorming mogelijk te maken.

Bij 'punt 3' heb ik aangekondigd als laatste voorbeeld iets te zeggen over de invloed van de oppervlaktespanning, γ , die in de wet van Laplace voorkomt:

$$\Delta p = 2 \frac{\gamma}{R}$$

Daartoe gaan we eerst kijken wat het effect van de belstraal R is wanneer een kleine bel verdwijnt ten gunste van een grote. We zien aan deze vergelijking dat bij het kleiner worden van de bel, de drijvende kracht Δp

toeneemt omdat R afneemt. Als er verder dus niets met de oppervlaktespanning γ gebeurt, dan versnelt het proces zichzelf en implodeert de bel uiteindelijk. Dat kan met zo'n snelheid gaan dat het een duidelijke tik geeft. Het razen van een waterketel op het vuur is daar - letterlijk en figuurlijk - een sprekend voorbeeld van. Nu bevatten de meeste systemen die bellen bevatten ook oppervlakte-actieve stoffen zoals zepen en eiwitten. Door hun oppervlakte-activiteit hopen deze stoffen zich op aan het oppervlak; we noemen dat belading. Het gevolg daarvan is dat de oppervlaktespanning daalt en des te meer naarmate de belading groter is (fig. 19). Bij het kleiner worden van de bel neemt het oppervlak van de bel af; anders gezegd het oppervlak wordt samengedrukt. Dit betekent dat de hoeveelheid geadsorbeerde stof aan het beloppervlak toeneemt en dat daardoor de oppervlaktespanning nog verder daalt. Dit verschijnsel hangt samen met een oppervlakte-eigenschap die we voor dit moment de oppervlakte-elasticiteit E zullen noemen (13).

Stel nu dat een bel kleiner wordt en dat die oppervlakte-elasticiteit E groot genoeg is om bij het afnemen van R ook γ behoorlijk te laten dalen. Dan kan het zijn dat het drukverschil $\Delta p = 2\gamma/R$ door het kleiner worden van zowel γ als R niet groter wordt maar constant blijft of zelfs kleiner wordt. Het proces van het bel oplossen kan dan stoppen. De voorwaarde waaraan E moet voldoen blijkt verrassend eenvoudig te zijn:

$$E \geq \gamma/2.$$

Wartoe dient deze uiteenzetting? U zit hier gezond en wel in deze zaal en U haalt rustig adem. Uw longen zijn

daartoe uitgerust met een groot inwendig oppervlak ongeveer zo groot als een tennisbaan (140 m^2). Longen lijken op een bloemkool, een zich steeds verder vertakkend buizenstelsel dat bezet is met longblaasjes, waarvan er een paar honderd miljoen aanwezig zijn elk met een diameter van ongeveer $0,2 \text{ mm}$ (fig. 20). Die longblaasjes zijn van binnen met een vloeistoflaag bedekt, ze zijn niet allemaal even groot en ze staan met elkaar in verbinding via de buisjes. Daar kan dus hetzelfde gebeuren als bij die twee zeepbellen aan dat pijpje: het kleine longblaasje verdwijnt ten gunste van de grote (fig. 6). Als dat in de long gebeurt, klapt de long in elkaar en functioneert niet meer.

Dat dat bij gezonde mensen niet gebeurt, komt voor een belangrijk deel door de oppervlakte-eigenschappen van de vloeistof die de longblaasjes aan de binnenkant bekleedt. Bepaalde oppervlakte-actieve stoffen zorgen ervoor dat de elasticiteit, E , van het oppervlak groot genoeg is om het in elkaar klappen van de long te voorkomen (14).

Echter, bij te vroeg geboren kinderen komt het voor dat deze oppervlakte-actieve stof nog niet genoeg is aangemaakt en die baby's lopen het risico van ademhalingsproblemen en eventueel overlijden. Door nu een extract van varkenslongen in de vorm van een nevel in die longen te brengen, kan men hulp bieden en zo de baby door de moeilijke periode heen helpen. Tevens kan men met een beademingsapparaat de ademhalingsfrequentie kunstmatig verhogen, waardoor ook een gunstig effect wordt verkregen.

Van zo'n varkensextract hebben wij de oppervlakte-elasticiteit, E , gemeten, alsmede de invloed van de frequentie daarop en inderdaad gevonden dat aan de

vereiste voorwaarde: $E \geq \gamma/2$ voldaan wordt en wel des te beter naarmate de frequentie hoger is.

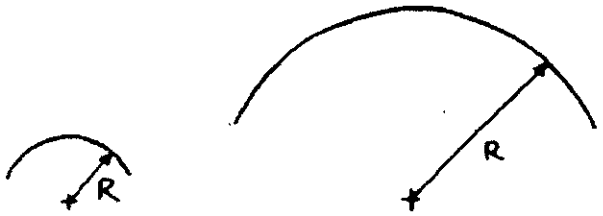
Gekromde vloeistofoppervlakken vormen een intrigerend onderwerp dat mij van bierschuim naar het functioneren van longen heeft gebracht. De kromming voegt een extra dimensie toe aan de werking van een vloeistofoppervlak, waardoor dit gekromde oppervlak sterker uit de bus komt. Vandaar de ondertitel van dit afscheidscollege: Een "sterk" verhaal.

Door natuurkundig onderzoek kunnen de mechanismen, waarmee gekromde vloeistofoppervlakken bepaalde effecten opwekken, doorgrond worden. Op basis van deze kennis kan men problemen die zich in de praktijk van alledag met die gekromde oppervlakken voordoen, beter oplossen.

Naast de vele medewerkers die de afgelopen jaren hun ziel en zaligheid in de bestudering van vloeistofoppervlakken hebben gelegd, ben ik de LandbouwUniversiteit dankbaar dat ze mij vanaf 1977 de gelegenheid heeft gegeven hieraan te werken.

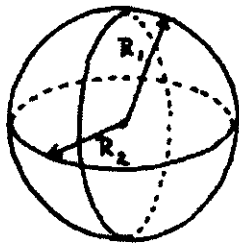
Literatuur

1. "Van Dale" Groot Woordenboek der Nederlandse Taal, 10^{de} druk (1976), Martinus Nijhoff, Den Haag, blz. 1270
2. idem, blz. 723
3. idem, blz. 1721
Grote Winkler Prins, 7^{de} druk, Elsevier (1970), deel 11, blz 401.
4. Grote Winkler Prins, 7^{de} druk, Elsevier (1970), deel 11, blz. 402.
5. J.J. Bikerman, "Foams", Springer-Verlag (1973), blz. 3.
6. P.S. Laplace, *Mecanique céleste. Supplem. au livre 10* 1 (1806); *Oeuvres* 4, 389 (1845)
7. W. Ostwald, *Zeitschrift für Physik. Chemie* 34 (1900) 503
8. Grote Winkler Prins, 7^{de} druk, Elsevier (1970), deel 13, blz. 264.
9. idem, deel 11, blz 477 en 478.
10. R. Chang, "Physical Chemistry with application to biological systems", MacMillan Publ. Co., New York, (1983), blz. 261.
11. A.D. Ronteltap, "Beer foam physics". Proefschrift Landbouwniversiteit Wageningen (1989).
C.G.J. Bisperink, A. Prins "Bubble growth in carbonated liquids", *Coll. & Surfaces* A85 (1994) 237-253.
12. A.F. Zuidberg, Proefschrift Landbouwniversiteit Wageningen, in voorbereiding.
13. J.W. Gibbs, "Collected Works", Dover Publ. Co., New York, Vol. 1 (1961) blz. 301.
14. F.H.C. de Jongh, "Ventilation modelling of the human lung", Proefschrift Technische Universiteit Delft (1995)



$$\text{Kromming} = \frac{1}{\text{kromte straal}} = \frac{1}{R}$$

Fig. 1



Bol

$$\text{Kromming} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R_{bol}}$$

Fig. 2

$$\text{Kromming} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{R_{\text{cil}}}$$

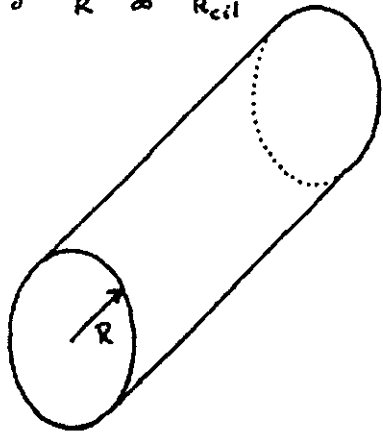


Fig. 3

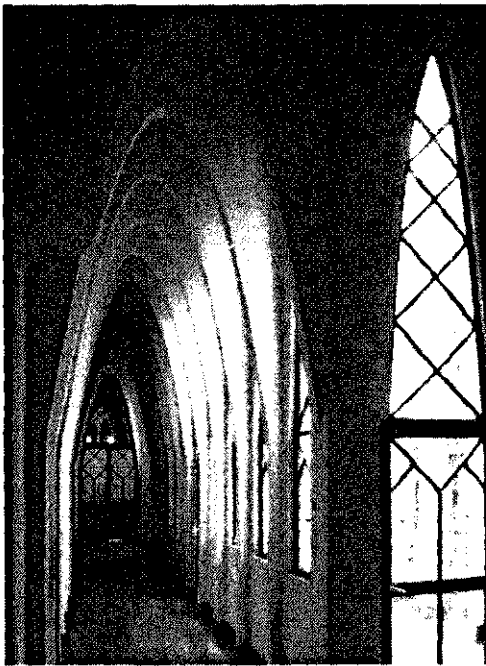


Fig. 4

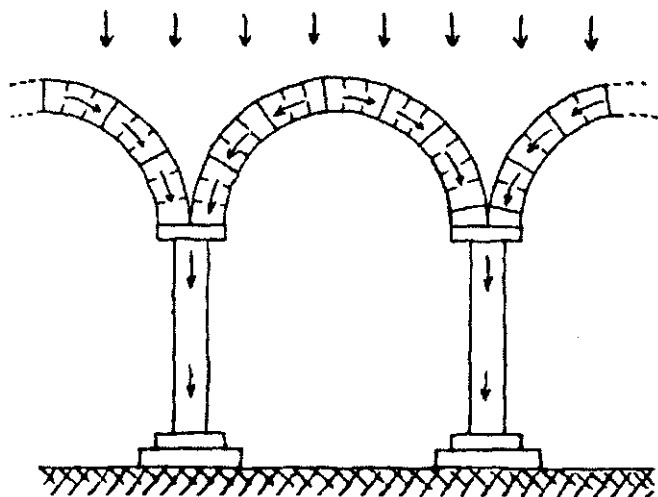
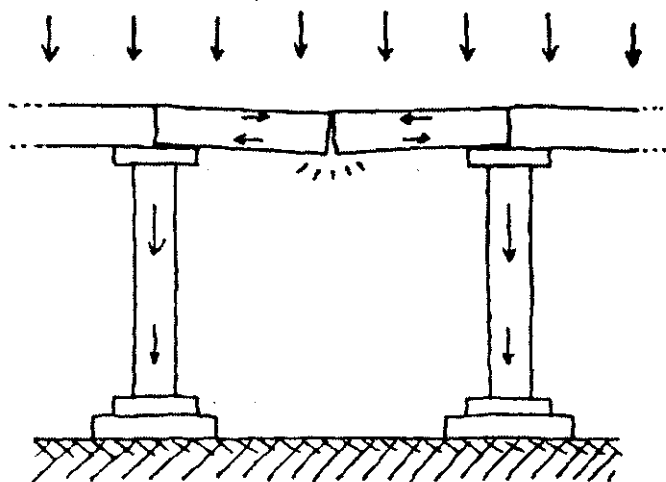


Fig. 5



Fig. 6

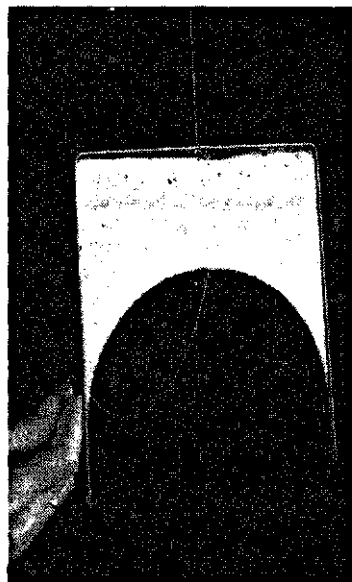


Fig. 7

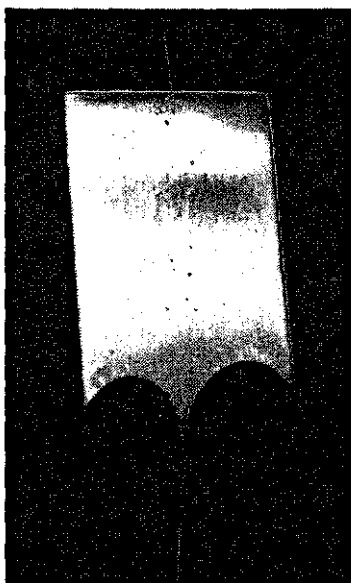


Fig. 7

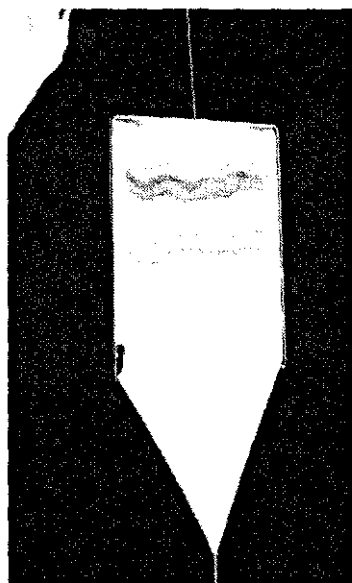


Fig. 7

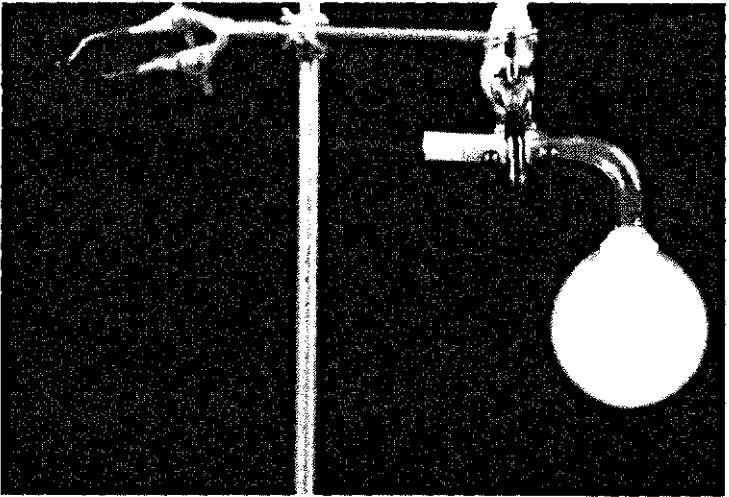
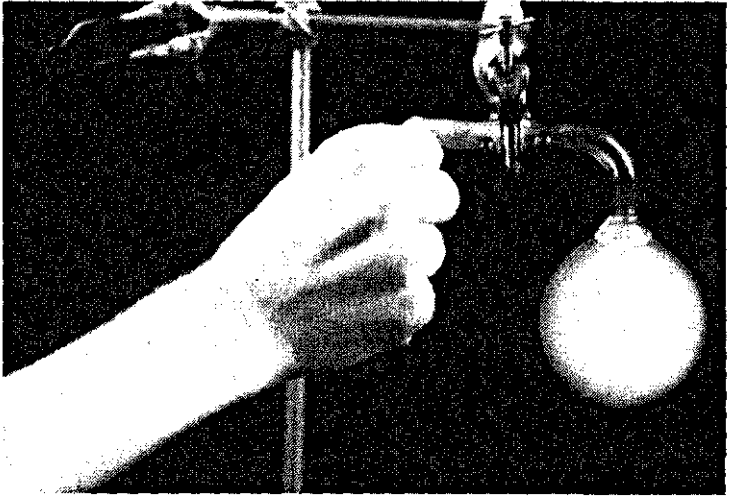


Fig. 8

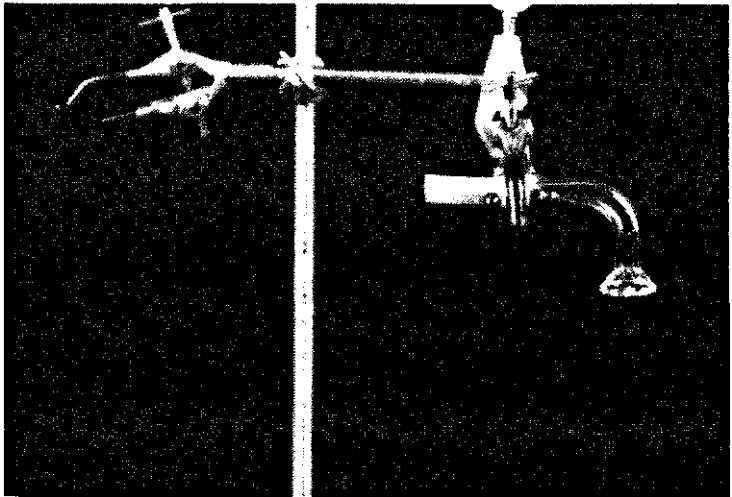
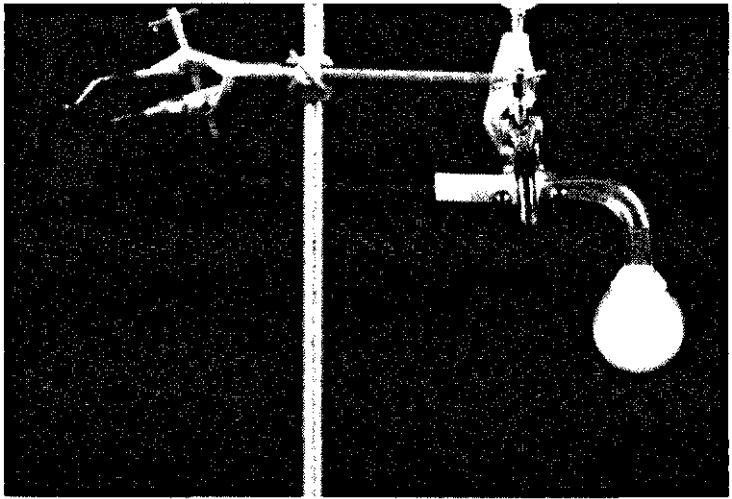


Fig. 8 Foto's van een met rook gevulde zeepbel. Bij opening van het met de duim afgesloten buisje stroomt de lucht met rook naar buiten tot de bel verdwenen is.

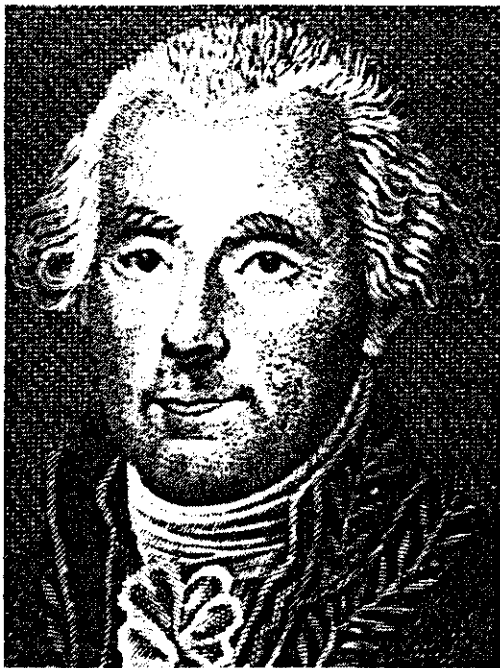


Fig. 9 Pierre Simon Laplace 1749 - 1827

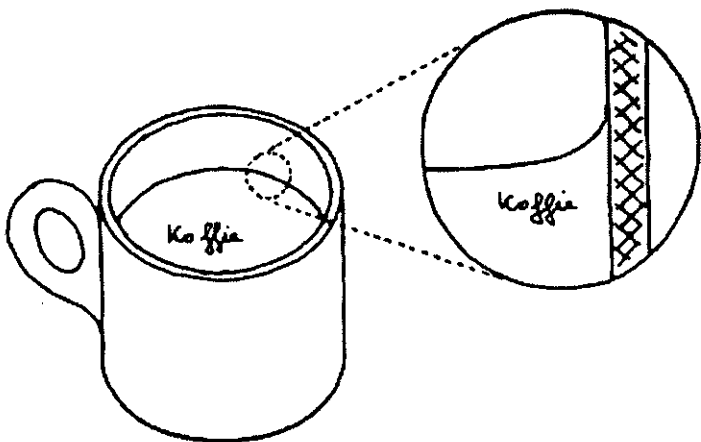


Fig. 10 Het koffie-oppervlak staat naar boven gekromd op tegen de wand van het kopje. De benodigde capillaire zuiging (onderdruk) komt doordat de meniscus zijn bolle kant naar de koffie toe keert.

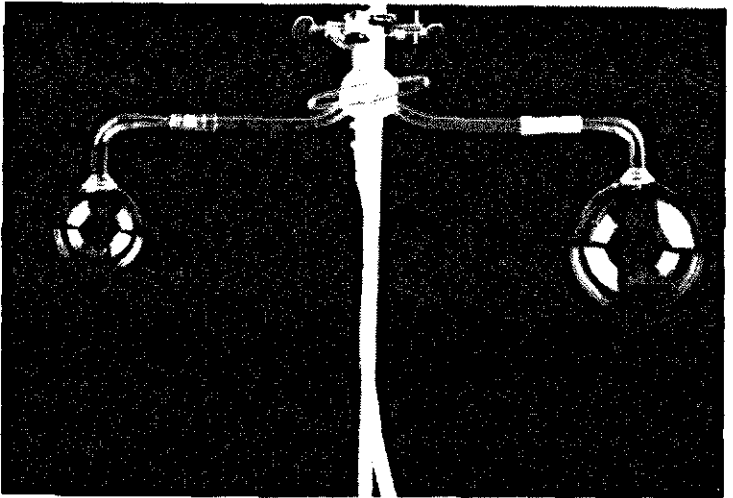
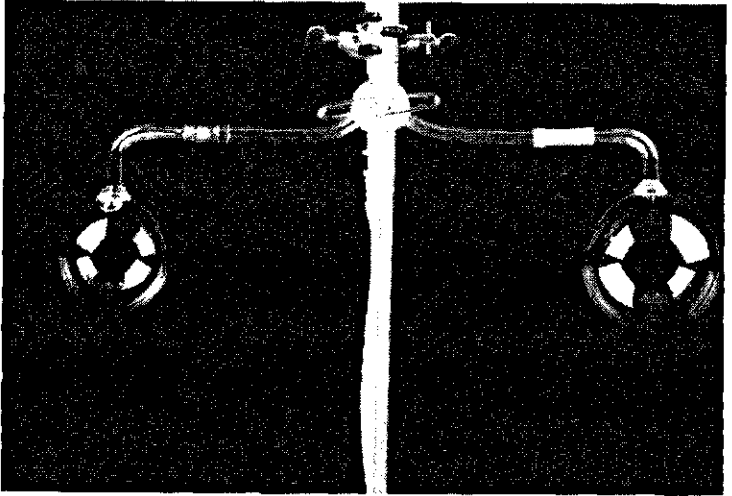


Fig. 11

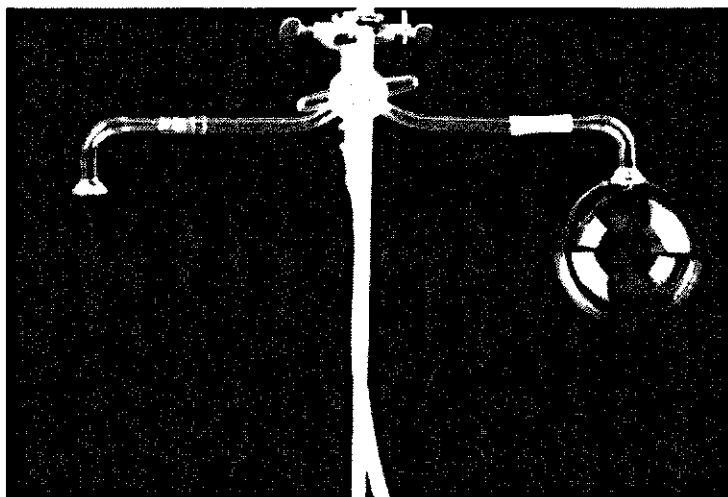
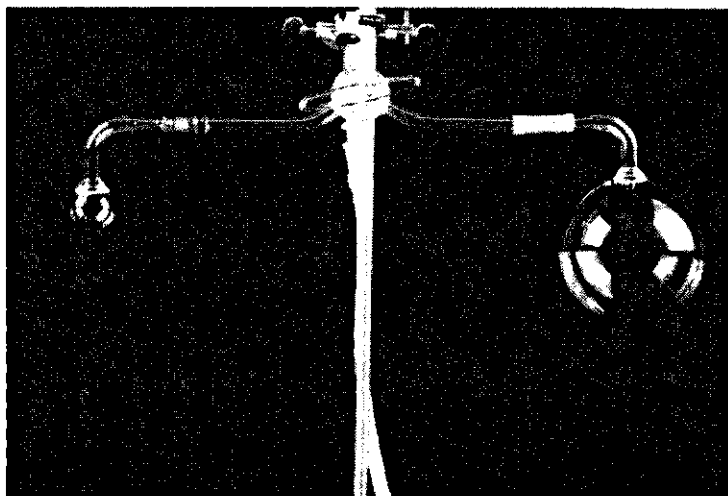


Fig. 11 Door de hogere druk in de kleinere bel verdwijnt de kleine bel ten gunste van de grote bel.

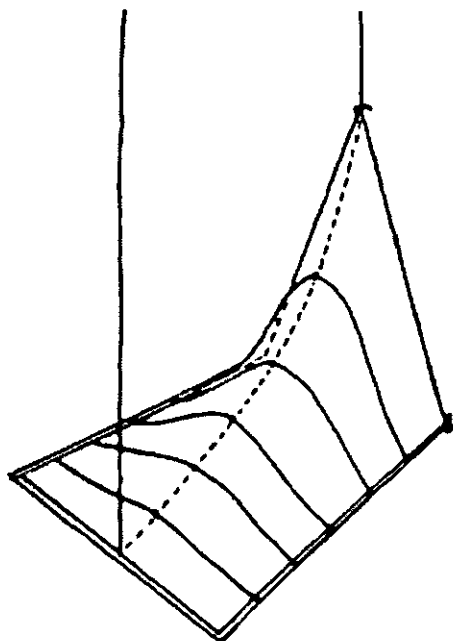
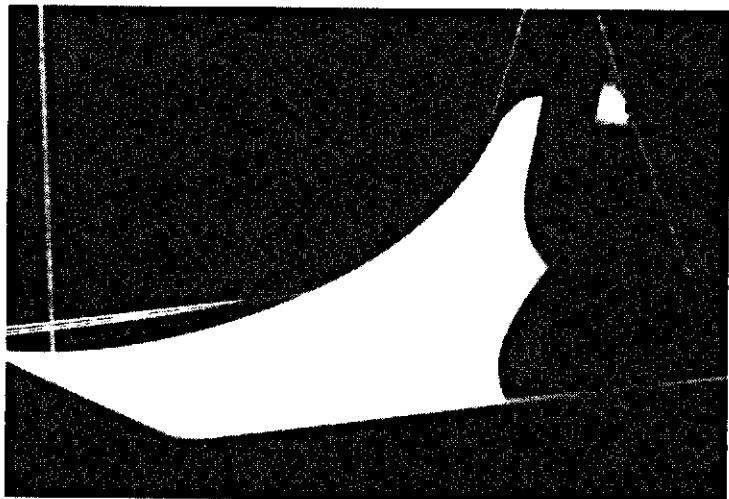


Fig. 12 Vorming van een zadelvormig zeepvlies wanneer de draad loodrecht op het metalen raampje wordt getrokken.

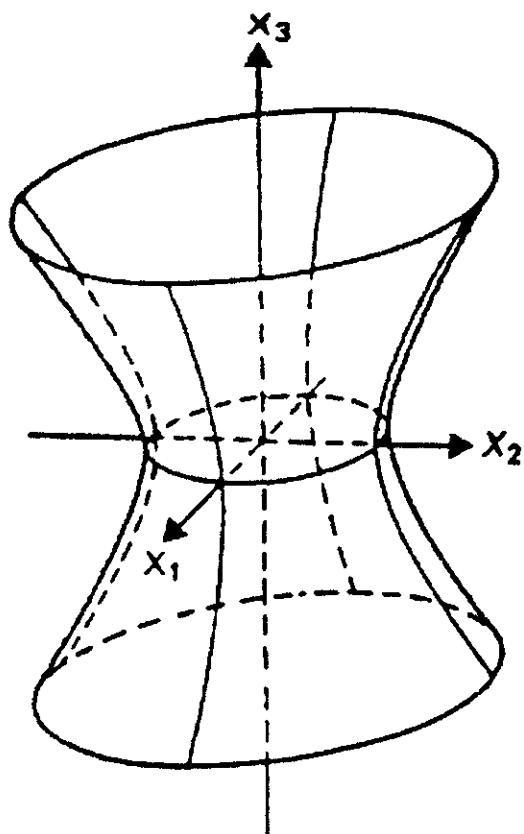


Fig. 13 Zadelvormig oppervlak

Verticale doorsnijding van buiten hol, van binnen bol

Horizontale doorsnijding van buiten bol, van binnen hol

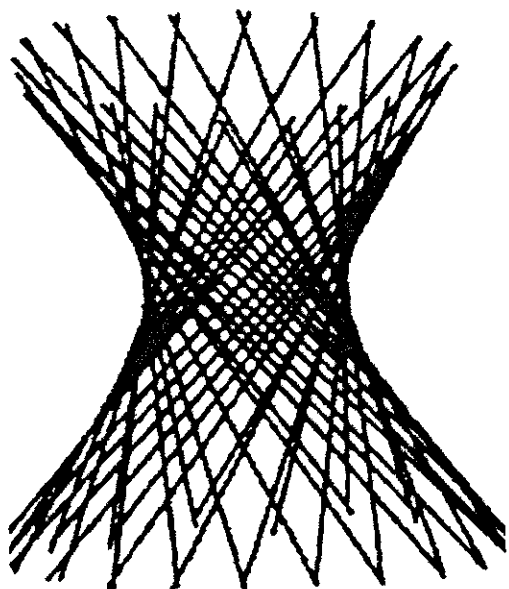


Fig. 14 De zadeloppervlakken van de figuren 12 en 13 kunnen geheel worden opgebouwd uit een waaier van rechte lijnen.

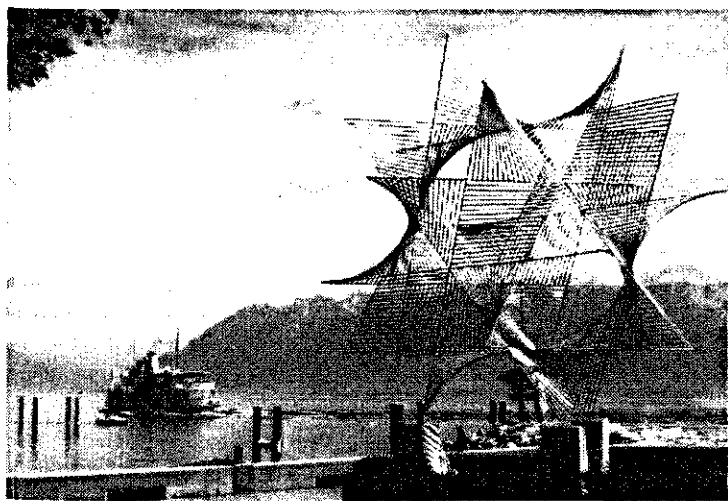


Fig. 15 Kunstwerk aan het meer van Genève bij Lausanne, dat geheel is samengesteld uit zadeloppervlakken die op hun beurt opgebouwd zijn uit rechte staven.

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$$

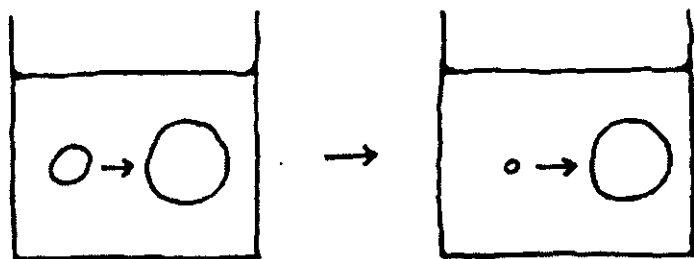


Fig. 16 Gasdruk in kleine bel groter dan in grote bel.

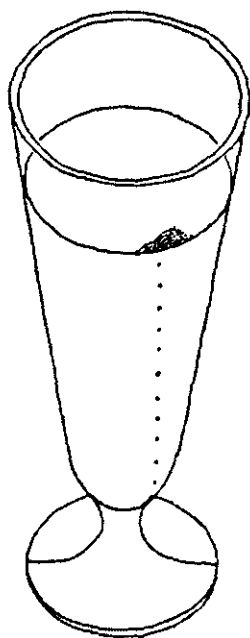


Fig. 17 Bellentreintje in een glas champagne.

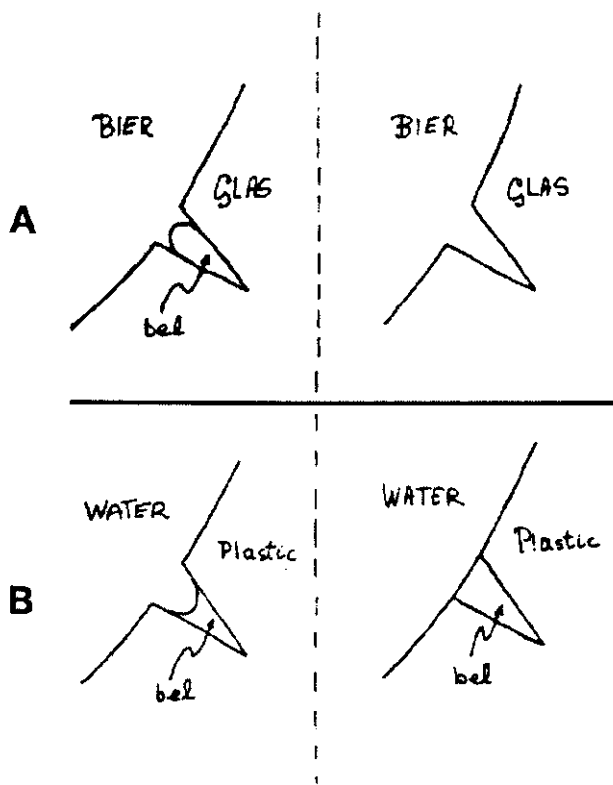


Fig. 18 Schematische weergaven van een klein gasbelletje in een holte of spleet in een vaste wand.

In geval A bevochtigt het bier de glazen wand goed, zodat de bel oplost en verdwijnt.

In geval B bevochtigt het water de plastic wand slecht, zodat de bel aangroeit en blijft bestaan.

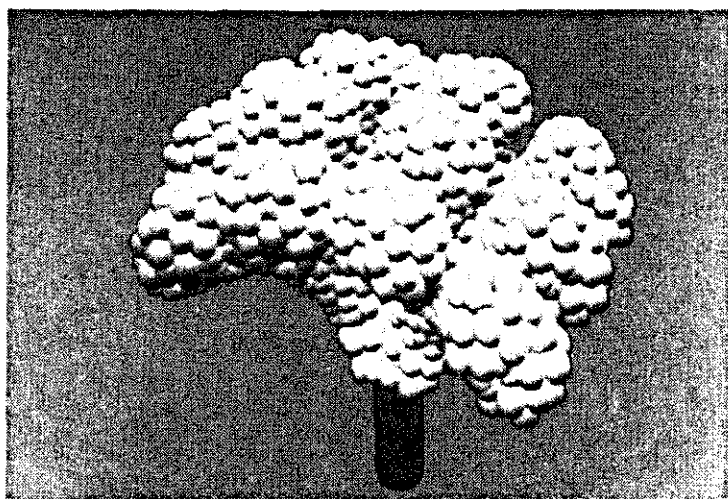
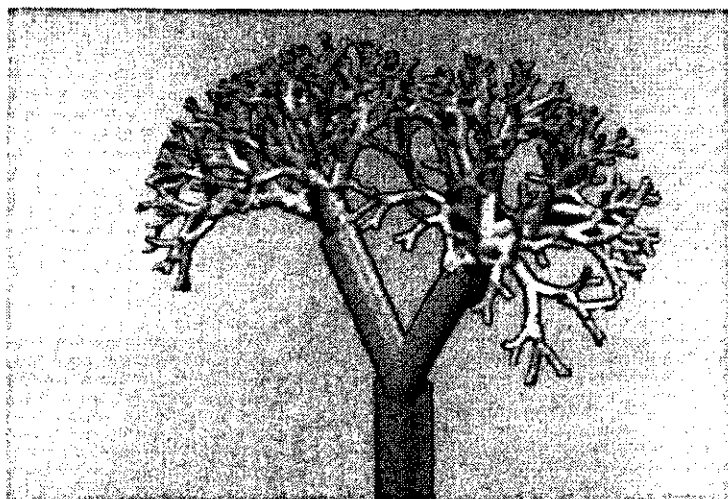


Fig. 20

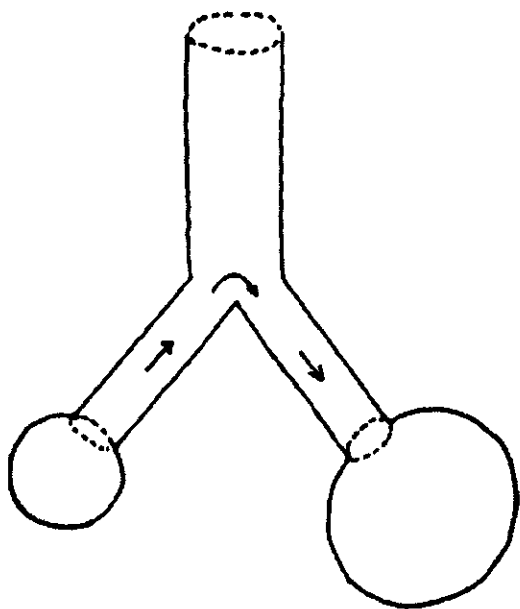


Fig. 21 Onze longen bestaan uit een zich steeds verder vertakkend buizenstelsel waar een groot aantal longblaasjes van verschillende grootte opzitten.