

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

ALTERRA
Wageningen Universiteit & Research centre
Omgevingswetenschappen
Centrum Water & Klimaat
Team Integraal Waterbeheer

SIMULATIES VAN TEMPERATUURVARIATIES IN DE BODEM
(PROEFVELD RUURLO 1980)

H. van Huet

PROJECTGROEP ZUIDELIJK PEELGEBIED 12

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

VOORWOORD

In het kader van de modellering van stikstofhuishouding in de bodem van het projectgebied Zuidelijke Peel is het gewenst dat temperaturen op verschillende diepten bekend zijn. Deze hebben invloed op de snelheid van biologische omzettingen van stikstof in de bodem.

In deze nota is getracht op grond van temperatuurmetingen in het proefveld Ruurlo de temperaturen op grotere diepten te berekenen.

Met bevredigende resultaten van de simulaties kunnen aldus berekende temperaturen dienen voor input van het te ontwikkelen stikstof (-lagen) model.

De studie is onderdeel van de Doctoraalopdracht Chemische Technologie aan de Technische Hogeschool Twente bij de Onderzoeksgroep Technisch Milieubeheer. De titel van de opdracht luidt 'Kwantificering en modellering van de N-huishouding in de bodem en grondwater na bemesting'.

Bij de simulatie is gebruik gemaakt van THTSIM, een simulatieprogramma op PDP-11-computer, ontwikkeld door de Vakgroep Regeltechniek van bovengenoemde hogeschool.

Onderstaande studie is verricht onder leiding van ir. J.H.A.M. Steenvoorden, hoofd Afdeling Waterkwaliteit Landbouwbouwgebieden, ICW.

I N H O U D

	Blz.
VOORWOORD	
SAMENVATTING	
1. WARMTEINDRINGING IN EEN MEDIUM, EEN ANALYSE	1
2. WARMTEGELEIDING (CONDUCTIE)	2
3. BODEMFYSISCH E PARAMETERS	4
3.1. Warmtecapaciteit (c)	4
3.2. Warmtegeleidingscoëfficiënt (λ)	4
3.3. Temperatuurvereffeningscoëfficiënt ($a = \lambda/c_b$)	5
3.4. Dempingsdiepte (D)	6
4. ENERGIEBALANS AAN HET OPPERVLAKE	6
5. TEMPERATUURVARIATIE IN DE BODEM	8
6. PROEFVELD RUURLO 1980	9
6.1. Bodemsamenstelling Ruurlo	9
6.2. Parameterwaarden Ruurlo	10
6.3. Gemeten waarden Ruurlo (grasland, zandgrond)	11
7. BENADERING GEMETEN WAARDEN MET SINUSGOLF	12
8. BENADERING GEMETEN WAARDEN MET FOURIERREEKSEN	18
9. BENADERING GEMETEN WAARDEN MET METEOGEGEVENS	30
10. DISCUSSIE, CONCLUSIES	30
LITERATUUR	33
BIJLAGEN	

SAMENVATTING

Warmteindringing in de bodem kan beschreven worden met de Wet van Fourier en de continuïteitsvergelijking.

Bij aanname dat het warmtegeleidend vermogen (λ) en de warmtecapaciteit (cb) van de bodem constant zijn over een bepaalde periode en niet afhankelijk van diepte en temperatuur en de grond homogeen samengesteld is ontstaat uit bovengenoemde vergelijkingen een tweede orde differentiaalvergelijking met constante coëfficiënten.

Als respons op een sinusvormige temperatuurvariatie aan het oppervlak ontstaat een in amplitude- en faseverschillende temperatuur-golf op diepte z (analytische oplossing).

Voor het proefveld Ruurlo is een analyse van bodemlagen in de onverzadigde zone bekend, tevens zijn temperaturen van een aantal veldjes in drie bodemlagen gemeten in de periode maart-november 1980. Uit bovengenoemde analyse kunnen de bodemfysische parameters (λ en cb) geschat worden.

Getracht is nu te komen tot:

1. een ruwe benadering van de temperatuurvariatie met een sinusgolf;
2. een exactere benadering via beschrijving met Fourierreeksen;
3. een methode die met behulp van meteogegevens de temperatuurvariatie benadert.

De eerste twee benaderingen geven bevredigende resultaten, daarbij werd gebruik gemaakt van het simulatieprogramma THTSIM en programmeertaal FORTRAN. Meteogegevens (o.a. verdamping via SWATRE) voor de derde methode zijn nog niet bekend voor Ruurlo 1980. Verwacht wordt dat - na toetsing - ook deze methode zal voldoen.

1. WARMTEINDRINGING IN EEN MEDIUM, EEN ANALYSE

Doel van dit inleidend hoofdstuk is na te gaan of we warmte-indringing in de bodem mogen karakteriseren als een snel of langzaam proces.

Wanneer we op een bepaald tijdstip ($t = 0$) een plotselinge temperatuurverhoging aan de rand van een medium (b.v. grensvlak lucht-bodem, randen van een vlakke plaat) aanbrengen, dan zal als gevolg van dit aangelegde temperatuurverschil (stapfunctie) warmte in het medium indringen, afhankelijk van de karakteristieke warmtegeleidbaarheid (λ) en warmtecapaciteit (cb) van dat medium. Vaak wordt gebruik gemaakt van de fysische grootte $a = \lambda/cb$: de warmtevereffeningscoëfficiënt.

Een medium kunnen we als half-oneindig beschouwen zolang op bepaalde diepte (voor de vlakke plaat het midden) de temperatuur niet merkbaar afwijkt van het aangelegde temperatuurverschil op $t = 0$.

Als criterium hiervoor nemen we de karakteristieke indringingsdiepte: de afstand waarover de temperatuur wél merkbaar afwijkt.

Het kengetal van Fourier ($Fo = at/d^2$) is afgeleid van deze karakteristieke indringingsdiepte. Dit Fouriergetal kunnen we als volgt interpreteren.

Fo = een maat voor de verhouding van warmtestroomdichtheid (geleiding) en geaccumuleerde warmte.

Een andere interpretatie is;

Fo = een maat voor de verhouding van de procestijd t en een tijd d^2/a die de warmtegeleiding nodig heeft om effectief werkzaam te zijn

waarbij: a = warmtevereffeningscoëfficiënt ($= \lambda/cb$, $m^2/sec.$)

t = tijd (sec.)

d = diepte (m)

Hieruit blijkt: Fo groot: warmteindringing snel, korte tijd nodig om dit op diepte d waar te nemen; Fo klein: warmteindringing langzaam

Indien we een medium als 'half-oneindig' kunnen karakteriseren, dan kunnen we als oplossing van de differentiaalvergelijking van Fourier (zie vgl. 4), gebruik maken van de penetratietheorie. In het andere geval maken we als oplossing gebruik van Fourierreksen ter beschrij-

ving van die warmteindringing (OOSTERWEGEL, 1974; SMITH, 1973).

Nemen we als karakteristieke indringingsdiepte dié diepte waarvoor geldt dat de temperatuurstijging op die plaats 1% is van het oorspronkelijk aangelegde temperatuurverschil, dan volgt hieruit:

$$Fo = 0,02.$$

Voor het proefveld Ruurlo geldt: $a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{sec.}$ (zie hfdst. 3.3):

$$Fo = 0,02, d = 0,5 \text{ m} \rightarrow at/d^2 = 0,02 \rightarrow t = 2,8 \text{ hr}$$

$$Fo = 0,02, d = 1 \text{ m} \rightarrow at/d^2 = 0,02 \rightarrow t = 11,1 \text{ hr}$$

Dit betekent dat op diepte 50 cm na 2,8 hr en op diepte 100 cm na 11,1 hr de temperatuurverandering merkbaar is (1%). Hieruit kan geconcludeerd worden dat de warmteindringing in de bodem aanzienlijk snel is.

Dit laatste wordt bevestigd door Feddes (1973) die tot voortplantingssnelheden van temperatuur in de bodem komt van 3,1 cm/hr ($a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{sec.}$) en 1,7 cm/hr ($a = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{sec.}$).

2. WARMTEGELEIDING (CONDUCTIE)

Temperatuurvariaties in de bodem hebben vaak een sinusvormig verloop (jaarcyclus, dagcyclus), zie bijlagen 1 en 2, die temperatuurmetingen geven op bepaalde diepten over een periode. Getracht wordt deze variaties te benaderen.

Voor de warmteflux in een homogeen medium geldt de Wet van Fourier:

$$H(z,t) = -\lambda \cdot \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \quad (1)$$

met: h = flux ($\text{cal./cm}^2 \text{ sec.}$)

λ = warmtegeleidingscoëfficiënt ($\text{cal./cm}^\circ\text{C sec.}$)

T = temperatuur ($^\circ\text{C}$)

t = tijd (sec.)

z = diepte in profiel (cm)

De wet tot behoud van energie drukken we uit in de continuïteitsvergelijking:

$$-\frac{\partial H(z,t)}{\partial z} = c \cdot \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} \quad (2)$$

met c : volumetrische warmtecapaciteit ($\text{cal./cm}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$)

Substitutie van (1) in (2) levert:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z}) = c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

Als de bodem homogeen en isotroop is en λ en c constant over de diepte gaat (3) over in (4) (differentiaalvergelijking van Fourier):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (4)$$

met: $a = \lambda/c = \text{warmtevereffeningscoëfficiënt}$ ($\text{cm}^2/\text{sec.}$)
(thermal diffusivity)

Voor de oplossing van deze vergelijking stellen we de volgende voorwaarde:

$$T(\infty, 0) = T_a \quad (5)$$

met: $T_a = \text{gemiddelde temperatuur in de bodem tijdens een bepaalde periode}$ ($^\circ\text{C}$)

Kiezen we $t = 0$ zó dat $T = T_a$ aan het oppervlak, dan geldt de volgende randvoorwaarde:

$$T(0, t) = T_a + A_o \cdot \sin \omega t \quad (6)$$

met: $A_o = \text{amplitude sinusgolf aan het oppervlak}$ ($^\circ\text{C}$)

$\omega = \text{frequentie}$ (rad/dag, rad/jr)

De oplossing van vergelijking (4) (CARSLAW, JAEGER, 1947) is:

$$T(z, t) = T_a + A_o \cdot \exp(-z/D) \cdot \sin(\omega t - z/D) \quad (7)$$

met: $D = \sqrt{2a/\omega}$, dempingsdiepte (cm)

Interpretatie: bij een sinusvormige temperatuurvariatie aan het oppervlak (amplitude A_o , hoeksnelheid ω , gemiddelde temperatuur T_a), vertoont de (sinusvormige) temperatuurvariatie op diepte z een exponen-

tieel afgenomen amplitude ($A_0 \cdot \exp(-z/D)$) en lineair afgenomen faseverschuiving ($\omega t - z/D$)

Damping en retardatie van de temperatuurvariatie kan fysisch verklaard worden doordat accumulatie of afgifte van warmte plaats vindt bij verandering van temperatuur.

3. BODEMFYSISCH E PARAMETERS

3.1. Warmtecapaciteit (c)

De volumetrische warmtecapaciteit van de bodem ($c_b = \rho \cdot c_m$, waarbij c_m = warmtecapaciteit per massa-eenheid ρ = dichtheid) kunnen we uitdrukken in de capaciteiten van de afzonderlijke frakties:

(x_v = vol.% vaste stof; x_o = vol.% organische stof; x_w = vol.% water)
(FEDDES, 1973)

$$c_b = 0,46 x_v + 0,60 x_o + x_w \quad (8)$$

De warmtecapaciteit neemt dus (bij constante volumefractie vaste stof) lineair toe met de waterfractie.

3.2. Warmtegeleidingscoëfficiënt (λ)

Deze transport 'constante' is niet op eenvoudige wijze uit te drukken in de volumefracties van de afzonderlijke componenten. Wel is deze te berekenen als samenstelling, vorm, rangschikking per deeltjes en vochtgehalte bekend zijn (VAN WIJK, 1963).

Het verloop is als volgt (VAN DUIN, 1956), zie fig. 1.

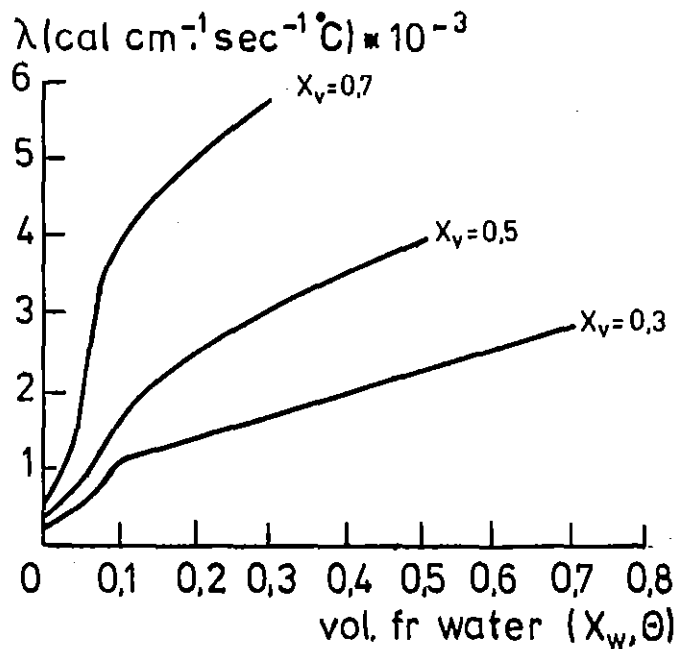


Fig. 1. Warmtegeleidingsvermogen als functie van x_w en x_v (zandgrond)

3.3. Temperatuurvereffeningscoëfficiënt ($a = \lambda / c_b$)

Deze coëfficiënt is een maat voor de snelheid waarmee bestaande temperatuurverschillen worden genivelleerd. Is de waarde van a groot dan volgt een snelle warmteindringing in de bodem.

Met bovenstaande beschrijving van c_b en verloop van λ volgt het verloop van a voor zandgrond, zie fig. 2 (VAN DUIN, 1956).

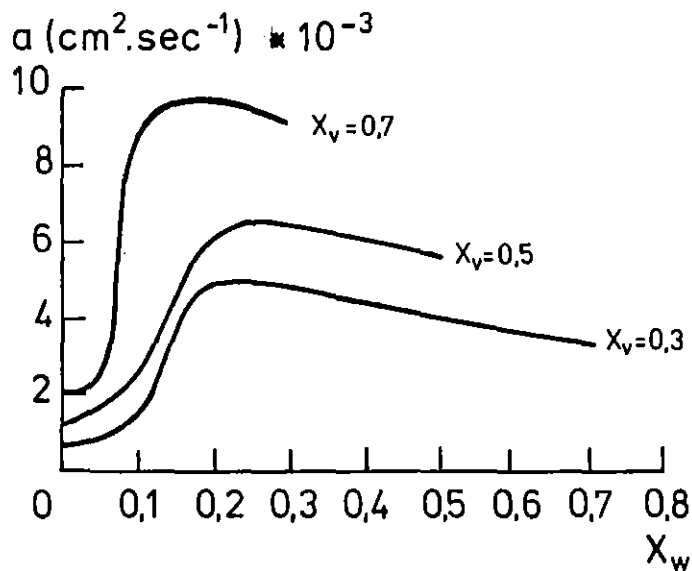


Fig. 2. Temperatuurvereffeningscoëfficiënt van zandgrond als functie van x_w en x_v

3.4. Dampingsdiepte (D)

Voor de dampingsdiepte geldt: $D = \sqrt{2a/\omega}$. D is de diepte waarop de amplitude met een faktor $1/e$ is afgenomen.

Met $a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec.}$, $\omega = 2\pi \text{ rad/jr}$ $D = 224 \text{ cm}$

$a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec.}$, $\omega = 2\pi \text{ rad/dg}$ $D = 11,7 \text{ cm}$

Dampingsdiepte van de jaarlijkse golf is dus $\sqrt{365}$ maal de dampingsdiepte van de dagelijkse golf.

Een tweede (grafische) methode ter bepaling van de dampingsdiepte kan dienen als controle wanneer amplitudes en faseverschuivingen bekend zijn van temperatuurgolven op diepten z_1 en z_2 dan geldt:

$$D = \frac{z_2 - z_1}{\ln(A_1/A_2)} = \frac{z_2 - z_1}{\psi_{z_1} - \psi_{z_2}} \quad (9)$$

Uit de verschillende methoden volgen vaak verschillende waarden voor D (en dus voor λ en c) hetgeen erop duidt dat deze bodemfysische parameters niet constant zijn over de diepte!

Naast afhankelijkheid van de diepte kunnen ze ook afhankelijk zijn van tijd en temperatuur (deze laatste is echter zeer vaak verwaarloosbaar).

Hierna volgende berekeningen (hfdst. 6, 7, 8) geven dan ook slechts benaderingen van de temperatuurvariaties in de bodem op diepte z.

4. ENERGIEBALANS AAN HET OPPERVLAK

FEDDES (1971) en VAN WIJK (1963) geven een beschrijving van de verticale energiebalans aan het oppervlak:

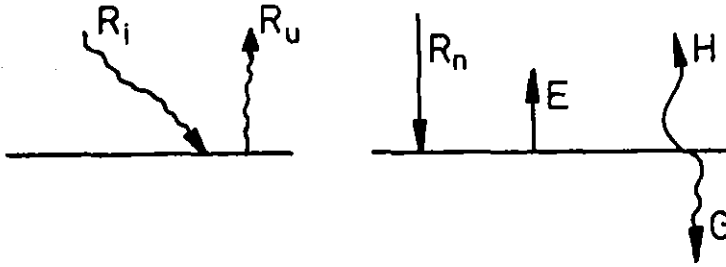


Fig. 2a. Situatieschets instraling in de bodem

$$R_n - LE = H + G = U \quad (10)$$

met R_n = netto straling (w/m^2)

L = latente verdampingswarmte water (j/kg)

E = evaporatie ($\text{kg/m}^2 \text{ sec.}$)

H = warmteflux in lucht (w/m^2)

G = warmteflux in bodem (w/m^2)

(U = warmtestroom aan het opp.)

$$R_n = R_i - R_u = (1 - \alpha) R_s - R_u \quad (11)$$

met R_s = kortgolvlige straling (w/m^2)

R_i = instraling (w/m^2) afhankelijk van reflectiecoëfficiënt en relatieve zonneshijnduur

R_u = instraling (w/m^2), afhankelijk van bewolgingsgraad, vochtigheid etc.

α = reflectiecoëfficiënt

De uitstraling R_u is moeilijk meetbaar, daarom wordt R_n vaak berekend uit bekende R_s -waarden (KNMI) via de lineaire vergelijking:

$$R_n = a \cdot R_s + b \quad (12)$$

waarbij a weer afhankelijk is van onder andere de reflectiecoëfficiënt (open water, begroeide, onbegroeide grond) en b van onder andere bewolgingsgraad en luchttemperatuur. De waarden van a en b volgen uit correlatierekening.

5. TEMPERATUURVARIATIE IN DE BODEM

De warmtestroom aan het oppervlak $U = R_n - E$ geven we aan met een periodieke (jr^{-1}) sinusgolf; zie hoofdstuk 2:

$$U(o, t) = U' + U_o \cdot \cos \omega t \quad (13)$$

Uit literatuur (VAN DUIN, 1956) blijkt de temperatuurgolf $\pi/4$ radialen in fase achter te lopen (vgl. 6)

$$T(o, t) = T_a + A_o \cdot \cos(\omega t - \pi/4) \quad (14)$$

Keuze van cosinus- of sinusterm hangt af van begintijdstip

Uit bovenstaande volgt dat bij een dagelijkse variatie de temperatuurgolf 3 uur, bij een jaarlijkse variatie $1\frac{1}{2}$ maand achter loopt op de warmtegolf aan het oppervlak.

De temperatuurvariatie op diepte z wordt nu:

$$T(z, t) = T_a + A_o \cdot e^{-z/D} \cdot \cos(\omega t - \pi/4 - z/D) \quad (15)$$

Uit VAN DUIN (1956) volgt:

$$A_o = \alpha \cdot U_o = \frac{U_o}{\sqrt{\omega}(\sqrt{\lambda_b} \cdot c_b + C_g \sqrt{k})} \quad (16)$$

met C_g = warmtecapaciteit lucht, vrijwel onafhankelijk van hoogte en tijd; voor 10°C en 1 atm. $C_g = 0.296 \cdot 10^{-3} \text{ (cal/cm}^3 \text{ }^\circ\text{C)}$

$\bar{k}$ = schijnbare diffusiecoëfficiënt, $= 4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec.}$

In werkelijkheid neemt de diffusiecoëfficiënt lineair toe met de hoogte. Vergelijking 16 gaat dan over in een vergelijking die afhankelijk is van windsnelheid, ruwheid van het oppervlak etc.

6. PROEFVELD RUURLO 1980

6.1. Bodemsamenstelling Ruurlo

Volgens BOEKEL (Instituut voor Bodemvruchtbaarheid) geldt voor het soortelijk gewicht van een grond met een bepaald humusgehalte:

$$s.g. = \frac{100}{\frac{\% \text{ humus}}{1,47} + \frac{100 - \% \text{ humus}}{2,66}} \quad (17)$$

Van het proefveld Ruurlo zijn bekend (FONCK, 1982):

- . Droog volumegewichten (DVG) per laag (0-5, 5-15 cm) etc.
- . Humusgehalten per laag (0-10, 10-20 cm) etc.
- . Vochtgehalten per laag (0-10, 10-20 .. cm).

Van een zestal veldjes zijn tijdens 1980 vochtgehalten bepaald van een aantal lagen.

In onderstaande tabel 1 zijn de vochtgehalten genomen van een veldje dat het gemiddelde van de 6 veldjes (grondwaterstand!) benaderde.

Uit de bekende humusgehalten volgt via vergelijking 17 het soortelijk gewicht.

Het volumepercentage droge stof (D.S., zand + organische stof) is nu (zie tabel 1):

$$\text{Vol. \% D.S.} = \frac{\text{D.V.G.}}{s.g.} = \frac{(\text{Droge Dichtheid})}{s.g.} \quad (18)$$

Tabel 1. Gegevens Ruurlo maart-november 1980

Laag (cm)	Gemeten DVG (gr/cm ³)	Laag (cm)	Berekend DVG (gr/cm ³)	Humus (%)	S.G. gr/cm ³	D.S. (vol.%)	Vocht (vol.%)
0- 5	1,15	0- 10	1,185	6,9	2,52	47,02	37,3
5- 15	1,24	10- 20	1,312	4,3	2,57	51,05	25,5
15- 25	1,40	20- 30	1,480	0,8	2,64	56,06	28,9
25- 35	1,57	30- 40	1,625	0,6	2,65	61,32	18,8
35- 45	1,69	40- 50	1,707	0,4	2,65	64,92	15,4
45- 55	1,72	50- 60	1,720	0,5	2,65	64,91	21,0
55- 65	1,72	60- 70	1,730	0,1	2,66	65,04	27,1
65- 75	1,74	70- 80	1,730	0,2	2,66	65,04	28,3
75- 85	1,72	80- 90	1,710	0,2	2,66	64,29	29,8
85- 95	1,70	90-100	1,710	0,1	2,66	64,29	32,4
95-105	1,72	100-110	1,735	0,05	2,66	64,23	32,0
105-115	1,74	110-120	1,730	0,01	2,66	65,04	34,9
115-125	1,75						

6.2. Parameterwaarden Ruurlo

Uit vergelijking (15):

$$T(z,t) = T_a + A_o \cdot e^{-z/D} \cdot \cos(\omega t - \pi/4 - z/D + \phi')$$

blijkt dat waarden nodig zijn van:

- a. T_a = gemiddelde temperatuur
- b. A_o = amplitude aan oppervlakte ($z = 0$)
- c. D = dempingsdiepte = $f(\lambda, c_b, \omega)$
- d. c_b = warmtecapaciteit bodem
- e. λ = warmtegeleidingscoëfficiënt
- f. ω = frequentie
- g. ϕ' = faseverschuiving

Ad a. Uit temperatuurgegevens van het KNMI voor 1980 blijkt dat net boven het aardoppervlak de gemiddelde temperatuur $t_a = 9,26^\circ\text{C}$ is. VAN DUIN (1956) geeft een range aan voor T_a : reële waarden blijken in de range $8 - 12^\circ\text{C}$ te liggen.

Ad b. Voor A_o , de amplitude voor de fasegolf aan het oppervlak: voor jaarlijkse periode is volgens literatuur (VAN DUIN, 1956, 1963) een reëel traject $8 - 12^\circ\text{C}$.

Ad c. $D = \sqrt{2a/\omega}$ zie d en e. $\longrightarrow$

$$\sqrt{\frac{2a}{\omega}}$$

Ad d. Volgens vergelijking (8) geldt:

$$c_b = 0,46 x_v + 0,60 x_o + x_w$$

Uit tabel 1 volgt ($\bar{x}$ = gemiddelde waarde):

$$\bar{x}_v (0-30 \text{ cm}) = 51,4\%$$

$$\bar{x}_w (0-30 \text{ cm}) = 30,6\%$$

$$\bar{x}_o (0-30 \text{ cm}) = 4 \%$$

$$c_b = 0,57 \text{ (cal/cm}^3 \text{ }^\circ\text{C)}$$

Ad e. Met bovenstaande waarden voor $\bar{x}_v$ en $\bar{x}_w$ volgt via fig. 2 (VAN DUIN, 1956, 1963):

$$\lambda = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ (cal/cm.sec. }^\circ\text{C)}$$

Voor de temperatuurvereffeningscoëfficiënt geldt dan:

$$a = \lambda / cb = 6 \cdot 10^{-3} \text{ (cm}^2\text{/sec.)}$$

Ad f. $\omega = 2\pi/T = 2\pi(\text{rad/jr}) = 0,01721 \text{ (rad/dg)}$

Ad g. We gaan ervan uit dat de warmtegolf U een maximum heeft op 21 juni en een minimum op 22 december. Maximum en minimum van de temperatuurgolf liggen dan $1\frac{1}{2}$ maand later.

De golf $\cos(\omega t - 3,7721)$ heeft dan minimum op 7 februari ($\phi = -3,7721$, $\phi = -\pi/4 + \phi'$)

6.3. Gemeten waarden Ruurlo (grasland, zandgrond)

Fig. 3 toont de gemeten waarden van Ruurlo (Geurink, CABO).

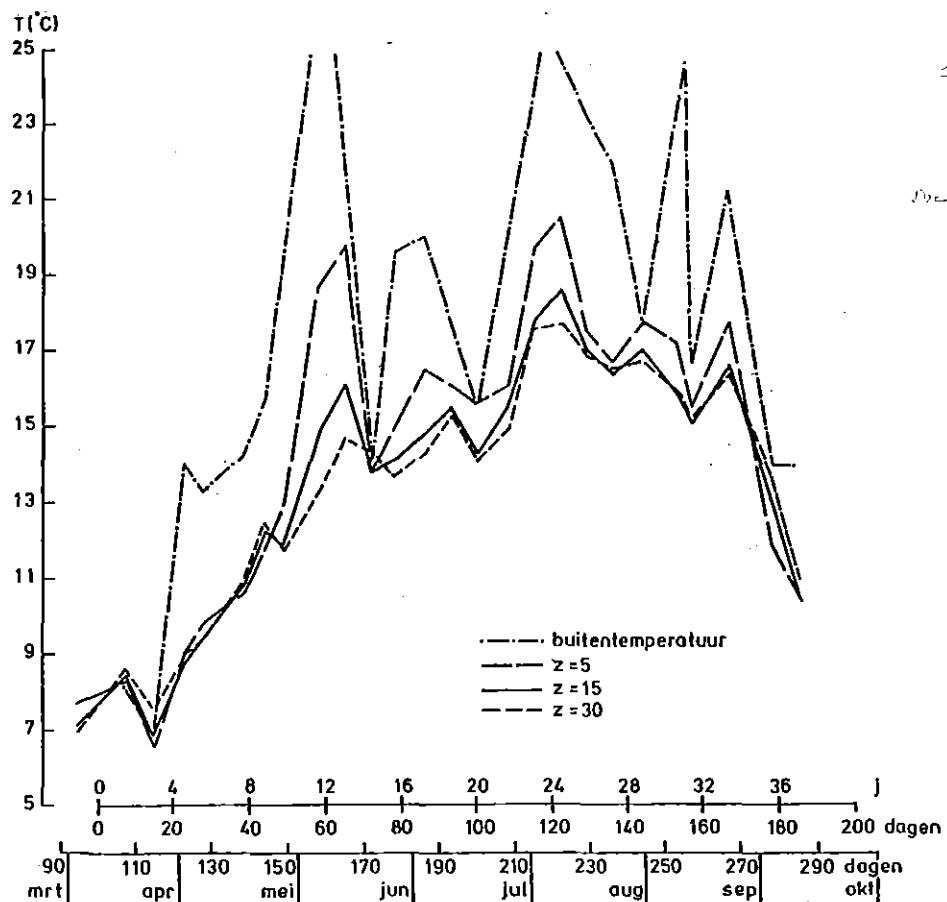


Fig. 3. Temperatuurvariëaties in de bodem, maart-oktober 1980:
buitentemperatuur en temperaturen op diepte 5,15 en 30 cm
(N.B. Deze figuur, m.n. de curve op $z = 5$ cm is uitgangspunt
voor de simulaties).

Het temperatuurverloop voor 1981 te Ruurlo en 1978, 1979 te Lisse (zandgrond, 10 cm onder gras) zijn opgenomen in respectievelijk bijlage 1 + 2, ze dienen als voorbeeld.

In alle figuren is een sinusoïde te herkennen (na smoothing). Tevens is de invloed te zien van de (exponentiële) demping en (lineaire) faseverschuiving op $z = 15$ en $z = 30$ cm.

7. BENADERING GEMETEN WAARDEN MET SINUSGOLF

Hieronder volgt de beschrijving van $T(z,t) = T_a + A_o \cdot e^{-z/D} \cdot \cos(\omega t - \phi - z/D)$ met behulp van het simulatieprogramma THTSIM aan de THTWENTE ontwikkeld voor PDP-computers (MEERMAN, 1980). De parameters hebben de volgende waarden: $\phi(5) = 3.7721$ (daarmee valt het minimum van de warmtegolf aan het oppervlak op 22 december, het minimum van de temperatuurgolf aan het oppervlak op 7 februari) $T_a(10) = 10^\circ\text{C}$, $A_o(20) = 10^\circ\text{C}$, $\omega(30) = 0.1721$ rad/dg, $a(40) = 432 \text{ cm}^2/\text{dg}$ ($= 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec.}$), $z(100) = 0$ cm.

N.B.: Het simulatieprogramma THTSIM (TUTSIM) is verdeeld in:

Structure	: hierbij worden blocknummers en functies van de blocks gedefinieerd, zoals invoeren constante, vermenigvuldigen, bepalen maximum, integreren etc.
Parameters	: hier krijgen de parameters hun waarden
Plotblocks, ranges:	vastlegging output
Timing	: tijdstap, eindtijd

Via commando's is bovengenoemde structuur etc. te wijzigen. Output kan geschieden op display, plotter, terminal of line-printer.


```

THTSIM-V80A/LSI #FIS#
TIMING:      1.00000      365.00
PLOTBLOCKS AND RANGES
  1      0.00000      365.00
200     -5.0000      25.000
  0      0.00000      0.00000
  0      0.00000      0.00000
  0      0.00000      0.00000

MODEL:
      1 TIM
      3.7721      5 CON
      10.0000     10 CON
      11.000      20 CON
      0.17210E-01 30 CON
      432.00      40 CON
      2.0000      60 GAI      40
                      70 DIV      60      30
                      80 SQT      70
      0.00000     100 CON
                      110 DIV     100      80
                      120 EXP    -110
                      130 MUL      30      1
                      140 COS     130     -5 -110
                      150 MUL      20     120 140
                      200 SUM     150      10

```

Fig. 4. Listing THTSIM-programma voor vergelijking 15 (5CON = ϕ ,
daarmee minimum op 7 februari, zie tekst; 10CON = T_a ;
20CON = A_o ; 30CON = ω ; 40 CON = a ; 100CON = z)

Hieronder volgt eerst een toelichting op de fig. 5 tot en met 11.
Daarna volgen de figuren: de grafische output van het THTSIM-programma.

Toelichting bij fig. 5 tot en met 11

Getracht is te komen tot een zo goed mogelijke benadering van gemeten waarden. De variabelen A_0 en T_a zijn min of meer vrij te kiezen, ω en ϕ liggen vast (d.w.z. gekozen is voor fluctuatie op jaarbasis met minimum op 7 februari en maximum op 7 augustus voor de temperatuurgolf). Voor a is de waarde $a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$. genomen. Uit hoofdstuk 6.2 blijkt dat de werkelijke waarde voor Ruurlo ligt op $6 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$.

Fig. 5 en 6 tonen de temperatuurgolven aan het oppervlak ($z = 0$) en op die z . In fig. 6 is duidelijk de damping en retardatie te zien. Tevens volgt dat voor grote diepte ($z = 250$) de afwijking van T_a steeds geringer wordt, hetgeen voldoet aan de voorwaarde z wordt ∞ : T wordt T_a .

Fig. 7 en 8 tonen de gevoeligheid voor variatie in de temperatuurvereffeningscoëfficiënt a . Uit beide figuren blijkt dat de temperatuurvariatie het gevoeligst is in de range $a = 1 - 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$. Bij grotere diepte treedt hogere gevoeligheid op. De waarde voor Ruurlo $a = 6 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$. valt dus in een gunstige (= ongevoelige) range.

Fig. 9 toont de variatie van A . Voor de curven 2, 3 en 4 is gekozen voor $A = 8^\circ\text{C}$, met $T = 10^\circ\text{C}$ levert dit op:

$$\begin{aligned} T_{\max} &= 18^\circ\text{C} \\ T_{\min} &= 2^\circ\text{C} \end{aligned}$$

In Ruurlo liggen maximum temperaturen ($z = 5 \text{ cm}$) op 18°C .

Fig. 10 tenslotte toont een deel van fig. 9: de periode 1 april-1 december is weergegeven:

$$\begin{aligned} A &= 8^\circ\text{C} \\ a &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}. \end{aligned}$$

In fig. 11 zijn gemeten (zie fig. 3) en berekende temperaturen (zie fig. 10) voor de periode 1 april-1 december 1980 uitgezet voor $z = 5 \text{ cm}$ en $z = 30 \text{ cm}$.

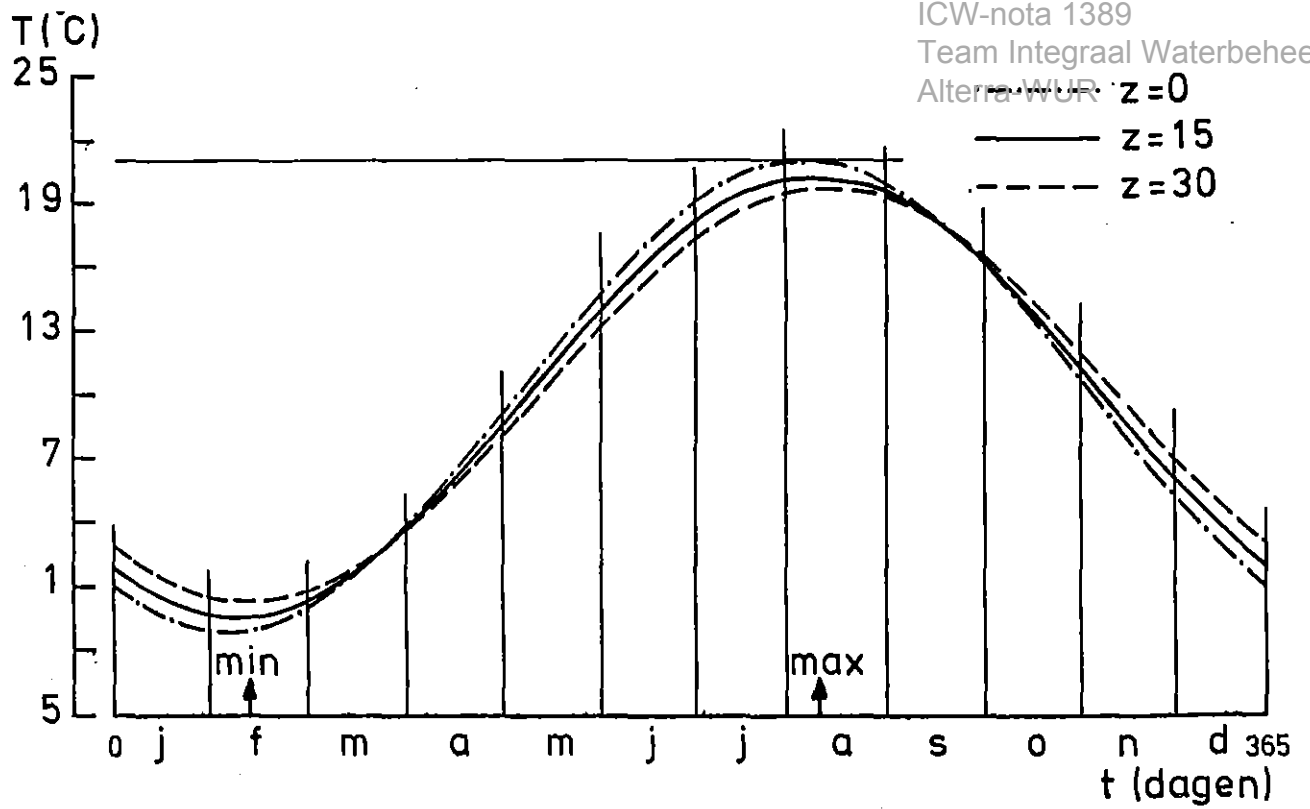


Fig. 5. Temperatuurvariatie $T(z,t) = \dots$ gesimuleerd met een sinusgolf op 3 diepten (0, 5, 30 cm), zie tekst.

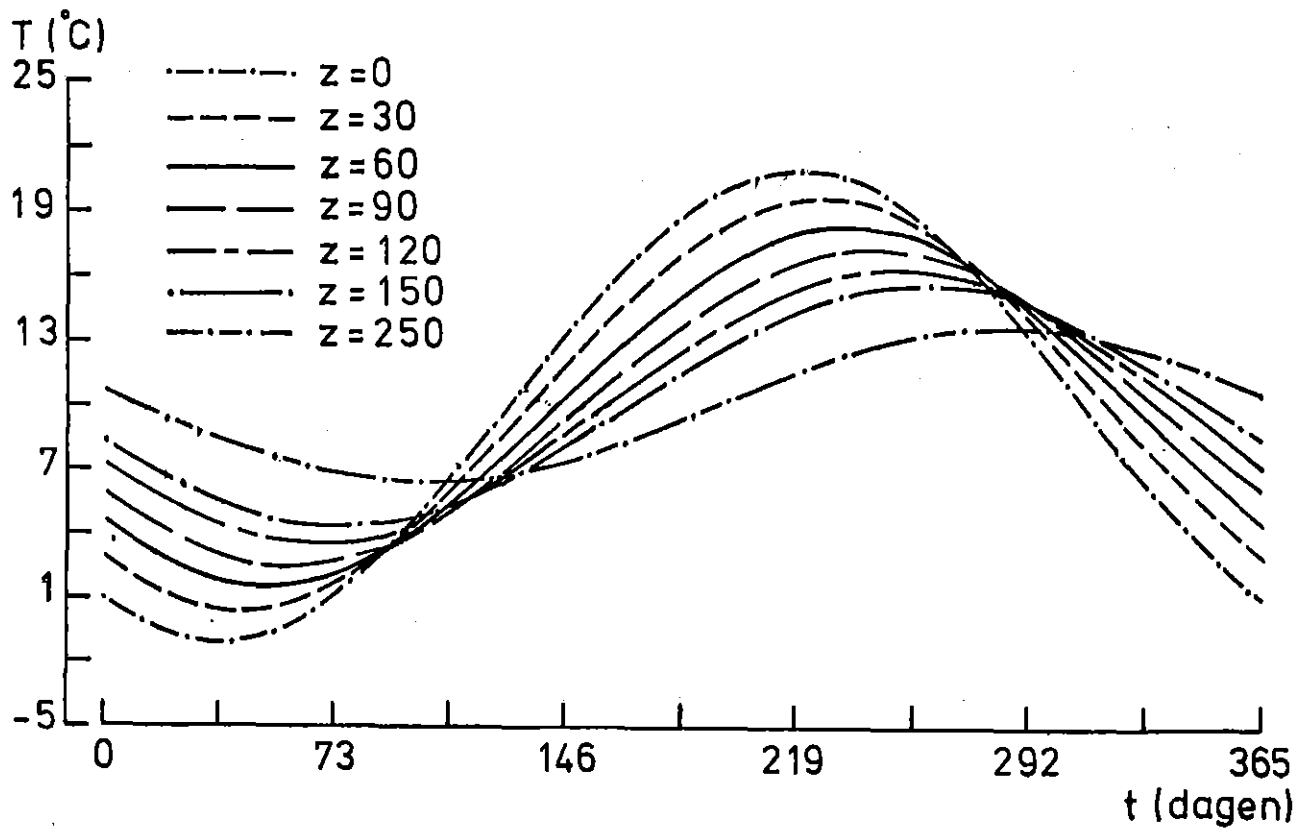


Fig. 6. Temperatuurvariaties op grotere diepte (zie fig. 5)

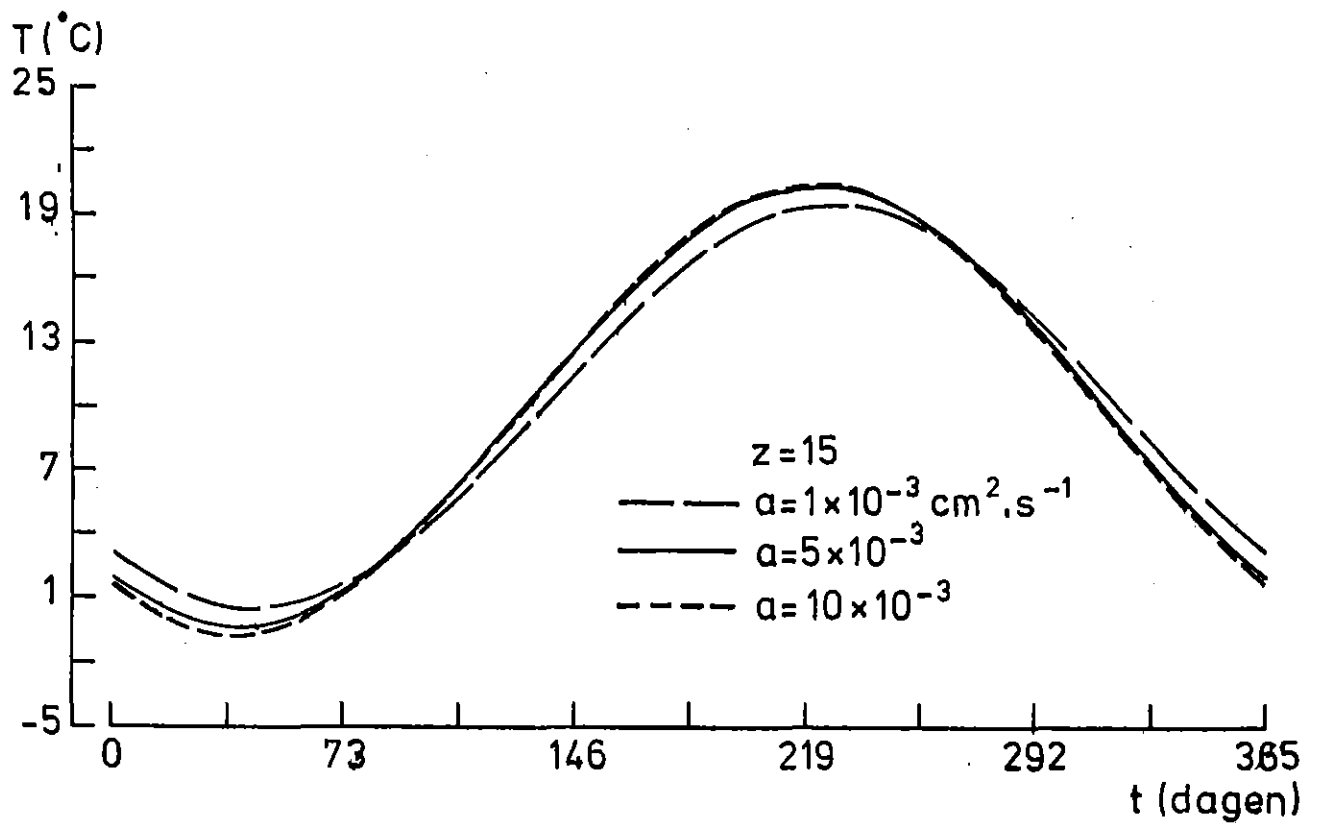


Fig. 7. Invloed $a(= \lambda/cb)$ op $T(z,t) = \dots$, $z = 15$ cm

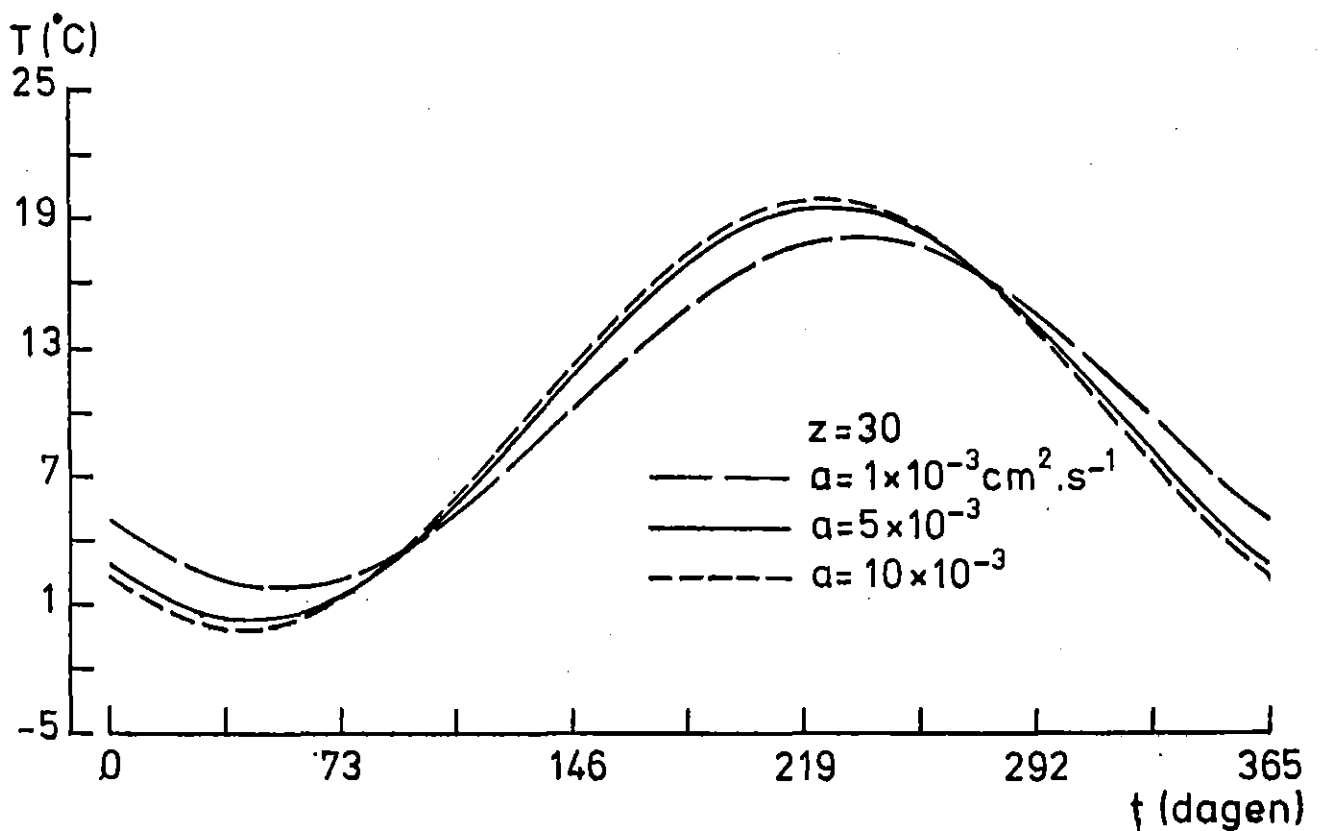


Fig. 8. Invloed $a(= \lambda/cb)$ op $T(z,t) = \dots$, $z = 30$ cm

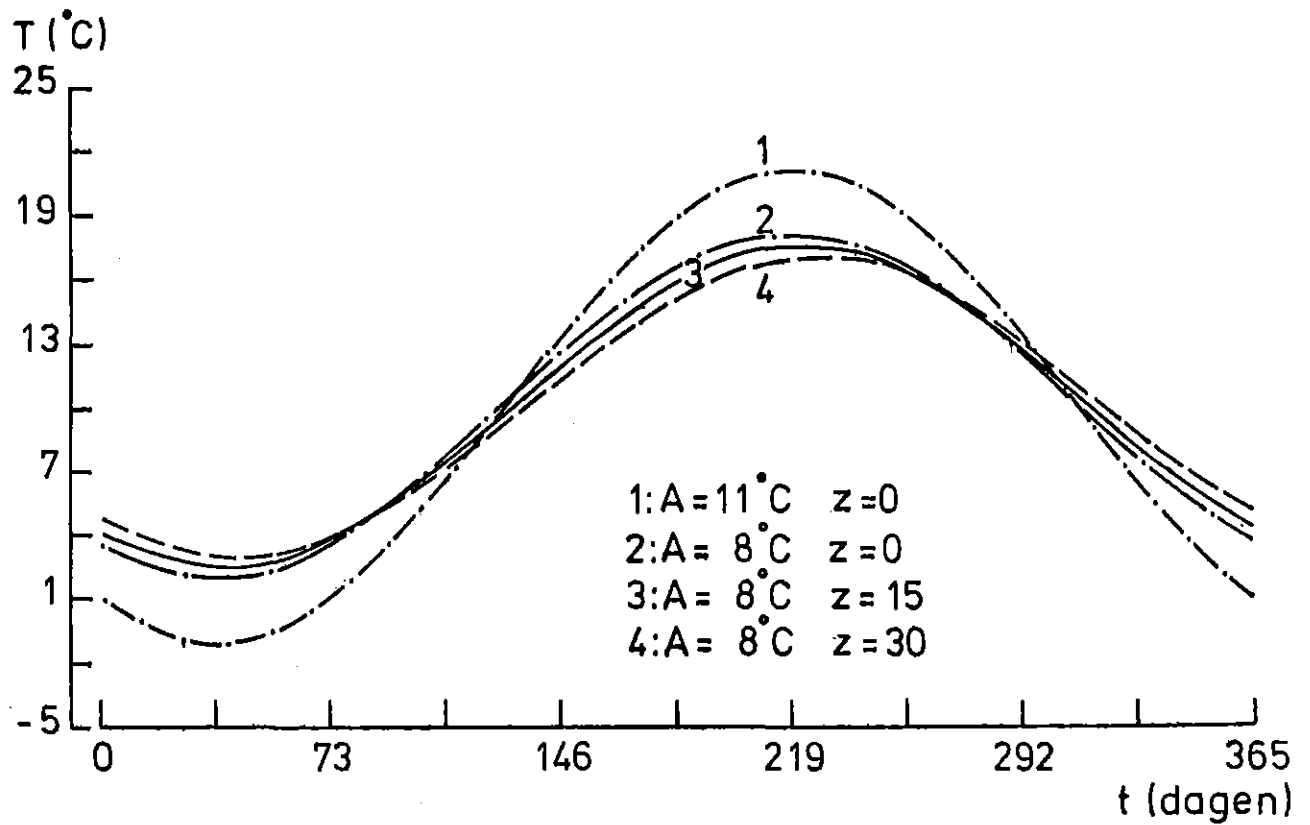


Fig. 9. Invloed A op $T(z,t) = \dots$, zie tekst.

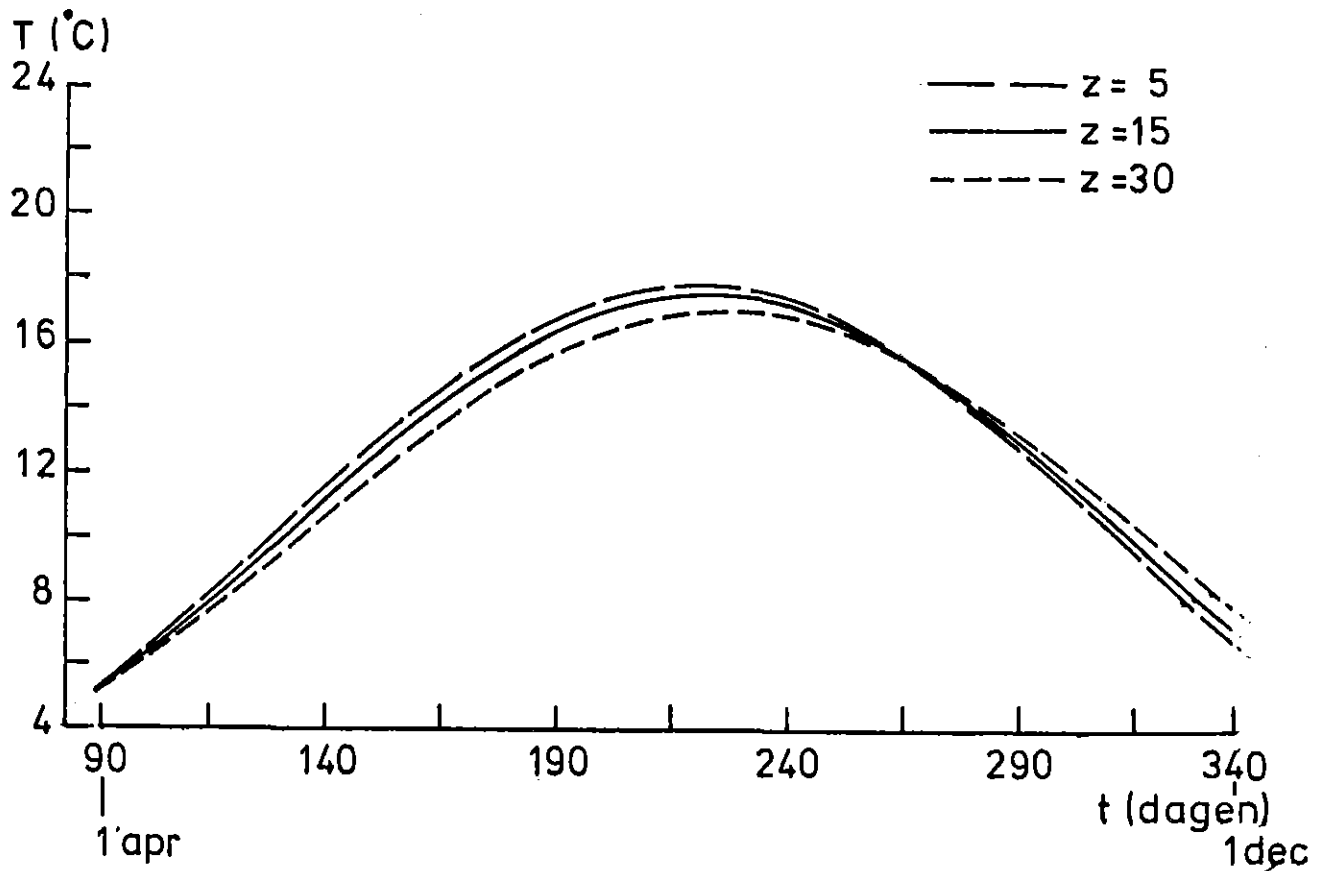


Fig. 10. Temperatuurvariatie $T(z,t) = \dots$ in de periode april-
-december, $A=8^{\circ}\text{C}$, $a=5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$, zie tekst.

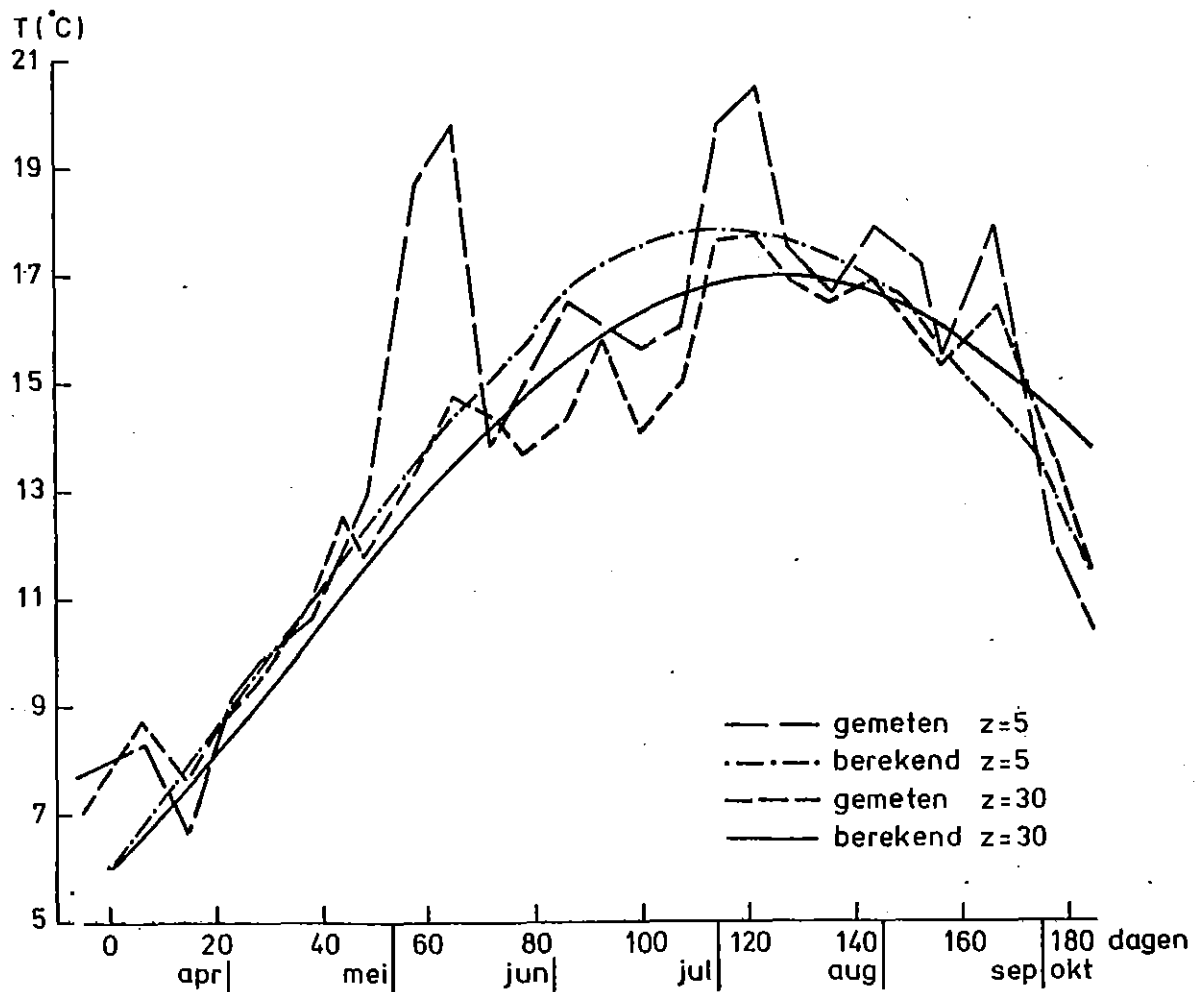


Fig. 11. Gemeten en berekende (sinusbenadering) temperaturen Ruurlo 1980, curven op 5 en 30 cm

8. BENADERING GEMETEN WAARDEN MET FOURIERREEKSEN

Een tweede, en meer exacte, methode om tot een benadering van de temperatuurcurve op diepte $z = 5$ cm (zie fig. 3, Ruurlo 1980) te komen, maakt gebruik van Fourierreeksen.

Daartoe worden van bovengenoemde temperatuurcurve 36 (= discrete) waarden genomen: T_0 tot en met T_{36} , met een tijdstap van 5 dagen. Met beginwaarde T_0 op 8 april volgen in tabel 2 de afgelezen temperaturen T_1 tot en met T_{36} ; daarna volgt in het kort theoretische achtergrond over Fourierreeks benadering.

Tabel 2. Afgeleide temperaturen $z = 5$, Ruurlo 1980

$T_1 = 8,3$	$T_7 = 10,4$	$T_{13} = 19,8$	$T_{19} = 16,0$	$T_{25} = 19,0$	$T_{31} = 16,2$
$T_2 = 7,7$	$T_8 = 11,0$	$T_{14} = 15,5$	$T_{20} = 15,6$	$T_{26} = 17,4$	$T_{32} = 16,2$
$T_3 = 6,6$	$T_9 = 12,0$	$T_{15} = 14,4$	$T_{21} = 15,9$	$T_{27} = 16,8$	$T_{33} = 17,3$
$T_4 = 8,0$	$T_{10} = 13,5$	$T_{16} = 15,3$	$T_{22} = 17,1$	$T_{28} = 17,3$	$T_{34} = 16,0$
$T_5 = 9,4$	$T_{11} = 17,0$	$T_{17} = 16,4$	$T_{23} = 19,7$	$T_{29} = 17,7$	$T_{35} = 13,5$
$T_6 = 10,0$	$T_{12} = 19,0$	$T_{18} = 16,3$	$T_{24} = 20,3$	$T_{30} = 17,4$	$T_{36} = 11,5$

Fourierreeksen

Is een functie periodiek met frequentie ω dan kan deze functie ontwikkeld worden in sinus- en cosinusreeksen.

Zo geldt voor de temperatuurvariatie aan het oppervlak de volgende benadering (T_a = gemidd. temp.):

$$T(o,t) = T_a + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (19)$$

Deze duale golf kan vervangen worden door een enkele sinus met nieuwe amplitude A_n en faseverschuiving ϕ_n , zie vergelijking 20 (VAN WIJK, 1963):

$$T(o,t) = T_a + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (20)$$

waarbij voor A_n , ϕ_n , a_n en b_n geldt:

$$a_n = A_n \sin \phi_n \quad , \quad b_n = A_n \cos \phi_n \quad (21)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \phi_n = \arctan(a_n/b_n) \quad (22)$$

Een algemene periodieke variatie kan dus uitgedrukt worden als superpositie van een aantal sinusoidale variaties.

Dit leidt tot een periodieke oplossing van vergelijking 4, die een superpositie vormt van oplossingen van de vorm zoals vergelijking

15: de temperatuurvariatie op tijdstip t en diepte z wordt dan:

$$T(z,t) = T_a + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot e^{(-z\sqrt{n/D})} \cdot \sin(n\omega t - \phi_n - z\sqrt{n/D}) \quad (23)$$

Keren we terug naar de discrete waarden van de temperatuurkromme op diepte $z = 5$ cm dan geldt volgens de Fourierreeks benadering voor de coëfficiënten a_n en b_n :

$$a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} T(5,t) \cos n t dt \approx \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N T_j \cdot \cos n\omega t_j \quad (24)$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} T(5,t) \sin n\omega t dt \approx \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N T_j \cdot \sin n\omega t_j \quad (25)$$

Voor het berekenen van de coëfficiënten a_n en b_n volgens de benaderingen in vergelijkingen 24 en 25 maken we gebruik van de waarden van T_j uit tabel 2;

$$N = 36$$

$$j = 1 \dots 36$$

$$T_j = T_1 \dots T_{36}$$

$$n = 1 \text{ (levert } a_1 \text{ en } b_1)$$

$$\text{periode} = 180 \text{ dagen (8 april 1980-5 oktober 1980)}$$

$$\omega = 2\pi/36 = \pi/18 \text{ rad/dag}$$

$$n = 0: a_0 = \frac{1}{18} \sum_{j=1}^{36} T_j = 2 T_a \quad b_0 = 0$$

$$n = 1: a_1 = \frac{1}{18} \sum_{j=1}^{36} T_j \cos \frac{\pi}{18} \cdot j \quad b_1 = \frac{1}{18} \sum_{j=1}^{36} T_j \sin \frac{\pi}{18} \cdot j$$

Voor het berekenen 'met de hand' van de coëfficiënten a_1 en b_1 maken we gebruik van het feit dat over een periode op bepaalde tijdstippen sinus - en cosinussen dezelfde absolute waarden hebben:

$$\begin{aligned} \cos \pi/18 &= -\cos 17\pi/18 = -\cos 19\pi/18 = \cos 35\pi/18, \sin \pi/18 = \\ &= \sin 17\pi/18 = -\sin 19\pi/18 = -\sin 35\pi/18. \end{aligned}$$

Deze vereenvoudiging voor de handrekenmethode kunnen we weergeven in het volgende schema (tabel 3).

Tabel 3. Rekenschema berekening Fouriercoëfficiënten a_1 en b_1

cos	sin	0	1/18 π	2/18 π	3/18 π	4/18 π	5/18 π	6/18 π	7/18 π	8/18 π	9/18 π
+	+		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
-	+	T_{18}	T_{17}	T_{16}	T_{15}	T_{14}	T_{13}	T_{12}	T_{11}	T_{10}	
-	-		T_{19}	T_{20}	T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{24}	T_{25}	T_{26}	T_{27}
+	+	T_{36}	T_{35}	T_{34}	T_{33}	T_{32}	T_{31}	T_{30}	T_{29}	T_{28}	
cos =	1,0	0,98	...	...	...	...	...	...	...	...	0,0
sin =	0	0,17	...	...	...	...	...	...	...	...	1,0

Hieruit berekenen we de waarden voor a_1 , b_1 en daaruit voor de nieuw ontstane amplitude A_1 en faseverschuiving ϕ_1 :

$$a_1 = -2,8906$$

$$b_1 = -2,9125$$

$$A_1 = 4,10$$

$$\phi_1 = 0,78$$

Analoog kunnen we voor $n = 2, 3, 4$ rekenschema's opzetten (tabel 4).

Tabel 4. Rekenschema berekening Fouriercoëfficiënten $a_1 \dots a_3$, $b_1 \dots b_3$

COS	SIN	$\overleftarrow{n} = 2; j = \dots$					$\overleftarrow{n} = 3; j = \dots$			$\overrightarrow{n} = 4; j = \dots$					COS	SIN	
+	+	1	2	3	4		1	2	3		1	2	3	4	+	+	
+	+	9	8	7	6	5	6	5	4		9	8	7	6	5	+	-
-	-	10	11	12	13		7	8	9		10	11	12	13	+	+	
+	-	18	17	16	15	14	12	11	10		18	17	16	15	14	+	-
+	+	19	20	21	22		13	14	15		19	20	21	22	+	+	
-	+	27	26	25	24	23	18	17	16		27	26	25	24	23	+	-
-	-	28	29	30	31		19	20	21		28	29	30	31	+	+	
+	-	36	35	34	33	32	24	23	22		36	35	34	33	32	+	-
+	+						25	26	27								
-	+						30	29	28								
-	-						31	32	33								
+	-						36	35	34								

Hieruit volgt:

$$\begin{array}{llll} a_2 = -1,15 & b_2 = -2,10 & \rightarrow & A_2 = 2,40 \quad \phi_2 = 0,50 \\ a_3 = 1,04 & b_3 = -0,87 & \rightarrow & A_3 = 1,35 \quad \phi_3 = -0,88 \\ a_4 = -0,61 & b_4 = -0,41 & \rightarrow & A_4 = 0,73 \quad \phi_4 = 0,98 \end{array}$$

Een methode ter berekening van a_n , b_n , A_n en ϕ_n met behulp van de computer maakt gebruik van programmeertaal Fortran. Voor $n = 1 \dots 15$ zijn de waarden berekend, zie onderstaand programma.

Met de nu bekende waarden voor A_n en ϕ_n kan weer een THTSIM-programma geschreven worden ter simulatie van de bodemtemperaturen op diepte $z = 5$ cm. Het programma wordt herhaald na block 200, 300, 400 enz. met $n := n + 1$. Aldus bestaat de benadering uit $7(n = 7)$ gesuperponeerde sinusoiden ($\omega = 2\pi/180$ rad/dag, $a = 6 * 10^{-3}$ cm²/sec).

De (grafische) resultaten van dit simulatieprogramma volgen in de fig. 12 tot en met 16. De bespreking volgt daarna.

Tenslotte volgt een numerieke output in bijlage 3 voor $z = 5,15$ en 30 cm.

Allereerst het Fortran-programma:

```
00100 c      dit programma berekent de fouriercoefficienten
00200 c      behorende bij de cosinustermen(an) en bij de
00300 c      sinustermen (bn), alsmede de amplituden van de
00400 c      nieuw ontstane sinusterm en de daar bijbehorende
00500 c      faseverschuiving (ampln, resp. phin)
00600 c      dimension t(36)
00700 c      data t/8.3,7.7,6.6,8.0,9.4,10.0,10.4,11.0,12.0,13.5,
00800 v      17.0,19.0,19.8,15.5,14.4,15.3,16.4,16.3,16.0,15.6,
00900 v      15.9,17.1,19.7,20.3,19.0,17.4,16.8,17.3,17.7,17.4,
01000 v      16.2,16.2,17.3,16.0,13.5,11.5/
01100 c      con=0.17453
01200 c      type 40
01300 40      format(1h1,14x,'an',12x,'bn',12x,'ampln',9x,'phin')
01400 c      type 50
01500 50      format(1h0)
01600 c      do 30 n=1,15
01700 c      an=0.0
01800 c      bn=0.0
01900 c      do 10 j=1,36
02000 c      an=an+(t(j)*cos(n*con*j))/18
02100 c      bn=bn+(t(j)*sin(n*con*j))/18
02200 c      ampln=sqrt(an**2+bn**2)
02300 c      phin=atan(an/bn)
02400 10      continue
02500 c      type 20,n,an,bn,ampln,phin
02600 20      format(2x,'n=',i2,4f14.4)
02700 30      continue
02800 c      stop
02900 c      end
```

De output van het Fortran-programma:

	an	bn	ampln	phn
n= 1	-2.8906	-2.9125	4.1035	0.7816
n= 2	-1.1487	-2.1016	2.3951	0.5002
n= 3	1.0384	-0.8669	1.3527	-0.8751
n= 4	-0.6070	-0.4054	0.7299	0.9820
n= 5	-0.4390	-0.6003	0.7437	0.6315
n= 6	0.9940	-0.3756	1.0626	-1.2095
n= 7	-0.6084	0.0283	0.6090	-1.5244
n= 8	-0.1291	-0.0880	0.1563	0.9725
n= 9	0.1832	0.2886	0.3418	0.5656
n=10	-0.2120	0.0689	0.2229	-1.2568
n=11	0.1356	0.0191	0.1369	1.4309
n=12	0.0276	-0.0100	0.0293	-1.2219
n=13	0.0386	-0.1408	0.1460	-0.2675
n=14	0.1515	-0.0381	0.1562	-1.3241
n=15	-0.0390	-0.0781	0.0873	0.4635

Het nu volgende THTSIMPROGRAMMA maakt gebruik van de eerste 7 waarden voor n: A_1 tot en met A_7 , ϕ_1 tot en met ϕ_7 .

Toelichting:

20CON: $\omega = 2\pi/180$ (rad/dag)

40CON: $z(\text{cm})$, in werkelijkheid is $z = 5 \text{ cm}$!

50CON: $1/D(\text{cm}^{-1})$

60CON: $T_a = \frac{1}{36} \sum T_j$

110CON: $n = 1$

140CON: ϕ_1

190CON: A_1

210CON: $n = 2$

240CON: ϕ_2

enz.

THTSIM-V80H/LSI #FIS#
TIMING: 0.30000 180.00
PLOTBLOCKS AND RANGES
10 0.00000 180.00
900 6.0000 21.000
0 0.00000 0.00000
0 0.00000 0.00000
0 0.00000 0.00000

MODEL:

	10 TIM			
0.34910E-01	20 CON			
	30 MUL	10	20	
0.00000	40 CON			
0.58030E-02	50 CON			
14.736	60 CON			
1.00000	110 CON			
	120 SQT	110		
	130 MUL	30	110	
0.78160	140 CON			
	150 MUL	40	50	120
	160 SUM	130	140	-150
	170 SIN	160		
	180 EXP	-150		
4.1035	190 CON			
	200 MUL	170	180	190
2.0000	210 CON			
	220 SQT	210		
	230 MUL	30	210	
0.50020	240 CON			
	250 MUL	40	50	220
	260 SUM	230	240	-250
	270 SIN	260		
	280 EXP	-250		
2.3951	290 CON			
	300 MUL	270	280	290
3.0000	310 CON			
	320 SQT	310		
	330 MUL	30	310	
-0.87510	340 CON			
	350 MUL	40	50	320
	360 SUM	330	340	-350
	370 SIN	360		
	380 EXP	-350		
1.3527	390 CON			
	400 MUL	370	380	390
4.0000	410 CON			
	420 SQT	410		
	430 MUL	30	410	
0.98200	440 CON			

	450	MUL	40	50	420														
	460	SUM	430	440	-450														
	470	SIN	460																
	480	EXP	-450																
0.72990	490	CON																	
	500	MUL	470	480	490														
5.0000	510	CON																	
	520	SQT	510																
	530	MUL	30	510															
0.63150	540	CON																	
	550	MUL	40	50	520														
	560	SUM	530	540	-550														
	570	SIN	560																
	580	EXP	-550																
0.74370	590	CON																	
	600	MUL	570	580	590														
6.0000	610	CON																	
	620	SQT	610																
	630	MUL	30	610															
-1.2095	640	CON																	
	650	MUL	40	50	620														
	660	SUM	630	640	-650														
	670	SIN	660																
	680	EXP	-650																
1.0626	690	CON																	
	700	MUL	670	680	690														
7.0000	710	CON																	
	720	SQT	710																
	730	MUL	30	710															
-1.5244	740	CON																	
	750	MUL	40	50	720														
	760	SUM	730	740	-750														
	770	SIN	760																
	780	EXP	-750																
0.60900	790	CON																	
	800	MUL	770	780	790														
	900	SUM	60	-200	-300	-400	-500	-600	-700	800									

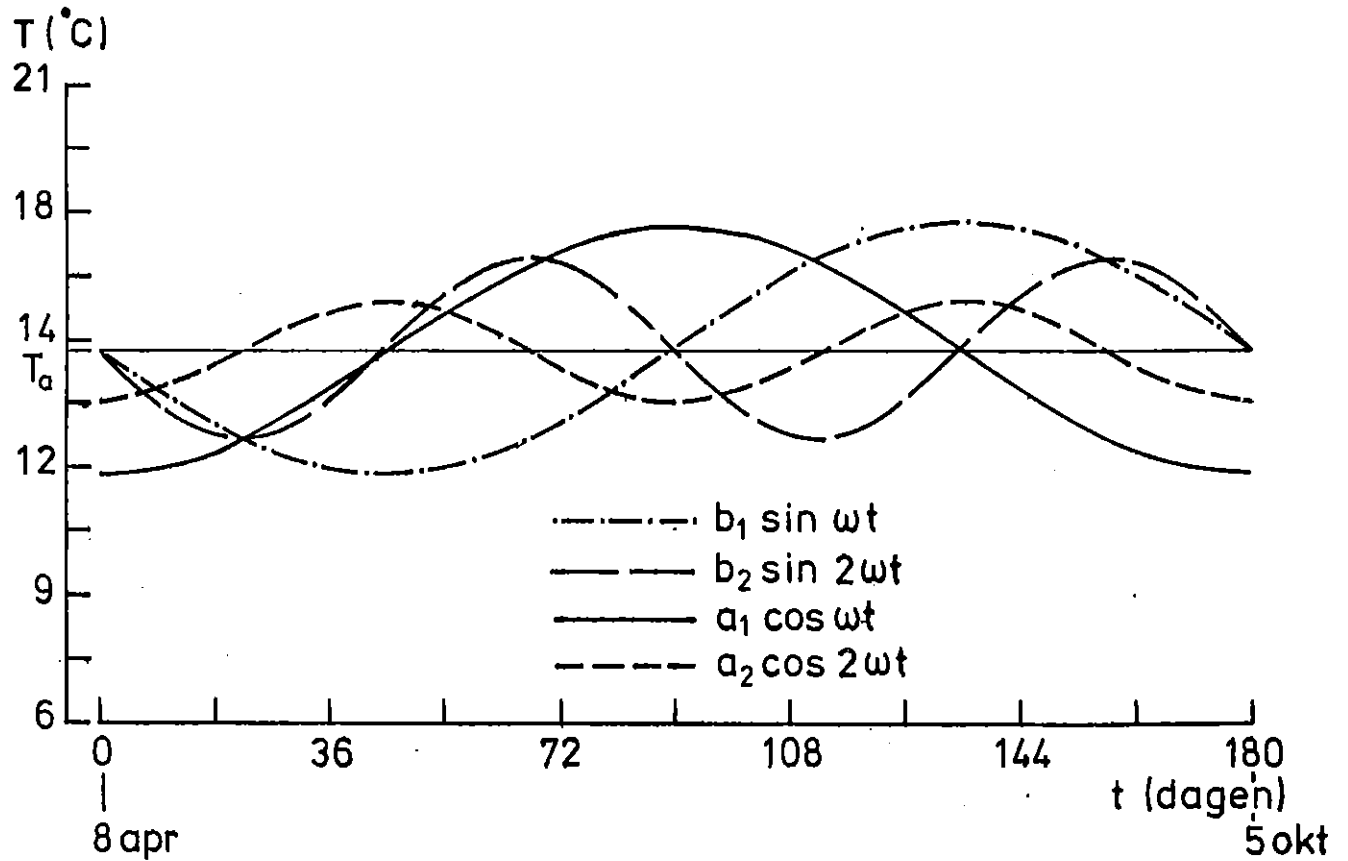


Fig. 12. Afzonderlijke sinus- en cosinustermen voor $n = 1$ en $n = 2$

$$T(o,t) = T_a + (a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t) + (a_2 \cos \omega t + b_2 \sin \omega t).$$

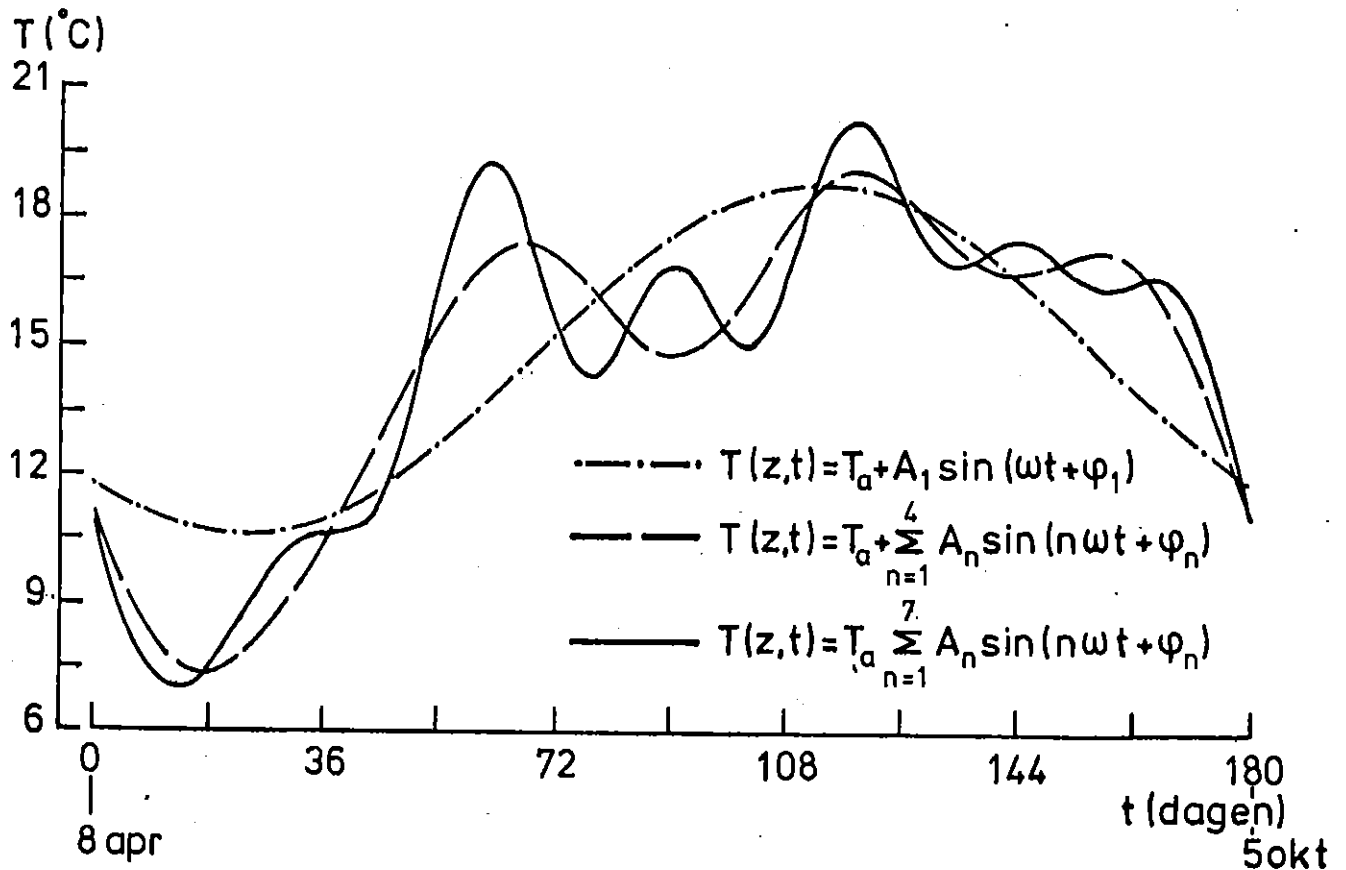


Fig. 13. Simulaties met Fourierreeks, $n = 1, 4, 7$.

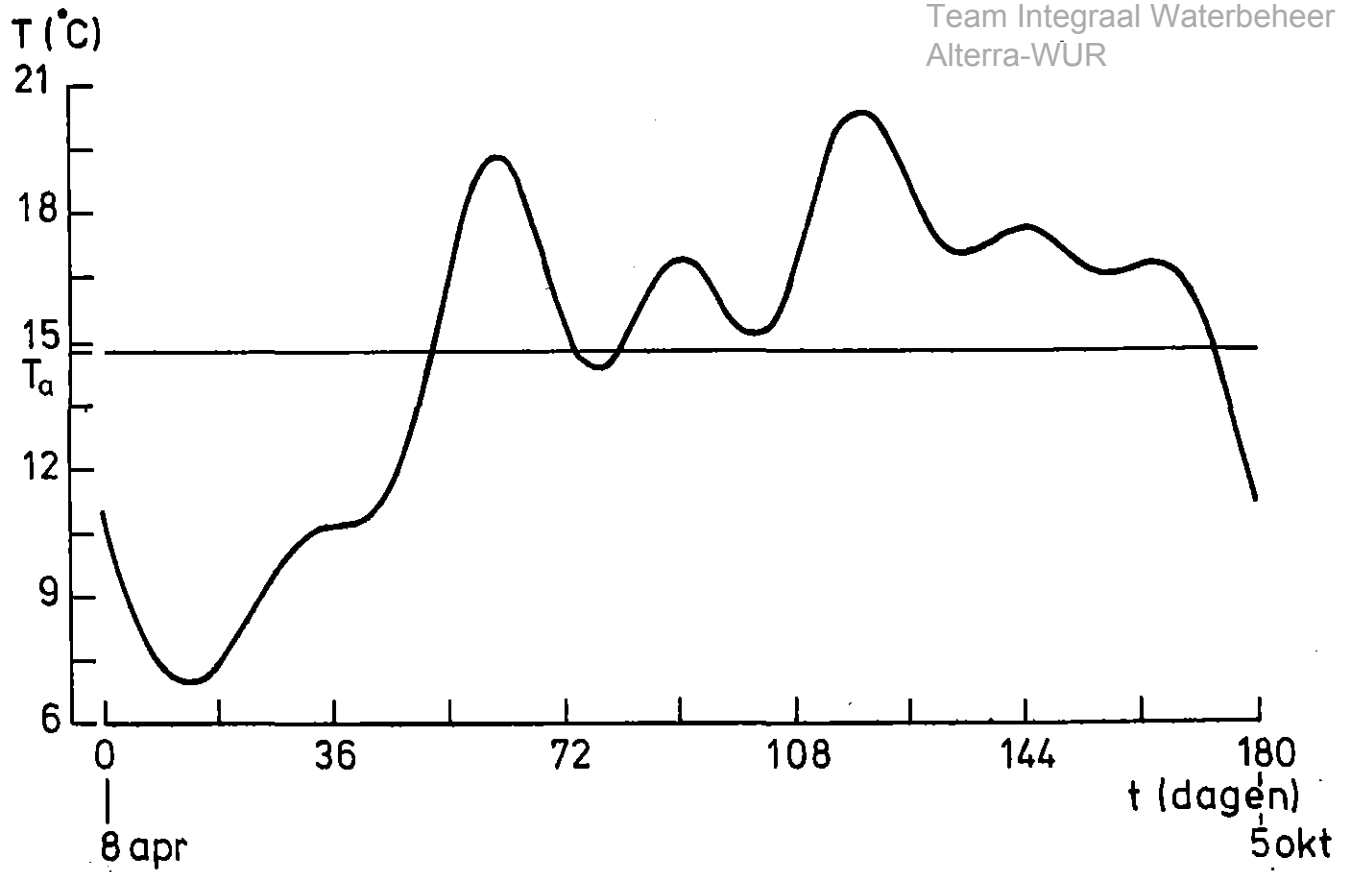


Fig. 14. Simulatie met $n = 7$, uiteindelijk resultaat van de benadering van curve $z = 5$ Ruurlo 1980 (zie fig. 3)

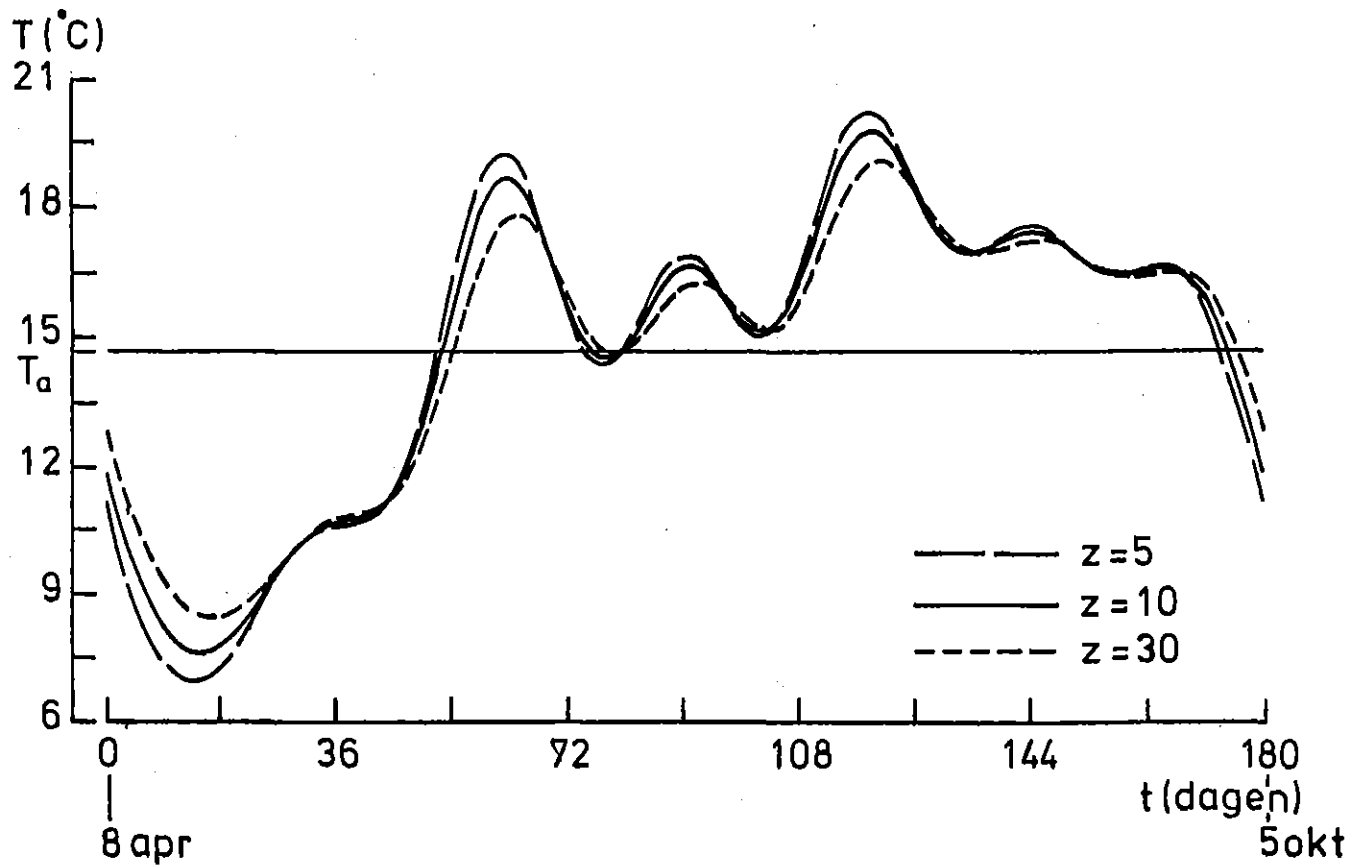


Fig. 15. $T(z,t) = T_a + \sum_{n=1}^7 A_n \cdot (e^{-z\sqrt{n}/D}) \cdot \sin(n\omega t + \phi_n - 2\sqrt{n}/D)$ ²⁷
 $z = 5, 15, 30 \text{ cm}$ $a = 6 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$

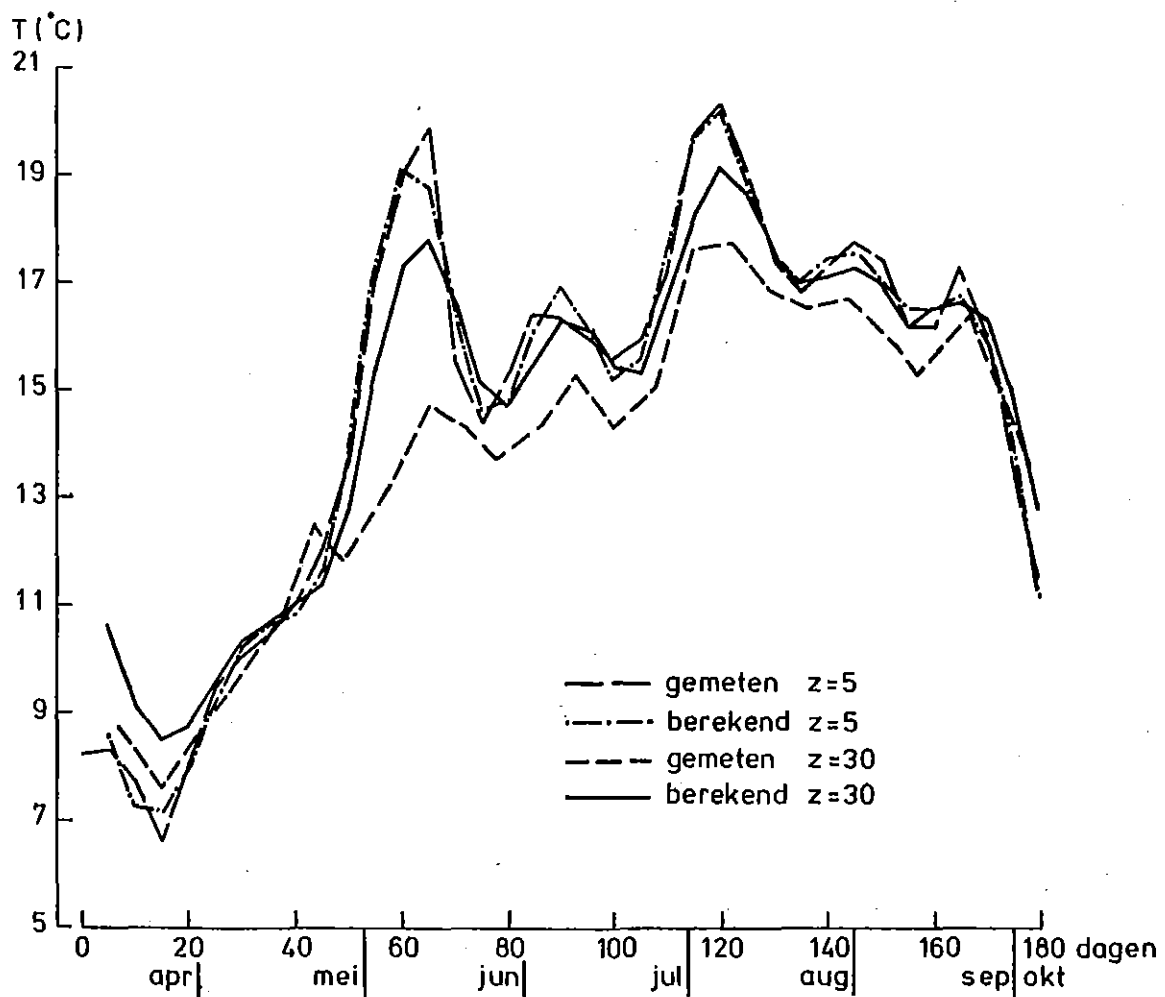


Fig. 16. Gemeten en berekende (Fourierbenadering) temperaturen
Ruurlo 1980, curven op 5 en 30 cm

Toelichting bij fig. 12 tot en met 16

Fig. 12 toont de eerste twee sinus- en cosinustermen van vergelijking 19 met bijbehorende amplituden (a_1 , a_2 , b_1 , b_2).

Fig. 13 toont de opbouw van vergelijking 23 voor $n = 1, 4, 7$.

Fig. 14 toont de eerste zeven termen uit vergelijking 23. Deze figuur is te vergelijken met oorspronkelijke gemeten waarden voor $z = 5$ (fig. 3), met 36 gekozen waarden voor T_j !

In fig. 16 zijn beide curven uitgezet.

Fig. 15 tenslotte toont curven voor $z = 5, 15, 30$ cm, weer te vergelijken met fig. 3.

Conclusie: de gemeten curve voor $z = 5$, Ruurlo 1980 periode 8 april-5 oktober is benaderd door een Fourierreeks.

In fig. 16 zijn gemeten en berekende waarden uitgezet ($z = 5$ cm, $z = 30$ cm).

Deze waarden stemmen zeer goed overeen voor $z = 5$ cm.

Met meerdere termen (b.v. $n = 10$) wordt een nog betere benadering verkregen.

De afgeleide curve voor $z = 30$ cm bij de berekening wijkt af van de gemeten waarden, vooral bij de pieken.

Fig. 15 laat curven zien voor 3 diepten. Damping en retardatie zijn weer goed te zien. Afwijkingen voor $z = 15$ en $z = 30$ cm zijn te verklaren doordat $a = \lambda/c_b$ niet constant is over de diepte en tijd.

Wanneer de functie niet periodiek is, bijvoorbeeld als $T_{\text{eind}} \neq T_{\text{begin}}$ dan kan een correctie (Lamont-correctie) toegepast worden.

Een tweede correctie kan toegepast worden als a de temperatuurvereffeningscoëfficiënt varieert met de tijd.

Voor beide correcties zie VAN WIJK (1963).

9. BENADERING GEMETEN WAARDEN MET METEOGEGEVENS

De temperatuurvariatie op diepte z kan met vergelijkingen 15 en 16 worden weergegeven:

$$T(z,t) = T_a + \frac{U_o \cdot e^{-z/D}}{\sqrt{\omega(\sqrt{\lambda} \cdot cb + Cl\sqrt{k})}} \cdot \cos(\omega t - \pi/4 - Z/D) \quad (26)$$

met: U_o = amplitude warmtegolf $U = (R_n - LE) = U' + U_o \cos \dots$

R_n = te berekenen uit $R_n = a R_s + b$ (vgl. 13)

gebruik maken van KNMI gegevens, kortgolvlige straling (R_s)

E = evaporatie, voor waarden gebruik maken van gegevens uit SWATRE (3 mogelijke benaderingen) Ruurlo 1980 (nog niet bekend)

T_a = schatting gemiddelde temperatuur bodemoppervlak Ruurlo 1980

10. DISCUSSIE, CONCLUSIES

Uit meetgegevens van het proefveld Ruurlo 1980, met name temperaturen in de bodem op diepten $z = 5, 15$ en 30 cm, vochtgehalten en vaste stofgehalten zijn voor deze grond (zandgrond, grasland) waarden te berekenen van de bodemfysische parameters λ en c_b en a ($a = \lambda/c_b$).

Bij de berekeningen is ervan uitgegaan dat a constant is over de diepte en tijd.

Benaderingen met behulp van een sinusoïde (ruw) en Fourierreeksontwikkelingen (exacter) leveren bevredigende resultaten voor de diepte 5 cm.

Simulaties voor de diepte 30 cm wijken enigszins af van de gemeten curven. Dit valt te verklaren door het niet constant zijn van de belangrijkste parameter a in de modellen. Door veranderingen in bijvoorbeeld het vochtgehalte in diepte en tijd kan a afwijken van de gebruikte waarde.

Wel ligt de waarde voor a van dit proefveld in een relatief ongewoelinge range.

Verwacht wordt dat ook de benadering met behulp van de derde

methode voldoet. Hierbij wordt uit meteogegevens het temperatuurverloop in de bodem berekend.

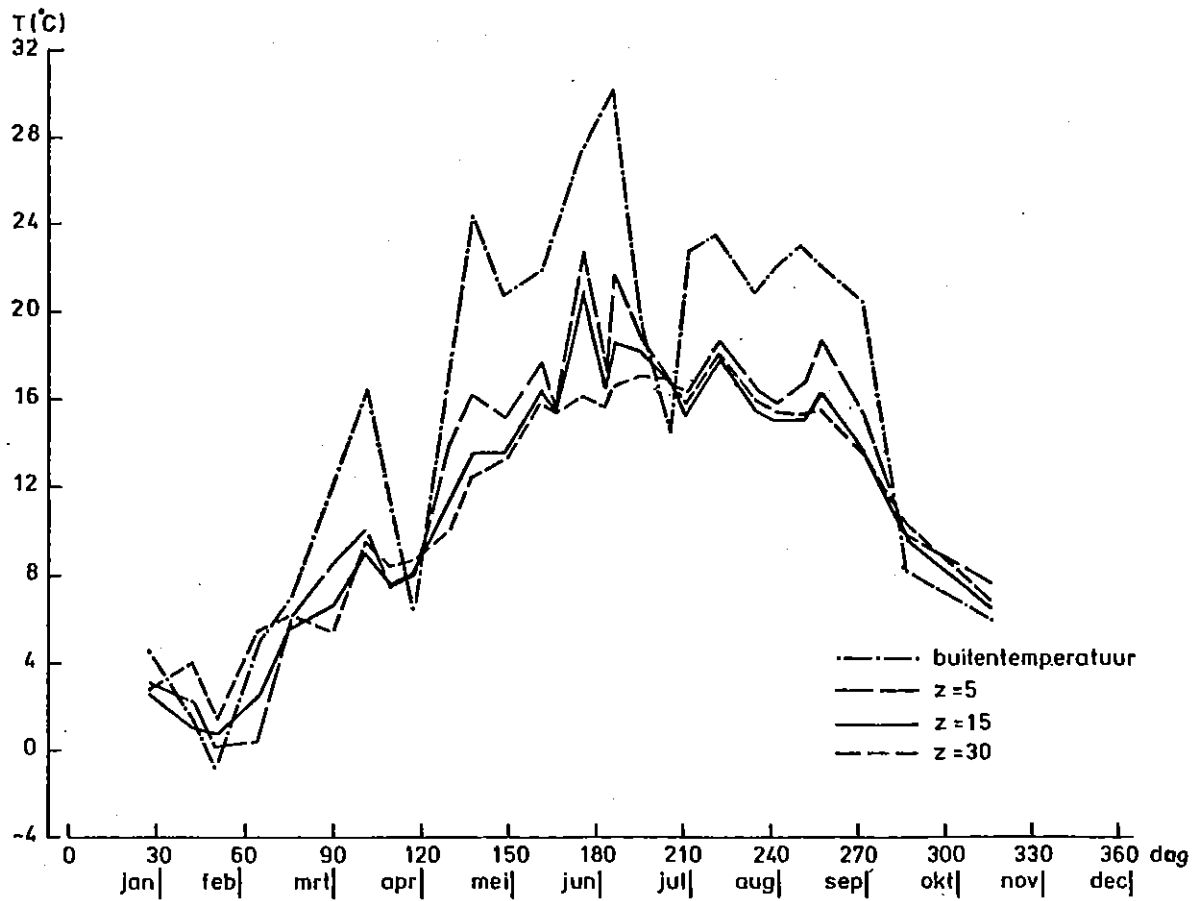
Uitbreiding van bovenstaande benaderingen door opsplitsing van de bodem in lagen, lineaire correcties voor niet-periodieke (Fourier-) functies en afhankelijkheid van a van tijd en diepte is mogelijk.

Tenslotte zij opgemerkt dat in het najaar en winter warmte meegevoerd kan worden door waterstroming (convectie). Dit fenomeen is niet in bovenstaande modellen opgenomen.

LITERATUUR

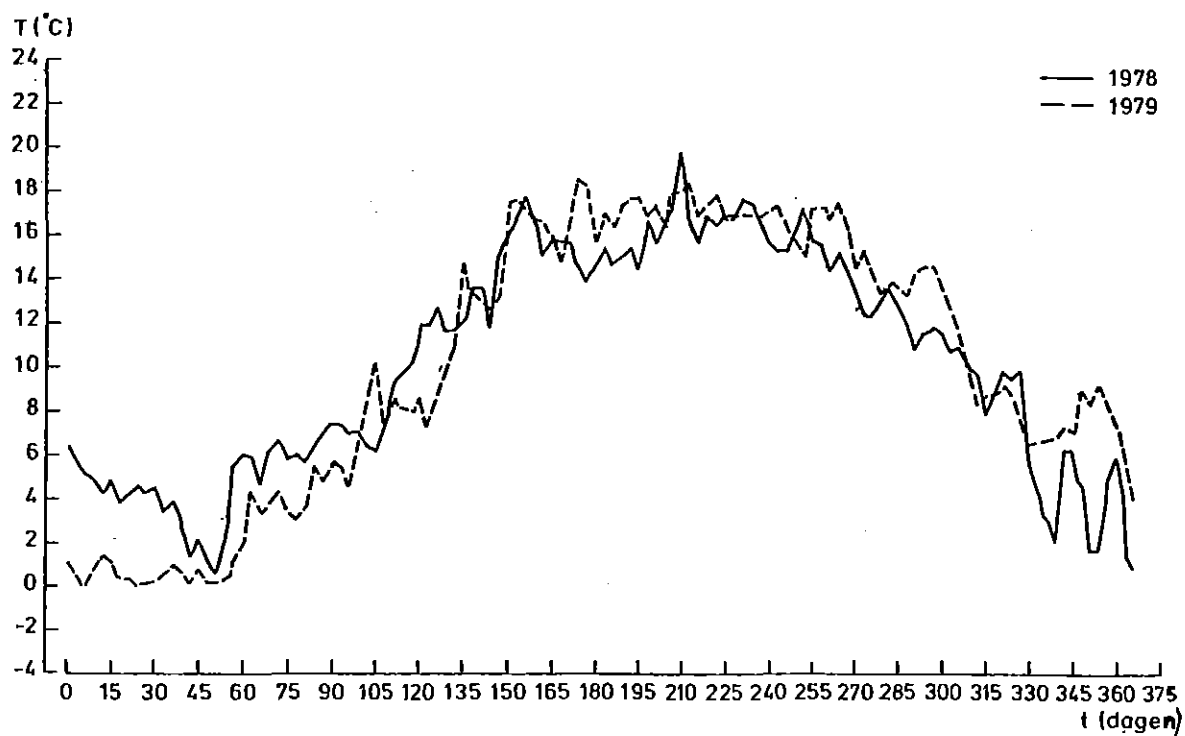
- CARSLAW, H.S. and JAEGER, J.C., 1959. Conduction of heat in solids. Oxford University Press, London 2nd ed.
- DUIN, W.R., VAN, 1956. Over de invloed van grondbewerking op het transport van warmte, lucht en water in de grond. Dissertatie Wageningen. Staatdrukkerij/Uitgeverijbedrijf.
- , 1963. The influence of soil management on the temperature near soil surface. Wageningen, ICW Technical Bulletin No. 29.
- FEDDES, R.A., 1971. Water, heat and crop growth. Dissertatie. Veenman en Zonen, Wageningen.
- , 1973. Some physical aspects of heat transfer in soil. Overdruk ICW uit Acta Horticulturae.
- FONCK, H., 1982. Stikstofconcentraties in bodemvocht en grondwater onder grasland op zandgrond in afhankelijkheid van rundvee-drijfmest- en kunstmeststikstofdosering. ICW (concept)-nota 1337.
- , 1982. Persoonlijke mededeling. ICW.
- MEERMAN, J.W., 1980. Interactive simulation language THTSIM, users manual. Vakgroep regeltechniek, afdeling Elektrotechniek. TH-TWENTE.
- OOSTERWEGEL, G.G., 1974. Fysische Transportverschijnselen. Collegediktaat THTWENTE.
- SMITH, J.M.M. en E. STAMMERS, 1973. Fysische Transportverschijnselen I. Delftsche Uitgevers Maatschappij B.V.
- WILK, W.R., VAN, 1963. Physics of Plant Environment. Wageningen North Holland Publishing Company Amsterdam.

TEMPERATUURVARIATIES RUURLO 1981, PERIODE JANUARI-NOVEMBER



Bijlage 2

TEMPERATUURVARIATIES LISSE 1978-1979 (ZANDGROND, 10 CM ONDER
GRASLAND)



NUMERIEKE OUTPUT FOURIERREEKS BENADERING (VERG. 24), VOOR DIEPTE
 5, 15 EN 30 CM

z = 5 cm		z = 15 cm		z = 30 cm	
t(dag)	T(z,t)	t(dag)	T(z,t)	t(dag)	T(z,t)
0.00000	11.075	0.00000	11.861	0.00000	12.851
5.00000	8.5736	5.00000	9.4658	5.00000	10.659
10.0000	7.2034	10.0000	7.9929	10.0000	9.1103
15.000	7.0664	15.000	7.6315	15.000	8.4868
20.000	7.8553	20.000	8.1663	20.000	8.6923
25.000	9.0861	25.000	9.1919	25.000	9.4283
30.000	10.154	30.000	10.173	30.000	10.258
35.000	10.624	35.000	10.675	35.000	10.768
40.000	10.771	40.000	10.839	40.000	10.959
45.000	11.611	45.000	11.505	45.000	11.434
50.000	13.913	50.000	13.435	50.000	12.900
55.000	17.039	55.000	16.247	55.000	15.255
60.000	19.107	60.000	18.360	60.000	17.328
65.000	18.707	65.000	18.384	65.000	17.826
70.000	16.471	70.000	16.606	70.000	16.659
75.000	14.600	75.000	14.848	75.000	15.141
80.000	14.666	80.000	14.663	80.000	14.705
85.000	16.061	85.000	15.790	85.000	15.473
90.000	16.874	90.000	16.629	90.000	16.280
95.000	16.192	95.000	16.194	95.000	16.132
100.000	15.152	100.000	15.265	100.000	15.390
105.00	15.537	105.00	15.421	105.00	15.317
110.00	17.604	110.00	17.118	110.00	16.540
115.00	19.712	115.00	19.089	115.00	18.263
120.00	20.123	120.00	19.726	120.00	19.116
125.00	18.833	125.00	18.785	125.00	18.615
130.00	17.366	130.00	17.471	130.00	17.555
135.00	16.958	135.00	16.970	135.00	16.987
140.00	17.366	140.00	17.251	140.00	17.106
145.00	17.533	145.00	17.439	145.00	17.292
150.00	17.046	150.00	17.065	150.00	17.055
155.00	16.507	155.00	16.563	155.00	16.622
160.00	16.513	160.00	16.496	160.00	16.480
165.00	16.683	165.00	16.644	165.00	16.582
170.00	15.990	170.00	16.131	170.00	16.265
175.000	13.919	175.00	14.402	175.00	14.965
180.00	11.065	180.00	11.851	180.00	12.843