

KENMERKEN EN TOEPASBAARHEID VAN TWEE SCHOEPENRAD-STROOMSNELHEIDS-
METERS

NOTA 57

H.J. van Ieperen

LABORATORIUM VOOR HYDRAULICA
EN AFVOERHYDROLOGIE
LANDBOUWHOGESCHOOL
WAGENINGEN
Juni 1982.

INHOUDSOPGAVE

	Bladzijde
1. INLEIDING	1
2. THEORETISCHE ACHTERGROND	2
3. BESCHRIJVING SNELHEIDSMETER	3
3.1. Stalen schoepenrad	3
3.2. Aluminium schoepenrad	4
4. MEETOPSTELLING	5
5. METINGEN	6
5.1. Stalen schoepenrad	6
5.2. Aluminium schoepenrad	6
6. STATISTISCHE VERWERKING VAN DE MEETGEGEVENS	7
7. RESULTATEN	9
8. CONCLUSIES	18
9. LITERATUUR	19

2 FOTOPAGINA'S

1. INLEIDING

Om de afvoer te kunnen bepalen is in het voorjaar van 1981 in het Bargerveen (Amsterdamse Veld) een meetstuw geplaatst en vervolgens geijkt in het Hydraulica Laboratorium. Tengevolge van opstuwen benedenstrooms kwamen uiterst hoge verdrinkingsgraden voor, zodat een nauwkeurige meting niet mogelijk was.

Een andere mogelijkheid om het debiet te meten was een gecombineerde snelheids-hoogtemeting, waarbij de snelheidsmeter degelijk uitgevoerd moest zijn om blijvend te kunnen meten. Het Laboratorium beschikte over een dergelijke snelheidsmeter in de vorm van een stalen schoepenrad, opgehangen tussen twee drijvers. Hoewel dit apparaat te groot was voor toepassing in het Bargerveen, is het doorgemeten om de kenmerken ervan te bepalen. Vervolgens is een kleiner type van aluminium gemaakt, welke ook is doorgemeten.

In de volgende hoofdstukken komen de verschillende aspecten van de metingen aan de orde, waarbij enige nadruk zal komen te liggen op de statistische verwerking van de meetgegevens.

2. THEORETISCHE ACHTERGROND

De afvoer in het geval van een gecombineerde snelheids-hoogtemeting kan bepaald worden volgens de formule:

$$Q = \bar{u} \cdot A \quad (1)$$

waarin: Q = debiet $[L^3 T^{-1}]$
 u = gemiddelde stroomsnelheid $[L T^{-1}]$
 A = natte oppervlakte $[L^2]$

en de natte oppervlakte een functie is van de hoogte.

Bij het meten met een schoepenrad wordt een verband gelegd tussen de omwentelingssnelheid van het rad en de stroomsnelheid aan de oppervlakte.

$$u(h) = f(\omega) \quad (2)$$

met $u(h)$ = snelheid aan de oppervlakte $[L T^{-1}]$
 h = waterhoogte $[L]$
 ω = omwentelingssnelheid $[T^{-1}]$

Bij een logaritmisch snelheidsprofiel in een breed rechthoekig kanaal geldt dat de verhouding tussen stroomsnelheid aan de oppervlakte en gemiddelde stroomsnelheid ongeveer constant is als de wandruwheid k kleiner is dan honderd maal de waterdiepte d [1].

$$\frac{u(h)}{\bar{u}} = \text{constant} \approx 1,1; \quad \frac{d}{k} > 100 \quad (3)$$

Uit (2) en (3) volgt nu dat:

$$\bar{u} = f(\omega) \quad (4)$$

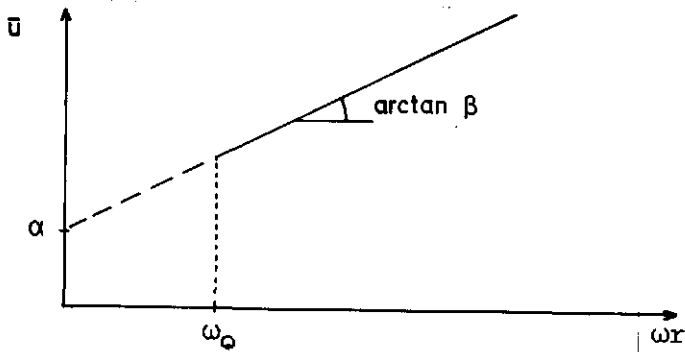
Als de straal van het schoepenrad als maatgevende lengte wordt ingevoerd, en er wordt uitgegaan van een rechtlijnig verband, dan kan geschreven worden dat:

$$\bar{u} = \alpha + \beta \omega r \quad (5)$$

waarin: α = coëfficiënt $[L T^{-1}]$
 β = coëfficiënt $[1]$

r = straal schoepenrad [L]

Het schoepenrad zal beginnen te draaien als door de stroming een zekere wrijvingsweerstand overwonnen kan worden. De statische wrijvingsweerstand is groter dan de dynamische, zodat vergelijking (5) geldig is boven een zekere minimum waarde van de omwentelingssnelheid, stel ω_0 (zie figuur 1).



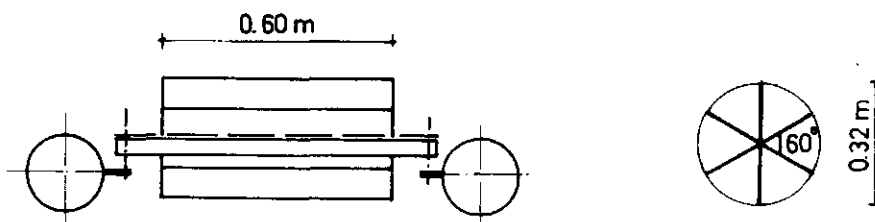
Figuur 1: verband tussen \bar{u} en ωr

De snelheidsmeters kunnen dus gekenmerkt worden door de waarden van α , β en ω_0 . Daarnaast zal bij de bepaling van deze waarden een zekere spreiding van de meetpunten optreden. De bijbehorende standaardafwijking en het betrouwbaarheidsinterval zijn van belang als men wil vaststellen of de snelheidsmeter al of niet bruikbaar is. In hoofdstuk 6 zal hierop nader worden ingegaan.

3. BESCHRIJVING SNELHEIDSMETERS

3.1. Stalen schoepenrad

Het stalen schoepenrad bestaat uit vlakke platen. De diameter van het rad is 0,32 m en de breedte 0,60 m. Het rad is opgehangen in een raamwerk van 0,85 bij 0,48 m uitwendig, waaraan drijvers bevestigd zijn met een diameter van 0,20 m h.o.h. 1,10 (figuur 2)



Figuur 2: aanzicht snelheidsmeter en doorsnede rad.

Door de draaiing van het rad worden per omwenteling 10 pulsen afgegeven welke geregistreerd kunnen worden. Afscherming tegen de wind wordt verkregen door een rubber strip aan de onderzijde van het raamwerk en een kunststof kap die bovenop gemonteerd kan worden (foto 1).

3.2. Aluminium schoepenrad

Het aluminium schoepenrad heeft een diameter van 0,30 m en een breedte van 0,55 m. De zes schoepen hebben aan het einde een afrondingsstraal van 36 mm, waardoor een kleinere weerstand wordt verkregen tengevolge van het in en uit het water komen van de schoepen (snelheidscomponent \perp stroom), terwijl de weerstand in de stroom groter is, zodat het schoepenrad beter aangedreven wordt. De totale breedte van de snelheidsmeter is 0,90 m (drijvers \varnothing 110 mm h.o.h. 790 mm). Per omwenteling worden door het rad 6 pulsen afgegeven. (foto 4)

4. MEETOPSTELLING

Beide snelheidsmeters werden doorgemeten in een van de modelbakken in het Hydraulica Laboratorium. Hierin bevond zich een kanaalgedeelte (lengte 4,25 m) met een trapeziumvormig dwarsprofiel en aan het eind een H-flume (foto 2 en 3). Het kanaal had een bodembreedte van 1,00 m en taluds 1 : 1,25. (Het betrof hier een model van een vorig onderzoek). Het debiet werd bepaald met een op het circuit aangesloten electromagnetische debietmeter en de hoogte met behulp van een peilnaald. Het aantal pulsen per tijdseenheid werd bij het stalen schoepenrad geregistreerd met een schrijver. Voor het aluminium schoepenrad werd gebruik gemaakt van een verkeersteller en stopwatch. In beide gevallen lag de snelheidsmeter op een afstand van ongeveer 1,50 m voor de H-flume, gemeten tot de as van het schoepenrad.

5. METINGEN

5.1. Stalen schoepenrad

Er werden 31 metingen verricht, waarvan 22 bij verdronken afvoer (bijlage 1). Bij de eerste 3 metingen draaide het rad niet, maar ze waren noodzakelijk om het begin van beweging te bepalen. Aan de hand hiervan kon ook vastgesteld worden dat bij de overige metingen 2 niet éénduidig waren (no. 14 en 15). Bij de verwerking werden ze daarom buiten beschouwing gelaten.

De laatste 8 metingen waren bij een vrije afvoer met een maximale snelheid van ongeveer 0,20 m/s. Dit was het maximum, omdat bij hogere afvoeren het stroombeeld verstoord zou worden door de hoekprofielen die aan de bovenzijde van de H-flume de zijwanden met elkaar verbinden. Bij alle metingen werd gedurende 120 seconden geregistreerd.

5.2. Aluminium schoepenrad

Nadat het begin van beweging bepaald is, zijn er 22 metingen verricht, waarbij één controlemeting welke niet is gebruikt bij de verwerking van de meetgegevens.

10 metingen waren bij afnemend debiet en 11 bij toenemend debiet. Tussen deze twee series was geen systematisch verschil. Alle metingen werden verricht bij vrije afvoer. Er werd over een tijdsduur van 900 seconden geteld.

De metingen werden herhaald nadat geprobeerd was d.m.v. beter uitbalanceren het schoepenrad wat te verbeteren. Hierbij werd tevens de tellerstand na 120 seconden opgenomen om de invloed van de tijdsduur op de meting na te gaan.

6. STATISTISCHE VERWERKING VAN DE MEETGEGEVENS

De gemiddelde stroomsnelheid en de rotatiesnelheid kunnen beide beschouwd worden als een stochastische variabele. Het verband tussen de gemeten waarden van \bar{u} en ωr kan bepaald worden met behulp van de regressie analyse [2]. Stel dat:

$$y = \bar{u} \quad (6)$$

$$x = \omega r \quad (7)$$

dan geldt voor het werkelijk verband tussen x en y :

$$y = \alpha + \beta x \quad (8)$$

Bij het verrichten van een meting wordt een waarde gevonden die afwijkt van de werkelijke regressielijn. Als deze afwijking ϵ bedraagt, dan geldt voor de i -de meting:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

Stel dat een schatting voor de regressielijn is de lijn:

$$y = a + bx \quad (10)$$

Als e de afwijking t.o.v. deze lijn is, geldt:

$$y_i = a + bx_i + e_i \quad (11)$$

De waarde van a en b kan nu gevonden worden door het minimaliseren van de residuen e_i volgens de methode der kleinste kwadraten. Er geldt dan:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (12)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (13)$$

Als verondersteld wordt dat ϵ normaal verdeeld is, dan geldt voor een schatting

van de standaardafwijking σ , stel s :

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (14)$$

Dit geeft een bruikbare maat voor de spreiding van de meetpunten rond de geschatte regressielijn: 95% van de waarnemingen ligt binnen een (verticale) afstand van $\pm 1,96 s$ van de geschatte regressielijn.

Als de waarden van a en b berekend zijn, kan men voor een gegeven waarde van x_0 de waarde van y voorspellen. De werkelijke waarde van y kan om twee redenen afwijken van de berekende waarde. Ten eerste bevat de regressievergelijking (9) een storingsterm en ten tweede kan de geschatte regressielijn (10) afwijken van de werkelijke regressielijn (8).

Het is dus zinvol om een voorspellingsinterval voor y_0 te geven, dat is een interval dat met gegeven kans $1-\delta$ de werkelijke waarde van y_0 zal bevatten. Er geldt dat de geschatte variantie van de voorspellingsfout:

$$s_e^2 = s^2 \left\{ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right\} \quad (15)$$

Het voorspellingsinterval wordt gegeven door:

$$|y - y_0| < t_{\delta/2}(n-2) s_e \quad (16)$$

waarin $t_{\delta/2}(n-2)$ staat voor de student-verdeling met $n-2$ vrijheidsgraden en een betrouwbaarheid $1-\delta$.

7. RESULTATEN

In tabel 1 zijn de gemeten waarden voor het stalen schoepenrad gegeven en tevens de berekende waarden van de omwentelingssnelheid en gemiddelde stroomsnelheid:

$$\omega r = \frac{p}{10} \cdot \frac{1}{120} \cdot 2\pi \cdot 0,16 \quad (17)$$

met p = aantal pulsen per 120 s.

Voor de dwarsdoorsnede A geldt:

$$A = (1,00 + 1,25d)d \quad (18)$$

Toepassing van (12) en (13) geeft:

$$b = 0,809$$

$$a = 0,013 \text{ m/s}$$

zodat:

$$\bar{u} = 0,013 + 0,809 \omega r.$$

De bijbehorende standaardafwijking volgens (14) geeft:

$$s = 0,055 \text{ m/s}$$

$$1,96s = 0,107 \text{ m/s}$$

Voor het vaststellen van het betrouwbaarheidsinterval volgens (15) en (16) is berekend dat:

$$\bar{x} = 0,127 \text{ m/s}$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 0,030 \text{ m/s}$$

De rechter kritieke waarde van de Student verdeling $t_{0,025}(23)$ bedraagt 2,069, zodat voor $(x_o - \bar{x}) = 0,0(0,010)0,080 \text{ m/s}$ tabel 2 samengesteld kan worden.

Duidelijk is dat het betrouwbaarheidsinterval slechts weinig varieert en voor het hele meetbereik afgerond kan worden op 0,013 m/s.

Als men uitgaat van een betrouwbaarheidsinterval voor 95% van de waarden van x , zodat $(x_o - \bar{x})^2 \approx 4s_x^2$ en omdat geldt $\sum (x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s_x^2$, kan vgl. (15)

Tabel 1: Gemeten en berekende waarden voor het stalen schoepenrad.

n	Q m ³ /s	d m	p 1/120s	ωr m/s	Q/A m/s
(1)	0,0250	0,370	-	-	(0,046)
(2)	0,0250	0,316	-	-	(0,057)
(3)	0,0250	0,267	-	-	(0,070)
4	0,0249	0,242	107	0,090	0,079
5	0,0248	0,222	123	0,103	0,087
6	0,0248	0,217	124	0,104	0,090
7	0,0498	0,293	154	0,129	0,124
8	0,0499	0,319	137	0,115	0,112
9	0,0500	0,389	110	0,092	0,086
(10)	0,0500	0,462	75	(0,063)	(0,069)
11	0,0500	0,347	120	0,101	0,101
12	0,0500	0,437	86	0,072	0,074
13	0,0251	0,231	113	0,095	0,084
(14)	0,0250	0,317	50	(0,042)	(0,056)
(15)	0,0250	0,282	75	(0,063)	(0,066)
16	0,0601	0,317	169	0,142	0,136
17	0,0600	0,345	153	0,128	0,122
18	0,0600	0,361	146	0,122	0,115
19	0,0600	0,390	141	0,118	0,103
20	0,0601	0,430	119	0,100	0,091
21	0,0599	0,407	125	0,105	0,098
22	0,0599	0,379	133	0,111	0,107
23	0,1100	0,411	248	0,208	0,177
24	0,0999	0,395	234	0,196	0,169
25	0,0900	0,377	228	0,191	0,162
26	0,0802	0,358	211	0,177	0,155
27	0,0701	0,339	192	0,161	0,145
28	0,0600	0,317	174	0,146	0,136
29	0,0499	0,293	158	0,132	0,125
30	0,0400	0,266	149	0,125	0,113
31	0,0300	0,234	138	0,116	0,099

Tabel 2: Betrouwbaarheidsintervallen

$x_o - \bar{x}$	s_e^2 / s^2	$y - y_o$
0,000	1,040	0,0116
0,010	1,043	0,0116
0,020	1,053	0,0116
0,030	1,070	0,0117
0,040	1,093	0,0119
0,050	1,123	0,0120
0,060	1,160	0,0122
0,070	1,204	0,0124
0,080	1,254	0,0127

eenvoudigheidshalve teruggebracht worden tot:

$$s_e^2 = s^2 \left\{ 1 + \frac{1}{n} + \frac{4}{n-1} \right\} \quad (19)$$

of voor grote waarden van n:

$$s_e^2 \approx s^2 \left\{ \frac{n+4}{n-1} \right\} \quad (20)$$

Voor de relatieve fout in s_e geldt hierbij:

$$\frac{\delta s_e}{s_e} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta n^{-1}}{n-1} \right\} = \frac{1}{2} \frac{1}{n-1} \quad (21)$$

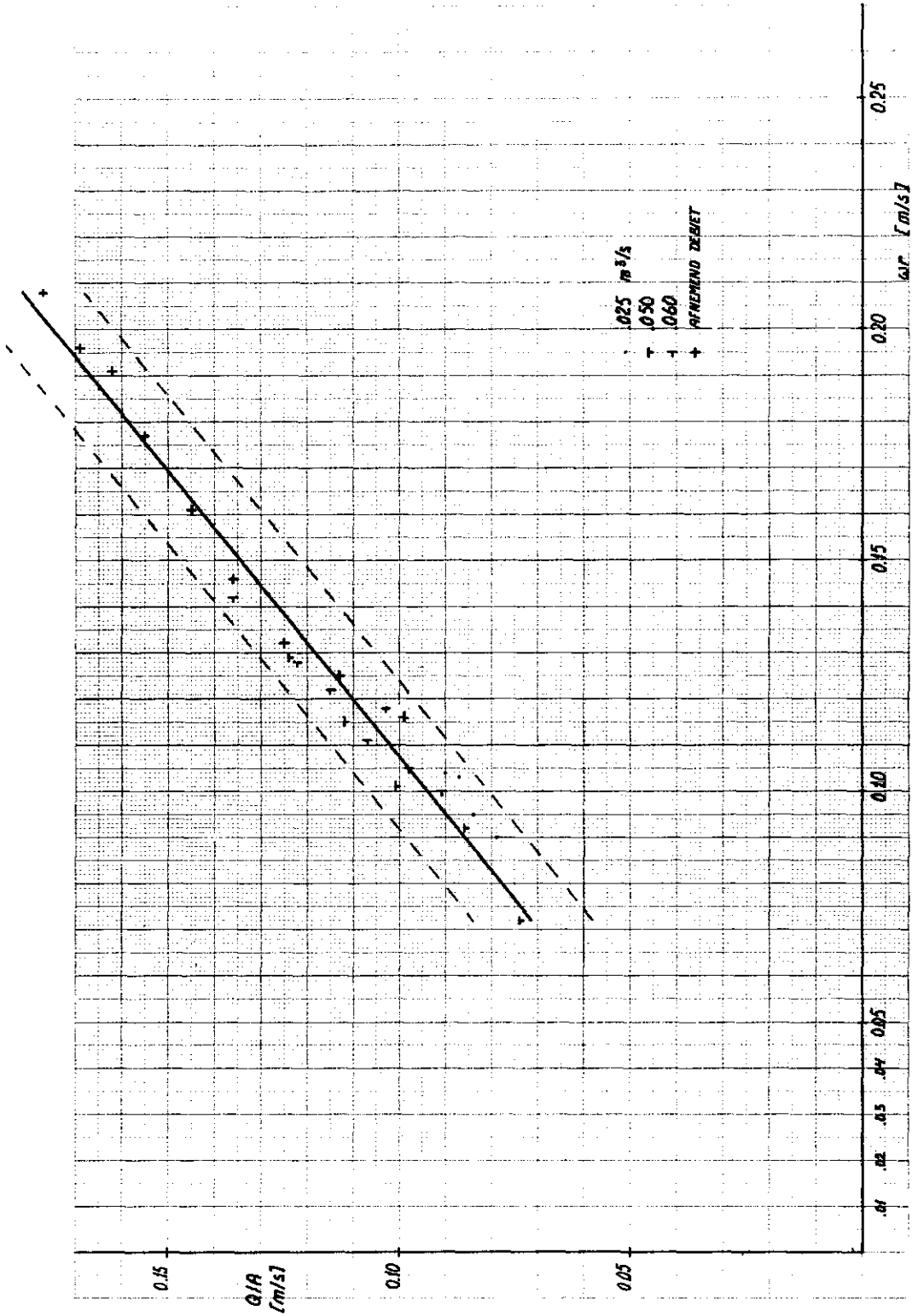
Dit betekent een nauwkeurigheid van 2% voor $n = 25$.

In figuur 3 is de regressielijn met een 95% betrouwbaarheidsinterval van 0,013 m/s aangegeven. Op dezelfde manier zijn ook voor het aluminium schoepenrad de kenmerkende grootheden bepaald (tabel 3, fig. 4). Gevonden werd in eerste instantie dat:

$$\bar{u} = 0,044 + 0,589 \omega r$$

en een 95% betrouwbaarheidsinterval van 0,008 m/s.

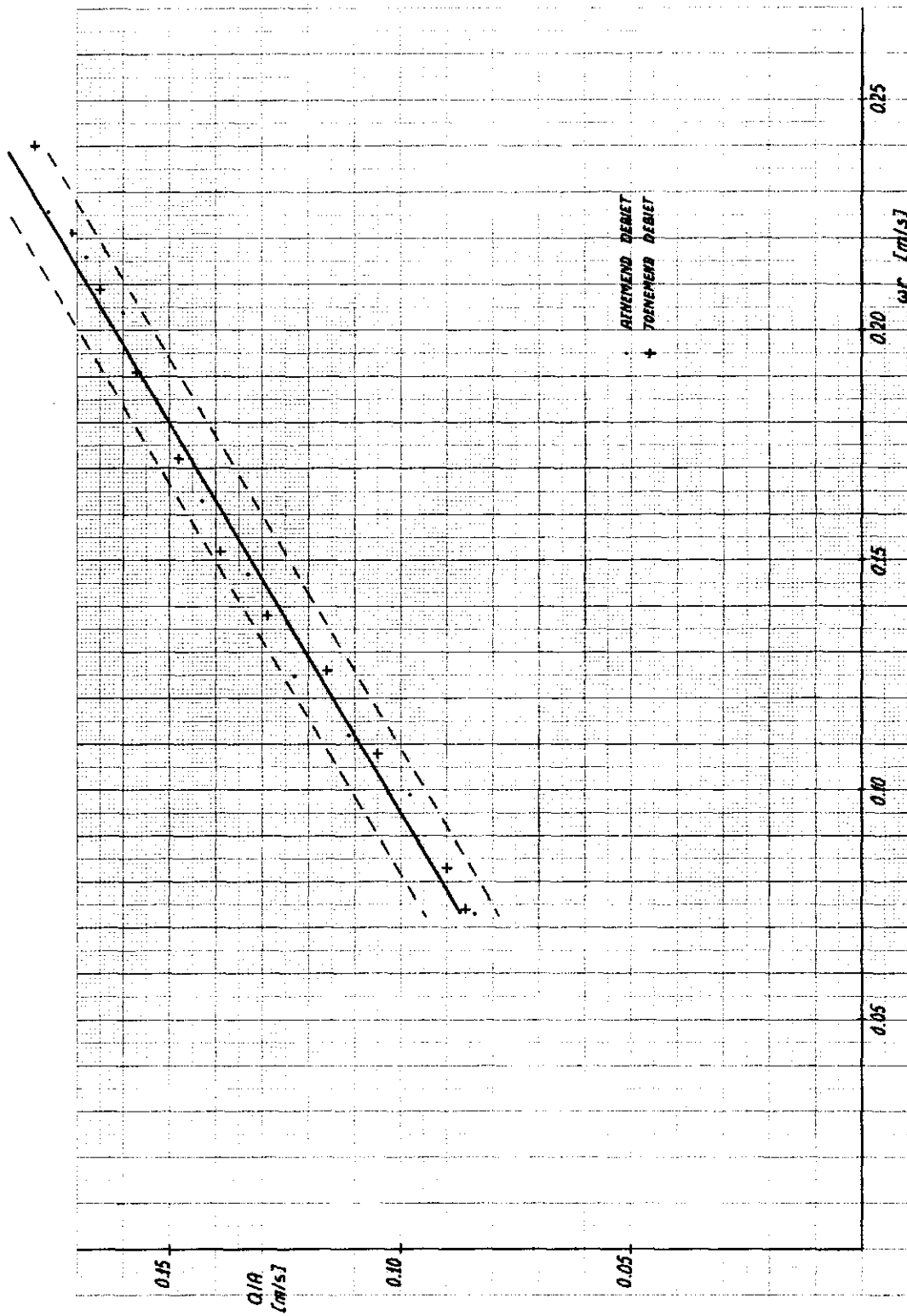
Het beter uitbalanceren van het schoepenrad had geen verbetering tot gevolg, terwijl de invloed van de tijdsduur van de meting gering was (de stan-



Figuur 3: gemeten waarden en regressielijn met 95% betrouwbaarheidsinterval voor het stalen schoepenrad.

Tabel 3: Gemeten en berekende waarden voor het aluminium schoepenrad (I)

n	Q m ³ /s	d m	p 1/900s	ωr m/s	Q/A m/s
1	0,1105	0,414	1295	0,226	0,176
2	0,1002	0,398	1240	0,216	0,168
3	0,0904	0,382	1162	0,204	0,160
4	0,0802	0,362	1071	0,185	0,153
5	0,0701	0,343	935	0,163	0,143
6	0,0600	0,321	842	0,147	0,133
7	0,0498	0,296	719	0,125	0,123
8	0,0396	0,268	643	0,112	0,111
9	0,0303	0,240	568	0,099	0,097
10	0,0222	0,210	417	0,073	0,084
11	0,0700	0,344	939	(0,164)	(0,143)
12	0,0227	0,210	424	0,074	0,086
13	0,0250	0,219	478	0,083	0,090
14	0,0349	0,253	618	0,108	0,105
15	0,0448	0,284	722	0,126	0,116
16	0,0551	0,309	788	0,138	0,129
17	0,0652	0,332	872	0,152	0,139
18	0,0751	0,352	986	0,172	0,148
19	0,0853	0,372	1168	0,191	0,157
20	0,0952	0,389	1198	0,209	0,165
21	0,1047	0,406	1268	0,221	0,171
22	0,1151	0,422	1318	0,230	0,172



Figuur 4: gemeten waarden en regressielijn met 95% betrouwbaarheidsinterval voor het aluminium schoepenrad.

daardafwijking werd 0,5 mm/s en het betrouwbaarheidsinterval 1,2 mm/s groter). De metingen staan vermeld in tabel 4 en 5, de bijbehorende uitdrukkingen voor de gemiddelde snelheid zijn:

$$\bar{u} = 0,029 + 0,615 \omega r_{120} \pm 0,009 \text{ m/s}$$

$$\bar{u} = 0,030 + 0,619 \omega r_{900} \pm 0,008 \text{ m/s}$$

Tabel 4: Gemeten en berekende waarden voor het aluminium schoepenrad
(II-120)

n	Q m ³ /s	d m	p 1/120s	ωr m/s	Q/A m/s
1	0,0202	0,199	59	0,093	0,081
2	0,0251	0,220	66	0,104	0,089
3	0,0299	0,238	74	0,116	0,097
4	0,0352	0,255	81	0,127	0,105
5	0,0402	0,270	84	0,132	0,111
6	0,0450	0,284	87	0,137	0,117
7	0,0502	0,298	93	0,146	0,123
8	0,0550	0,309	100	0,157	0,128
9	0,0607	0,323	103	0,162	0,134
10	0,0655	0,332	108	0,170	0,139
11	0,0700	0,342	112	0,176	0,143
12	0,0753	0,353	118	0,185	0,148
13	0,0800	0,362	128	0,201	0,152
14	0,0850	0,371	132	0,207	0,157
15	0,0899	0,381	139	0,218	0,160
16	0,0950	0,391	143	0,225	0,163
17	0,0998	0,399	147	0,231	0,167
18	0,1049	0,406	149	0,234	0,171
19	0,1098	0,415	149	0,234	0,174
20	0,1149	0,422	154	0,242	0,178

Tabel 5: Gemeten en berekende waarden voor het aluminium schoepenrad
(II-900)

n	Q m ³ /s	d m	P 1/900s	r ₉₀₀ m/s	Q/A m/s
1	0,0197	0,198	409	0,086	0,080
2	0,0249	0,219	479	0,100	0,089
3	0,0299	0,238	539	0,113	0,097
4	0,0352	0,255	610	0,128	0,105
5	0,0400	0,269	624	0,131	0,111
6	0,0450	0,284	659	0,138	0,117
7	0,0502	0,298	696	0,146	0,123
8	0,0550	0,309	750	0,157	0,128
9	0,0607	0,323	775	0,162	0,134
10	0,0655	0,332	808	0,169	0,139
11	0,0700	0,342	838	0,176	0,143
12	0,0753	0,353	878	0,184	0,148
13	0,0800	0,362	944	0,198	0,152
14	0,0850	0,371	994	0,208	0,157
15	0,0899	0,381	1029	0,216	0,160
16	0,0950	0,391	1068	0,224	0,163
17	0,0998	0,399	1089	0,228	0,167
18	0,1049	0,406	1089	0,228	0,171
19	0,1098	0,415	1115	0,234	0,174
20	0,1149	0,422	1133	0,237	0,178

8. CONCLUSIES

Voor beide snelheidsmeters geldt dat de minimum snelheid, waarbij gemeten kan worden erg hoog ligt (ongeveer 0,08 m/s), waardoor de toepassingsmogelijkheden beperkt zullen zijn.

De nauwkeurigheid van het stalen schoepenrad is niet erg groot (18-7%), terwijl die van het aluminium schoepenrad redelijk te noemen is (10-5%). Waarschijnlijk kan dit nog verbeterd worden door de regressielijn op te splitsen in twee lijnen. Er zouden dan echter meer metingen verricht moeten worden.

Als er van uitgegaan wordt dat de snelheidsmeters op een plaats komen te liggen waar het dwarsprofiel nauwkeurig te bepalen is (duiker, brug) dan is de nauwkeurigheid van de debietmeting van dezelfde orde van grootte.

De afmetingen van beide snelheidsmeters is zodanig, dat het stroombeeld aanzienlijk beïnvloed wordt, waardoor ijking (schaal 1 : 1!) altijd noodzakelijk zal zijn. Hierdoor wordt de toepasbaarheid nog meer beperkt.

Tenslotte dient nog vermeld te worden, dat bij gebruik van dit type snelheidsmeters ervoor gezorgd moet worden dat drijvend vuil geweerd wordt, en tevens regelmatig onderhoud en eventueel herijking vereist is.

9. LITERATUUR

- [1] Vries, M. de (1979), *Inleiding vloeistofmechanica*, THD, afd. Civiele Techniek, Delft, 143 pp.
- [2] Walpole, R.E. and Myers, R.H. (1978), *Probability and statistics for engineers and scientists*, Macmillan Publishing Co., New York, 580 pp.

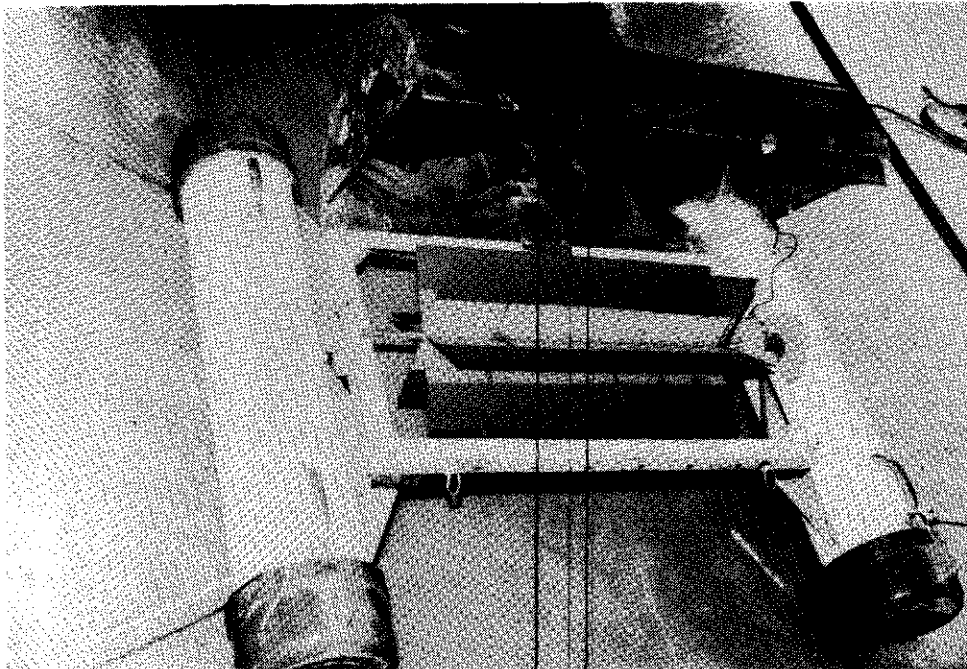


foto 1 : stalen schoepenrad met kunststof kap

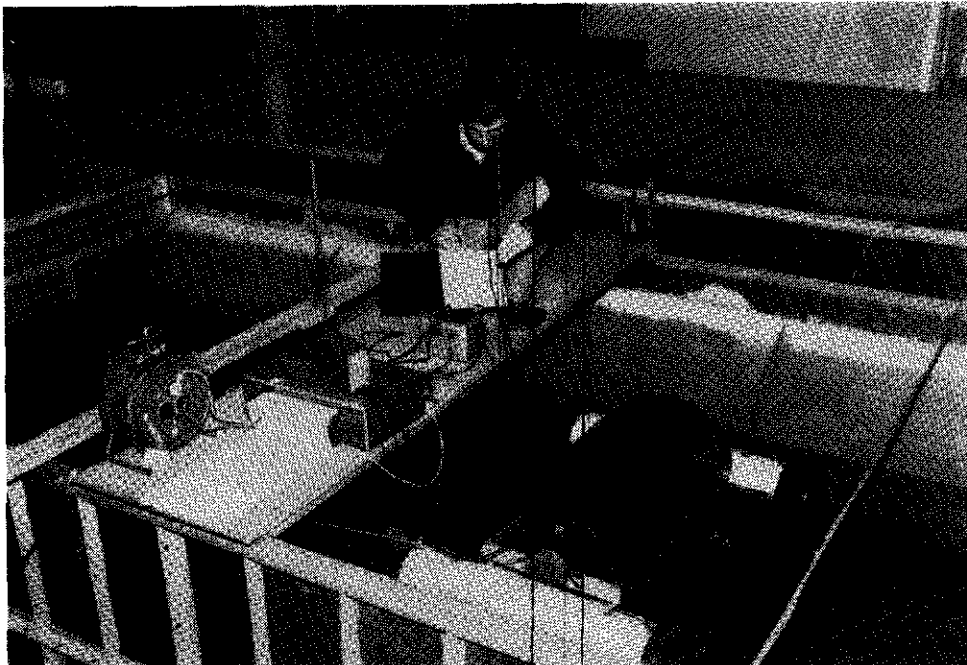


foto 2 : overzicht meetopstelling

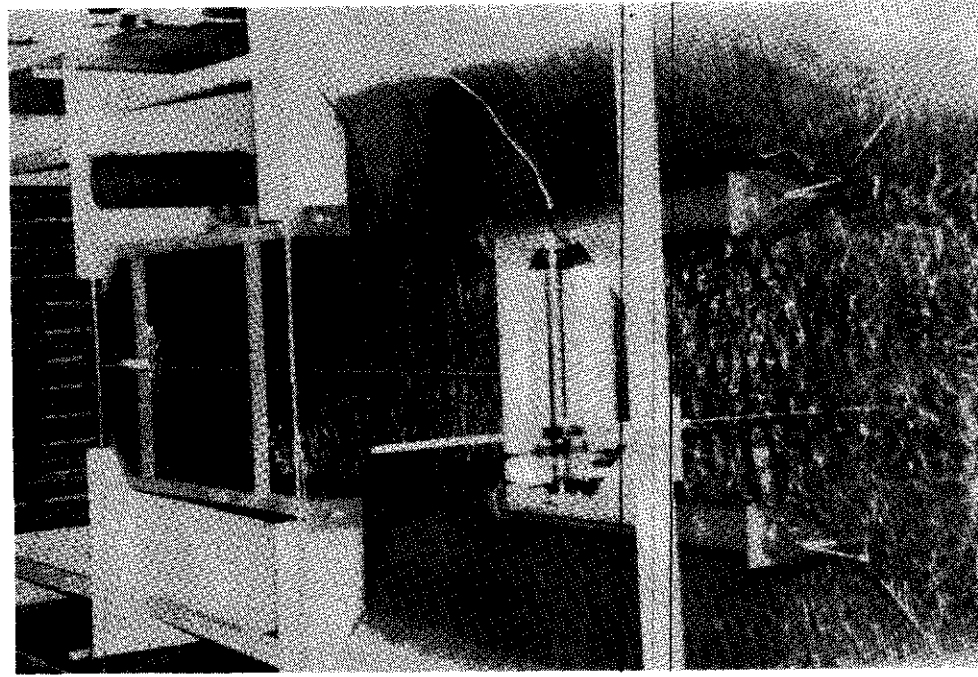


foto 3: aluminium schoepenrad
met op de achtergrond
de H-Flume

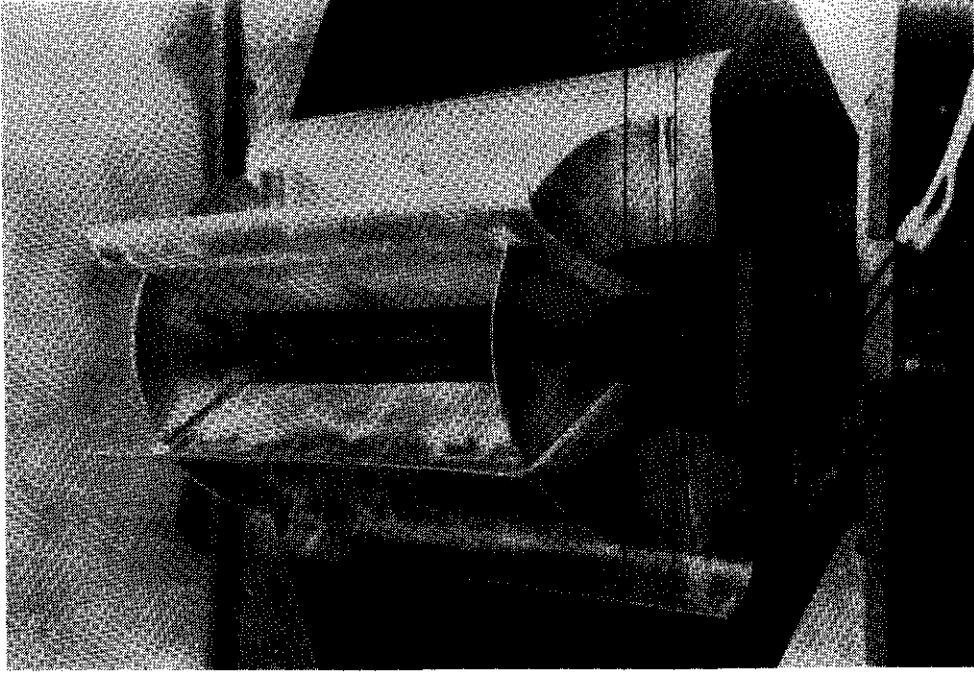


foto 4: detail aluminium schoepenrad

46