

ENKELE ANALYSES VAN EEN 72-JARIGE REEKS RIJNDEBIETEN

Nota 36

D.H. KEUNING

AFDELING HYDRAULICA EN AFVOERHYDROLOGIE

LANDBOUWHOGESCHOOL

JUNI 1976

1. INLEIDING

De Rijndebieten, zoals die één keer per dag bij Lobith worden gemeten, vormen een onderwerp van studie van de Afdeling Hydraulica en Afvoerhydrologie van de Landbouwhogeschool. Het uiteindelijke doel van het onderzoek is het opstellen van een stochastisch model voor de dagelijkse debieten en voor de afvoeren over zekere, aaneengesloten perioden (week, maand, etc.). Op basis van de te ontwikkelen modellen kunnen toekomstige, mogelijke afvoerreeksen worden gesimuleerd. Ook kan met behulp van de modellen een beter inzicht in het afvoerverloop worden verkregen. In het bijzonder gaat de interesse uit naar lage afvoeren.

Als inleiding tot dit onderzoek zijn enkele berekeningen en frekwentieanalyses verricht van de 72-jarige reeks dagelijks gemeten Rijndebieten te Lobith over de jaren 1901 t/m 1972, welke ons ter beschikking is gesteld door de Studiedienst van de Bovenrivieren van Rijkswaterstaat te Arnhem. Deze inleidende berekeningen, waarvan de resultaten in deze nota zijn vastgelegd, zijn voor een deel uitgevoerd gedurende het voorjaar van 1974 door G. Arnold in het kader van zijn doctoraalstudie aan de Landbouwhogeschool. In vervolg-studies zal dieper worden ingegaan op het gedrag van de Rijnafvoeren, waarbij ook de beschikbare binnen- en buitenlandse literatuur over dit onderwerp in de beschouwingen zal worden betrokken.

2. JAARGEMIDDELDEN

In figuur 1 zijn de gemiddelde debieten in m³/sec, berekend over een kalenderjaar, uitgezet. Geven we de gemeten debieten aan met x_{ij}, waarin i een index is voor het jaar, i = (19)01, ..., (19)72 en j een index voor de dag binnen een jaar, j = 1, ..., 365, dan wordt het gemiddelde y_i voor het jaar i gegeven door

$$y_i = \frac{1}{365} \sum_{j=1}^{365} x_{ij} \quad \dots\dots (1)$$

Hier en in het vervolg wordt gemakshalve een schrikkel dag overgeslagen.

Aangenomen wordt dat een één keer per dag gemeten debiet representatief geacht mag worden voor het gemiddelde debiet over een periode van 12 uur vóór het tijdstip van meting tot 12 uur na dit tijdstip. De jaarafvoer voor het jaar i is dan gelijk aan 60² x 24 x 365 x y_i.

Een interessante vraag is of de gemiddelde debieten een trend vertonen. Een trend houdt in dat de afvoeren in de loop der tijd een stijgende of dalende tendens vertonen. Een oorzaak voor een mogelijke trend kan zijn een algemene verandering van hydrologische karakteristieken, al of niet door menselijk ingrijpen of een verandering van de Q-h kromme door baggerwerk, sedimenttransport, etc.

Een trend kan eenvoudig worden "ontdekt" door de gesommeerde jaargemiddelden uit te zetten. Is er geen trend, dan schommelen deze waarden rond een rechte en in aanwezigheid van een trend rond een kromme lijn. Een nog duidelijker beeld wordt verkregen door de gesommeerde verschillen s_n t.o.v. het totale gemiddelde

$$\bar{y} = \frac{1}{72} \sum_{i=1}^{72} y_i \quad \dots\dots (2)$$

tegen n uit te zetten. In formule

$$s_n = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}), \quad n = 1, \dots\dots, 72. \quad \dots\dots (3)$$

De s -waarden zijn in figuur 2 aangegeven.

Bij een positieve trend zullen de gemiddelde debieten y_i in de eerste jaren overwegend kleiner zijn dan \bar{y} en in de laatste jaren groter dan \bar{y} . De uitkomsten voor s_n schommelen dan rond een kwadratische functie met een positieve kromming en een kleinste waarde voor $n \approx 36$. Bij een negatieve trend zal de kromming positief zijn. Figuur 2 geeft geen aanleiding een trend te veronderstellen, s_n is absoluut klein rond $n = 36$.

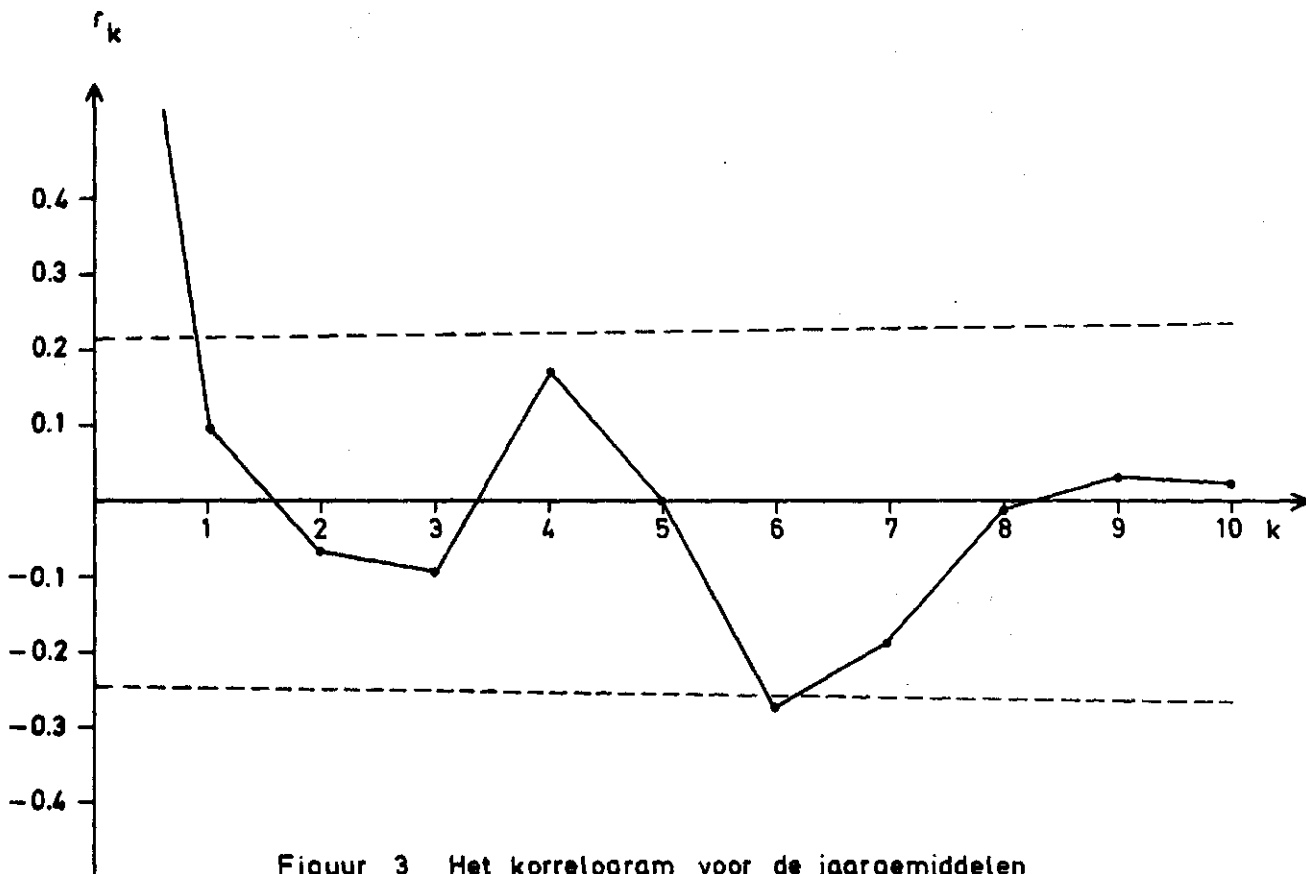
Wat wel opvalt dat is dat er perioden met overwegend lage en hoge gemiddelden zijn aan te wijzen. In de eerste 9 jaren heeft s_n een dalend karakter en zijn dus de gemiddelde debieten (en evenzo de jaarafvoeren) aan de lage kant. Van 1935 tot 1941 is er sprake van een duidelijk stijgend karakter van s_n . M.u.v. het jaar 1938 zijn in deze periode de gemiddelden y_i groter dan \bar{y} . Van 1941 t/m 1964 zien we betrekkelijk lage afvoeren en in de jaren 1965 t/m 1970 zijn de afvoeren weer aan de hoge kant.

Door de waarden y_i uit te zetten op waarschijnlijkheidspapier blijkt dat de verdeling van de gemiddelden redelijk normaal is. De aan de hand van de reeks geschatte verwachting en standaarddeviatie is gelijk aan $2210 \text{ m}^3/\text{sec}$, resp. $474 \text{ m}^3/\text{sec}$.

De jaargemiddelden mogen onderling onafhankelijk worden verondersteld. Dit volgt uit het berekenen van de autokorrelatiecoëfficiënten r_k voor de reeks

$$r_k = \frac{\frac{1}{72-k} \sum_{i=1}^{72-k} (y_i - \bar{y})(y_{i+k} - \bar{y})}{\frac{1}{72} \sum_{i=1}^{72} (y_i - \bar{y})^2} \quad k = 1, 2, \dots \quad \dots(4)$$

De eerste tien geschatte coëfficiënten zijn weergegeven in figuur 3. De strepen tussen de punten hebben evenals in de voorafgaande figuren geen betekenis. In de figuur zijn eveneens de grenzen aangegeven, die bij het 95% betrouwbaarheidsinterval behoren. Een van de tien waarden ($k = 6$) ligt juist buiten dit interval. Waarschijnlijk berust dit op een toevaligheid, daar de voorafgaande 5 waarden er ruim binnen liggen.



Figuur 3 Het korrelogram voor de jaargemiddelden

3. DAGAFVOEREN

De reeks x_{ij} wordt opgesplitst in 365 reeksen door de debieten op een zekere dag door de jaren heen afzonderlijk te beschouwen. Zo ontstaat er een reeks voor 1 januari, 2 januari,, 31 december. Iedere reeks bevat 72 getallen. Verondersteld wordt -mede in verband met de resultaten van paragraaf 2- dat iedere reeks bestaat uit 72 onderling onafhankelijke trekkingen uit één en dezelfde kansverdeling. Dit houdt dus in dat iedere reeks als stationair wordt beschouwd. Door voor enkele reeksen dezelfde bewerkingen uit te voeren als voor de jaargemiddelden, is na te gaan dat deze veronderstelling redelijk is.

Het gemiddelde van iedere reeks is

$$\hat{\mu}_j = \frac{1}{72} \sum_{i=1}^{72} x_{ij} \quad \dots\dots (5)$$

In figuur 4 zijn deze gemiddelden uitgezet met een intervallenlengte van 3 dagen. In figuur 5 is de geschatte standaardafwijking

$$\hat{\sigma}_j = \frac{1}{72} \sum_{i=1}^{72} (x_{ij} - \hat{\mu}_j)^2 \quad \dots\dots (6)$$

weergegeven.

Het blijkt dat $\hat{\mu}_j$ en $\hat{\sigma}_j$ in de loop van het jaar veranderen. Deze veranderingen bestaan voor een deel uit stochastische verstoringen -welke voor een onrustig beeld zorgen- en voor een ander deel betreffen ze een trendmatige verandering, die beschreven kan worden door een min of meer gladde, periodieke functie van de tijd. In de winter is de afvoer globaal hoger dan in de zomer. Evenzo is de standaarddeviatie 's winters hoger dan in de zomer. Echter de langzame verandering in de spreiding is opvallender dan die in het gemiddelde. Dit komt omdat er 's zomers geen grote uitschieters optreden. Deze treffen we alleen aan in het winterhalfjaar en zijn van grotere invloed op de standaardafwijking dan op het gemiddelde.

De gevoeligheid van $\hat{\sigma}_j$ voor piekafvoeren wordt duidelijk geïllustreerd door de lokale toppen in de grafiek van figuur 5. Zo geeft het geregistreerde debiet van 12.380 m³/sec op 4 januari 1926 (het grootste debiet wat gemeten is) samen met een debiet van 9825 m³/sec op 4 januari 1948 aanleiding

tot de grootste standaardafwijking ($2125 \text{ m}^3/\text{sec}$). De daaropvolgende top in figuur 5 ($1745 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 19 januari) houdt verband met een debiet van $10.340 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 19 januari 1920 en enkele andere topafvoeren.

Hetzelfde beeld -zij het in mindere mate- vertoont de grafiek voor het gemiddelde. Een lokale top in figuur 5 correspondeert met een topje in figuur 4 en hetzelfde geldt voor de dalen. De trendmatige, langzame veranderingen blijken niet met elkaar overeen te stemmen. Zo bereikt de spreiding zijn kleinste waarde vóór de 240e dag en vertoont daarna een duidelijke tendens tot stijgen, terwijl het gemiddelde pas zijn laagste waarde omstreeks de 300e dag aanneemt. Verder valt de verhoging in $\hat{\mu}_j$ op tussen de 160e en 200e dag met een minder duidelijke toename van de spreiding. Waarschijnlijk houdt dit verschijnsel verband met een smeltafvoer in juni en juli, welke kennelijk van jaar tot jaar weinig verandert.

Uit de figuren 4 en 5 valt de konklusie te trekken dat de verdelingen voor de uitkomsten x_{ij} van dag tot dag verschillen. Bij iedere dag behoort dus een specifieke verdeling, die met $f_j(x)$ wordt aangegeven.

Voor een nader onderzoek zijn 26 reeksen dagelijks gemeten debieten geselecteerd. De eerste is die van 1 januari, de tweede van 15 januari, enz. en de laatste van 17 december. In figuur 6 zijn de gemiddelden voor deze dagen nog eens aangegeven en de mediaan van de verdelingen. De mediaan is het gemiddelde van de 36e en 37e waarneming in rangorde van grootte. Voor 25 van de 26 reeksen is de mediaan kleiner dan het gemiddelde. Dit wijst op een scheefheid in de verdeling, er liggen meer waarnemingen beneden het gemiddelde dan er boven. Vooral in het winterhalfjaar is het verschil aanzienlijk. De oorzaak hiervan is het optreden van piekafvoeren. Gemiddeld liggen 42,8 van de 72 meetwaarden (59%) beneden $\hat{\mu}_j$.

In figuur 7 zijn voor de 26 genoemde reeksen de maximale en minimale debieten weergegeven, welke gemeten zijn. Opvallend is dat de minimale debieten in de loop van het jaar absoluut en relatief minder fluctueren dan de maximale afvoeren. Ze liggen tussen de 600 en $1000 \text{ m}^3/\text{sec}$ met een uitschieter in de periode van de afvoer van smeltwater; dan ligt het minimale debiet iets boven de $1000 \text{ m}^3/\text{sec}$.

In verband met de gesignaleerde scheefheid van de verdelingen, zijn ook de reeksen, die gevormd worden door de natuurlijke logaritmen van de waarnemingen, onderzocht, welke aangegeven worden met z_{ij} . Dus $z_{ij} = \log x_{ij}$.

Voor de 26 geselecteerde reeksen blijken de mediaan en het gemiddelde van de logaritmen goed met elkaar overeen te stemmen; er liggen nu gemiddeld 36,9 uitkomsten (51%) onder het gemiddelde. De gemiddelden van z_{ij} zijn teruggerekend en eveneens in figuur 6 aangegeven. Door voor de genoemde 26 reeksen de uitkomsten uit te zetten op waarschijnlijkheidspapier, blijkt verder dat de logaritmen redelijk normaal verdeeld zijn. M.a.w. de dagelijkse debieten x_{ij} kunnen voor iedere j bij benadering worden opgevat als trekkingen uit een lognormale verdeling, waarvan de parameters van dag tot dag veranderen.

In figuur 8 zijn de gemiddelden van z_{ij} aangegeven en in figuur 9 de standaarddeviaties. De figuren vertonen veel gelijkenis met de figuren 4 en 5, echter de lokale maxima en minima zijn minder sprekend. Dit komt omdat het nemen van de logaritme een niet-lineaire transformatie is, met als gevolg dat grote debieten minder "gewicht" krijgen. Opvallend is dat de spreiding in z_{ij} na de 181e dag sneller toeneemt dan die van de onge-transformeerde waarnemingen.

Ook zijn voor de logaritmen van de 26 geselecteerde reeksen de kruiskorrelatiecoëfficiënten

$$s_k = \frac{\frac{1}{71} \sum_{i=1}^{72} (z_{ik}^* - \hat{\mu}_k^*) (z_{i,k-1}^* - \hat{\mu}_{k-1}^*)}{\sigma_k^* \sigma_{k-1}^*} \dots\dots (7)$$

dus de correlatie tussen de log's van b.v. 1 Jan en 15 Jan door de 72 jaren heen

berekend. In (7) stelt z_{ik}^* de elementen van de reeksen voor, $i = 1 \dots\dots 72$, $k = 1 \dots\dots 26$, $\hat{\mu}_k^*$ is het gemiddelde van z_{ik}^* voor $i = 1 \dots\dots 72$ en σ_k^* de geschatte standaardafwijking. Voor $k = 1$ moet formule (7) wat worden aangepast, omdat voor de 0^e reeks weer de 26e moet worden gelezen. De coëfficiënten s_k zijn een maat voor de correlatie tussen opeenvolgende reeksen. Ze vertonen evenals het gemiddelde en de spreiding een periodieke, langzame verandering met daarop gesuperponeerd een stochastische verstoring. 's Zomers blijkt de correlatie hoger te zijn dan in de winter. In de zomer is de afvoer dus stabielier dan in de winter.

4. EXTREME DEBIETEN

In deze paragraaf wordt het optreden van het grootste en kleinste debiet per jaar beschouwd. Grote debieten treden voornamelijk in het winterhalfjaar op. Teneinde een verdeling van dit seizoen over twee opeenvolgende jaren te voorkomen, is als jaarperiode de periode 1 oktober - 30 september genomen. In figuur 11 is het grootste debiet voor iedere, dergelijke periode na 1900 in beeld gebracht. Het eerste maximum is het grootste debiet in de periode 1 januari 1901 - 30 september 1901, daar waarnemingen van voor 1901 ontbreken. De metingen na 30 september 1972 zijn niet verwerkt.

Voor 1920 vertoont de grafiek geen uitschieters, de extrema liggen in de buurt van het gemiddeld grootste debiet, dat $6124 \text{ m}^3/\text{sec}$ bedraagt. Debieten $> 8000 \text{ m}^3/\text{sec}$ treffen we pas vanaf 1920 aan. In 1920 en 1926 is het maximale debiet groter dan $10.000 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($10.650 \text{ m}^3/\text{sec}$ resp. $12.400 \text{ m}^3/\text{sec}$). Daarna worden deze waarden niet meer gehaald, de overige debieten blijven onder de $10.000 \text{ m}^3/\text{sec}$.

In de 2e helft van de meetperiode zijn er meer toppen boven de $8.000 \text{ m}^3/\text{sec}$ dan in de eerste periode (8 tegen 4). Men kan zich afvragen of dit wijst op een mogelijke trend, m.a.w. of er een tendens is voor een toename van het maximale debiet per seizoen. Om deze vraag te kunnen beantwoorden is de meetperiode in 8 intervallen verdeeld van ieder 9 jaar en is voor iedere periode het verschil van het gemiddelde maximale debiet en het gemiddelde max. debiet over 72 jaar bepaald (zie tabel 1).

<u>Tabel 1</u>	<u>Periode</u>	<u>Vershil</u>
	1	- 1005
	2	88
	3	924
	4	- 695
	5	456
	6	220
	7	157
	8	- 145

Perioden met een gemiddeld laag maximum zijn 1 en 4 en in mindere mate 8. Hoge maxima vertonen de perioden 3 (1920 en 1926!), 5, 6, 7 en 2. De tabel geeft geen aanleiding een trend te veronderstellen. In het geval van toenemende maxima zouden de laatste perioden grote positieve verschillen moeten vertonen. Dit is niet het geval.

Ook is nog nagegaan wat aanpassing met de rechte

$$x_{\max, i} \sim ai + b, \quad i = 1 \dots 72 \quad \dots (8)$$

oplevert. Hierin is $x_{\max, i}$ het maximale debiet voor de i^{de} periode. Van belang is de koëfficiënt a . Deze blijkt na toepassing van het kleinste kwadratenkriterium (lineaire regressie) gelijk te zijn aan 5,04, wat wijst op een lichte toename ($+ 360 \text{ m}^3/\text{sec}$ over 72 jaar). Deze toename is echter statistisch niet significant. Verondersteld mag worden dat er geen trend aanwezig is en de maxima onderling onafhankelijk zijn.

Van belang is dan nog de verdeling van de maxima, in het bijzonder van de hoogste maxima. Vanaf een debiet van $5.000 \text{ m}^3/\text{sec}$ blijken de logaritmen van de maxima redelijk normaal verdeeld te zijn (zie figuur 12). Bij extrapolatie van de aangegeven rechte blijkt de kans op een maximaal debiet groter dan $18.000 \text{ m}^3/\text{sec}$ rond $4 \cdot 10^{-4}$ te liggen, wat in de buurt ligt van het tot nu toe gehanteerde uitgangspunt, dat een debiet van $18.000 \text{ m}^3/\text{sec}$ 3 maal per 10.000 jaar wordt overschreden. Overigens mag men aan deze extrapolatie geen grote waarde toekennen, daar de onnauwkeurigheid bij extrapolatie zeer snel toeneemt.

Van de 12 maxima boven de $8.000 \text{ m}^3/\text{sec}$ vallen er 4 in januari, eveneens 4 in februari, 2 in november en 1 in december en maart. De hoogste maxima zijn in januari opgetreden: $12.400 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 4 januari 1926, $10.650 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 18 januari 1920 en $9.825 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 4 januari 1948.

De laagste debieten, die in een periode van een jaar optreden kunnen op dezelfde wijze worden aangepakt. In figuur 13 is het laagste debiet voor iedere periode 1 juli - 30 juni aangegeven, te beginnen met de periode 1 juli 1901 - 30 juni 1902. Het laatste minimum heeft betrekking op de periode 1 juli - 31 december 1972. Opgemerkt kan nog worden dat de reeks minima geen trend bevat en de meeste extreme minima in de maanden oktober en november optreden (resp. 3 en 6 van de 15 minima kleiner dan $900 \text{ m}^3/\text{sec}$). Een abso-

luut laagterekord werd op 18 november 1947 gemeten ($625 \text{ m}^3/\text{sec}$), gevolgd door een meting van $645 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 6 november 1949 en $680 \text{ m}^3/\text{sec}$ op 9 januari 1954. Het gemiddelde van de minima bedraagt $1097 \text{ m}^3/\text{sec}$.

5. OVERSCHRIJDINGEN

Aan de hand van de 72-jarige reeks zijn diverse overschrijdingsfrequenties te bepalen, zoals dat al eerder is gebeurd voor de periode 1910 - 1960 (zie "Tienjarig overzicht der Waterhoogten en Afvoeren 1951 - 1960" van Rijkswaterstaat). We zullen hier volstaan met het reproduceren van de zg. TJ-lijn, om daarna onze aandacht te richten op overschrijdingen van niveaus gedurende een aantal aaneengesloten dagen. De TJ-lijn geeft het gemiddelde aantal toppen per jaar aan, dat een variabel debiet overschrijdt. Een gemeten debiet wordt een top genoemd als deze groter uitvalt dan de voorafgaande en volgende meting. Er wordt rekening mee gehouden dat twee opeenvolgende meetwaarden aan elkaar gelijk kunnen zijn en groter dan de voorafgaande en volgende. Ook dan is er sprake van een top.

In figuur 14 zijn d.m.v. punten voor een aantal debieten de overschrijdingsfrequenties van de toppen per jaar aangegeven. In de 72-jarige meetperiode is bijv. 65 keer een top opgetreden die groter was dan $6000 \text{ m}^3/\text{sec}$. De overschrijdingsfrequentie die bij dit debiet behoort is dus $65/72 \sim 0,90$.

Door zo goed mogelijk een lijn te trekken door de aangegeven punten ontstaat de TJ-lijn. Door extrapolatie kan ook een indruk worden verkregen van de overschrijdingsfrequenties voor extreem hoge debieten. Het is echter mogelijk verschillende krommen aan te geven, die binnen het gebied van de waarnemingen deze goed benaderen, maar daarbuiten zeer verschillende resultaten geven. In de figuur zijn twee van dergelijke krommen getekend. De één is een rechte, de andere wijkt daar voor grote debieten ($> 8000 \text{ m}^3/\text{sec}$) vanaf. Voor géén van beide lijnen kan een voorkeur worden uitgesproken. Voor een debiet van $16000 \text{ m}^3/\text{sec}$ geeft de rechte een overschrijdingsfrequentie van $8 \cdot 10^{-4}$ en de kromme van 10^{-4} . Voor $18000 \text{ m}^3/\text{sec}$ is volgens de rechte de overschrijdingsfrequentie $1,8 \cdot 10^{-4}$. Volgens de streepjeslijn zal dit gebied nooit gehaald worden: de frequentie is 0! In de vorige paragraaf werd op basis van een andere wijze van extrapoleren een frequentie van $4 \cdot 10^{-4}$ afgeleid voor een debiet van $18000 \text{ m}^3/\text{sec}$.

Het is niet mogelijk van deze drie een meest waarschijnlijke aan te geven, waarmee de betrekkelijkheid van het extrapoleren nog eens duidelijk gedemonstreerd is.

In tabel 2 is aangegeven hoe vaak en gedurende hoeveel aaneengesloten dagen in de meetperiode een bepaald debiet is overschreden. In de eerste rij staan debieten aangegeven (in eenheden van 100 m³/sec) en in de eerste kolom de duur van de overschrijding in dagen. Uit de tabel valt bijv. af te lezen dat 10 maal gedurende een periode van 4 aaneengesloten dagen een debiet van 5.500 m³/sec is overschreden. Het debiet is één keer gedurende 3 aaneengesloten dagen (1920) en één keer gedurende 4 aaneengesloten dagen (1926) boven de 10.000 m³/sec geweest. Waar niets is ingevuld, leze men een nul.

6. ONDERSCHRIJDINGEN

Eenzelfde tabel kan worden opgesteld voor onderschrijdingen, zie tabel 3. Hierin is aangegeven hoe vaak gedurende hoeveel aaneengesloten dagen een debiet (in eenheden van 100 m³/sec) wordt onderschreden. In verband met de lange duur van het optreden van kleine debieten zijn een aantal dagen samen genomen. Uit de tabel valt bijv. op te maken dat in de meetperiode 2 maal gedurende 7 aaneengesloten dagen het debiet kleiner dan 800 m³/sec is geweest. Opvallend is dat één keer gedurende 27 dagen (in 1947) het debiet van 700 m³/sec is onderschreden.

Daar het voor de waterbeheerders steeds belangrijker wordt inzicht te krijgen in het optreden van lage afvoeren over aaneengesloten perioden, is voor iedere periode van 10, 20,, 100 dagen uit de jaren 1901 t/m 1972 het gemiddelde debiet bepaald en zijn de minima hiervan geanalyseerd. Het is duidelijk dat tussen gemiddelden van opeenvolgende perioden, een grote mate van afhankelijkheid (korrelatie) bestaat omdat ze betrekking hebben op een groot aantal (9, 19, ... resp. 99) dezelfde waarnemingen. Slechts die minima zijn beschouwd, die onderling onafhankelijk mogen worden verondersteld, m.a.w. die bepaald worden over perioden, die voldoende ver van elkaar verwijderd zijn. Dit komt er op neer, dat per jaar het minimum van alle gemiddelden over 10, 20,, 100 dagen is bepaald en dat deze minima aan een verder onderzoek zijn onderworpen.

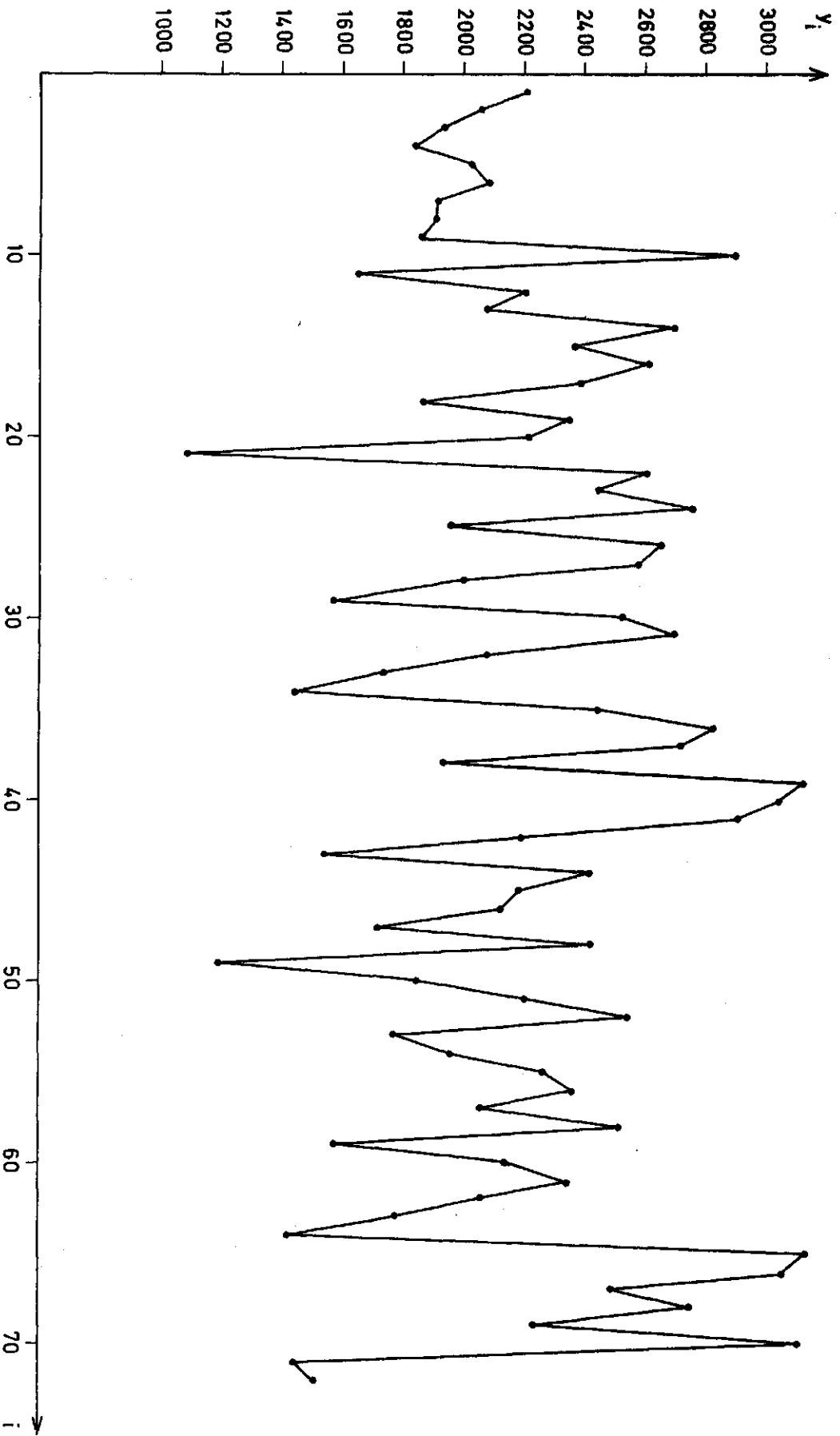
Handwritten notes in the left margin:
Berekenen van lage afvoeren. Van belang voor waterbeheerders.
Het gaat hier om gemiddelden over...

Handwritten notes at the bottom of the page:
Wit die dagen dat er een aantal jaren de 5000 m³/sec...
...van de periode van 10 dagen...
...de minima...
...in andere...
...gebruik

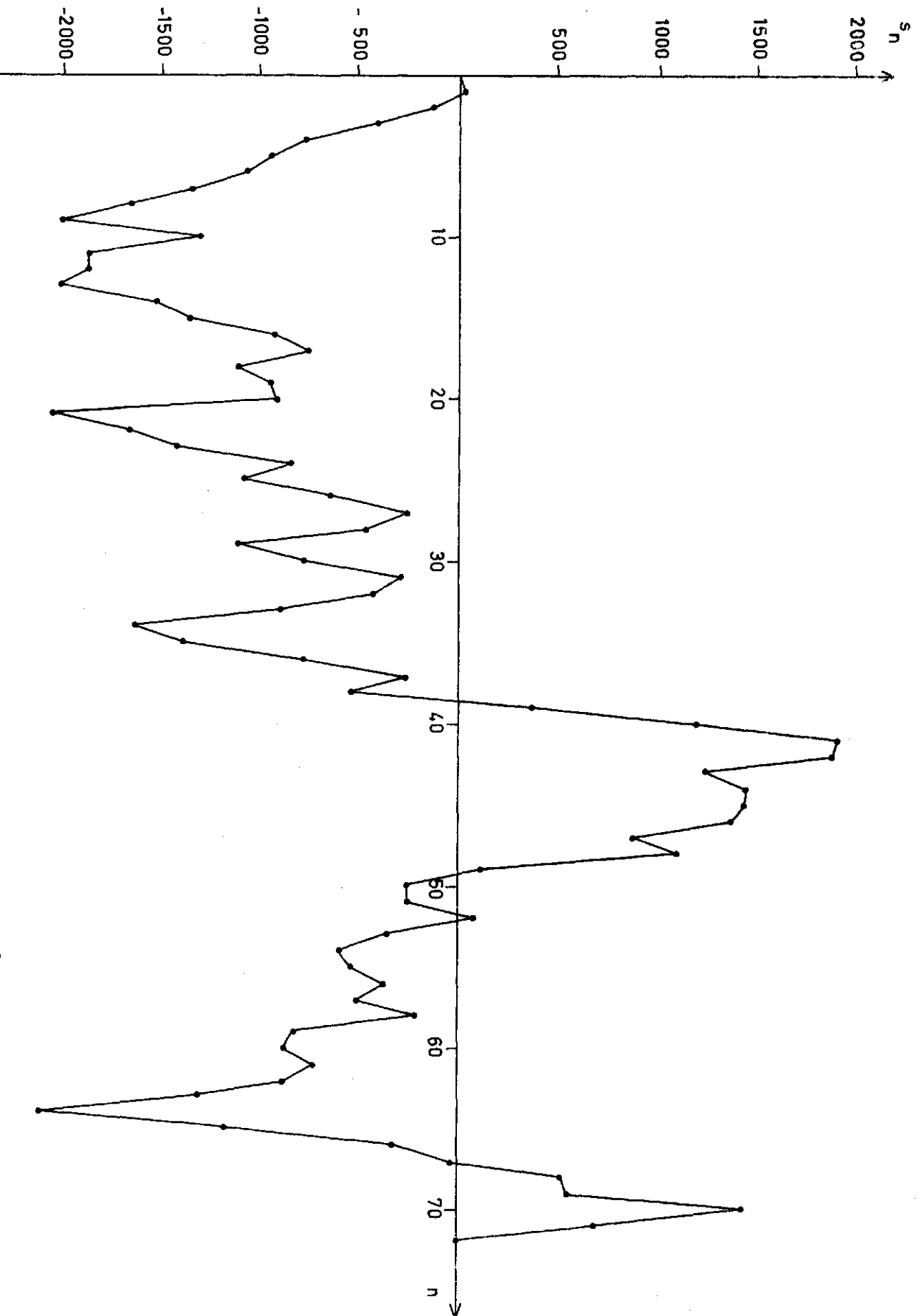
Enige resultaten hiervan zijn weergegeven in figuur 15. In deze figuur zijn d.m.v. punten voor de periodelengten de geschatte debieten aangegeven, die een onderschrijdingsfrequentie (onderschrijdingskans per jaar) hebben van 0,1, 0,05 en 0,02. We zien bijv. dat verwacht mag worden dat eens in de vijftig jaar het gemiddelde debiet over een aangesloten periode van 60 dagen kleiner zal zijn dan $720 \text{ m}^3/\text{sec}$. De punten zijn zo goed mogelijk benaderd door een rechte om "toevallige" effecten wat uit te dempen en een indruk te krijgen van onderschrijdingen over een periode van een ander aantal dagen.

Algemene opmerking.

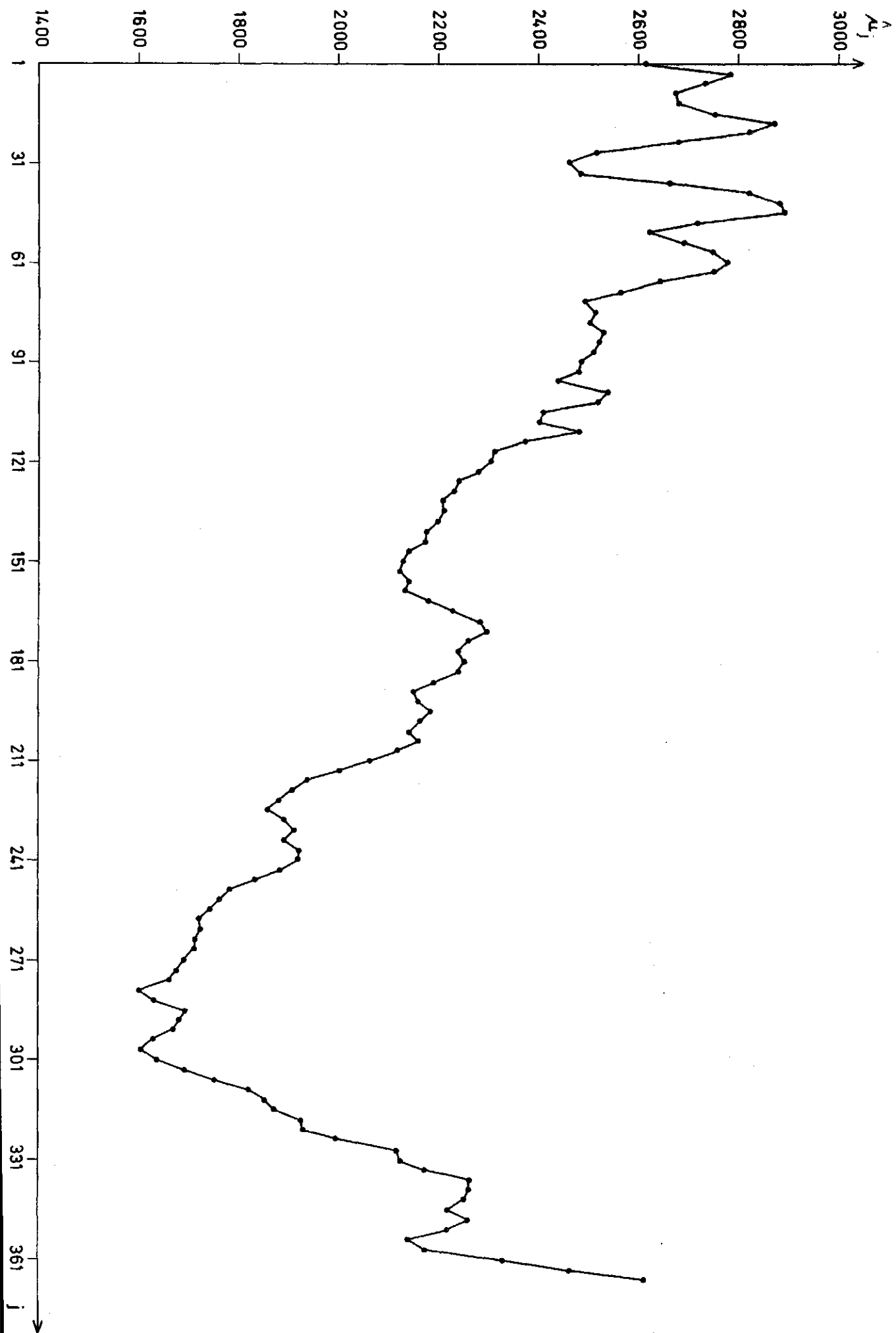
zijn de veranderingen te constateren (in de loop van de bevoelingsperiode 22 jaar) van de duur van de aangesloten perioden tot aan bepaalde debieten zijn vastgesteld en onderschreden. Dit in verband met de bouw van steunen, die met tijd kunnen werken op de middelen, en afgeven verschillende kanalisaties en verstedelijking die juist om hetgeen invloed kunnen hebben.

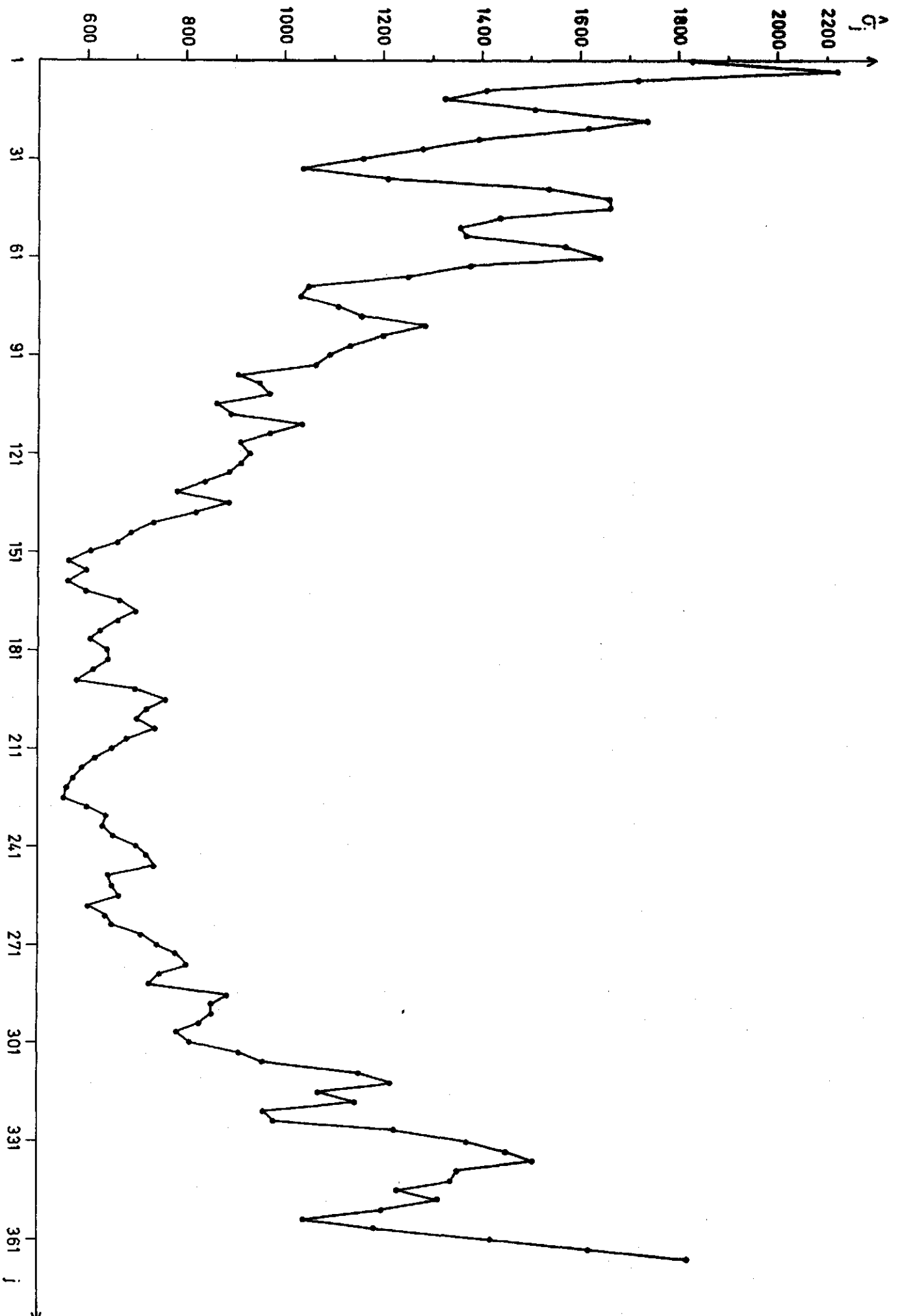


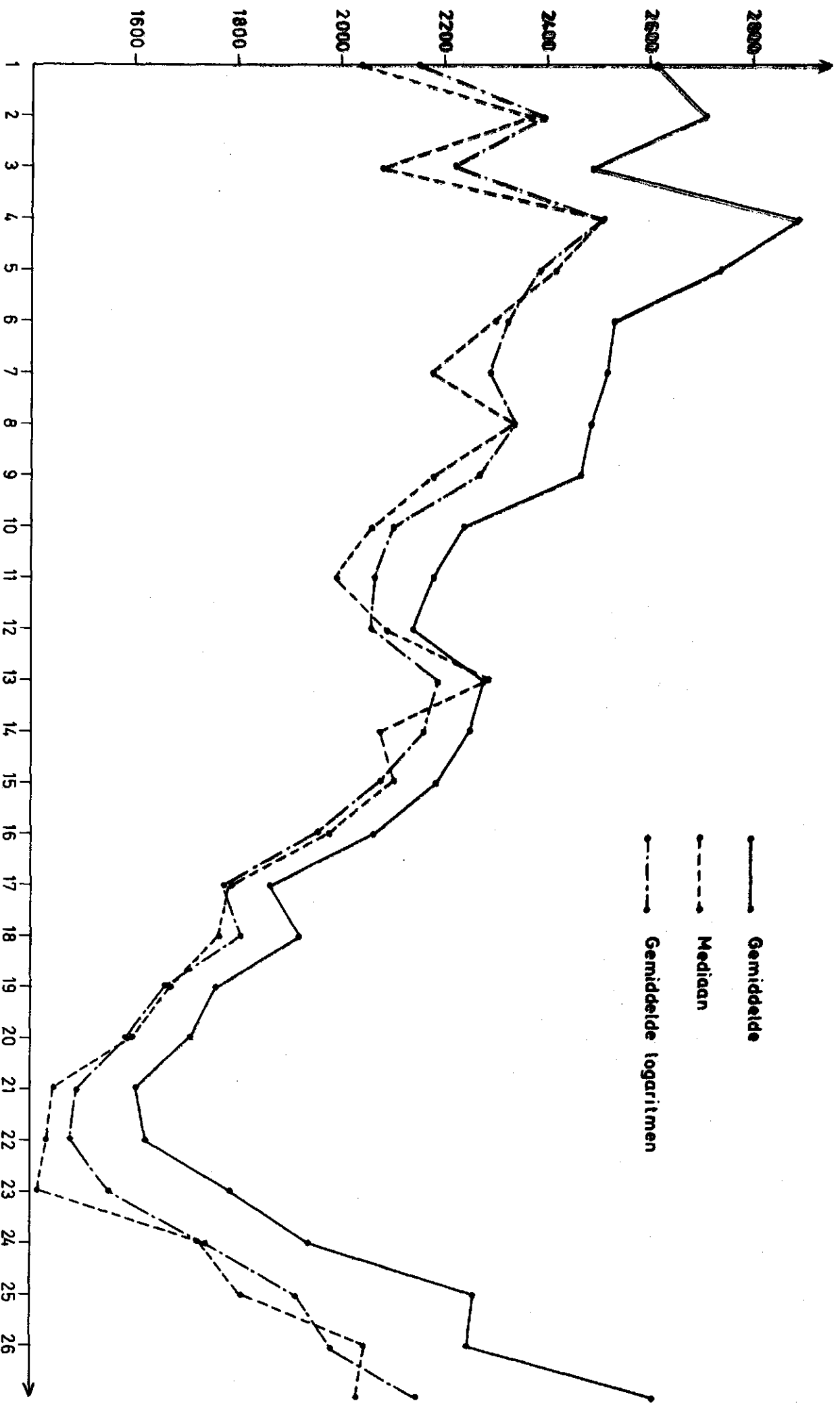
Figur 1 Gemiddelde debieten per kalenderjaar

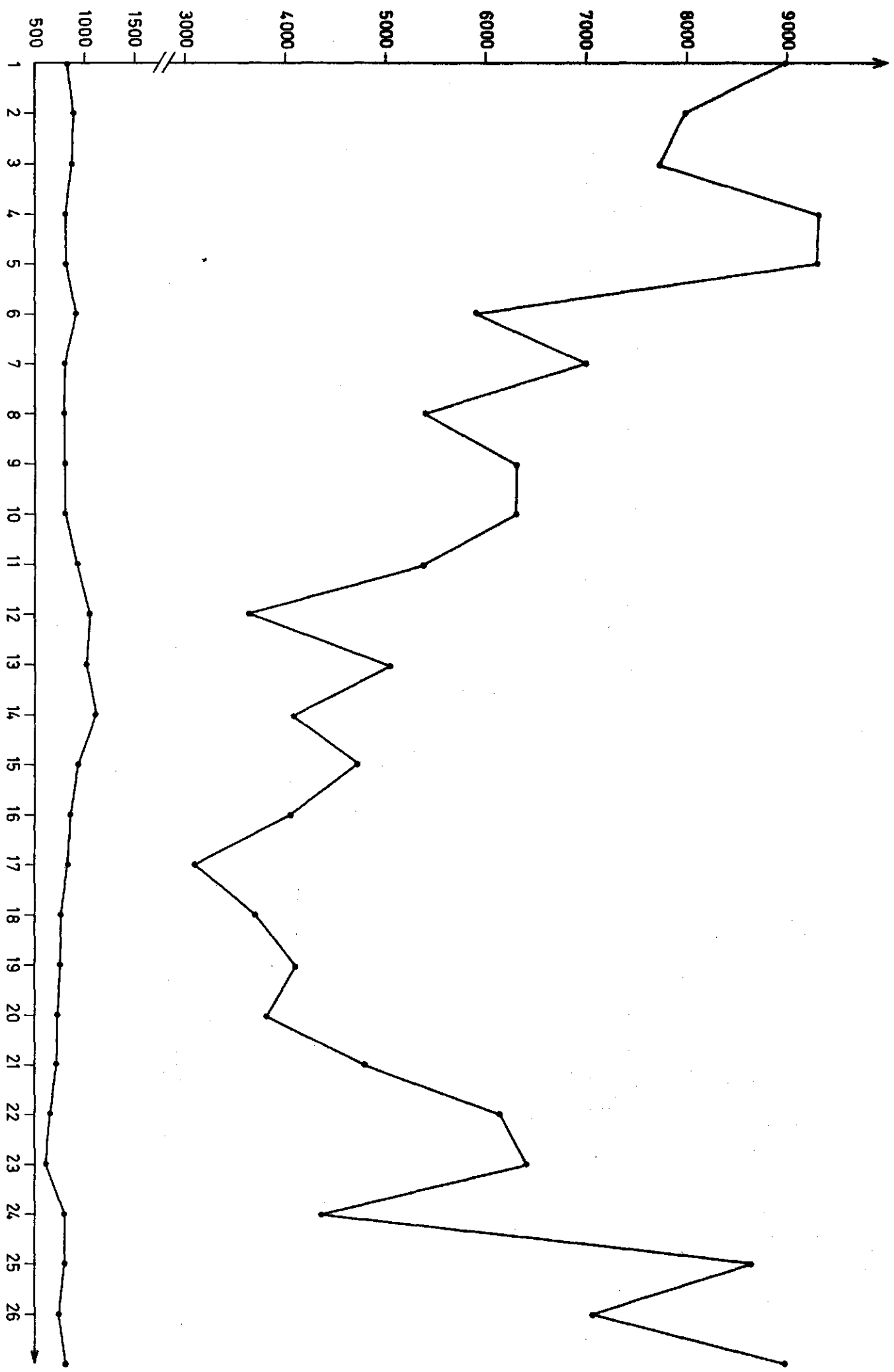


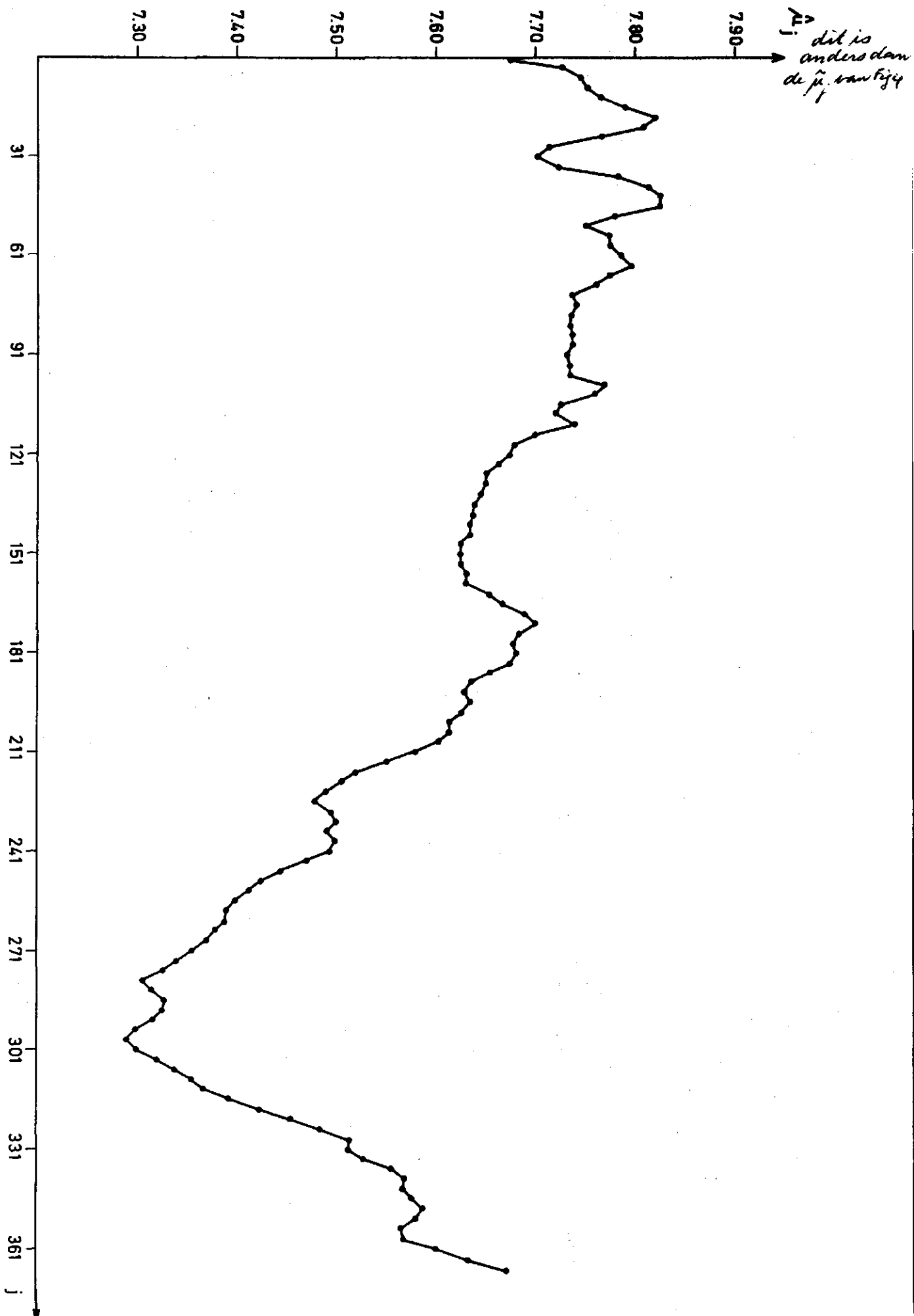
Figuur 2 De gesommeerde verschillen t.o.v. $\bar{y} = 2210 \text{ m}^3/\text{sec}$.



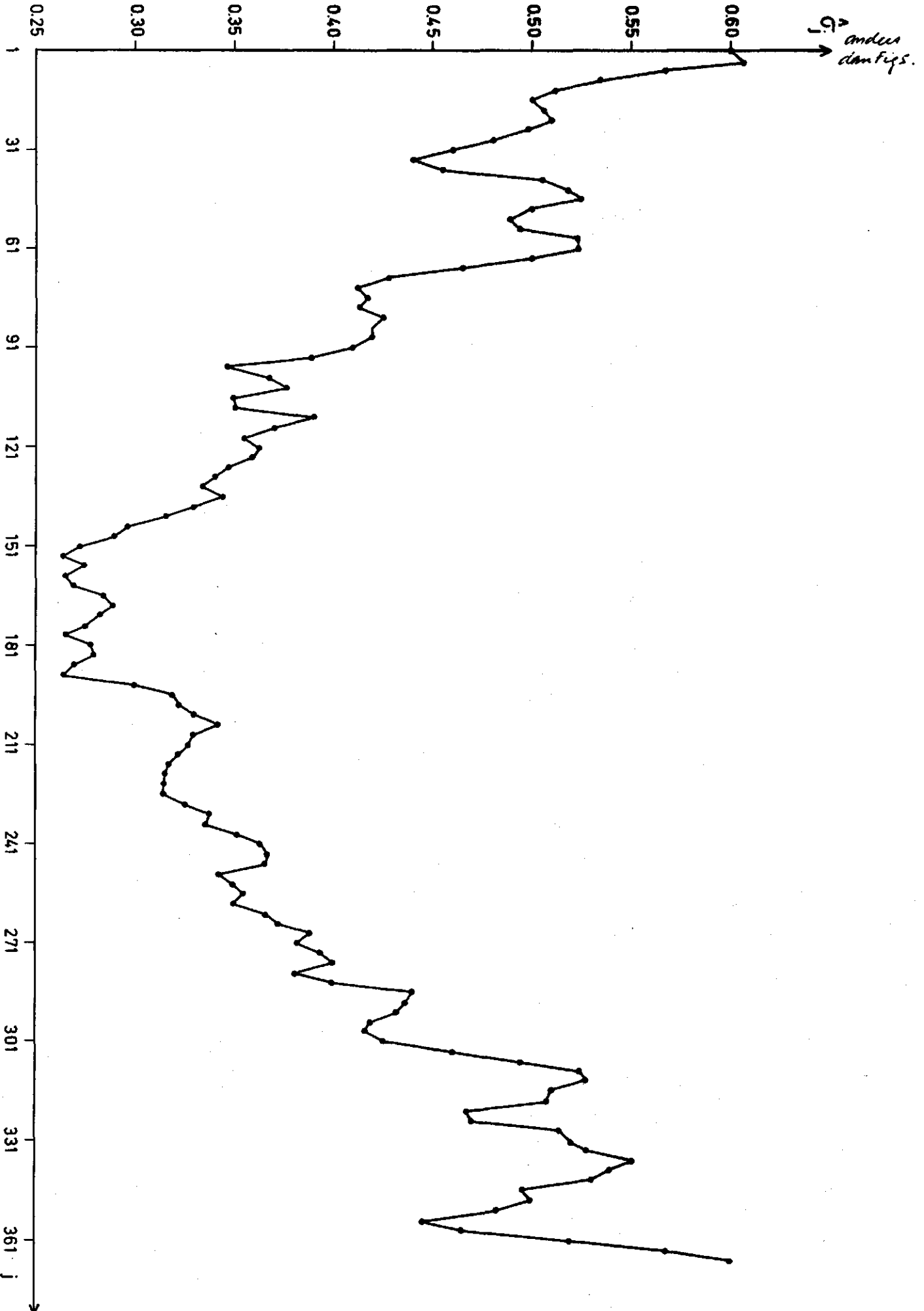


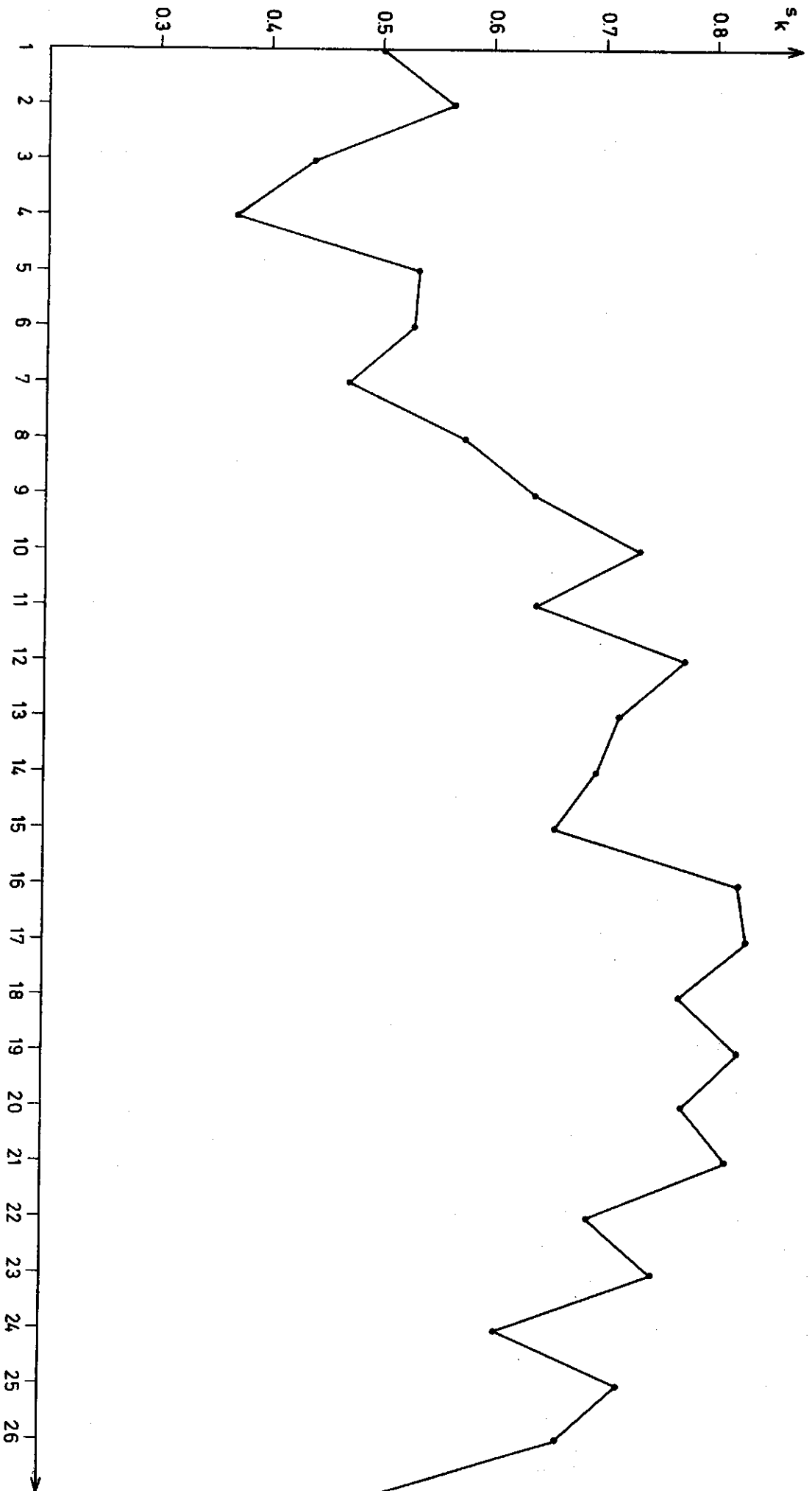






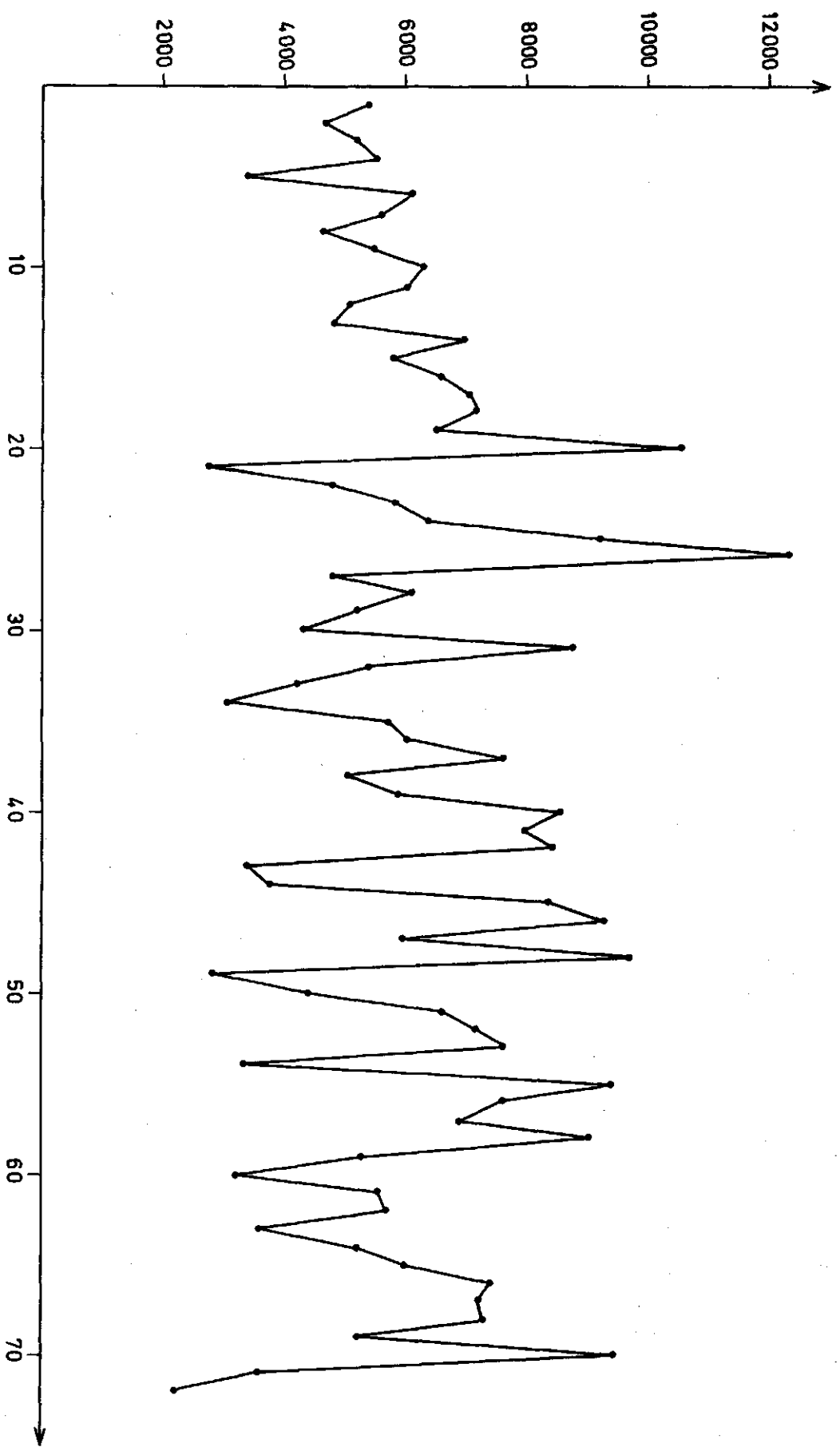
Figuur 8 Het gemiddelde van de logaritmen om de drie dagen





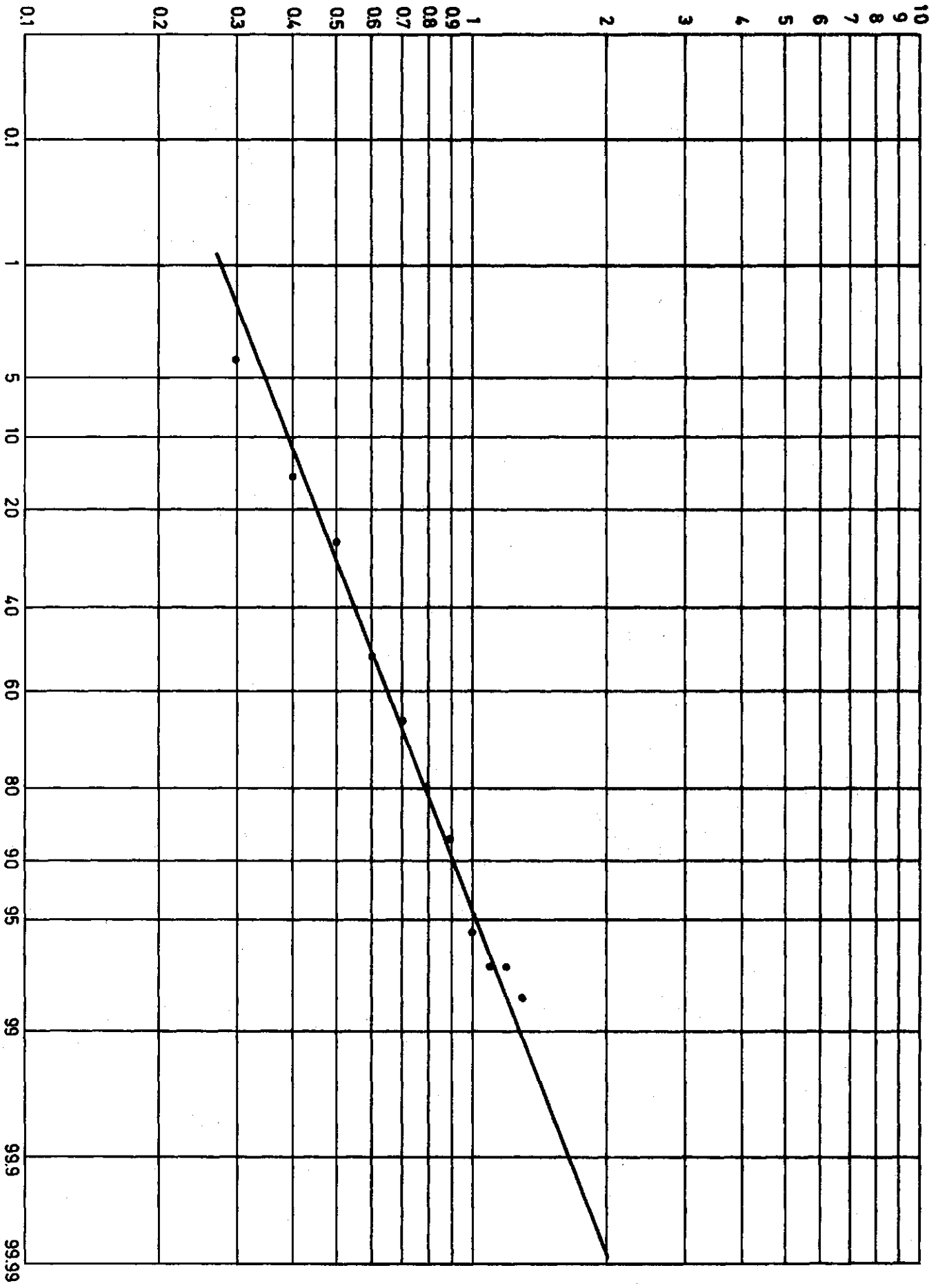
Figuur 10 De kruiskorrelatiecoëfficiënten voor 26 reeksen

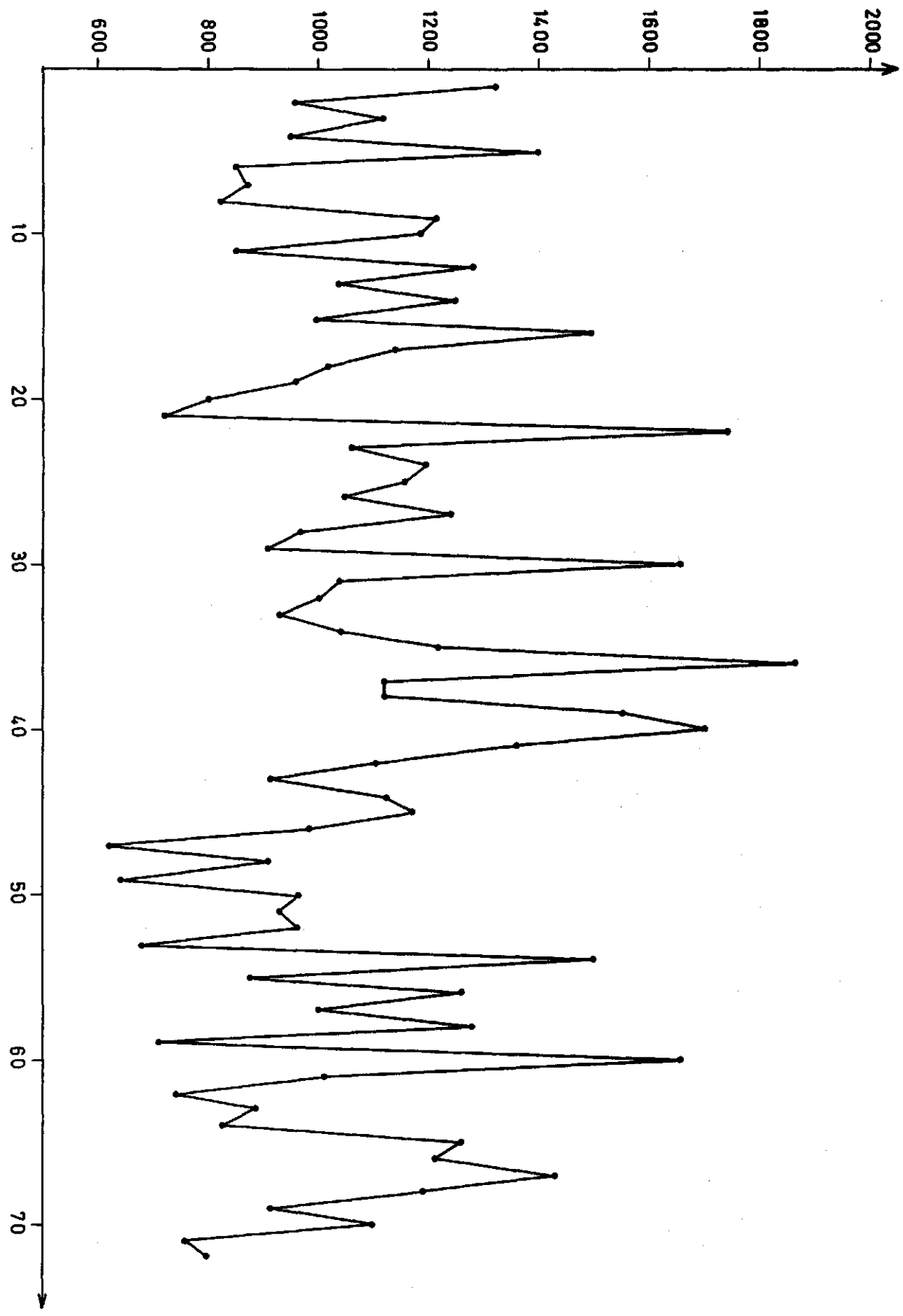
gemiddelde van de reeksen (tabel 6)



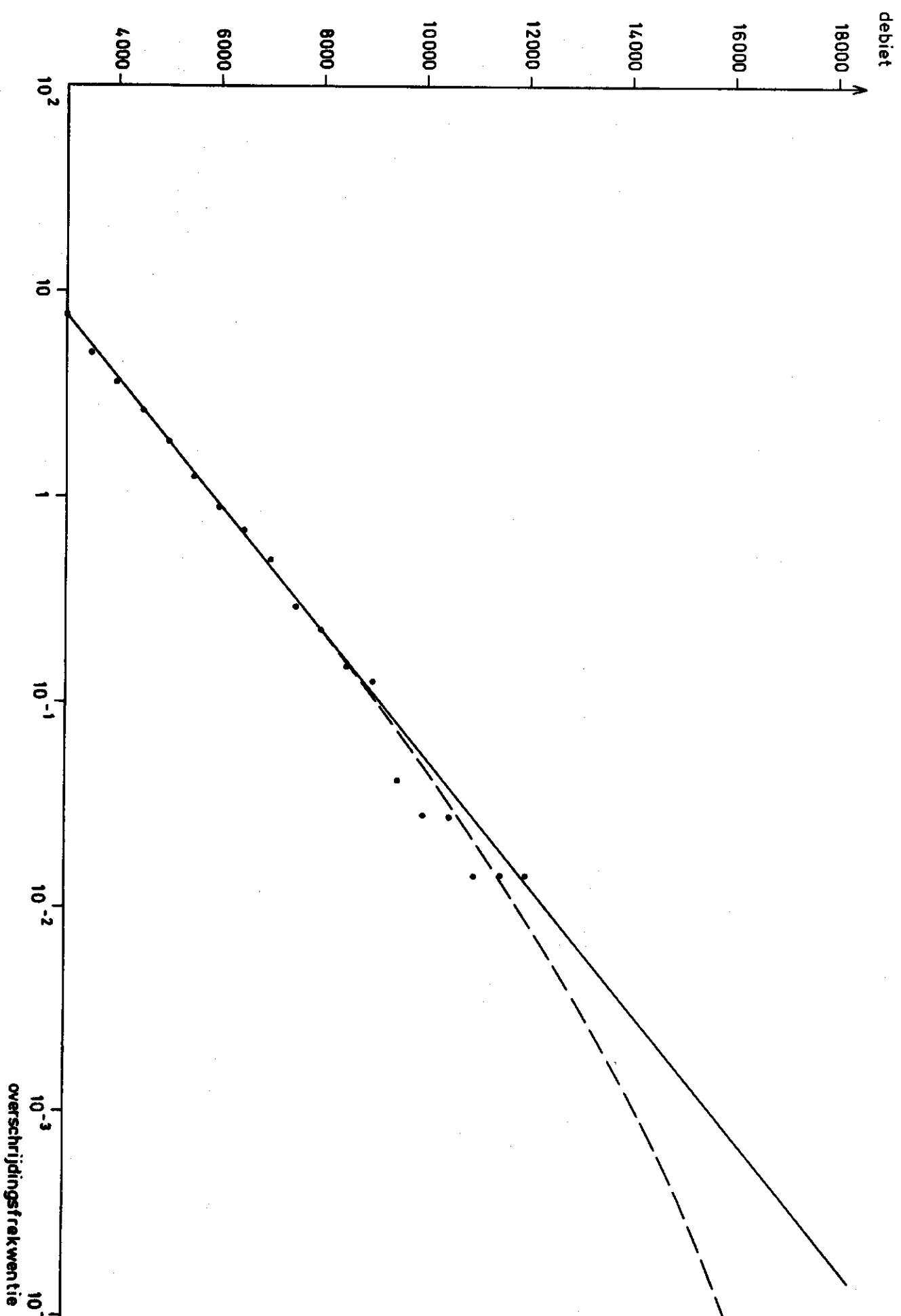
Figuur 11 De jaarlijks hoogste debieten van 1 okt. t.e.m. 30 sept.

$X_{max,i}$
($\times 10^4$)

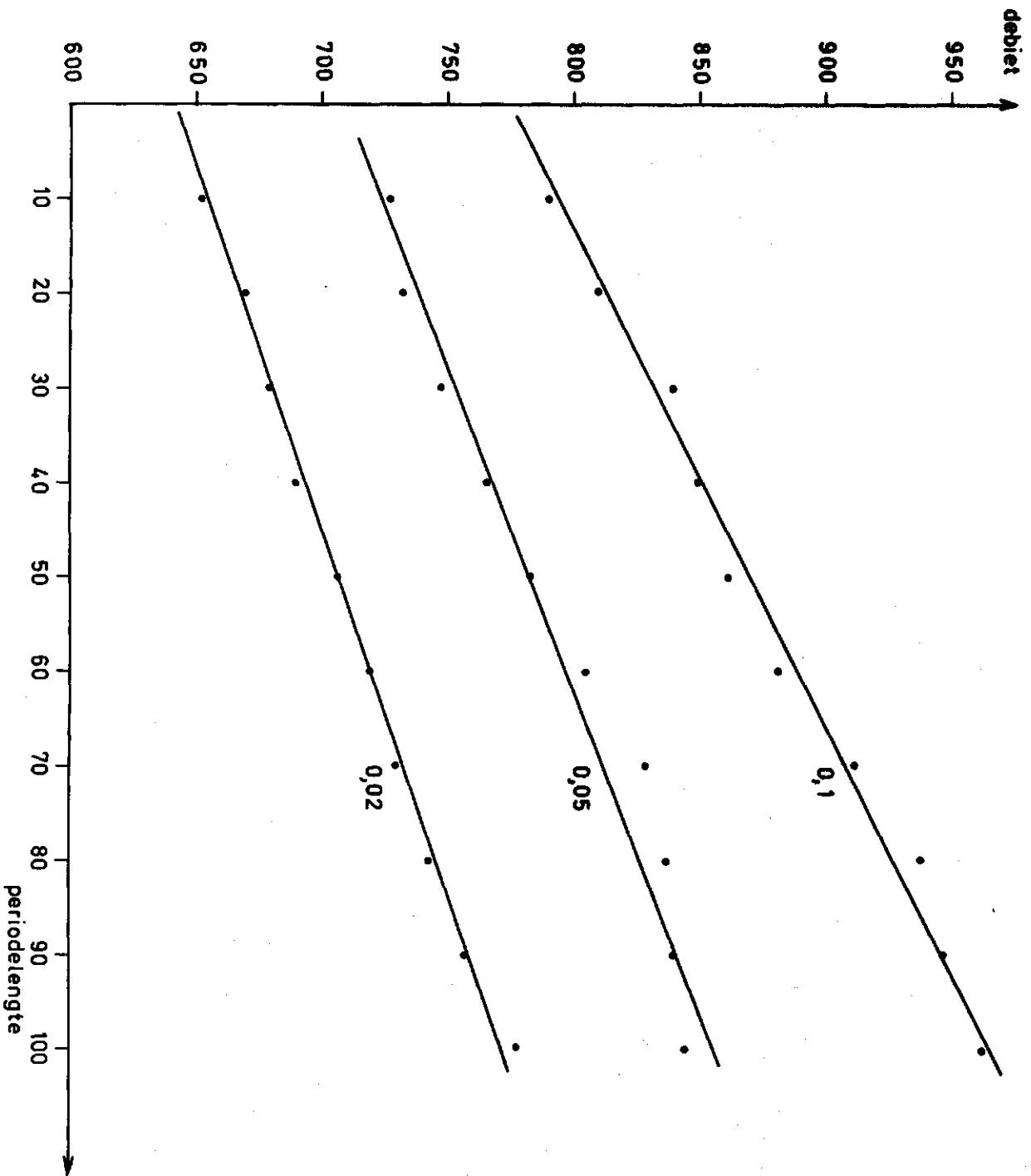




Figuur 13 De jaarlijks laagste debieten van 1 juli t.e.m. 30 juni.



Figuur 14 Overschrijdingsfrequentie van toppen per jaar



Figuur 15 Onderschrijdingen van gemiddelde debieten