Sonderdruck aus der
Zeitschrift für Pflanzenernährung, Düngung, Bodenkunde, 109. Band, Heft 2

Modelle in der Bodenfruchtbarkeitsforschung und ihre Prüfung[1])

Von *Th. J. Ferrari*[*])

Aus dem Institut für Bodenfruchtbarkeit, Groningen/Niederlande
Direktor: *Dr. Bruin*

(Eingegangen: 4. 3. 1964)

Einleitung

Es ist unsere Erfahrung, daß die Bodenfruchtbarkeit und die damit für Forscher und Landwirt zusammenhängenden Probleme überaus komplex und verwickelt sind. Ganz besonders gelten hierfür die Wörter des Mathematikers *Bross* in seinem Buche „Design for Decision“: „It is much more difficult to be a good farmer than a good mathematician because the farmer must deal with so many vague and complex problems“. Es soll die Aufgabe der Forschung sein, die Bodenfruchtbarkeit zu beschreiben und die vielen Probleme der Bodenfruchtbarkeitsforschung zur Lösung zu bringen. Die Basisdisziplinen wie Chemie und Physik sollen hierzu das Vage verdeutlichen, die landwirtschaftliche Forschung hat die Aufgabe, die Komplexe zu analysieren. Wir beschränken uns im folgenden auf das letzte Problem und werden versuchen, die Wirkung der verschiedenen Bodenfruchtbarkeitsfaktoren in Zusammenhang mit der Pflanzenproduktion zu beschreiben. Den Weg dazu suchen wir an Hand der Modelle, die wir uns über die Wirkung der Fruchtbarkeit bilden können.

Anwendung von Modellen in der landwirtschaftlichen Forschung

Was sind Modelle und welches ist ihre Funktion in der Forschung? Modelle sind simplifizierende Abstraktionen der Wirklichkeit, worin nur jene Elemente aufgenommen worden sind, die wir auf irgendeine Weise schon kennen und ansprechen. Auch werden nur die Aspekte der Wirklichkeit beschrieben, die für die bezügliche Disziplin Bedeutung haben. Die Abstraktion wird weiter in irgendeiner Sprache ausgedrückt: in Wörtern, in Diagrammen, mathematisch oder materiell. Innerhalb der gegebenen Grenzen versucht man die Wirklichkeit möglichst vollständig zu beschreiben.

Für die Forschung ist es wichtig, daß die aus diesen Modellen gezogenen Schlußfolgerungen auch für die Wirklichkeit gelten sollen. Das heißt, daß der Wirklichkeitswert eines angenommenen Modelles eng mit dem der Schlußfolgerungen verbunden ist. Es zeigt sich dann weiter, daß Hypothesen besonders geeignet sind, in Modellen ausgedrückt zu werden. Dies gibt die Verbindung

[1]) Vortrag anläßlich des Symposiums über Bodenfruchtbarkeit in Gießen vom 3.—5. März 1964.
[*]) *Dr. Ir. Th. J. Ferrari*, Groningen/Niederlande, van Hallstraat 3.

zwischen Modellen und der Forschung im allgemeinen und der Bodenfruchtbarkeitsforschung im besonderen. Wie in allen empirischen Wissenschaften wird auch hier die Erwerbung unserer Kenntnisse durch die Bildung von Hypothesen erreicht, die darauf auf dem Weg der Deduktion mit der Wirklichkeit verglichen werden müssen. Mangelnde Übereinstimmung zwischen den Beobachtungen und den Voraussagen führt zur Ablehnung, gute Übereinstimmung zur Akzeptierung der Hypothese. Mit Rücksicht auf den komplexen und den auf die Praxis gerichteten Charakter der Bodenfruchtbarkeit zeigt es sich vorteilhaft, Modelle in der mathematischen Form der Gleichungen anzuwenden. Durch die besondere Natur des Objektes Bodenfruchtbarkeit stößt man jedoch bei der Prüfung und der Quantifizierung der Parameter dieser Modelle mit Hilfe empirischer Daten auf einige Schwierigkeiten, denen man übrigens auch in anderen Disziplinen wie Ökonomie, Soziologie und Astronomie begegnet.

In der Einleitung haben wir uns die Pflanzenproduktion als letztes Kriterium der Bodenfruchtbarkeit gedacht. In dem Modell wird diese Produktion, z. B. der Ertrag in kg/ha in kausalen Zusammenhang mit einer Anzahl von Bodenfruchtbarkeitsfaktoren gebracht. In einem einfachen Falle hat die Funktion die Form: der Ertrag ist abhängig von der Menge Wasser. Es ist klar, daß die Wirklichkeit oft mehr komplexe Modelle fordert und die Prüfung und die Quantifizierung dieser Modelle, auch durch die Eigenschaften der in Betracht genommenen Faktoren, große Schwierigkeiten machen kann. Untersucht man nämlich erst, welche Faktoren in der Bodenfruchtbarkeit den Ertrag beeinflussen, dann können die folgenden Gruppen unterschieden werden:

a) Faktoren, die zu variieren sind, wie der Ernährungszustand des Bodens durch Düngung;
b) schwierig oder nicht zu ändernde Faktoren, die vorher bestimmt oder vorausgesagt werden können, wie Profil, Grundwasserpegel, Struktur usw.;
c) schwierig oder nicht zu ändernde Faktoren, die nicht vorauszusagen sind, wie Witterungsfaktoren und phytopathogene Erscheinungen.

Die komplexe Natur der Bodenfruchtbarkeit und die mit o. g. Einreihung zusammenhängenden Eigenschaften der Faktoren haben bestimmte Folgen für die Ausarbeitung und Prüfung der Modelle.

An erster Stelle betrifft dies die Prüfung. Es ist bekannt, daß die Prüfung einer Hypothese in den Naturwissenschaften hauptsächlich stattfand und stattfindet mit Hilfe einer künstlichen Änderung, *ceteris paribus,* dem Gedankengang gemäß, daß die Veränderung eines als Ursache angenommenen Faktors auch eine entsprechende Änderung des Effektes zur Folge haben soll. Hierbei ist die *Ceteris-paribus*-Annahme sehr wichtig. Dieses Verfahren ist schwierig oder unmöglich für Faktoren der zweiten und dritten Gruppe, die ja nicht zu ändern sind. Es ist übrigens in vielen Fällen zu bezweifeln, ob die *Ceteris-*

paribus-Bedingung überhaupt aufrecht gehalten werden kann. Änderungen des Grundwasserpegels z. B. rufen eine Kette von Änderungen anderer Faktoren hervor, die auch den Ertrag beeinflussen können.

Eine zweite Schwierigkeit hängt mit der großen Anzahl von Faktoren zusammen, die in der Bodenfruchtbarkeit eine Rolle spielen und ihrer gegenseitigen Abhängigkeit. Mit Rücksicht auf die Brauchbarkeit in der Praxis bedeutet dies, daß man immer viele Faktoren zugleich untersuchen soll. Die üblichen Feldversuche, bei denen die Wirkung eines oder zweier Faktoren untersucht wird, sind weniger geeignet diese Fragen zu untersuchen. Es ist eine allgemein bekannte Tatsache, daß eine Vergrößerung der Anzahl der zu untersuchenden Faktoren schon bald unmöglich wird. Vergrößerung der Anzahl von Faktoren hat eine Erweiterung des Versuches zur Folge, wodurch die Reststreuung bald der wichtigste Faktor werden wird. Statistiker haben versucht, diese Bedenken zu eliminieren durch Einführung des Prinzips der Vermengung; eine endgültige Lösung ist hiermit jedoch nicht erreicht worden.

Immer noch bleibt das Bedenken bestehen, daß die Ergebnisse eines Feldversuches nur gelten für diesen speziellen Fall, mit diesen speziellen Verhältnissen von Boden, Klima usw. Die Erfahrung zeigt dann auch, daß die Ergebnisse der Versuche sehr verschieden sein können. Man versucht, diese Schwierigkeit zu beseitigen durch die Anlage von vielen Versuchen. Man hofft hiermit dann eine gute Stichprobe der Produktionsumstände zu erhalten. Schließlich erhält man nur einen durchschnittlichen Zusammenhang. Auch eine Abgrenzung durch z. B. geographische oder landwirtschaftliche Einheiten genügt nicht. Ohne eine weitere Analyse der Faktoren, die die Unterschiede verursachen, ist eine Anwendung der durchschnittlichen Ergebnisse gefährlich.

Diese Analyse ist aber möglich, weil es gar nicht nötig ist, die Hypothese mit empirischen Daten, die bloß durch einen künstlichen Eingriff erhalten worden sind, zu prüfen. Unter Einfluß der Naturwissenschaften sind zwar viele Forscher der Meinung, daß das sog. Experiment mit Eingriff die einzige Methode ist. Es ist jedoch sehr gut möglich, die Hypothese zu verifizieren mit Daten eines Experiments ohne Eingriff, wobei man die Variationen benutzt, die in der Natur vorhanden sind. Für die Logik des Experiments spielt dieser Unterschied überhaupt keine Rolle. Die Prüfung der Hypothese mittels der über die Deduktion abgeleiteten Voraussagen ist entscheidend. Das Wort „Experiment", dem lateinischen Verbum „experiri", d. h. prüfen, entlehnt, drückt dies schon aus. Durch die Methoden und Erfolge der Naturwissenschaften, besonders der Physik, hat das Wort „Experiment" einen ganz anderen Inhalt, nämlich die künstliche Veränderung erhalten, und die ursprüngliche Bedeutung ist meistens vergessen. Allerdings muß bemerkt werden, daß ein Experiment ohne Eingriff bestimmte Schwierigkeiten mit sich bringt, besonders muß die Schwierigkeit genannt werden, eine genügende Trennung zwischen den möglichen kausalen Faktoren zu erreichen.

Übrigens darf man die Schwierigkeiten eines Experimentes mit Eingriff auch nicht unterschätzen. Wir nannten schon das Unwirkliche der *Ceteris-paribus*-Annahme. In einer Studie haben wir die Vor- und Nachteile beider Methoden miteinander verglichen. Es zeigte sich hierbei, daß ein Experiment ohne Eingriff die Möglichkeit bietet, Modelle zu verifizieren und quantifizieren, worin Faktoren aus der zweiten und dritten Gruppe, also Faktoren, die nicht oder nur schwierig zu variieren sind, aufgenommen worden sind, und auf diese Weise die Unterschiede zwischen den Versuchen zu erklären.

Modelle mit zwei Variablen, mit einer Gleichung

Welche Modelle und welche Funktionen werden in der Bodenfruchtbarkeitsforschung überhaupt angewendet? Wir beschränken uns vorläufig auf Modelle, die mittels einer Gleichung beschrieben werden können, mit einem Faktor oder mit mehreren Faktoren.

Das einfachste Modell ist natürlich die Hypothese, daß die Ertragsunterschiede durch einen Faktor oder durch mehrere Faktoren erklärt werden können ohne genauere Andeutung der Funktion. Es ist dies z. B. die Fragestellung der Varianzanalyse. Das Bedenken gegen dieses einfache Modell in der Bodenfruchtbarkeitsforschung ist das Fehlen der Möglichkeit zum Interpolieren und zum Extrapolieren, wodurch z. B. wirtschaftliche Berechnungen unmöglich sind.

Mehr Möglichkeiten bietet das Modell mit einer Beschreibung der Funktion. Die einfachste Funktion ist die lineare Gleichung; die Änderung ist stets proportional der Änderung der Ursache, ohne Beschränkung des Gebietes. Wir wissen, daß diese Hypothese in vielen Fällen nicht reell und folglich unbrauchbar ist. Den Erfahrungen in der Bodenfruchtbarkeitsforschung gemäß ist es sinnvoller, nicht-lineare Funktionen anzuwenden, die ein Maximum und gegebenenfalls eine Depression erreichen. Es ist vorteilhaft, hierbei die einfachsten Formeln zu wählen. In der Literatur werden viele Gleichungen vorgeschlagen. Die meistbekannte ist die *Mitscherlich*-Gleichung, später auch die mit einer Depression. Einige Beispiele dieser Gleichungen sind:

$$y = A\,(1 - 10^{-cx}) \qquad \textit{Mitscherlich}$$

$$y = ax^b \qquad \textit{Cobb-Douglas}$$

$$y = A \cdot 10^{-z\left(\log\frac{x+i}{a+i}\right)^n} \qquad \textit{von Boguslawski-Schneider}$$

$$y = bx - cx^2$$

$$y = b\sqrt{x} - cx$$

Wir verzichten auf eine Besprechung der allgemeinen und speziellen Eigenschaften dieser Funktionen und verweisen hierfür auf die rezenten Veröffentlichungen von *Heady* and *Dillon* (3) und von *Hoffmann* und *Dörfel* (4).

Diese Gleichungen haben eines gemeinschaftlich: sie sind hauptsächlich heuristisch entwickelt worden, und die theoretischen Grundlagen sind ziemlich gering. Wir wollen hiermit sagen, daß kein Vorzug von physiologischem oder biochemischem Standpunkt besteht. Die einzige uns bekannte Ableitung in dieser Richtung ist die für die *Mitscherlich*-Gleichung von *Linser* und *Kaindl* (5) mit Hilfe der Treffertheorie. Es ist übrigens auffallend, daß so wenig auf diesem Gebiet des Ertragsgesetzes geforscht wird. Wir brauchen dringend mehr biologisch begründete Gleichungen, besonders mit Rücksicht auf die großen Möglichkeiten der Rechenautomaten.

Welche Gleichung man jetzt wählt, wird vornehmlich durch die persönliche Auffassung bedingt. Die Auswahl wird oft durch die Suggestion bestimmt, die die Daten geben. Es ist deutlich, daß die auf diese Weise gefundene Funktion aufs neue als Hypothese vorgegeben werden muß. Unsere Erfahrung ist, daß dies meistens nicht stattfindet. Die Unkenntnis dieser Funktionen und die Unmöglichkeit zu rechnen — wir hatten damals noch keine Rechenmaschinen — sind vor 30 Jahren der Grund gewesen, daß wir die graphische Methode entwickelt haben, wobei immer die Suggestion der empirischen Daten verwendet wird. Als Beispiel zeigen wir in Abbildung 1 die Ergebnisse einer Untersuchung über den Zusammenhang zwischen Kalizustand des Bodens und dem Ertragsverlust bei Kartoffeln ohne Kalidüngung, ausgedrückt in Prozenten der Maximalerträge. Jeder Punkt stellt das Ergebnis eines Versuches dar; die Unterschiede in den Kalizuständen zwischen den Versuchen sind ohne Eingriff erhalten. Man darf erwarten, daß die Differenzen zwischen den graphischen und numerischen Auswertungen gering sein sollten.

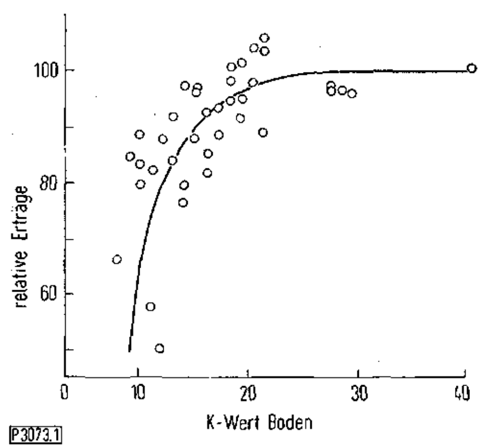


Abbildung 1

Einfluß des Kalizustandes des Bodens auf den Ertragsverlust der Kartoffeln, ohne Kalidüngung

Influence of potassium status of the soil on yield loss of potatoes, no potassium fertiliser

Modelle mit mehr Variablen, mit einer Gleichung

Wir wissen, daß die Modelle mit nur einem erklärenden Faktor meistens nicht genügend den zu untersuchenden Prozeß beschreiben. Mit Rücksicht hierauf sind Gleichungen mit mehreren Faktoren entwickelt worden. Einige Beispiele sind:

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots$$

$$y = A(1-10^{-c_1x_1})(1-10^{-c_2x_2}) \ldots \qquad \textit{Mitscherlich}$$

$$y = ax_1^{b_1} x_2^{b_2} \ldots \qquad \textit{Cobb-Douglas}$$

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2$$

Wir besprechen auch die Eigenschaften dieser Gleichungen nicht, wir weisen nur auf die Möglichkeit hin, Glieder für die Wechselwirkung in diese Gleichung aufzunehmen. Das Produktglied in der letzten Gleichung beschreibt diese Wechselwirkung. Obwohl unseres Erachtens die Wechselwirkung in vielen Fällen nichts anderes ist als ein Wort, um unsere Unkenntnis auszudrücken, ist man oft gezwungen, Glieder für die Beschreibung dieser Wechselwirkung in das Modell aufzunehmen. Abbildung 2 zeigt ein geprüftes Modell, worin die Wirkung der Kalidüngung von dem Kalizustand des Bodens abhängt.

Die äußerste Konsequenz der Möglichkeiten des Experiments ohne Eingriff und der multifaktoriellen Gleichung sind die Untersuchungen, worin wir mit planmäßig gestreuten Teilstücken graphisch oder numerisch eine Erklärung der Ertragsunterschiede zwischen diesen Teilstücken zu finden versuchen. Man stellt

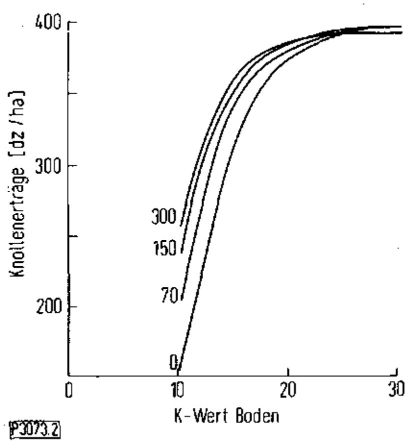


Abbildung 2

Einfluß des Kalizustandes des Bodens auf den Kartoffelertrag bei 4 verschiedenen Kalidüngungsstufen

Influence of potassium status of the soil on potato yield with 4 levels of potassium fertiliser hierzu ein Modell auf, das für sich in Anspruch nimmt, eine Erklärung der in der Natur vorhandenen Gesamtstreuung zu geben. Der Ausbau des Modells hinsichtlich der Anzahl von Faktoren geht also sehr weit. Im Gegensatz zu der Varianzanalyse, die versucht, die Reststreuung möglichst klein zu machen, sind diese multifaktoriellen Untersuchungen gerade an einer großen Anfangsstreuung interessiert. Abbildung 3 zeigt die Möglichkeiten einer solchen Analyse mittels

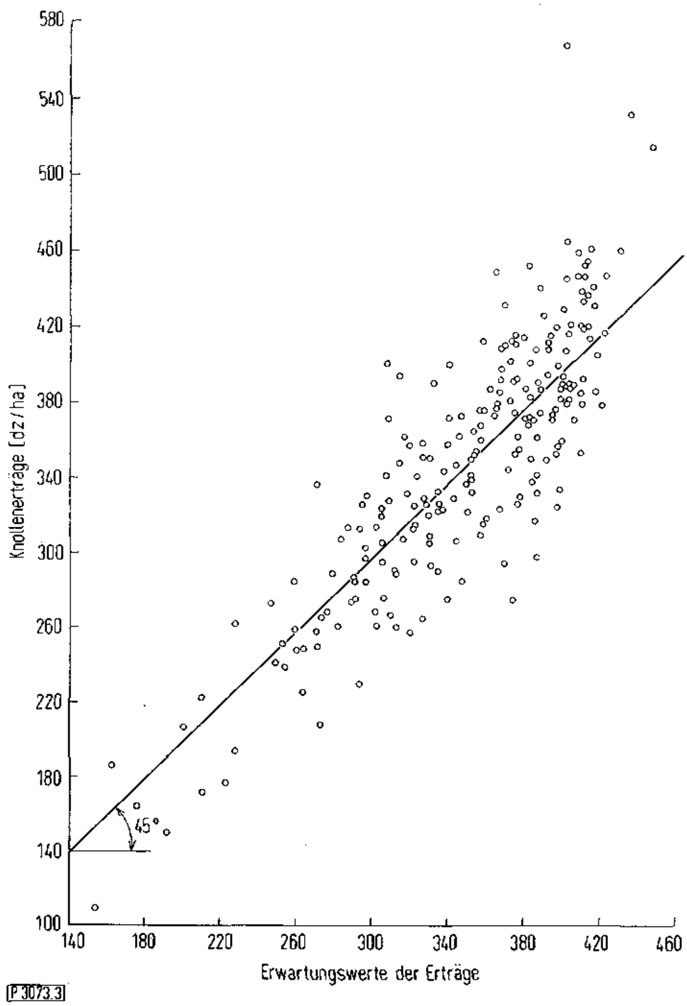


Abbildung 3

Korrelation zwischen berechneten und gefundenen Kartoffelerträgen

Correlation between calculated and found potato yield der Übereinstimmung zwischen den wirklich gefundenen und den berechneten Erträgen. Wir führten diese Analyse mit 13 Faktoren durch, wovon 9 Faktoren statistisch gesicherte Einflüsse hatten. Abbildung 4 zeigt die Abnahme der Ertragsstreuung durch aufeinanderfolgende Ausschaltung der Faktoreneinflüsse. Das Diagramm zeigt auch eine vielleicht allgemeine Erscheinung: wenige Faktoren haben einen großen Einfluß, viele nur einen kleinen.

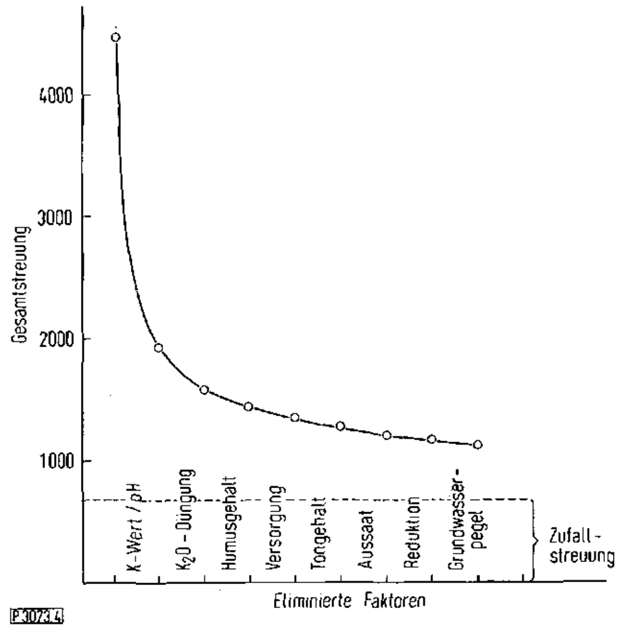


Abbildung 4

Abnahme in Ertragsstreuung durch aufeinanderfolgende Ausschaltung der Faktoreneinflüsse

Decrease in yield variance by the elimination of factor influences

Modelle mit mehr Gleichungen, mit Kettenprozessen

Die Gleichungen der bis jetzt behandelten Modelle sind im wesentlichen normale Regressionsgleichungen. Das Regressionsmodell ist gekennzeichnet durch die Annahme, daß ein kausaler Zusammenhang zwischen den unabhängigen Variablen und der abhängigen Variable, dem Effekt, besteht. Es wird auch angenommen, daß eine Änderung eines unabhängigen Faktors eine Wirkung nur auf die abhängige Variable und nicht auf die anderen unabhängigen Variablen ausübt. Diese Annahme wird auch für das Experiment mit Eingriff mittels des *Ceteris-paribus*-Prinzips gemacht. Es zeigt sich jedoch, daß diese Annahme in vielen Fällen nicht in Übereinstimmung mit der Wirklichkeit steht. Dies bedeutet, daß das angenommene Regressionsmodell falsch und nicht brauchbar ist.

Wir werden es erläutern an Hand eines Beispieles einer Untersuchung über die Faktoren, die den Magnesiumgehalt des Grases bestimmen. Hierfür war ein normales Regressionsmodell aufgestellt worden, das geprüft wurde mit Daten eines Experiments ohne Eingriff. In diesem Modell (Abbildung 5) ist der Magnesiumgehalt des Grases die abhängige Variable oder der Effekt, und es ist angenommen worden, daß die Faktoren Magnesiumgehalt, Kaligehalt und Humusgehalt des Bodens, der Eiweißgehalt und der Prozentsatz an Kräutern kausal den Magnesiumgehalt des Grases beeinflussen. In diesem Diagramm werden diese Wirkungen angegeben mit Pfeilen, die Größen der Einflüsse werden aus den Daten berechnet. Im Modell wird also angenommen, daß eine Änderung des Magnesiumgehaltes des Bodens nur den Magnesiumgehalt des Grases ändert und nicht den Eiweißgehalt und den Prozentsatz an Kräutern. Wir wissen jedoch, daß dies nicht der Fall ist, so daß das Modell nicht akzeptabel ist. Wir haben es hier mit s. g. Kettenprozessen zu tun, die nicht mehr mittels einer Gleichung auszudrücken sind.

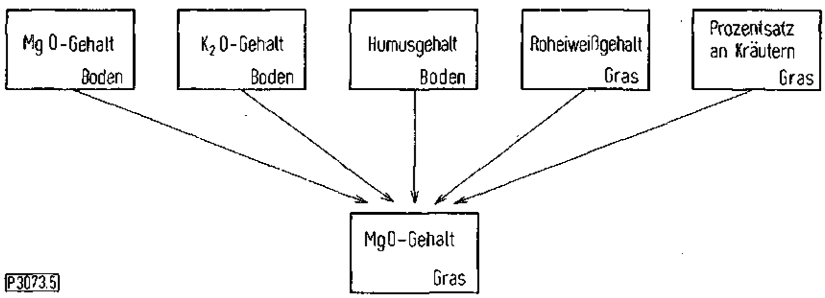


Abbildung 5

Regressionsmodell mit MgO-Gehalt des Grases als abhängige Variable, die anderen Variable sind als kausale Faktoren angenommen

Regression model with MgO content of grass as dependent variable, the other variables are taken as causal factors

Ein mehr mit der Wirklichkeit übereinstimmendes Modell dieser Einflüsse gibt Abbildung 6. Die Variablen Eiweißgehalt und Prozentsatz an Kräutern sind hier nicht mehr als nur unabhängige Variablen aufgenommen worden; beide Variablen sind in diesem Modell sowohl Ursache als auch Effekt. Eine Änderung des Magnesiumgehaltes des Bodens hat nicht nur einen direkten Einfluß auf den Magnesiumgehalt des Grases, sondern auch einen indirekten Einfluß auf den Prozentsatz an Kräutern und den Eiweißgehalt. Während das erste Modell ohne die Kettenprozesse dargestellt werden kann mit einer Gleichung:

$$y_1 = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5,$$

benötigt man für das zweite Modell ein System von den folgenden 3 Gleichungen:

$$y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3$$
$$y_2 = b_{23}y_3 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3$$
$$y_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4.$$

Solche Systeme von Gleichungen sind mit der Methode der Pfadkoeffizienten lösbar. Der Name „Pfad" hat etwas zu tun mit den Pfaden, über welche die kausale Wirkung ausgeübt wird. Mit dieser Methode wird die Hypothese über die angenommenen Zusammenhänge, dargelegt im Modell, geprüft und quantifiziert. Die Größe jedes Einflusses wird mit dem Pfadkoeffizienten angegeben. Dieser Pfadkoeffizient gibt dann die Größe der Änderung des Effektes an, wenn die Ursache um eins wächst. Tabelle 1 gibt die Ergebnisse einer Analyse mit dem Modell aus Abbildung 6.

Tabelle 1
Berechnete Werte der 12 Pfadkoeffizienten des Modelles aus Abbildung 6
Calculated values of 12 "Pfadkoeffizient" of a model in figure 6

Ursache / Effekt	Humusgehalt (x_1)	K_2O-Gehalt des Bodens (x_2)	MgO-Gehalt des Bodens (x_3)	pH (x_4)	Prozentsatz an Kräutern (y_3)	Roheiweißgehalt (y_2)
Prozentsatz an Kräutern (y_3)	1,67	— 0,23	— 0,031	5,26		
Roheiweißgehalt (y_2)	— 0,74	0,11	0,011		0,20	
MgO-Gehalt des Grases (y_1)		— 0,0038	0,0004		0,0041	0,0083

Die allgemeine Form eines Systems mit Gleichungen, das einen kausalen Kettenprozeß darstellt, ist wie folgt:

$$\begin{array}{ccccccc} b_{11}y_1 + \ldots + b_{1M}y_M & + & a_{11}x_1 + \ldots + a_{1L}x_L & = & u_1 \\ b_{21}y_1 + \ldots + b_{2M}y_M & + & a_{21}x_1 + \ldots + a_{2L}x_L & = & u_2 \\ | \qquad\quad | & & | \qquad\quad | & & | \\ b_{M1}y_1 + \ldots + b_{MM}y_M & + & a_{M1}x_1 + \ldots + a_{ML}x_L & = & u_M \end{array}$$

Es ist klar, daß für reelle Modelle verschiedene Pfadkoeffizienten a und b a priori gleich Null angenommen werden können. Mit diesem angenommenen System ist es möglich, Modelle zu untersuchen, worin außer Kettenprozessen auch Rückkopplungssysteme aufgenommen worden sind. Unserer Meinung nach verdienen solche Modelle durch ihren großen Wirklichkeitswert den Vorzug, besonders weil es auch möglich ist, nichtlineare Funktionen in die Gleichungen aufzunehmen. Die Methode ist eng verwandt mit der Methode der simultanen Gleichungen aus der Ökonometrie.

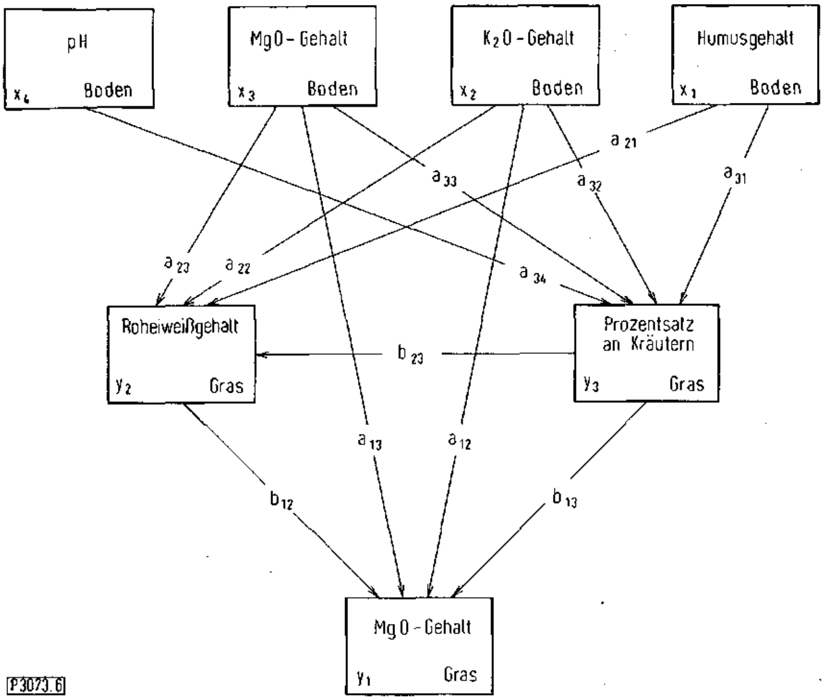


Abbildung 6
Direkte und indirekte Einflüsse der 4 kausalen Faktoren auf den MgO-Gehalt des Grases
Direct and indirect influences of causality factors on the MgO content of grasses

Ein extremer Fall dieser Modelle ist das Modell, worauf die Aspekt- oder Faktorenanalyse beruht. In diesem Modell ist die Anzahl der beschränkenden Bedingungen gering, wodurch das System der Gleichungen nicht identifizierbar geworden ist. Das Diagramm des Modells wird in Abbildung 7 gezeigt. Die kausalen x-Variablen, hier F genannt, sind unbekannt. Die Analyse versucht diese x-Variablen als Aspekte zu finden und die betreffenden Koeffizienten zu berechnen. Diese Aspektanalyse ist nicht nur wichtig für die Prüfung solcher Modelle, sie kann auch angewendet werden, Hinweise zu erhalten, um eine beschränktere Hypothese aufzustellen. Der Möglichkeiten dieses Vorgehens sind viele. Die Methode ist z. B. sehr geeignet, um die ökologischen Zeigereigenschaften der Gräserarten unter natürlichen Umständen zu prüfen und zu quantifizieren. Ausgangspunkt dieser Analyse ist die Matrix der Korrelationskoeffizienten zwischen Bodenfaktoren und soziologischen Gräserkennzahlen, in diesem Falle den Frequenzprozenten der verschiedenen Gräser. Die Aspektanalyse mit der darauffolgenden Rotierung der Achsen hat Aspekte zum Vorschein gebracht, von denen z. B. der erste Aspekt in Tabelle 2 die Reaktion der Gräser

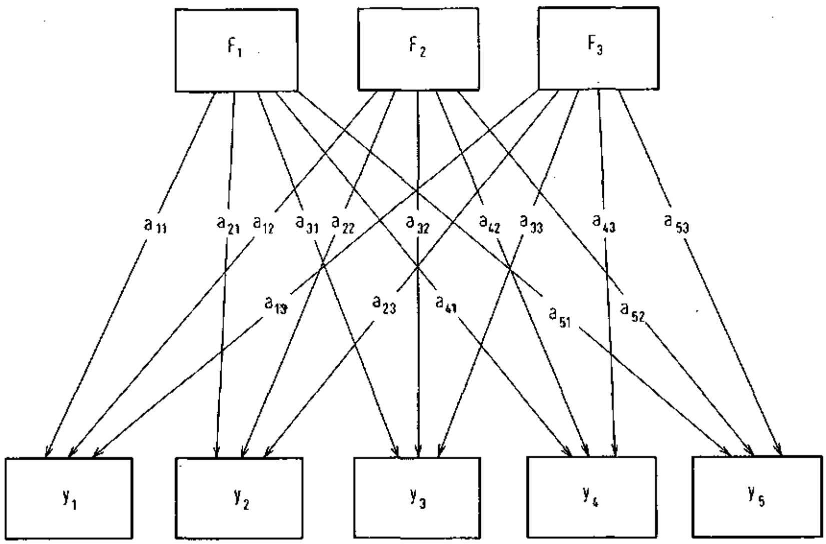
Tabelle 2

Korrelation zwischen Bodenfaktoren und Frequenzprozenten der Gräser
Aspektwerte nach Rotierung

Correlation between soil factors and the percentage frequency of grasses;
"aspektwerte" after rotation

Faktoren	Aspekte			
	1	2	3	4
pH-KCl	0,655	— 0,246	— 0,209	— 0,074
Humusgehalt	0,684	— 0,098	0,003	— 0,240
Tongehalt	0,811	— 0,298	— 0,113	0,003
% Sand	— 0,881	0,242	0,074	0,110
Feinheitszahl	0,671	— 0,261	— 0,258	— 0,028
MgO-Gehalt	0,575	— 0,385	0,266	— 0,152
P-Zahl	— 0,137	0,550	0,255	0,010
P-Zitron	0,650	0,184	0,112	0,243
K-Zahl	— 0,049	0,691	0,396	— 0,463
Cu-Zahl (Asp.)	0,647	— 0,340	— 0,096	0,055
Entfernung Bauernhof	0,318	0,029	— 0,493	0,020
Tiefe Geschiebelehm	0,197	0,360	— 0,040	0,380
Dicke Humusschicht	0,023	— 0,004	— 0,038	0,568
Aufnehmbares Wasser	0,611	— 0,124	— 0,062	0,400
Tiefe Grundwasserpegel —	0,626	— 0,381	— 0,075	— 0,409
Fluktuation	— 0,495	— 0,214	0,059	— 0,023
N-Düngung	— 0,151	0,352	0,357	0,320
P_2O_5-Düngung	0,007	0,461	— 0,037	0,059
K_2O-Düngung	0,023	0,538	0,252	0,116
Poa pratensis L.	— 0,401	0,052	0,103	0,248
Festuca rubra L.	0,383	— 0,131	— 0,412	0,298
Agrostis tenuis Sibth.	— 0,341	— 0,259	— 0,213	— 0,446
Lolium perenne L.	— 0,254	— 0,217	0,282	— 0,166
Poa annua L.	— 0,219	0,252	0,563	— 0,069
Alopecurus geniculatus L.	0,321	— 0,301	0,336	— 0,357
Agropyron repens P. B.	— 0,246	0,075	0,372	0,326
Festuca pratensis Huds.	0,787	— 0,024	— 0,005	0,154
Poa trivialis L.	0,314	— 0,726	0,034	— 0,181
Agrostis stolonifera L.	— 0,105	— 0,186	— 0,365	— 0,107
Dactylis glomerata L.	— 0,111	0,069	0,156	0,342
Achillea Millefolium L.	— 0,270	0,072	0,227	0,181
Ranunculus repens L.	0,051	— 0,427	— 0,086	— 0,218
Cardamine pratensis L.	0,346	— 0,521	— 0,025	0,004
Carex stolonifera Hoppe	0,716	0,099	— 0,165	0,043
Glyceria maxima Holmb.	0,807	— 0,018	— 0,138	0,214
Ranunculus acer L.	0,297	— 0,344	— 0,489	— 0,181
Rumex Acetosa L.	0,393	— 0,152	— 0,414	0,272
Holcus lanatus L.	0,274	— 0,183	— 0,568	— 0,134
Anthoxanthum odoratum L.	0,172	— 0,246	— 0,676	— 0,020
Centaurea Jacea L.	0,174	— 0,201	— 0,251	0,202
Bellis perennis L.	0,099	— 0,482	— 0,101	0,307
Cynosurus cristatus L.	0,046	— 0,300	— 0,232	— 0,373
Alopecurus pratensis L.	0,141	— 0,047	0,022	0,252
Luzula campestris Lam. et D. C.	— 0,137	0,033	— 0,556	— 0,023
Trifolium repens L.	— 0,104	— 0,203	— 0,041	— 0,545
Bromus mollis L.	— 0,069	0,031	— 0,216	0,337
Phleum pratense L.	0,024	0,011	0,309	0,124
Taraxacum officinale Web.	— 0,116	— 0,083	0,129	0,671
Leontodon autumnalis L.	— 0,229	— 0,199	0,256	0,080
Phalaris arundinacea L.	— 0,207	0,176	0,062	— 0,015
Qualitätszahl	0,050	— 0,196	0,266	— 0,103

auf die Wasserversorgung ist. Die Zahlen von + 1 bis — 1 sind ein Maß für diese Reaktion; die positiven Zahlen geben den feuchtigkeitsliebenden Charakter an, die negativen Zahlen die Trockenheitsresistenz. Das merkwürdige dieser Analyse ist, daß diese Ergebnisse nur durch eine mathematische Auswertung und die darauffolgende Rotierung zu einfacher Struktur erhalten worden sind. Die Wahl einer Rotierung zu einfacher Struktur ist auf die schon genannte Erscheinung gegründet, daß viele Faktoren einen kleinen Einfluß haben und nur wenige Faktoren einen großen. Eine Rotierung des Modells zu einfacher Struktur versucht, dieselbe Situation zu ereichen.



P 3073.7

Abbildung 7
Diagramm eines Modelles der Faktorenanalyse
Diagram of a model of factor analysis

Zusammenfassung

Wir haben die Erfahrung, daß die Kausalität in der Bodenfruchtbarkeit komplex ist, und daß die wissenschaftliche Methode der Naturwissenschaften nicht genügt, um alle Erscheinungen zu analysieren. Einige Richtlinien zur Analyse, gegründet auf die folgenden Ideen, sind besprochen worden.

Der erste Punkt ist die Ansicht, daß die Hypothese, ausgedrückt in einem Modell und gefolgt durch die Prüfung, auch in der Bodenfruchtbarkeitsforschung wichtig für die Vergrößerung unserer Kenntnisse ist. Unserer Erfahrung gemäß wird diese Ansicht oft vergessen.

Der zweite Punkt ist die Idee, daß diese Prüfung auch mit Daten eines Experiments ohne Eingriff durchgeführt werden kann.

Der dritte Punkt ist die Kenntnis, daß der Forscher aus vielen Modellen und Funktionen wählen kann. In dieser Wahl braucht der Forscher sich nicht zu beschränken auf Funktionen mit wenigen Faktoren und auf Modelle, worin das *Ceteris-paribus*-Prinzip angenommen ist.

Ein endgültiger Hinweis auf Vorgehen und Modelle kann nicht gegeben werden. Jedes Problem braucht seine eigenen Analysenmethoden, jeder Forscher geht seinen eigenen Weg und wählt seine eigenen Modelle.

Schrifttum

(1) *Ferrari, Th. J.:* Vergelijking tussen proeven met en zonder ingreep. Landbouwk. Tijdschr. 72, 792—801 (1960). — (2) *Ferrari, Th. J.:* Causal soil-plant relationsships and path coefficients. Plant and Soil XIX, 81—96 (1963). — (3) *Heady, E. O.* and *Dillon, J. L.:* Agricultural production functions. Ames 1961. — (4) *Hoffmann, E.* und *Dörfel, H.:* Die funktionale Betrachtungsweise bei der Auswertung von Feldversuchen. Landw. Versuchs- u. Untersuchungsw. 9, 75—107 (1963). — (5) *Linser, H.* und *Kaindl, K.:* Versuch einer trefferstatistischen Deutung des Mitscherlichen Ertragsgesetzes. Z. Pflanzenernähr., Düng., Bodenkunde 53, 47—63 (1951). [3073]

Models in Soil Fertility Investigations and their Examination

by *Th. J. Ferrari*

We know that causality in soil fertility is complex and that the scientific method of natural science is inadequate to analyse all phenomena. Some rules for analysis based on the following ideas are discussed.

The first point is the view that the hypothesis expressed in a model and followed by examination is also important in soil fertility investigations for the increase in our knowledge. Our knowledge according to this view is often forgotten. The second point is the idea that this examination can be carried out with data from one trial. The third point is the knowledge that the investigator can select from many models and functions. In this selection the investigator does not want to be limited to functions with few factors nor to models where the Ceteris-paribus-principle is assumed.

A final viewpoint on the procedure and model cannot be given. Every problem requires its own analytical technique, every investigator goes his own way and selects his own technique. [3073]

(Z. Pflanzenernähr., Düng., Bodenkunde, 109, 155—168 [1965])