Een niet-stationaire naaldmethode
(warmtegeleiding, warmtecapaciteit, contactweerstand)

CENTRALE LANDBOUWCATALOGUS
0000 0086 5580

Promotor : **dr. ir. J. Schenk**
hoogleraar in de technische natuurkunde

Co-promotor: dr. P. J. Bruijn
hoogleraar in de natuurkunde

nn 8201 875 d

I. A. van Haneghem

Een niet-stationaire naaldmethode (warmtegeleiding, warmtecapaciteit, contactweerstand)

Proefschrift

Ter verkrijging van de graad van
doctor in de landbouwwetenschappen,
op gezag van de rector magnificus,
dr. C. C. Oosterlee,
hoogleraar in de veeteeltwetenschap,
in het openbaar te verdedigen
op vrijdag 11 december 1981
des namiddags te vier uur in de aula
van de Landbouwhogeschool te Wageningen

ISN = 152 84 5-03

BIBLIOTHEEK L.H.
0 6 JAN. 1982
ONTV. TIJDSCHR. ADM.

NN08201, 875

Stellingen

I

Bij nauwkeurige metingen volgens de niet-stationaire naaldmethode zal men steeds bedacht moeten zijn op het optreden van een overgangsweerstand tussen de temperatuurvoeler en het medium.

De hoofdstukken 3 en 7 van dit proefschrift.

II

Bij de niet-stationaire naaldmethode is het voor de bepaling van de contactweerstand tussen meetelement en medium van wezenlijk belang de tijdcorrectie t_0 nauwkeurig vast te stellen.

Dit proefschrift.

III

De contactweerstand bij metingen aan droge korrelstructuren is evenredig met de gemiddelde korrelgrootte, mits deze niet groter is dan de diameter van de meetnaald.

Hoofdstuk 8 van dit proefschrift.

IV

Het bezwaar dat Wechsler in verband met mogelijke axiale warmteverliezen aanvoert tegen de keuze van het zeer goed warmtegeleidende koper als omhulsel van het naaldvormige meetelement, kan geheel worden ondervangen door een geschikte lengte-diameterverhouding voor het element te kiezen.

A.E. Wechsler, 1965. "Development of Thermal Conductivity Probes for Soils and Insulations"; A.D. Little Inc., Cambridge, Mass. U.S.A.

BIBLIOTHEEK
DER
LANDBOUWHOGESCHOOL
WAGENINGEN

I.A. van Haneghem

Een niet-stationaire naaldmethode
(warmtegeleiding, warmtecapaciteit, contactweerstand).
Wageningen, 11 december 1981.

V

De bewering van Katayama et al. dat de niet-stationaire naaldmethode ongeschikt is voor het nauwkeurig bepalen van de thermische parameters van korrelstructuren wijst op onvoldoende bekendheid met deze methode.

K. Katayama, M. Hattori, K. Kasahara, I. Kimura and M. Okada, 1973. ASHRAE Journal: 56-61.

VI

Zowel het brede maximum in de gedifferentieerde temperatuur-tijdkromme als het feit dat dit maximum optreedt voor relatief kleine waarden van de tijd moet als een bezwaar worden aangemerkt voor metingen die volgens de "Differential Line Source"-techniek worden uitgevoerd. Derhalve zijn de door Scott et al. vermelde λ-waarden van glasparels in vacuüm onbetrouwbaar.

R.W. Scott, J.A. Fountain and E.A. West, 1973. Rev. Sci. Instruments, 44: 1058-1063.

VII

In de theorie die Horai et al. hebben ontwikkeld om de warmtegeleidingscoëfficiënt van ongestoorde maanbodemmonsters te kunnen bepalen via een van buitenaf toegevoerd vermogen, wordt ten onrechte de contactweerstand tussen het monster en de monsterhouder verwaarloosd.

K. Horai, J.L. Winkler Jr, S.J. Keihm, M.G. Langseth, J.A. Fountain and E.A. West, 1980. Phil. Trans. R. Soc. Lond., A. 293: 571-598.

VIII

De door Hamburger en Mercier ontwikkelde en toegepaste "pulsresponsie"-methode is voor een nauwkeurige simultane bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt, de volumetrische warmtecapaciteit en het vochtgehalte van grond minder geschikt.

J. Hamburger & J.L. Mercier; 6th International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, august 7-11, 1978.

IX

De transportvergelijking voor de vochtverplaatsing in onverzadigde grond wordt in de cultuurtechniek wel de Fokker-Planckvergelijking genoemd. Deze benoeming berust meer op wiskundige overeenkomst met de door Fokker ingevoerde vergelijking dan op identiteit met het door hem beschreven verschijnsel.

P.J.M. de Laat, 1980. Model for unsaturated flow above a shallow water table

dissertatie Landbouwhogeschool Wageningen.

N.G. van Kampen, 1960. Nederl. Tijdschr. v. Natuurk., 26: 225-238.

X

Het criterium van Raupach betreffende de storende invloed van CO_2 bij het gebruik van de infrarood-hygrometer is bruikbaar bij absolute vochtmetingen maar niet bij metingen van de vochtflux.

M.R. Raupach, 1978. Q. J. R. Met. Soc., 104: 309-322.

XI

Bij het simuleren van de regeling van thermische systemen (bijvoorbeeld in kassen) wordt gewoonlijk geen rekening gehouden met de transporttijden van de warmte. Hierdoor ontstaat een te rooskleurig beeld van de werking van de regelaar.

G. Cocquyt, 1981. Journal A, 22: 151-156.

XII

Voor het meten van de gemiddelde windrichting wordt dikwijls gebruik gemaakt van een windvaan met een 8-bit codeschijf. Voor normale meteorologische toepassingen is met een 4-bit codeschijf een voldoend scheidend vermogen te bereiken.

XIII

De weersverwachting tot vijf dagen vooruit, die via radio en televisie wordt verspreid, zou aan waarde winnen indien de meteoroloog in deze verwachting expliciete kansuitspraken zou geven.

XIV

De afnemende belangstelling voor de basisvakken bij de studie in de landbouwwetenschappen aan de Landbouwhogeschool getuigt van een onderwaardering van de cultuurwaarde van deze vakken.

Aan Jopie,
Evoline en Robbert

Voorwoord

Het in dit proefschrift beschreven onderzoek is tot stand gekomen dank zij de hulp en de inzet van menigeen. Vanaf deze plaats wil ik hiervoor mijn oprechte dank uitspreken. Verschillende mensen die nader bij het onderzoek betrokken zijn geweest wil ik met name noemen.

Hooggeleerde Schenk, hooggeachte promotor, beste Jaap, de vele gesprekken die wij vanaf de start van het onderzoek hebben gevoerd, alsmede jouw kritische instelling ten aanzien van het eenmaal geschrevene hebben in sterke mate bijgedragen tot de uiteindelijke vorm van het hier gepresenteerde werkstuk.

Hooggeleerde Bruijn, hooggeachte co-promotor, beste Piet, mede dank zij jouw kennis van en inzicht in de theoretische natuurkunde konden experiment en theorie tot een hecht geheel worden samengesmeed.

Met veel genoegen denk ik terug aan menige wetenschappelijke discussie die wij met zijn drieën (voorzien van de nodige koppen koffie) hebben gevoerd.

Wat de technische assistentie betreft, ben ik zeer veel dank verschuldigd aan Hennie Boshoven. Hennie, de bereikte experimentele resultaten zijn vooral te danken aan jouw grote nauwgezetheid, je totale inzet en je bereidheid om op de soms meest vreemde tijden de noodzakelijke metingen te verrichten en de bijbehorende computerberekeningen uit te voeren.

Onder de vakkundige supervisie van Anton Jansen heeft Willy Hillen op minutieuze wijze de meetelementen vervaardigd. Wat de electronische kant betreft, wil ik vooral noemen de bijdragen van ir. Johan Birnie, ing. Kees van Asselt en Peter Jansen, waardoor wij er tenslotte in zijn geslaagd met optimale gevoeligheid en nauwkeurigheid de metingen uit te voeren. Bij het verwerken van de meetgegevens op de PDP-11 computer hebben wij veel hulp ondervonden van ing. Wim Driessen en Henk Cazemier. Ing. Anton Spieker ben ik vooral dank verschuldigd voor het verrichten van enkele soortelijke warmtebepalingen.

Ook verschillende doctoraalstudenten hebben in het kader van hun drie- of zesmaandsvak natuurkunde een bijdrage geleverd, waarvoor mijn dank. Gaarne wil ik hier noemen Toos Trienekens, Heitze Meurs, Henk Rozema en Jan Scheutjens.

Het typewerk is op voortreffelijke wijze verzorgd door Coby van de Pol - van Lienden, die naast haar normale werkzaamheden als secretaresse tijd heeft kunnen en willen vrijmaken om dit boekje vorm te geven. Paul van Espelo heeft op vakkun-

dige wijze de tekeningen en de figuren verzorgd, en niet te vergeten het omslag ontworpen. Verder gaat mijn dank uit naar Jo van den Brink en Alfred van Baaren voor het maken van de voortreffelijke foto's. Harrie van den Brink ben ik erkentelijk voor het kritisch doorlezen van de eerste getypte versie, waardoor verschillende taalkundige onjuistheden nog op tijd konden worden rechtgezet. De heer J.C. Rigg, medewerker bij Pudoc, wil ik hartelijk dank zeggen voor het corrigeren van het engels in de summary. De firma Ponsen & Looijen dank ik voor de plezierige samenwerking en voor de goede verzorging van het drukwerk.

Tenslotte past zeker ook een woord van dank aan mijn vrouw Jopie en mijn beide kinderen Evoline en Robbert, van wie vooral gedurende het laatste jaar veel begrip en geduld werd gevraagd. Gaarne draag ik dit proefschrift aan jullie op.

Bennekom, 25 oktober 1981. I.A. van Haneghem

Inhoudsopgave

1 INLEIDING EN PROBLEEMSTELLING 1
1.1 Inleiding 1
1.2 De thermische parameters λ, ρc en a 3
1.3 Het ideale-lijnbronmodel en de niet-stationaire draad- en naald-methode 5
1.4 De meting van de thermische parameters van een korrelstructuur bij temperaturen boven 0 ^{o}C 7
1.5 De meting van de thermische parameters van een korrelstructuur bij temperaturen beneden 0 ^{o}C 9
1.6 De doelstelling van het onderzoek en de keuze van de gebruikte media 11

2 DE NIET-STATIONAIRE DRAAD- EN NAALDMETHODE 13
2.1 Inleiding 13
2.2 Literatuuroverzicht 13
2.3 De ideale-lijnbronoplossing 16
2.4 De cylindermodellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck . . 20
2.4.1 De cylindermodellen van Blackwell 22
2.4.2 De cylindermodellen van Jaeger 24
2.4.3 Het cylindermodel van De Vries & Peck 25

3 HET GEMODIFICEERDE JAEGERMODEL 27
3.1 Inleiding 27
3.2 Het meetelement en de meetopstelling 27
3.3 Het meetelement in relatie tot de cylindermodellen 31
3.4 Het gemodificeerde Jaegermodel 33

4 ANALYSE VAN DE EXPERIMENTELE TEMPERATUUR-TIJDKROMME 36
4.1 Inleiding 36
4.2 De temperatuur-tijdkromme $\theta(t)$ 36
4.3 De asymptotische benadering 40
4.4 Verschillende methoden ter bepaling van de tijdcorrectie t_0 . . . 41

4.4.1 Een t_0-bepaling uit de $(\Delta t/\Delta\theta)$-t-rechte 41
4.4.2 Een t_0-bepaling uit de minimale middelbare fout in de $\theta^*_{exp}(t)$-$\ln(t + t_0)$-rechte 42
4.4.3 Een t_0-bepaling volgens de methode $\gamma_1 = \gamma_2$ 43
4.5 Een λ- en Γ_ℓ-bepaling voor het geval waarin ρc bekend is 44
4.6 De simultane λ, ρc en Γ_ℓ-bepaling 44

5 HET VIERGEBIEDENMODEL 47
5.1 Inleiding 47
5.2 Het viergebiedenmodel 47
5.3 De methode met laplacegetransformeerden 48
5.4 De oplossing van de laplacegetransformeerde vergelijking 50
5.5 De aansluitvergelijkingen en de contactweerstand 53

6 DE MEETOPSTELLING EN DE RANDAPPARATUUR 58
6.1 Inleiding 58
6.2 Het meetgebied 61
6.2.1 Het meet- en het referentie-element 61
6.2.2 De meet- en de referentiecylinder 65
6.2.3 Het thermostatische systeem 67
6.3 Het verwarmingscircuit 69
6.4 Het meet- en registratiecircuit 69
6.5 De randapparatuur 71
6.6 Enkele test- en ijkmetingen betreffende de meetopstelling en de randapparatuur 74
6.6.1 Het ijken van de thermo-elementen 74
6.6.2 Het testen van het meet- en registratiecircuit 75
6.6.3 Het vochtgehalte en de vochtverdeling 77

7 IJKMETINGEN AAN AGARGELEN 79
7.1 Inleiding 79
7.2 Het ijkmedium en de ijkmetingen 79
7.3 De agargelmetingen voor het geval "ρc bekend" 80
7.3.1 De warmtegeleidingscoëfficiënt λ 84
7.3.2 De inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R 86
7.4 De agargelmetingen en het viergebiedenmodel; nieuwe, onafhankelijke bepaling van de effectieve afstand R 90

7.5 De invloed van ρc op de bepaling van λ en Γ 96
7.6 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling van een agargel 99

8 METINGEN AAN GLASPARELS EN AAN ZILVERZAND 104
8.1 Inleiding 104
8.2 De korrelstructuren 105
8.3 Metingen aan droge glasparelstapelingen en aan droog zilverzand . 106
8.3.1 Metingen met de elementen 1, 2 en 3 aan stapelingen met uniforme structuurparameters 106
8.3.2 Enkele metingen aan droge glasparelstapelingen van verschillende dichtheid 113
8.3.3 Enkele metingen aan droge glasparelstapelingen van verschillende zeeffractie 117
8.3.4 Enkele metingen aan droog zilverzand 123
8.4 Metingen aan vochtige glasparels en aan vochtig zilverzand . . . 125
8.4.1 Metingen aan vochtige B7-glasparels en aan vochtig zilverzand bij 20 °C 126
8.4.2 Metingen bij 20 en 10 °C aan een stapeling van vochtige B4- en aan een stapeling van vochtige B7-glasparels 127
8.5 Metingen aan met water verzadigde glasparelstapelingen 129
8.5.1 Metingen aan stapelingen van B4- en B7-glasparels bij verschillende temperaturen 130
8.5.2 De simultane λ,ρc-bepaling via de methode "Γ = 0" 133
8.6 De contrôleberekeningen met het viergebiedenmodel 135
8.7 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling 145
8.7.1 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling bij droge stapelingen . . 146
8.7.2 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling bij vochtige stapelingen . 150
8.7.3 Testberekeningen met het viergebiedenmodel. Samenvatting . . 151

9 SLOTBESCHOUWING 152

SAMENVATTING 155

SUMMARY 160

AANHANGSEL 165

Aanhangsel 1 Hulptabel voor het oplossen van vergelijking (5.41) uit het viergebiedenmodel 165

Aanhangsel 2 Laplacetransformatie van $\theta_{exp}(t)$ 167

Aanhangsel 3 De integraal $I(\beta) = \int_1^\infty \frac{e^{-\beta x} \ln x}{x} dx \quad (\beta > 0)$ 170

SYMBOLENLIJST 174

LITERATUUROPGAVE 182

CURRICULUM VITAE 187

1 Inleiding en probleemstelling

1.1 Inleiding

De warmte-eigenschappen van korrelstructuren spelen een belangrijke rol zowel bij fundamenteel onderzoek als bij uiteenlopende toepassingen in de techniek en in de landbouw. Onder een *korrelstructuur* wordt hier dan verstaan een stapeling van min of meer gelijksoortige deeltjes (de korrels) die slechts over een gedeelte van hun oppervlak met elkaar in contact zijn, zodat zich tussen de deeltjes poriën bevinden die al dan niet met een ander medium (lucht, water, ijs, enz.) gevuld kunnen zijn.

Als willekeurige voorbeelden uit vele kunnen worden genoemd de warmte-isolerende eigenschappen van bouwmaterialen, de warmte-eigenschappen van opgeslagen voedsel (aardappelen, fruit, graan e.d.) in verband met de inrichting van koelhuizen en de warmte-eigenschappen van de grond in verband met warmteverlies uit leidingen (stadsverwarming), warmte-afvoer uit elektriciteitskabels en warmteopslag in de bodem.

In de geologie kan een grondige kennis van de thermische parameters van de verschillende aardlagen van nut zijn bij de studie van de wordingsgeschiedenis van de aarde, het onderzoek naar het mogelijke optreden van aardbevingen, het zoeken naar oliehoudend gesteente en bij de winning van geothermische energie.

Richten wij ons op de meteorologie en de landbouw, dan kan vooral worden genoemd de essentiële betekenis van de warmte-eigenschappen van de grond voor het gedrag van de energiebalans aan het aardoppervlak. Afhankelijk van de waarde van de *warmtegeleidingscoëfficiënt* λ en de *volumetrische warmtecapaciteit* ρc wordt meer of minder warmte nabij het oppervlak plaatselijk vastgehouden dan wel in verticale richting getransporteerd. Het gevolg is dat zowel de temperatuur in de grond als juist boven de grond wordt beïnvloed (Mellaart, 1975). De warmte-eigenschappen van de grond bepalen dus mede het microklimaat nabij het aardoppervlak. Met "grond" wordt hier dan bedoeld de bovenste laag van de bodem, waarvan de warmte-eigenschappen binnen zekere grenzen kunnen worden gewijzigd (bijvoorbeeld door grondverbetering en grondbewerking). Deze bovenste laag van de grond vormt samen met de onderste laag van de atmosfeer het gebied waarin zich het gewas bevindt.

Het onderzoek naar het gedrag van de thermische parameters van de grond, bi voorbeeld als functie van de samenstelling, de structuur, het vochtgehalte en de temperatuur, vormt een belangrijk onderdeel van wat in dit verband wel "omgevingsnatuurkunde van de plant" wordt genoemd (zie bijvoorbeeld Van Wijk, 1963; Wartena, 1978). Een dergelijk onderzoek kan aldus bijdragen tot een beter inzich in de relatie tussen de ontwikkeling en de groei van de plant enerzijds en zijn leefomstandigheden anderzijds. Het tijdstip waarop zaad ontkiemt bijvoorbeeld, wordt mede bepaald door zijn temperatuurgeschiedenis; hier spelen de thermische eigenschappen van de grond vanzelfsprekend een belangrijke rol (Feddes, 1971).

Specifieke problemen doen zich voor als de temperatuur van de grond beneden 0 ^{o}C daalt waarbij, als gevolg van gedeeltelijke of gehele bevriezing van het in de grond aanwezige water, de warmte-eigenschappen relatief grote veranderingen kunnen ondergaan ten opzichte van de eigenschappen bij temperaturen boven 0 ^{o}C. Kennis van het gedrag van de thermische parameters van de bevroren grond is nood zakelijk voor het verkrijgen van een beter inzicht in bijvoorbeeld het voortschrijden van een vorstfront naar diepere lagen, de vorming en de groei van ijslenzen (die verantwoordelijk zijn voor vorstheffingen welke in de winter veel schade kunnen toebrengen aan de wegen) en opdooiverschijnselen. Vooral de laatst jaren is een toenemende belangstelling waarneembaar voor uiteenlopend onderzoek aan bevroren gronden, waarbij met name het warmtetransport een belangrijke plaat inneemt. Het grote belang van de ontginning van de uitgestrekte arctische gebieden met hun rijkdom aan fossiele brandstoffen en aan mineralen heeft dit onderzoek ongetwijfeld gestimuleerd. Men denke bijvoorbeeld aan de grote problemen die zich kunnen voordoen bij het transport van olie in deze gebieden via ondergrondse pijpleidingen of aan de oliewinning zelf. In dit verband is het niet verwonderlijk dat het in 1978 voor de eerste keer gehouden symposium over "Groun Freezing" (Bochum, West-Duitsland, 1978) reeds in 1980 werd gevolgd door een tweede symposium (Trondheim, Noorwegen, 1980) over dit zelfde onderwerp.

Wat de landbouw betreft kan in dit verband vooral worden genoemd de betekenis van de thermische parameters van de grond, in de eerste plaats voor het bevriezen van de grond zelf en in de tweede plaats - via energie-uitwisseling met de atmosfeer - voor het optreden van nachtvorst (zie bijvoorbeeld Schneider, 1967).

Een fundamentele studie van het gedrag van de thermische parameters van een korrelstructuur is pas werkelijk zinvol indien deze parameters experimenteel voldoende nauwkeurig kunnen worden bepaald. Om verschillende redenen (zie de paragrafen 1.4 en 1.5) komen in het algemeen slechts niet-stationaire meetmethoden

in aanmerking. Een uitgebreide literatuurstudie en het vergelijken van experimentele resultaten uit verschillende onderzoekingen hebben tot het inzicht geleid dat door oorzaken van verschillende aard de nauwkeurigheid niet optimaal is (Wechsler, 1965; Tye, 1969). Zo is bijvoorbeeld de onnauwkeurigheid in de bepaling van λ in het algemeen zeker niet minder dan 5%, terwijl betrouwbare bepalingen van de volumetrische warmtecapaciteit ρc uit een gemeten temperatuurverloop in het geheel niet voorhanden zijn.

Met het bovenstaande voor ogen is het in dit proefschrift beschreven onderzoek gericht geweest op de ontwikkeling van een nauwkeurige niet-stationaire meetmethode voor de al dan niet simultane bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ en de volumetrische warmtecapaciteit ρc.

1.2 De thermische parameters λ, ρc en a

De theorie van de warmtegeleiding steunt op twee empirische wetten. De eerste daarvan is de energiebalans voor een dissipatievrij medium:

$$\operatorname{div} \vec{H} = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho c T) \tag{1.1}$$

Hierin is:

$\vec{H}$ = energiestroomdichtheid ($Jm^{-2}s^{-1}$)
ρ = soortelijke massa van het medium (kgm^{-3})
c = soortelijke warmte van het medium ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
T = temperatuur (K of ^{o}C)
t = tijd (s)

Als ρ en c onafhankelijk van de tijd zijn, kan men vergelijking (1.1) schrijven als:

$$\operatorname{div} \vec{H} = -\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \tag{1.2}$$

Het product ρc wordt vaak de *volumetrische warmtecapaciteit* C genoemd:

$$C = \rho c \tag{1.3}$$

C wordt uitgedrukt in $Jm^{-3}K^{-1}$.

In het geval van een samengesteld medium met μ componenten met volumefracties x_ν en volumetrische warmtecapaciteiten C_ν, geldt voor de volumetrische warmtecapaciteit C van het samengestelde medium:

$$C = \sum_{\nu=1}^{\mu} x_\nu C_\nu \tag{1.4}$$

Zo geldt voor een vochtige korrelstructuur:

$$C = x_v C_v + x_w C_w + x_l C_l \tag{1.5}$$

waarin de indices v, w en l respectievelijk betrekking hebben op de vaste bestanddelen, het water en de lucht, die te zamen het medium vormen. De bijdrage van de lucht aan de totale volumetrische warmtecapaciteit kan overigens als regel worden verwaarloosd.

De tweede empirische wet is de transportwet van Fourier:

$$\vec{H} = -\lambda \text{ grad } T \tag{1.6}$$

In het geval van isotrope media is λ een scalaire grootheid die de *warmtegeleidingscoëfficiënt* wordt genoemd; λ wordt uitgedrukt in $Wm^{-1}K^{-1}$. Indien het medium bovendien homogeen is, is de warmtegeleidingscoëfficiënt λ een factor die uitsluitend afhangt van het gekozen materiaal en de toestand waarin dit materiaal verkeert. In het geval van een samengesteld medium is de warmtegeleidingscoëfficiënt een grootheid geworden die niet meer uitsluitend afhangt van de λ-waarden van de afzonderlijke componenten maar tevens van enkele min of meer geometrische parameters. Bij een korrelstructuur bijvoorbeeld hangt de waarde van λ onder andere af van de mate van contact tussen de korrels. Deze mate van contact wordt op zijn beurt weer bepaald door vorm, afmetingen en stapelingsdichtheid van de korrels.

Indien λ en ρc constant zijn, volgt uit de vergelijkingen (1.1) en (1.6) de differentiaalvergelijking van Fourier:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\Delta T \tag{1.7}$$

waarin a gedefinieerd is als:

$$a = \lambda/\rho c \qquad (1.8)$$

De grootheid a wordt de *temperatuurvereffeningscoëfficiënt* van het medium genoemd en uitgedrukt in m^2s^{-1}. Zoals de naam reeds suggereert is a een maat voor de snelheid waarmee een bestaand temperatuurverschil wordt vereffend.

1.3 Het ideale-lijnbronmodel en de niet-stationaire draad- en naaldmethode

In de volgende paragrafen wordt herhaaldelijk gesproken over het *"ideale-lijnbronmodel"* en over de *"niet-stationaire draad-* respectievelijk *naaldmethode"*. In deze paragraaf volgt een globale beschrijving van dit model en van de beide methoden. Theoretische beschouwingen komen in hoofdstuk 2 uitvoerig aan de orde.

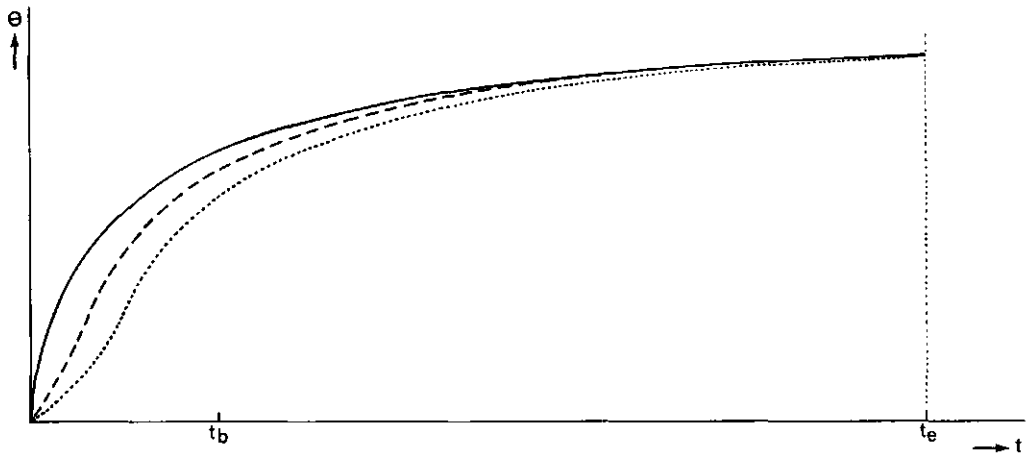
In het *"ideale-lijnbronmodel"* beschouwt men een oneindig lange, rechte, oneindig dunne warmtebron in een oneindig uitgestrekt homogeen en isotroop medium (in het medium zijn verder geen bronnen en/of putten aanwezig). De temperatuurstijging in het medium wordt in dit model uitsluitend bepaald door de thermische parameters λ en ρc van het medium en de grootte van de constante warmteproductie Q.

Bij de *draadmethode* bestaat de warmtebron uit een lange, dunne stroomvoerende draad die strak gespannen in het medium wordt aangebracht. De temperatuurstijging in het medium wordt nu beïnvloed door de thermische parameters λ_d en $(\rho c)_d$ van de draad en tevens door de mate van contact tussen de draad en het medium. Deze laatste invloed kan in rekening worden gebracht door het begrip *contactweerstand* (Γ) in te voeren.

In het geval van de *naaldmethode* bevindt de stookdraad zich - meestal samen met de temperatuuropnemer - binnen een beschermend omhulsel, zodat nu het aldus samengestelde element ("de naald") als warmtebron fungeert. De thermische parameters van het element en de contactweerstand tussen het element en het medium beïnvloeden het temperatuurverloop in het medium. Behalve de contactweerstand speelt hier ook nog de inwendige warmteweerstand van het buitenste gedeelte van het naaldelement een rol. Wij komen hierop later nog uitvoerig terug.

Bij een *niet-stationaire meetmethode*, ook wel aanloopmethode genoemd, meet men het temperatuurverloop kort na het begin van de warmteproductie die het gevolg is van het inschakelen van een elektrische stroom op het tijdstip $t = 0$. Met "kort" wordt hier in de eerste plaats bedoeld kort ten opzichte van de bij stationaire methoden gebruikte meetduur die enkele uren kan omvatten. Binnen het

werkterrein van de niet-stationaire methoden kan de meetduur nog sterk variëren Onder meetduur wordt dan verstaan de tijd vanaf t = 0 gedurende welke de temperatuurstijging $\theta(t)$ wordt gemeten. Deze tijdsduur zal meestal overeenkomen met de tijd gedurende welke de warmteproductie Q plaatsvindt. Bij de niet-stationaire naaldmethode bijvoorbeeld kan, afhankelijk van de constructie van het naaldelement en van het daarvoor ontwikkelde theoretische model, een ondergrens voor het begintijdstip t_b worden vastgesteld waarna uit het gemeten temperatuurverloop de thermische parameters λ en ρc van het medium kunnen worden bepaald. Even zo is er een bovengrens aan het eindtijdstip t_e, bepaald door de aard van de meetopstelling, waarna de temperatuurstijging niet meer voldoende nauwkeurig is te meten. Vaak werkt men met een meetduur variërend tussen 10 en 20 minuten (Wechsler, 1965; Tye, 1969). In de paragrafen 1.4 en 1.5 zullen wij tot de conclusie komen dat een dergelijke meetduur in het algemeen veel te groot is voor het verkrijgen van nauwkeurige waarden van de thermische parameters van het te onderzoeken medium. Eén van de doelstellingen van dit onderzoek is juist de niet-stationaire naaldmethode zodanig te ontwikkelen dat de meetduur teruggebracht kan worden tot hooguit 5 minuten.



Figuur 1.1 De temperatuurstijging θ als functie van de tijd t.

——————— De ideale-lijnbronoplossing (de oneindig dunne stookdraad).

– – – – – – – – – De draadmethode (stookdraad met eindige dikte).

..... De naaldmethode (stookdraad met eindige dikte en omhulsel).

In figuur 1.1 is schematisch de temperatuurstijging θ in het medium weergegeven als functie van de tijd t voor de in deze paragraaf besproken gevallen. Bij kleine tijden is de invloed van de eigen warmtecapaciteit van de draad, respectievelijk het naaldelement merkbaar.

1.4 De meting van de thermische parameters van een korrelstructuur bij temperaturen boven 0 °C

De thermische grootheden van diverse korrelstructuren bij temperaturen boven 0 °C zijn veelvuldig gemeten. Daarbij leveren de bepaling en de interpretatie van de volumetrische warmtecapaciteit ρc weinig problemen op in die gevallen waarbij het niet noodzakelijk is een meting te verrichten aan het ongestoorde medium. Dan namelijk kan een monster worden genomen en een waarde voor ρc worden verkregen met behulp van een calorimeter. Als het nemen van een monster niet mogelijk is in verband met de daardoor veroorzaakte verstoring van de structuur, is men genoodzaakt een meting van ρc ter plaatse uit te voeren. Een bepaling van ρc is dan principieel slechts mogelijk met behulp van een niet-stationaire meetmethode.

In § 1.2 is reeds opgemerkt dat de warmtegeleidingscoëfficiënt λ afhangt van de structuur en de geometrische condities van het medium. Met name de stapelingsdichtheid en de daarmee samenhangende specifieke verdeling van het aanwezige vocht hebben een relatief grote invloed op de waarde van λ. Experimenteel kan dan een waarde voor λ slechts worden verkregen uit een meting ter plaatse.

Bij vochtige korrelstructuren dient men er voor te zorgen dat tijdens een meting het onvermijdelijke vochttransport ten gevolge van de opgewekte warmtestroom zo klein mogelijk is. Immers, vochttransport betekent in het algemeen een ernstige complicering voor de meetmethode omdat λ en ρc erdoor veranderen, zodat oplossingen van de differentiaalvergelijking, die afgeleid zijn voor constante waarden van de parameters, niet meer kunnen worden gebruikt. In vele gevallen komt daar bovendien nog bij het effect van extra warmtetransport door verdamping, condensatie en meevoering met het water. De eis van minimaal vochttransport tijdens een meting heeft twee consequenties. Ten eerste moet de warmtestroom zo klein mogelijk zijn opdat de optredende temperatuurgradiënten, die het vochttransport in sterke mate mede bepalen, zo gering mogelijk zijn. Ten tweede moet de duur van een meting zo kort mogelijk worden gehouden daar de totale vochtverplaatsing toeneemt met de tijd. In de praktijk betekent de eis van minimaal

vochttransport dan ook een argument te meer gebruik te maken van een niet-stationaire meetmethode. De noodzaak het vermogen zo klein mogelijk te houden impliceert dat de warmtebron en de temperatuurvoeler dicht bij elkaar geplaatst dienen te worden. Wegens de kwetsbaarheid wordt een draadmethode zelden gebruikt voor metingen aan een korrelstructuur. Toepassing van de in paragraaf 1.3 genoemde naaldconstructie ligt derhalve voor de hand. Daarbij worden de stookdraad en de temperatuurvoeler in een lange, dunne, holle naald samengebracht en de overgebleven ruimte in de naald opgevuld met een fixerende en tevens elektrisch-isolerende pasta.

Talrijk zijn de onderzoekingen aan grond en andere korrelstructuren, waarbij met behulp van de niet-stationaire naaldmethode de warmtegeleidingscoëfficiënt λ wordt bepaald. Een gedetailleerde beschrijving van het warmtetransport in en om een meetelement wordt o.a. gegeven door Blackwell (1954), Jaeger (1956) en De Vries & Peck (1958a). Het resultaat is in alle drie de gevallen een vrij gecompliceerd verband tussen het temperatuurverloop in en om het meetelement enerzijds en de thermische parameters van het element en het medium alsmede de contactweerstand tussen element en medium anderzijds. Daarbij hebben tevens alle drie de modellen de eigenschap dat, naarmate het begintijdstip t_b van een meetperiode later wordt gekozen, de temperatuurstijging bij het element steeds meer die van het ideale-lijnbronmodel nadert (de "asymptotische benadering", zie figuur 1.1).

Bij de meeste onderzoekingen wordt voor de bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ van het medium de ideale-lijnbronoplossing dan ook toegepast op een meetperiode waarbij het begintijdstip t_b reeds een grote waarde heeft (bijvoorbeeld t_b = 600 s). Om een significante temperatuurstijging te kunnen meten ligt het eindtijdstip t_e in die gevallen bij nog aanmerkelijk grotere waarden (bijvoorbeeld t_e = 1000 s). Hoewel men in principe uit de ideale-lijnbronoplossing ook de volumetrische warmtecapaciteit ρc kan bepalen, wordt dit zelden gedaan omdat, zeker voor grote waarden van t, deze bepaling erg onnauwkeurig blijkt te zijn. Maar ook wat de bepaling van λ betreft heeft deze werkwijze grote bezwaren waardoor de nauwkeurigheid ernstig wordt geschaad. In de eerste plaats geeft de asymptotische benadering zelfs bij grote waarden van t nog een aanzienlijke fout. Uit een door Wechsler (1965) verricht onderzoek is gebleken dat in het geval van droge korrelstructuren bij meettijden tot 1000 s de fout in λ ten gevolge van het gebruik van deze asymptotische benadering nog circa 2,5% bedraagt. In de tweede plaats zal bij grote meetduur het temperatuurverloop in het medium gaan afwijken van de ideale-lijnbronoplossing o.a. door de begrensde afmetingen

van de meetopstelling. In de derde plaats wordt het relatieve effect van storingen van uiteenlopende aard (bijvoorbeeld in het elektrische gedeelte van de meetopstelling) op de geregistreerde temperatuurkromme groter bij langere meetduur omdat bij het voortschrijden van de meting de temperatuur steeds langzamer stijgt. Ten vierde zijn grote meettijden in het geval van vochtige korrelstructuren in strijd met de eis t_e klein te houden opdat geen noemenswaardige vochtverplaatsing optreedt.

Concluderend kan worden gesteld dat voor een nauwkeurige bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ de duur van een meting kort moet zijn en dus t_e klein moet worden gehouden (bijvoorbeeld $t_e \leq 300$ s). Dan echter krijgen, naast de warmte-eigenschappen van het medium, ook de thermische parameters van het meetelement en de contactweerstand Γ tussen het element en het medium een duidelijke invloed op het temperatuurverloop in het medium (zie figuur 1.1). Bij een zorgvuldige constructie zijn de warmte-eigenschappen van het element redelijk nauwkeurig in rekening te brengen; de contactweerstand echter is een a priori onbekende grootheid. Het gevolg is dat slechts dan een betrouwbare waarde voor λ kan worden verkregen indien simultaan een waarde voor Γ (en eventueel ρc) kan worden bepaald. Blackwell (1954) gaf reeds een methode aan waarmee een dergelijke simultane bepaling mogelijk zou zijn. Experimentele resultaten zijn echter uitgebleven. Verschillende onderzoekers zoals Beck et al.(1956), De Vries & Peck (1958a) en Crowe et al.(1963) hebben vooral gewezen op de experimentele moeilijkheden die hierbij kunnen optreden. Cull (1978) geeft op grond van experimentele gegevens een schatting van de grootte van de contactweerstand. Hij gebruikt deze schatting echter voor het vaststellen van een ondergrens voor de meettijd, waarboven de invloed van de contactweerstand weer verwaarloosbaar klein wordt.

Tot op heden ontbreken betrouwbare waarden verkregen uit een simultane λ, Γ- respectievelijk λ, Γ en ρc-bepaling.

1.5 De meting van de thermische parameters van een korrelstructuur bij temperaturen beneden 0 °C

De bepaling van de thermische grootheden van vochtige korrelstructuren bij temperaturen beneden 0 °C is aanmerkelijk complexer dan bij temperaturen boven 0 °C. Dit is voornamelijk een gevolg van het feit dat bij temperaturen beneden 0 °C water en ijs tegelijkertijd aanwezig kunnen zijn. Het in de poriën aanwezige water kan op verschillende manieren aan de korrels zijn gebonden. Een uiterst

dun laagje water om de korrels is zeer sterk gebonden door de London-Van der Waalskrachten. Het bij de aanrakingsvlakjes aanwezige water wordt vooral gebonden door capillaire krachten. De temperatuur waarbij het water bevriest en de hoeveelheid water die bevriest worden bepaald door het thermodynamische evenwicht van een water-ijs-luchtsysteem in een porie. Deze evenwichtstoestand kan beschreven worden door de vergelijkingen van Clausius-Clapeyron en Kelvin. De (exacte) oplossing van dit stelsel vergelijkingen kan slechts worden bepaald in het geval van identieke deeltjes in een goed gedefinieerde stapeling, zoals bijvoorbeeld door Miller (1973) is gegeven voor cylindervormige deeltjes. Daarbij blijkt er voor iedere stapeling een van het vochtgehalte afhankelijke temperatuur T^* (in ^oC) te bestaan waarvoor geldt:

1. Indien $T^* < T \leq 0\ ^oC$ is er geen ijsvorming mogelijk.
2. Indien $T \leq T^*$ is stabiel ijs aanwezig bij de contactpunten (of contactvlakjes). De massaverhouding ijs/water neemt daarbij, vooral in het temperatuurgebied tussen 0 en -10 ^oC (Hoekstra, 1969), sterk toe met afnemende temperatuur.

De eerste voorwaarde betekent dat er - afhankelijk van de structuur en het vochtgehalte van het medium - een vriespuntsverlaging optreedt. Een gevolg van de tweede voorwaarde is dat de bij een meting opgewekte warmtestroom een wijziging in de aanvankelijke massaverhouding ijs/water veroorzaakt. Deze verstoring van het oorspronkelijke evenwicht heeft ingrijpende consequenties.

a. De structuur ondergaat een wijziging doordat het beter warmtegeleidende ijs gedeeltelijk wordt vervangen door water ($\lambda_{ijs,0^oC} \simeq 2{,}10\ Wm^{-1}K^{-1}$ en $\lambda_{water,0^oC} \simeq 0{,}56\ Wm^{-1}K^{-1}$).
b. Het water zorgt voor een beter warmtecontact tussen de korrels.

Het gevolg van deze twee verschijnselen is dat de experimenteel bepaalde warmtegeleidingscoëfficiënt een schijngrootheid is geworden, dat wil zeggen een grootheid die door het experiment zelf wordt beïnvloed.

c. Ook de soortelijke warmte c van het medium is een schijngrootheid geworden. In de eerste plaats ondergaat c een verandering doordat ijs in water is omgezet ($c_{water} \simeq 4190\ Jkg^{-1}K^{-1}$ en $c_{ijs} \simeq 2100\ Jkg^{-1}K^{-1}$). In de tweede plaats is er voor deze fase-overgang smeltwarmte nodig, die zich manifesteert als een bijdrage tot de soortelijke warmte. Ook de volumetrische warmtecapaciteit ρc zal zich derhalve als een (niet constante) schijngrootheid gedragen.

De punten a. tot en met c. leiden tot de conclusie dat, als gevolg van het niet constant zijn van λ en ρc gedurende een meting, de differentiaalvergelijking van Fourier in de vorm van vergelijking (1.7) in feite niet meer van toepassing is

d. De contactweerstand Γ tussen element en medium ondergaat eveneens een wijziging. Immers, het meerdere water zorgt voor een beter warmtecontact tussen het meetelement en de korrels.

De onder a. tot en met d. genoemde verschijnselen zijn een direct gevolg van het opwekken van een warmtestroom in het medium. Deze verschijnselen zijn derhalve niet te vermijden. Wel kan men door het nemen van gepaste maatregelen de invloed ervan beperken. De eindconclusie is dan ook dat men hier, meer nog dan bij temperaturen boven 0 °C, is aangewezen op kortdurende metingen, een geringe warmtestroom en een simultane bepaling van λ, ρc en Γ.

In 1949 maakte Kersten (1949) melding van warmtegeleidingsmetingen aan bevroren gronden volgens een stationaire methode met cylindersymmetrie. De totale meettijd bedroeg verschillende uren en het totale temperatuurverschil circa 6 °C! Lachenbruch (1957) paste de naaldmethode toe in het veld ter bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt van bevroren gronden, sneeuw en zee-ijs in Alaska. McGaw (1968) verrichtte o.a. metingen aan zand/ijsmengsels van bekende samenstelling, waarbij de meettijd circa 10 minuten bedroeg en de totale temperatuurstijging ongeveer 1,5 °C. Penner (1970) bracht verschillende verbeteringen aan in de meettechniek en wees in een tweede artikel (Penner, 1975) op de absolute noodzaak met een zo klein mogelijke warmtestroom een meting uit te voeren en op de experimentele problemen die zich bij zo'n meting kunnen voordoen. Ook Fukuda (1976) gebruikte de naaldmethode ter bepaling van λ van bevroren gronden. Van Haneghem & Boshoven (1979) hebben de naaldmethode toegepast bij hun metingen aan vochtige zand- en glasparelstapelingen bij temperaturen tussen +20 en -20 °C.

Al deze onderzoekingen richtten zich op de bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ. Daarbij diende de ideale-lijnbronoplossing als uitgangspunt en werd in meer of mindere mate gecorrigeerd voor de eindige afmetingen van de meetopstelling (naald, meetvat), in samenhang met de gebruikte meetduur. Nauwkeurige waarden verkregen uit een simultane λ, Γ- respectievelijk λ, Γ en ρc-bepaling zijn ook hier niet voorhanden.

1.6 De doelstelling van het onderzoek en de keuze van de gebruikte media

De doelstelling van het in dit proefschrift beschreven onderzoek kan nu kortweg nader worden omschreven als het ontwikkelen van de niet-stationaire naaldmethode zodanig, dat het mogelijk is:

1. in het geval dat ρc *bekend* is een nauwkeurige *simultane* bepaling van λ en Γ

te verrichten en

2. in het geval dat ρc vooraf *onbekend* is een nauwkeurige *simultane* bepaling van λ, Γ en ρc te verrichten (de nauwkeurigheid is dan uiteraard kleiner dan in geval 1).

Daarbij dienen de voor een meting noodzakelijke warmtestroom zowel als de totale meetduur zo klein mogelijk te zijn. Wat de laatste voorwaarde betreft wordt een meetduur van 5 minuten als een maximum beschouwd.

Omdat het bij dit onderzoek gaat om de ontwikkeling van de methode, worden de metingen uitgevoerd aan goed gedefinieerde media. Gebruikt worden:

1. *Agargelen* van geringe concentratie (0,2-, 0,4-, 1,0-, 1,5-, 2,0- en 2,5 gew.%) Dit medium is vooral gekozen wegens zijn ijkmogelijkheden: de warmtegeleidingscoëfficiënt en de volumetrische warmtecapaciteit wijken slechts weinig af van die van zuiver water. Daarbij kunnen zo nodig de geringe invloeden van de agarconcentratie door extrapolatie naar concentratie nul worden geëlimineerd. Ook is het warmtecontact tussen het meetelement en de gel optimaal, zodat de contactweerstand Γ practisch nul moet zijn.
2. Stapelingen bestaande uit bolvormige korrels van slechts één materiaal en met uniforme en bekende diameter. Hiervoor worden gekozen zeeffracties (volgens de DIN-norm 4188) van *glasparels* van bekende samenstelling en met bekende thermische parameters.
3. Stapelingen bestaande uit korrels van slechts één zandsoort en met afmetingen die ook nu bepaald worden door keuze van de zeeffracties volgens de DIN-norm 4188. Als zandsoort is gekozen voor het uit de handel bekende *zilverzand* met een zuiverheid van 99,99% kwarts.

De temperatuur, het vochtgehalte en de stapelingsdichtheid treden nog als parameters op. Om vooral de invloed van de zwaartekracht op de vochtverdeling tot een minimum te beperken is het vochtgehalte van de stapelingen steeds laag ge houden. Voor glasparels heeft het vochtgehalte ϕ maximaal, 0,3 gew.% bedragen voo zeeffracties van de grootste korreldiameter (circa 1 mm), oplopend tot ongeveer 1 gew.% voor zeeffracties van de kleinste korreldiameter (circa 0,1 mm). Zilverzandkorrels hebben een in vergelijking met de glasparels ruw oppervlak en kunnen derhalve meer water adsorberen. Het maximaal gebruikte vochtgehalte ϕ bij zilverzand bedroeg dan ook ongeveer 2,5 gew.% bij korrelafmetingen tussen circa 0,4 en 0,6 mm.

2 De niet-stationaire draad- en naaldmethode

2.1 Inleiding

Het warmtegeleidingsonderzoek volgens de niet-stationaire draad- en naaldmethode omvat een breed toepassingsgebied. Bij onderzoekingen aan gassen, vloeistoffen en (al dan niet vochtige) korrelstructuren vindt men vaak één van beide methoden, in verschillende varianten, toegepast. In § 2.2 volgt een literatuuroverzicht.

In § 1.3 is globaal het principe van de niet-stationaire draad- en naaldmethode besproken. Daarbij wordt een beschrijving van het temperatuurverloop in het medium op basis van het "ideale-lijnbronmodel" gesuggereerd. Het ideale-lijnbronmodel is wiskundig eenvoudig te beschrijven. De practische betekenis ervan wordt echter vooral beperkt door de extreme eisen die aan de afmetingen van de lijnbron worden gesteld. In § 2.3 wordt de ideale-lijnbronoplossing nader uitgewerkt.

De in § 1.4 genoemde modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck komen meer tegemoet aan de realiteit van de draad- en naaldmethode. De warmte-eigenschappen van het meetelement en de contactweerstand tussen het element en het medium hebben in deze modellen een essentiële betekenis. In § 2.4 wordt hier nader op ingegaan.

2.2 Literatuuroverzicht

In 1931 suggereerden Stålhane & Pyk (1931) als eersten de niet-stationaire draadmethode voor de bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt van vloeistoffen. Eveneens voor metingen aan vloeistoffen werd de methode verder ontwikkeld door Weishaupt (1940), terwijl Van der Held & Van Drunen (1949) de bijbehorende theorie opstelden. Theoretische en technische verfijningen werden aangebracht door onder andere Van der Held et al. (1953), Gillam & Lamm (1955), Grassmann & Straumann (1960) en McLaughlin & Pittman (1971).

Bij metingen aan gassen wordt meestal de temperatuurstijging van de stookdraad zelf gemeten. Briggs et al. (1968) bepaalden op deze manier λ-waarden die

tot op ± 4% nauwkeurig waren. Haarman (1969) bracht aanzienlijke technische verbeteringen aan waardoor vrije convectie van het gas gedurende de meting practisch uitgesloten was. De door hem opgegeven fout in de bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt bedraagt circa 0,3%. Snel et al. (1979) voerden een correctie in voor de vrije convectie en bereikten eveneens een grote nauwkeurigheid.

Hoewel de oorspronkelijke niet-stationaire draadmethode ook is toegepast voor warmtegeleidingsmetingen aan korrelstructuren, onder andere door Van Dorssen (1949) en De Vries (1952), wordt in deze gevallen overwegend gebruik gemaakt van het naaldelement. Hooper & Lepper (1950) waren waarschijnlijk de eersten die dergelijke meetelementen gebruikten voor warmtegeleidingsmetingen aan grond, gevolgd door Skeib (1950), De Vries (1952) en Buettner (1955). De analyse van de meetresultaten was meestal gebaseerd op de ideale-lijnbronoplossing, soms aangevuld met voornamelijk empirische correctietermen in verband met de eindige afmetingen van het meetelement (D'Eustachio & Schreiner (1952)).

Studies met een fundamentele aanpak van de warmtebalans in en om een meetelement volgden vrij kort na elkaar van de hand van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck (zie ook § 1.4). Blackwell (1954) bestudeerde het geval waarbij het meetelement wordt opgevat als een holle cylinder. Hierbij maakte Blackwell nog onderscheid tussen de perfect geleidende en de niet perfect geleidende holle cylinder. De warmtestroom werd daarbij opgewekt gedacht in de buitenwand van de cylinder. In een tweede publikatie gaf Blackwell (1956) een schatting van de verliezen ten gevolge van een axiale warmtestroom in de cylinder. Jaeger (1956) bestudeerde zowel de perfect geleidende, massieve cylinder als de samengestelde cylinder. De Vries & Peck (1958a) onderzochten het geval van de massieve, homogene cylinder met eindige geleiding. Bij alle drie deze studies nadert het temperatuurverloop bij het element voor grote waarden van de tijd asymptotisch tot dat van de ideale-lijnbronoplossing. Bij de daarna volgende experimentele onderzoekingen werd dit laatste resultaat meestal als uitgangspunt gekozen. Dat aan deze manier van werker bezwaren kleven werd reeds in § 1.4 opgemerkt.

Dankzij steeds verfijndere constructie- en meettechnieken nam de gemiddelde fout in de warmtegeleidingsmetingen af, waardoor de toepassingsmogelijkheden zich uitbreidden. Voss (1961) heeft de methode toegepast bij een onderzoek naar het gedrag van de warmte-eigenschappen van bouwmaterialen (isolatie-eigenschappen), terwijl Van der Kooi (1971) de methode eveneens gebruikte bij zijn onderzoekingen naar vochttransport in platte daken van gasbeton.

Salisbury & Glaser (1964) onderzochten met behulp van een niet-stationaire naaldmethode de warmtegeleiding van materialen, die mogelijk sterke overeenkomst

zouden vertonen met maanstof. Bij hun onderzoekingen van naar de aarde teruggebrachte maanmonsters bij onder andere de Apollo-15 en -17-vluchten gebruikten Cremers et al.(1970) en Cremers & Hsia (1973, 1974) eveneens deze methode. Bij de warmtegeleidingsmetingen in situ van het maanoppervlak zelf, eveneens uitgevoerd bij de Apollo-15 en -17-vluchten als onderdeel van het zogenaamde "Heat Flow Experiment", werd overigens gemeten volgens een stationaire methode (Langseth et al.,1976). Als gevolg van de vele andere "taken" van het hiervoor ontwikkelde meetelement, week de constructie nogal af van de gebruikelijke (A.D. Little, Inc., 1969).

Reidy & Rippen (1971) noemen in hun overzichtsartikel verschillende voorbeelden van het gebruik van de niet-stationaire naaldmethode bij onderzoekingen aan voedingsstoffen (voedselopslag, voedselconservering, enz.).

Zoals in § 1.5 reeds is aangegeven, gebruikten Lachenbruch (1957), McGaw (1968), Penner (1970), Fukuda (1976) en Van Haneghem & Boshoven (1979) de niet-stationaire naaldmethode bij het onderzoek van vochtige gronden en/of vochtige zandstapelingen bij temperaturen beneden 0 ^{o}C. Een nog in belangrijkheid toenemend toepassingsgebied betreft de geologie, waar kennis van de thermische parameters van (rots)gesteenten gewenst is in verband met uiteenlopende belangengebieden. Navarro & DeWitt (1974) onderzochten met behulp van een niet-stationaire naaldmethode verschillende soorten rotsgesteenten, terwijl Lyubimova et al. (1977) dezelfde methode toepasten bij hun onderzoek van oliehoudende gesteenten. Sugawara & Minges (1979) verrichtten λ-metingen tot 1500 m diepte in verband met een onderzoek naar de samenstelling en gelaagdheid van de aardkorst. Sibbit et al.(1979) tenslotte bepaalden λ-waarden van kristallijn rotsgesteente ten behoeve van een onderzoek naar de mogelijkheden van winning van geothermische energie.

In de laatste tien jaar zijn verschillende varianten van de niet-stationaire naaldmethode ontwikkeld. Scott et al.(1973) hebben een methode uitgewerkt waarbij uit het buigpunt in de temperatuur-tijdkromme (zie figuur 1.1) de warmtegeleidingscoëfficiënt van een medium wordt bepaald. Deze methode staat bekend als de "Differential Line Source (DLS)"-techniek. Vooral bij onderzoekingen in rotsgesteenten lijkt deze methode voordelen te bieden. Hierbij wordt in het algemeen met elementen van forse afmetingen gewerkt, bijvoorbeeld een lengte van 80 cm bij een diameter van 2,5 cm. Het buigpunt, dat in eerste benadering optreedt na een tijdsduur die evenredig is met het kwadraat van de diameter van het element, valt dan op een goed bruikbaar tijdstip na de start van de meting (bijvoorbeeld na tien of meer seconden).

Bij de niet-stationaire methoden kan men nog onderscheid maken tussen niet-stationaire methoden met constante warmtestroom en niet-stationaire methoden met variabele warmtestroom van het element naar het medium. Hamburger & Mercier (1978) bijvoorbeeld gebruikten een blokvormige warmtepuls en bepaalden de thermische parameters van het medium uit de respons van deze warmtepuls op een vaste afstand van de stookdraad. De auteurs constateerden betrekkelijk grote afwijkingen ten opzichte van de resultaten van andere onderzoekers die bij hun metingen aan gelijksoortige media een constante warmtestroom gebruikten. Phylippov et al.(1978) verwarmden het medium (een vloeistof) via een stookdraad die door een langzaam variërende wisselstroom werd gevoed en bepaalden de warmtegeleidingscoëfficiënt door analyse van het temperatuurverloop in het medium.

Onlangs beschreven Horai et al.(1980) een methode waarbij een cylindervormig monster vanaf de buitenkant gelijkmatig wordt verwarmd. Uit het niet-stationaire temperatuurverloop van de cylinderwand wordt de warmtegeleidingscoëfficiënt van het medium bepaald. Deze methode is vooral ontwikkeld om metingen te kunnen verrichten aan ongestoorde maanmonsters.

2.3 De ideale-lijnbronoplossing

Voor *de ideale lijnbron*, die zich in een homogeen, isotroop en oneindig uitgestrekt medium bevindt, kan de differentiaalvergelijking van Fourier in cylindercoördinaten worden geschreven als:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{2.1}$$

waarin $T = T(r,t)$ de temperatuur op afstand r van de lijnbron op het tijdstip t voorstelt. Met de randvoorwaarden:

$$1.\quad t = 0 \text{ en } r \geq 0: \quad T = T_0 \tag{2.2}$$

$$2.\quad t > 0 \text{ en } r = \infty: \quad T = T_0 \tag{2.3}$$

$$3.\quad t > 0: \quad Q_\ell = \int_0^\infty 2\pi r \rho c \frac{\partial T}{\partial t}\, dr \tag{2.4}$$

waarin T_0 de uniforme begintemperatuur en Q_ℓ het constante vermogen van de lijn-

bron per lengte-eenheid voorstelt*), luidt de oplossing (Carslaw & Jaeger, 1959, blz. 261):

$$T(r,t) - T_0 = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{-Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right)\right\} \qquad (2.5)$$

De functie $Ei(-r^2/4at)$ stelt de exponentiële integraal voor, die gedefinieerd is als:

$$Ei(-x) = -\int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}\,dy \quad \text{voor } x > 0 \qquad (2.6)$$

$Ei(-x)$ kan in een reeks worden ontwikkeld:

$$Ei(-x) = C_E + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n.n!} \quad \text{voor } x > 0 \qquad (2.7)$$

waarin het transcendente getal $C_E = 0{,}577216...$ de constante van Euler is**). Formule (2.5) kan dus worden geschreven als:

$$T(r,t) - T_0 = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{-C_E - \ln\left(\frac{r^2}{4at}\right) + \frac{r^2}{4at} - \frac{1}{4}\left(\frac{r^2}{4at}\right)^2 + \ldots\right\} \qquad (2.8)$$

Voor waarden van t, waarbij $r^2/4at \ll 1$ is, dat wil zeggen $t \gg r^2/4a$, geldt in goede benadering:

$$T(r,t) - T_0 \simeq \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{-C_E - \ln(r^2/4at)\right\} \qquad (t \gg r^2/4a) \qquad (2.9)$$

---

*) Indien een grootheid gedefinieerd is per meter lengte van het element (ideale lijnbron, draad- of naaldelement) wordt deze voorzien van de index ℓ.

**) Gebruikelijk is dat de constante van Euler wordt aangegeven met het symbool C of γ. Omdat beide symbolen in deze dissertatie reeds een andere betekenis hebben, is als symbool C_E gekozen.

Meet men nu de temperatuur op een vaste afstand r = R van de lijnbron, dan is $r^2/4a = R^2/4a$ voor een gegeven medium een constante, zodat formule (2.9) kan worden geschreven als:

$$\theta(t) = T(R,t)-T_0 \simeq \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{c' + \ln t\right\} \qquad (2.10)$$

waarin de constante c' gelijk is aan:

$$c' = \ln\left(\frac{4a}{R^2 C_E^*}\right) \qquad (2.11)$$

met

$$C_E^* = e^{C_E} \simeq e^{0,577216} = 1,78107... \qquad (2.12)$$

Voor voldoend grote waarden van t verloopt de temperatuurstijging $\theta(t)$ dus in goede benadering logaritmisch met de tijd. De grafiek van $\theta(t)$ tegen ln t is dan een rechte lijn (zie figuur 2.1):

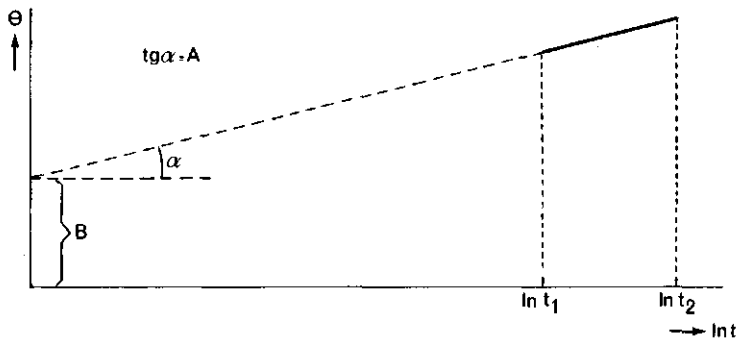
$$\theta(t) \simeq A \ln t + B \qquad (t >> r^2/4a) \qquad (2.13)$$

waarin de helling A wordt bepaald door:

$$A = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda} \qquad (2.14)$$

en de temperatuuras-afsnijding B van het verlengde van deze rechte wordt gegeven door:

$$B = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda} \ln\left(\frac{4a}{R^2 C_E^*}\right) \qquad (2.15$$



Figuur 2.1 $\theta(t) = A \ln t + B$ voor $t >> R^2/4a$ $(t_1 \leqslant t \leqslant t_2)$ bij de ideale lijnbron.

In principe kunnen de thermische parameters van het medium λ en ρc nu worden bepaald. Uit de formules (2.14) en (2.15) volgt onmiddellijk:

$$\lambda = \frac{Q_\ell}{4\pi A} \tag{2.16}$$

en

$$\rho c = \frac{4\lambda}{R^2 C_E^*} \, e^{-B/A} \tag{2.17}$$

Uit formule (2.17) volgt wel dat ρc, in tegenstelling tot λ, slechts bepaald kan worden als R voldoende nauwkeurig bekend is!

De praktijk is echter anders. Een draad- of naaldvormig uitgevoerd meetelement heeft een eindige diameter en een eindige warmteweerstand en warmtecapaciteit. Daarnaast is er in het algemeen nog een extra warmteweerstand tussen het meetelement en het medium ten gevolge van onvolkomen contact tussen beide (de contactweerstand Γ). Bovendien wordt de temperatuurstijging $\theta(t)$ in het algemeen *binnen* het meetelement en niet in het te onderzoeken medium gemeten.

Daarom is de ideale-lijnbronoplossing te simpel voor een nauwkeurige beschrijving van het temperatuurverloop bij het meetelement. Het blijkt dan ook dat men via de formules (2.16) en (2.17) onder bepaalde omstandigheden nog wel aanvaardbare waarden voor λ vindt maar dat de uitkomsten voor ρc tot tweehonderd procent kunnen afwijken.

Het hoofdprobleem is nu, hoe aan de ene kant een meetelement te construeren

dat de ideale lijnbron zo dicht mogelijk benadert om daardoor een zo eenvoudig mogelijk mathematisch model te kunnen gebruiken en aan de andere kant het ideale-lijnbronmodel wiskundig zo te generaliseren dat met een redelijke nauwkeurigheid het gedrag van het geconstrueerde meetelement kan worden beschreven. In de volgende paragraaf worden enige van de belangrijkste in de literatuur ontwikkelde modellen besproken.

2.4 De cylindermodellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck

Zoals in § 1.4 reeds is aangegeven, zijn de modellen van *Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck* vooral ontwikkeld om het temperatuurverloop in en om een samengesteld meetelement (naaldelement) te kunnen beschrijven. In alle drie de studies wordt uitgegaan van een oneindig lange cylinder met uitwendige straal v, die zich bevindt in een homogeen, isotroop en oneindig uitgestrekt medium met thermische parameters λ, ρc en $a = \lambda/\rho c$. In de cylinder wordt een in de tijd constant vermogen Q_ℓ per meter lengte opgewekt. Tussen de cylinderwand en het medium bestaat een contactweerstand Γ_ℓ per meter lengte*). Terwijl Γ_ℓ zelf slechts betrekking heeft op het gebrek aan warmtecontact tussen de cylinderwand en het medium, kan, afhankelijk van de eigenschappen van het model, ook nog de inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ van een gedeelte van de cylinder een rol spelen.

Wat de wiskundige analyse betreft, bestaat er een grote mate van overeenkomst tussen de drie modellen. Daarbij wordt de differentiaalvergelijking van Fourier met de voor ieder model specifieke randvoorwaarden benaderend opgelost. De verschillen tussen de drie modellen hebben vooral betrekking op de samenstelling en de warmte-eigenschappen van de cylinder, op de plaats waar zich de warmtebron bevindt en op de plaats waar de temperatuurstijging wordt gemeten. Een belangrijke karakteristiek is het onderscheid tussen de z.g. "korte tijden"- en de "lange tijden"-oplossing. De korte-tijdenoplossing is van toepassing voor $t << v^2/a$, terwijl de lange-tijdenoplossing geldt voor $t >> v^2/a$. Bij de door ons geconstrueerde meetelementen heeft de korte-tijdenoplossing geen practische betekenis omdat de meetduur daarbij << 1 s zou moeten zijn. Wij beperken ons derhalve in dit overzicht tot de lange-tijdenoplossing.

---

*) De notatie van de fysische grootheden uit de verschillende publikaties is aangepast aan de keuze van de in deze dissertatie gebruikte symbolen.

In alle drie de studies wordt deze oplossing gegeven in de drie dimensieloze parameters:

$$\tau = at/v^2 \tag{2.18}$$

overeenkomend met de definitie van het Fourier-getal uit de technische warmteleer,

$$\gamma = 2\pi\Gamma_{\ell}\lambda \tag{2.19}$$

waarin $1/\gamma$ overeen zou komen met het Nusselt-getal uit de technische warmteoverdracht en

$$\alpha = \frac{2\pi v^2 \rho c}{C_{\ell,i}} \tag{2.20}$$

waarin $C_{\ell,i}$ de warmtecapaciteit van de cylinder per lengte-eenheid is. In het geval van een massieve cylinder kan voor (2.20) worden geschreven:

$$\alpha = 2\,\frac{\rho c}{\rho_i c_i} = 2\,\frac{C}{C_i} \tag{2.21}$$

met $C_i = \rho_i c_i$, de volumetrische warmtecapaciteit van het cylindermateriaal.

Wordt de temperatuurstijging $\theta(t)$ uitgedrukt in de tijd t in plaats van in τ, dan kan deze in alle drie de modellen worden beschreven door:

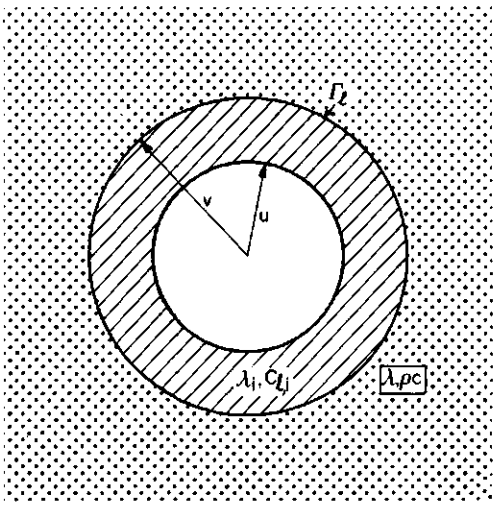
$$\theta(t) = A \ln t + B + D\,\frac{1}{t} + E\,\frac{\ln t}{t} + \ldots \qquad (t \gg v^2/a) \tag{2.22}$$

Daarbij wordt zowel de coëfficiënt A als de coëfficiënt E in alle drie de modellen gegeven door dezelfde uitdrukking (zie formule (2.23) respectievelijk (2.26)). De verschillen tussen de modellen komen tot uiting in de uitdrukkingen voor de coëfficiënten B en D.

Wij zullen de drie modellen één voor één bespreken. Een discussie van de resultaten en van de overeenkomst tussen de modellen, betrokken op het door ons geconstrueerde meetelement, volgt in hoofdstuk 3.

2.4.1 De cylindermodellen van Blackwell

Blackwell (1954) bestudeert de holle cylinder, met inwendige straal u en uitwendige straal v. Het holle binnengedeelte van de cylinder wordt vacuüm verondersteld. Er wordt nog onderscheid gemaakt tussen het geval waarin de holle cylinder een perfecte geleider is en het geval waarin deze een eindige warmtegeleidingscoëfficiënt λ_i heeft. De warmtecapaciteit per meter lengte is $C_{\ell,i}$. Het constante vermogen per lengte-eenheid Q_ℓ wordt opgewekt in de buitenwand (r = v) van de cylinder en de temperatuur wordt gemeten aan de binnenzijde (r = u van de cylinder. Zie figuur 2.2.



Figuur 2.2 Het cylindermodel volgens Blackwell.

Bij dit model stond Blackwell een meetelement voor ogen waarbij de stookdraad spiraalsgewijs in een groef op het buitenoppervlak en de temperatuurvoeler op het binnenoppervlak van een hol cylindertje waren aangebracht.

a. De perfect geleidende holle cylinder

Wegens de perfecte geleiding heerst er op ieder tijdstip t een uniforme temperatuur in de holle cylinder. Voor voldoend grote waarden van t ($t >> v^2/a$) wordt de temperatuurstijging $\theta(t)$ in goede benadering beschreven door formule (2.22), waarbij de coëfficiënten respectievelijk worden gegeven door:

$$A = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda} \qquad (2.23)$$

$$B_B = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{\ln\left(\frac{4a}{v^2 C_E^*}\right) + 2\gamma\right\} \tag{2.24}$$

$$D_B = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{\frac{(\alpha - 2)v^2 \ln\left(4a/v^2 C_E^*\right) + v^2(\alpha - 4\gamma)}{2\alpha a}\right\} \tag{2.25}$$

$$E = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{\frac{(\alpha - 2)v^2}{2\alpha a}\right\} \tag{2.26}$$

De index B bij de coëfficiënten B_B en D_B wijst op het "Blackwellmodel".

b. De niet-perfect geleidende holle cylinder

In longitudinale richting blijft de temperatuur op elk tijdstip t uniform maar in radiale richting treedt nu een temperatuurgradiënt op. De temperatuurstijging aan de binnenwand van de holle cylinder wordt weer beschreven door formule (2.22) waarbij, wat de coëfficiënten betreft, ten opzichte van de perfect geleidende holle cylinder slechts een wijziging is opgetreden in de coëfficiënt D. Deze wordt nu:

$$D_B' = D_B - \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}(\Delta_1 + \Delta_2) \tag{2.27}$$

waarin Δ_1 en Δ_2 cylinderconstanten zijn die respectievelijk worden gegeven door:

$$\Delta_1 = \frac{1}{a_i}\left\{\frac{1}{8}v^2 - \frac{3}{8}u^2 + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{v}{u}\right)\left(\frac{u^4}{v^2 - u^2}\right)\right\} \tag{2.28}$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{a_i}\left\{\frac{1}{8}v^2 + \frac{1}{8}u^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{v}{u}\right)\left(\frac{u^2 v^2}{v^2 - u^2}\right)\right\} \tag{2.29}$$

waarin $a_i = \lambda_i/\rho_i c_i$ de temperatuurvereffeningscoëfficiënt van het cylindermateriaal is.

2.4.2 De cylindermodellen van Jaeger

Jaeger (1956) behandelt eerst de perfect geleidende, massieve cylinder en vervolgens het uit drie coaxiale cylinders van verschillende materialen opgebouwde element (het samengestelde cylindermodel).

a. De perfect geleidende, massieve cylinder

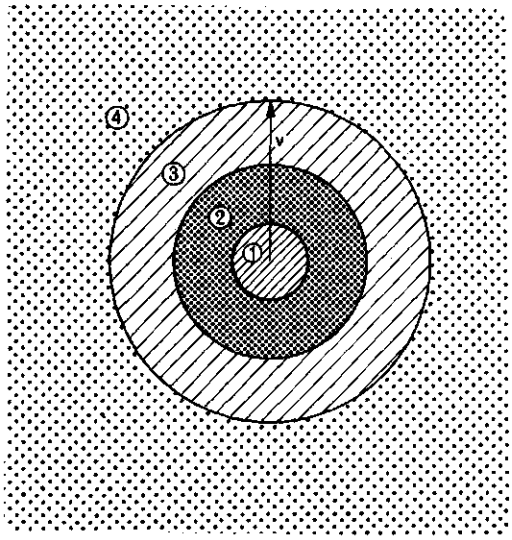
Het door Jaeger gevonden resultaat is identiek aan dat van het perfect geleidende, holle cylindermodel van Blackwell. Dit betekent dat de temperatuurstijging van de cylinder voor voldoend grote waarden van de tijd ($t >> v^2/a$) eveneens door formule (2.22) kan worden beschreven waarbij de coëfficiënten A, B, D en E respectievelijk voldoen aan de uitdrukkingen (2.23) tot en met (2.26). Deze overeenkomst tussen de beide modellen hoeft ons overigens niet te verbazen gezien de feitelijk identieke uitgangssituatie. Het enige verschil betreft de door uitdrukking (2.20) gedefinieerde grootheid α die in dit speciale geval van het Jaegermodel ook door uitdrukking (2.21) kan worden beschreven.

b. Het samengestelde cylindermodel

Een publikatie van Whitehead & Hutchings (1938) over warmtegeleidingsproblemen bij ingegraven elektriciteitskabels gaf Jaeger aanleiding ook het geval van een samengestelde cylinder te bestuderen. Hierbij wordt uitgegaan van een perfect geleidende, stroomvoerende kern met een warmtecapaciteit per lengte-eenheid $C_{\ell,1}$ *) (gebied 1 in figuur 2.3). De kern produceert een uniform en in de tijd constant vermogen Q_ℓ per meter lengte en is omgeven door een warmte-isolerende laag met een warmteweerstand $W_{\ell,2}$ per meter lengte en een verwaarloosbare warmtecapaciteit (gebied 2 in figuur 2.3). Tenslotte is deze isolatielaag omgeven door een beschermende, perfect geleidende mantel met een warmtecapaciteit $C_{\ell,3}$ per lengte-eenheid (gebied 3 in figuur 2.3). Het homogene, isotrope en oneindig uitgestrekte medium (gebied 4 in figuur 2.3) bevindt zich om de samengestelde cylinder, waarbij de contactweerstand tussen de cylinder en het medium nul wordt verondersteld.

---

*) De indices 1, 2 en 3 hebben respectievelijk betrekking op de kern, de isolatielaag en de mantel. De index 4 duidt op het medium.



1. De perfect geleidende kern.
2. De capaciteitsloze isolatielaag.
3. De perfect geleidende mantel.
4. Het medium.

Figuur 2.3 De samengestelde cylinder volgens Jaeger.

De oplossing van dit samengestelde cylinderprobleem is gecompliceerd. De temperatuurstijging van de kern als functie van de tijd bijvoorbeeld, leidt tot een integraal die niet in een bruikbare vorm kan worden gebracht. Om deze reden beperkt Jaeger zijn aandacht tot de ontmantelde cylinder ($C_{\ell,3} = 0$) en wijst er op dat de dan overblijvende constructie (de kern met daaromheen de isolatielaag *zonder* contactweerstand tussen de isolatielaag en het medium) sterke overeenkomst vertoont met de perfect geleidende, massieve cylinder zonder isolatielaag maar *met* contactweerstand tussen de cylinder en het medium (geval a.). De contactweerstand Γ_ℓ uit het laatstgenoemde model wordt dan als het ware vervangen door de warmteweerstand $W_{\ell,2}$ van de capaciteitsloze isolatielaag. De wiskundige uitwerking leidt inderdaad tot een oplossing van de vorm van formule (2.22), waarbij de coëfficiënten A, B, D en E voldoen aan respectievelijk de uitdrukkingen (2.23) tot en met (2.26) indien Γ_ℓ door $W_{\ell,2}$ wordt vervangen.

2.4.3 Het cylindermodel van De Vries & Peck

In het model van De Vries & Peck (1958a) bestaat de cylinder uit een homogeen en isotroop materiaal met een eindige warmtegeleidingscoëfficiënt λ_i en een warmtecapaciteit per lengte-eenheid $C_{\ell,i}$. Het constante vermogen per meter lengte Q_ℓ wordt opgewekt in de as van de cylinder. De Vries & Peck leiden zowel een formule af voor de temperatuurstijging in de cylinder (dus voor waarden $r \leq v$), als

voor de temperatuurstijging in het medium ter plaatse r = v (dus bij het grensvlak medium-cylinder).

De temperatuurstijging in de cylinder is ook nu uit te drukken in een formule van de vorm (2.22). De coëfficiënten A en E zijn daarbij geen andere dan de overeenkomstige coëfficiënten uit het model van Blackwell of het model van Jaeger. Het plaatsafhankelijke karakter van de temperatuurstijging in het model van De Vries & Peck komt tot uiting in de coëfficiënten B en D, die bijvoorbeeld ten opzichte van het perfect geleidende cylindermodel van Blackwell nu te schrijven zijn als respectievelijk:

$$B_{V,P} = B_B + \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda} \cdot 2\hat{\lambda} \ln\left(\frac{v}{r}\right) \tag{2.30}$$

$$D_{V,P} = D_B + \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda} \cdot \frac{\hat{\lambda}(r^2 - 2v^2)}{2\alpha a} \tag{2.31}$$

waarin de index V,P betrekking heeft op het "model van De Vries & Peck" en de dimensieloze $\hat{\lambda}$ gelijk is aan:

$$\hat{\lambda} = \lambda/\lambda_i \tag{2.32}$$

In het geval van de perfecte geleider ($\hat{\lambda} = 0$) verdwijnen de extra termen uit de formules (2.30) en (2.31) en ontstaat volledige overeenkomst met de modellen van Blackwell en Jaeger. Opgemerkt zij ten overvloede nog dat bij een perfect geleidende cylinder warmteproductie in de as uiteraard identiek is aan uniforme warmteproductie.

3 Het gemodificeerde Jaegermodel

3.1 Inleiding

Een discussie van de resultaten van de in § 2.4 genoemde cylindermodellen heeft pas zin als het meetelement, zoals dat bij de experimenten wordt gebruikt, is besproken. Dan pas kan worden duidelijk gemaakt welk van de genoemde modellen het meest overeenkomt met het element èn in hoeverre deze overeenkomst voldoende is om het betreffende model als uitgangspunt te kiezen.

Daartoe worden in § 3.2 het meetelement en de meetopstelling schetsmatig beschreven. In § 3.3 volgt dan een discussie van de in § 2.4 besproken cylindermodellen met betrekking tot het ontwikkelde meetelement. Tenslotte volgt in § 3.4 een beschrijving van het voor dit element ontwikkelde model.

3.2 Het meetelement en de meetopstelling

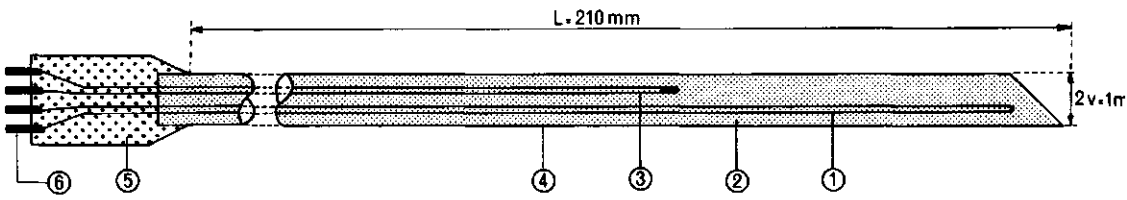
Het ontwerp van *een meetelement* wordt niet alleen bepaald door eisen van theoretische aard, terwille van de hanteerbaarheid van het wiskundige model, maar bovendien door uiteenlopende eisen van practische aard zoals stevigheid en duurzaamheid van het element en toepasbaarheid in de gekozen meetopstelling.

De belangrijkste overwegingen, die bij de ontwikkeling van het meetelement een rol hebben gespeeld, zijn de volgende:

1. De noodzaak met een zo klein mogelijk vermogen in een zo kort mogelijke tijd een meting te verrichten (zie de paragrafen 1.4 en 1.5), heeft tot gevolg dat de afstand tussen de warmtebron en de temperatuurvoeler klein moet zijn. Bovendien moet deze afstand van meting tot meting eenzelfde vaste waarde behouden. Zo komt men ertoe de stookdraad en de temperatuurvoeler samen en goed gefixeerd ten opzichte van elkaar op te sluiten binnen één beschermend omhulsel van geringe diameter.
2. Ook uit de voorwaarde $t >> v^2/a$ volgt de noodzaak van een geringe diameter, opdat nog in een toelaatbaar korte tijd een meting kan worden voltooid.
3. Om de oneindig lange cylinder te benaderen moet de lengte van het element groot worden gekozen in vergelijking tot de diameter.

4. De stookdraad en de temperatuurvoeler moeten elektrisch zeer goed van elkaar en van het beschermende (metalen) omhulsel zijn geïsoleerd.
5. Om plaatselijke inhomogeniteiten in het aan de cylinder grenzende medium uit te middelen, dient het omhulsel een goede warmtegeleider te zijn.
6. Om het element bij herhaling op eenvoudige wijze in de cylinder met het te onderzoeken medium te kunnen aanbrengen, dienen de toe- en afvoerdraden van stookdraad en temperatuurvoeler aan één uiteinde het meetelement binnen te komen.

Een en ander heeft geleid tot een ontwerp van het meetelement zoals dat in figuur 3.1 schematisch is weergegeven. Een gedetailleerde beschrijving volgt in hoofdstuk 6.



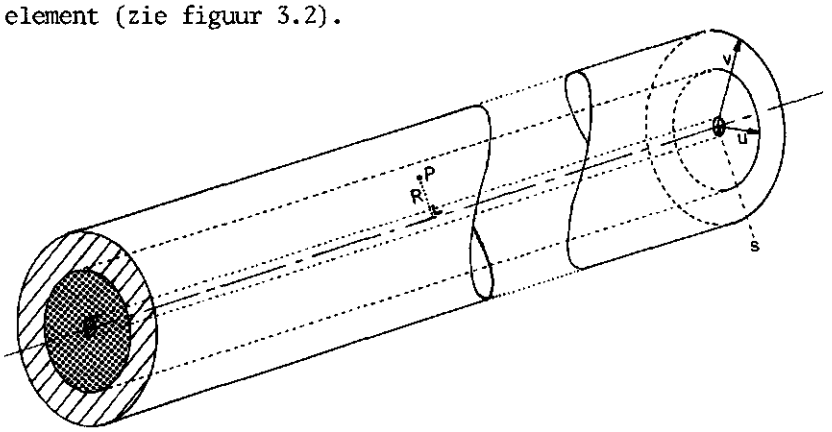
Figuur 3.1 Schets van het meetelement

① : Verwarmingsdraad (constantaan; diameter 0,1 mm).
② : Isolerende en fixerende vulstof (siliconen-rubberpolymeer).
③ : Temperatuurvoeler (thermolas van een manganin-constantaan thermo-element; draaddiameter 0,1 mm).
④ : Omhulsel (roestvrij staal; wanddikte 0,2 mm).
⑤ : Kunststof houder (polyvinylchloride).
⑥ : Aansluitpennen (constantaan en koper).

De dubbelgevouwen constantaan-stookdraad heeft een relatief grote warmtegeleidingscoëfficiënt ($\lambda_{const} \simeq 22{,}6\ Wm^{-1}K^{-1}$). De geringe diameter van de stookdraad (0,1 mm) resulteert in een zeer geringe warmtecapaciteit per lengte-eenheid ($C_{\ell,stookdr} \simeq 5{,}7.10^{-2}\ Jm^{-1}K^{-1}$). De elektrisch-isolerende vulstof (een siliconen-rubberpolymeer) is een slechte warmtegeleider ($\lambda_{isol} \simeq 0{,}19\ Wm^{-1}K^{-1}$) en heeft een warmtecapaciteit per lengte-eenheid $C_{\ell,isol} \simeq 0{,}13\ Jm^{-1}K^{-1}$. Het roestvrijstalen omhulsel kan in vergelijking met de isolerende vulstof zeker als een goede warmtegeleider worden beschouwd ($\lambda_{omh} \simeq 16{,}3\ Wm^{-1}K^{-1}$) en heeft een relatief grote warmtecapaciteit per lengte-eenheid ($C_{\ell,omh} \simeq 1{,}81\ Jm^{-1}K^{-1}$).

De temperatuurvoeler (de thermolas) bevindt zich in de vulstoflaag, ongeveer halverwege de lengte van het meetelement. Als gevolg van zijn relatief grote warmteweerstand zal tijdens een meting juist in deze laag een grote radiale temperatuurgradiënt optreden. Voor een nauwkeurige beschrijving van het temperatuurverloop is het noodzakelijk dat de positie van de temperatuurvoeler ten opzichte van de stookdraad precies bekend is. Hier doen zich verschillende complicaties voor. In de eerste plaats vormt de aanwezigheid van de temperatuurvoeler reeds een verstoring van de cylindersymmetrie waardoor het temperatuurveld ter plaatse wordt beïnvloed. In de tweede plaats is, als gevolg van de eindige afmetingen en de betrekkelijk willekeurige ligging van zowel de dubbelgevouwen stookdraad als de temperatuurvoeler in de isolatielaag, de (geometrische) afstand tussen beide een weinig representatieve grootheid om de positie van de temperatuurvoeler te karakteriseren. Bovendien is het moeilijk vast te stellen wat onder deze (geometrische) afstand moet worden verstaan. Een positiebepaling met behulp van röntgenfoto's (zie blz. 64) waarop de ligging van de verschillende draden zichtbaar is, heeft dus geen zin.

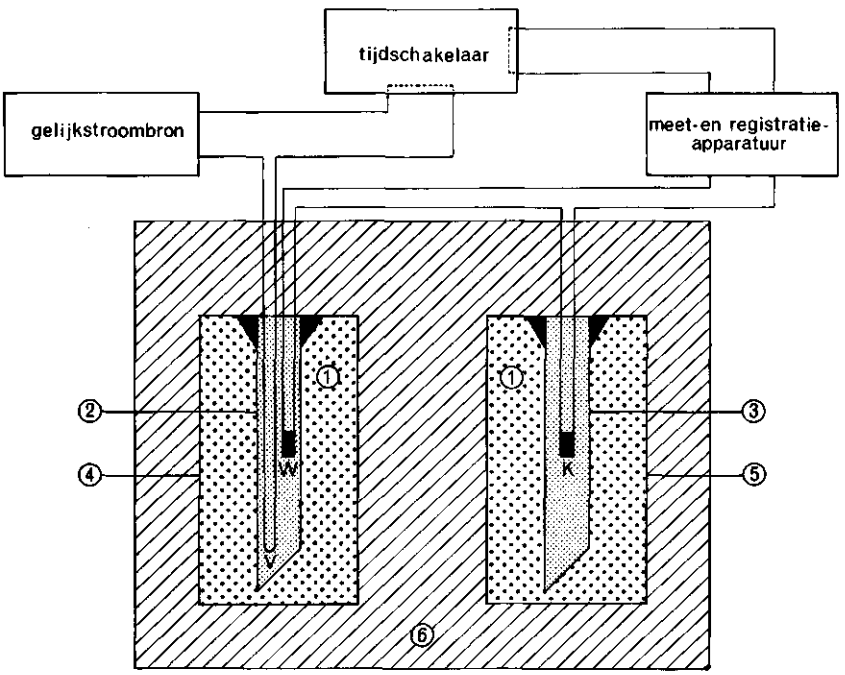
Een handzamer uitgangspunt wordt bereikt door het invoeren van het begrip "*effectieve afstand*" (R) in een geïdealiseerd meetelement. In dit geïdealiseerde meetelement is de dubbelgevouwen stookdraad vervangen door een cylindervormige, stroomvoerende kern (constantaan, straal s = 0,05 mm) met daaromheen coaxiaal de isolerende en fixerende vulstof (siliconen-rubberpolymeer, uitwendige straal u = 0,3 mm) en tenslotte om dit geheel het beschermende metalen omhulsel (roestvrij staal, uitwendige straal v = 0,5 mm). R is dan de afstand van het punt P, waarin zich de (oneindig klein gedachte) temperatuurvoeler bevindt, tot de as van het element (zie figuur 3.2).



Figuur 3.2 Het geïdealiseerde meetelement.

Op basis van deze idealisering moet R nu worden bepaald uit metingen aan ee bekend hulpmedium ("ijkmedium"). Tenslotte moet nog worden aangenomen dat de aldus gevonden R een voor het meetelement karakteristieke *constante* is, die bijvoorbeeld onafhankelijk is van de warmte-eigenschappen van het medium waaraan wordt gemeten.

De meetopstelling (zie figuur 3.3) kan globaal opgebouwd worden gedacht uit het stookcircuit, het meet- en registratiecircuit en de thermostaat waarin zich in een bad van alcohol twee identieke cylinders bevinden: het "meetvat" en het "referentievat". Beide cylinders zijn gevuld met het materiaal waarvan de thermische parameters moeten worden gemeten. Het meetelement bevindt zich in de cylinderas van het meetvat. De temperatuurvoeler in het meetelement is de "warme las van een thermo-element. De "koude" las van dit thermo-element bevindt zich



Figuur 3.3 Schema van de meetopstelling.

① : Medium. ② : Meetelement. ③ : Referentie-element.

④ : Meetvat. ⑤ : Referentievat. ⑥ : Thermostaatbad.

V : Stookdraad.

W : "Warme las" van het thermo-element.

K : "Koude las" van het thermo-element.

in de isolerende vulstof in de holte van een tweede roestvrijstalen cylindermantel met dezelfde afmetingen als die van het meetelement. Dit systeem wordt het "referentie-element" genoemd. Het referentie-element bevindt zich in de cylinderas van het referentievat.

De thermostaat zorgt voor een uniforme begintemperatuur T_0 op $t = 0$, dat is het tijdstip waarop met behulp van een in het stookcircuit opgenomen gelijkstroombron een in de tijd constante warmteproductie Q_ℓ per lengte-eenheid in de stookdraad wordt opgewekt. Als gevolg van deze warmteproductie stijgt de temperatuur $T(t)$ ter plaatse van de warme las in het meetelement, terwijl de koude las in het referentievat door de thermostaat op T_0 wordt gehouden. Door de grote diameter van het meetvat in vergelijking tot die van het meetelement kan gedurende een zekere tijdsduur na $t = 0$ het medium in het meetvat als oneindig uitgebreid worden beschouwd. Gedurende dit tijdsinterval is dan voldaan aan de randvoorwaarde dat de temperatuur van het medium op oneindige afstand van de bron constant in de tijd is ($T = T_0$ voor $t > 0$ en $r = \infty$).

De temperatuurstijging $\theta(t)$ wordt elke seconde gemeten en geregistreerd. Tussen het stroomcircuit en het meet- en registratiecircuit bevindt zich daartoe een tijdschakelaar, met behulp waarvan een synchronisatie tussen de beide circuits tot stand wordt gebracht.

3.3 Het meetelement in relatie tot de cylindermodellen

Na de in § 3.2 gegeven beschrijving van het meetelement is de vraag aan de orde welk model het beste aansluit bij dit ontwerp. Hierbij is de discussie in de eerste plaats gericht op een modelvorming op basis van het in § 2.4 besprokene.

Een aanpak volgens de modellen van Blackwell (§ 2.4.1) lijkt minder geschikt. Het is in deze modellen niet zonder meer duidelijk hoe de isolerende vulstof in het model zou moeten worden ingepast. Los daarvan staat de opzet met een holle cylinder modelmatig te ver af van het in dit onderzoek gebruikte meetelement. Ook het gegeven dat de temperatuur "ergens" in de isolerende vulstof wordt gemeten, lijkt moeilijk in één van de modellen van Blackwell te kunnen worden geïntroduceerd.

De eindige geleiding van de cylinder in het model van De Vries & Peck (§ 2.4.3) is een essentieel kenmerk van dit model. Daarbij ligt de grote waarde juist in de mogelijkheid de temperatuur op de plaats waar zich de temperatuurvoeler bevindt te kunnen beschrijven. In het model wordt echter een cylinder van

een homogeen en isotroop materiaal beschouwd. Aan de eerstgenoemde voorwaarde is in het geval van het experimentele meetelement niet voldaan. Vooral het relatief omvangrijke omhulsel met zijn grote warmtegeleidingscoëfficiënt en warmtecapaciteit per lengte-eenheid verstoort het homogene patroon sterk. In een modelvorming, uitgaande van deze theorie zouden daardoor vooral de afstand R en de straal v van de cylinder onzekere grootheden worden. In het door De Vries & Peck gevonden resultaat hebben juist de termen waarin de eindige geleiding van de cylinder tot uitdrukking komt (zie de formules (2.30) en (2.31)) een relatief grote gevoeligheid voor R en v.

De in § 3.2 gegeven beschrijving van ons meetelement vertoont in zijn opbouw nog de meeste overeenkomst met het samengestelde cylindermodel volgens Jaeger (§ 2.4.2). Fysisch gezien zijn er echter nog belangrijke verschillen. In de eerste plaats wordt in dit model van Jaeger zowel de kern als het omhulsel als een perfecte geleider beschouwd en heeft de isolatielaag geen warmtecapaciteit. Daarnaast wordt er in het model van Jaeger van uitgegaan dat de contactweerstand tussen de cylinder en het medium nul is. In de praktijk, waar het meetelement zich in een korrelstructuur bevindt, is dit zelden het geval. Tenslotte gaat het in dit model van Jaeger om de temperatuurstijging van de kern, terwijl in het door ons geconstrueerde meetelement de temperatuurstijging in de isolatielaag (ter plaatse r = R) wordt gemeten. Directe toepassing van de resultaten van het samengestelde cylindermodel volgens Jaeger is derhalve niet gerechtvaardigd. Bij de uitwerking richt Jaeger zijn aandacht op de ontmantelde samengestelde cylinder, in die zin dat het omhulsel als het ware oneindig dun wordt beschouwd, zodat de warmtecapaciteit per lengte-eenheid $C_{\ell,3}$ nul wordt maar waarbij de uitwendige straal van de ontmantelde cylinder gelijk aan v blijft. Jaeger vindt dat het temperatuurverloop van de kern in dit geval gelijk is aan dat van de massieve, perfect geleidende cylinder (straal v) waarbij *wel* sprake is van een contactweerstand tussen de cylinder en het medium (geval a. in § 2.4.2).

Deze samenhang tussen de ontmantelde, samengestelde cylinder zonder contactweerstand en de massieve, perfect geleidende cylinder met contactweerstand heeft voor ons als uitgangspunt gediend voor het ontwikkelen van een model voor het in § 3.2 beschreven meetelement. Dit nieuwe model, dat in het vervolg wordt aangeduid als "*gemodificeerd Jaegermodel*", wordt in § 3.4 gedefinieerd en besproken.

3.4 Het gemodificeerde Jaegermodel

In dit model wordt het meetelement gezien als een oneindig lange, homogene, isotrope, massieve en perfect geleidende cylinder, waarvan de straal gelijk is aan die van het meetelement (v). De cylinder produceert een vermogen Q_ℓ per lengte-eenheid. De warmtecapaciteit per lengte-eenheid van de cylinder C_ℓ is gelijk aan die van het meetelement, dat wil zeggen:

$$C_\ell \equiv C_{\ell,\text{stookdr}} + C_{\ell,\text{isol}} + C_{\ell,\text{omh}} \tag{3.1}$$

Tussen de cylinderwand en het medium bestaat een "contactweerstand" $\Gamma_{\ell,o}$. Hierbij wordt $\Gamma_{\ell,o}$ gelijk gekozen aan de werkelijke contactweerstand Γ_ℓ tussen element en medium, vermeerderd met de som $W_{\ell,i}$ van de warmteweerstand van het gedeelte van de isolatielaag "buiten" P ($R \leqslant r \leqslant u$) en de warmteweerstand van het metalen omhulsel van het meetelement ($u < r \leqslant v$). Dus:

$$\Gamma_{\ell,o} \equiv \Gamma_\ell + W_{\ell,i} \tag{3.2}$$

In de praktijk (het meetelement in het medium) heeft $\Gamma_{\ell,o}$ de betekenis van een overgangsweerstand, namelijk de warmteweerstand tussen de plaats in het element waar de temperatuur wordt gemeten en het medium vlak buiten het meetelement.

Ter berekening van de samengestelde warmteweerstand $W_{\ell,i}$ wordt de formule voor de totale warmteweerstand van twee coaxiale cylinders voor het geval van stationaire warmtegeleiding gehanteerd:

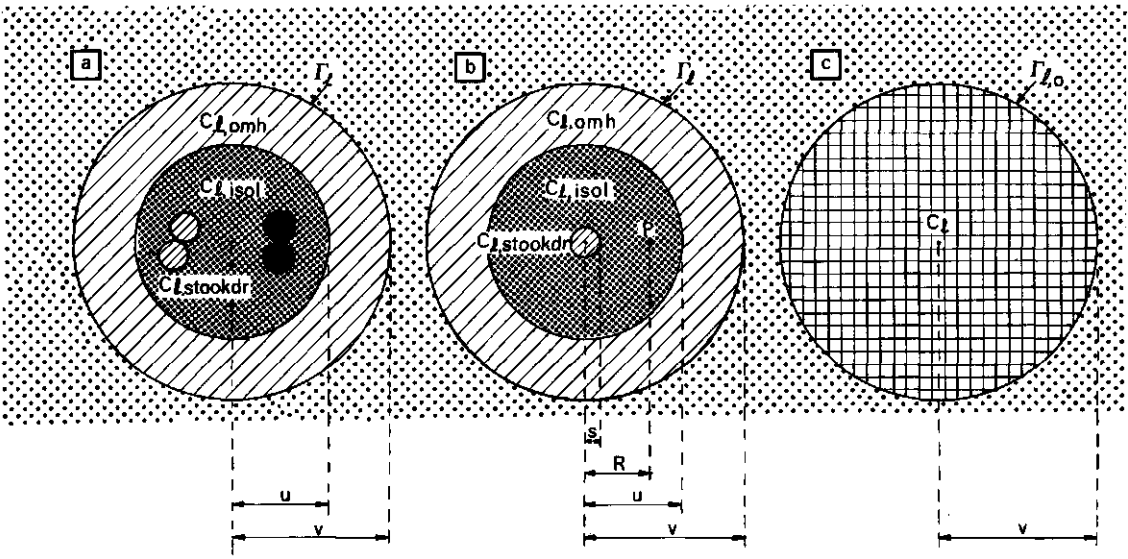
$$W_{\ell,i} = \frac{\ln(u/R)}{2\pi\lambda_{\text{isol}}} + \frac{\ln(v/u)}{2\pi\lambda_{\text{omh}}} \tag{3.3}$$

Het toepassen van deze formule is niet geheel correct omdat niet-stationair wordt gemeten. De hierdoor gemaakte fout is echter klein omdat de totale temperatuurstijging gedurende de voor de berekeningen te gebruiken periode klein is (b.v. 0,2 ^{o}C over de periode van t_b = 125 s tot t_e = 300 s).

In figuur 3.4 zijn de verschillende stadia van de modelvorming schematisch weergegeven.

Het aldus gedefinieerde gemodificeerde Jaegermodel wordt nu gezien als een afbeelding van "het meetelement in het medium". In het bijzonder betekent dit

dat op ieder tijdstip t de *gemeten* temperatuurstijging $\theta_{exp}(t)$ ter plaatse van de temperatuurvoeler in de isolerende vulstof van het meetelement wordt geïdentificeerd met de door het gemodificeerde Jaegermodel *beschreven* temperatuurstijging van de cylinder $\theta_{th}(t)$.



Figuur 3.4 Van meetelement naar gemodificeerd Jaegermodel.

a. Het meetelement.

b. Het geïdealiseerde meetelement (samengestelde cylinder).

c. Het vereenvoudigde, geïdealiseerde meetelement (het gemodificeerde Jaegermodel

Formeel stemt het gemodificeerde Jaegermodel geheel overeen met "het massieve, perfect geleidende cylindermodel met contactweerstand" van Jaeger (zie b.v. ook Carslaw en Jaeger, blz. 345). Dit houdt in dat de temperatuurstijging van de cylinder uit het gemodificeerde Jaegermodel, en wegens de hierboven genoemde identificatie dus ook de temperatuurstijging ter plaatse van de temperatuurvoeler in het meetelement, kan worden beschreven door formule (2.22). Daarbij worden de coëfficiënten A, B, D en E respectievelijk gegeven door de formules (2.23) tot en met (2.26) met dien verstande dat de dimensieloze parameters γ en α, overeenkomstig de uitdrukkingen (2.19) en (2.20) nu worden gedefinieerd door:

$$\gamma = 2\pi\Gamma_{\ell,o}\lambda \qquad (3.4)$$

en

$$\alpha = \frac{2\pi v^2 \rho c}{C_\ell} \tag{3.5}$$

waarbij C_ℓ volgt uit (3.1).

In hoofdstuk 4 wordt besproken hoe uit de experimentele temperatuur-tijdkromme met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel (dus met behulp van de in dit hoofdstuk gegeven formules) de thermische parameters λ en ρc van een medium alsmede de contactweerstand Γ_ℓ tussen meetelement en medium kunnen worden bepaald.

Hierbij dringt zich dan direct de vraag op in hoeverre deze werkwijze valt te rechtvaardigen, dat wil zeggen in hoeverre het gemodificeerde Jaegermodel een juiste weergave van het meetelement in het medium is. Zoals ieder model heeft ook het gemodificeerde Jaegermodel zijn beperkingen. Zo is er geen rekening gehouden met het inhomogene karakter en met de eindige warmtegeleiding van het meetelement in het gebied $r \leq R$. Een nog groter bezwaar lijkt dat de belangrijke en voor een gegeven meetelement karakteristieke constante R met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel zelf vooraf zou moeten worden bepaald uit metingen aan een ijkmedium. Daarna moet deze R weer worden gebruikt om met hetzelfde model λ, ρc en Γ_ℓ voor een onbekende stof te bepalen. Een onnauwkeurigheid die voortvloeit uit de beperkingen van het model doet zich aldus tweemaal gelden, eerst op de bepaling van R en daarna nog eens op de met behulp van R uitgevoerde berekeningen van λ, ρc en Γ_ℓ.

Deze ogenschijnlijke bezwaren vormden de aanleiding te zoeken naar een methode die min of meer onafhankelijk is van het gemodificeerde Jaegermodel en met behulp waarvan:

a. de effectieve afstand R nauwkeurig kan worden bepaald en
b. een contrôle kan worden uitgevoerd op de met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel verkregen waarden van λ, ρc en Γ_ℓ.

Het resultaat is een model geworden waarin alle belangrijke parameters (dimensies en thermische parameters) van het meetelement in rekening zijn gebracht. Dit model, dat in het vervolg als "*viergebiedenmodel*" wordt aangeduid, geeft als resultaat één relatie tussen λ, ρc en Γ (of Γ_ℓ) waarin de tijd t niet meer voorkomt. Met behulp van dit viergebiedenmodel kunnen de onder a. genoemde R-bepaling en de onder b. genoemde contrôle worden uitgevoerd; een simultane λ, Γ-respectievelijk λ, Γ, ρc-bepaling op grond van dit model alleen behoort echter niet tot de mogelijkheden. De bespreking van het viergebiedenmodel volgt in hoofdstuk 5.

4 Analyse van de experimentele temperatuur-tijdkromme

4.1 Inleiding

In § 3.4 is het gemodificeerde Jaegermodel ingevoerd als mathematisch model van het bij de experimenten gebruikte meetelement. Als resultaat daarvan kan de gemeten temperatuur-tijdkromme $\theta_{exp}(t)$ nu worden geïdentificeerd met de door formule (2.22) beschreven temperatuur-tijdfunctie. Daarbij worden de coëfficiënt A, B, D en E bepaald door respectievelijk de formules (2.23) tot en met (2.26) e zijn de dimensieloze parameters γ en α gedefinieerd volgens de (voor het gemodif ceerde Jaegermodel specifieke) uitdrukkingen (3.1) tot en met (3.5).

Uitgaande van dit stelsel formules moeten uiteindelijk de gezochte grootheden λ, Γ_ℓ (of Γ) en eventueel ρc worden bepaald. De wijze waarop dit gebeurt wordt in dit hoofdstuk besproken. Eerst wordt daartoe in § 4.2 de door formule (2.22) weergegeven temperatuur-tijdfunctie in een meer bruikbare vorm gebracht; hierbij verschijnt een "*tijdcorrectie*" t_0. Paragraaf 4.3 beschrijft de analyse van $\theta_{exp}(t)$ voor het geval van grote meettijden (b.v. $t_b > 1000$ s): "*de asymptotische benadering*". Bij kortdurende metingen (b.v. $t_e < 300$ s) blijkt t_0 van essentiële betekenis te zijn voor de analyse van $\theta_{exp}(t)$. In § 4.4 worden verschillende methoden ter bepaling van deze, voor een meting karakteristieke, t_0 besproken. In § 4.5 wordt aangegeven hoe uit de analyse van $\theta_{exp}(t)$ de grootheden λ en γ (en daarmee ook Γ_ℓ en/of Γ) worden bepaald voor het geval dat ρc bekend is. Tenslotte volgt in § 4.6 de bespreking van de simultane bepaling van λ, ρc en γ.

4.2 De temperatuur-tijdkromme $\theta(t)$

Om formule (2.22) meer geschikt te maken voor verwerking van de meetresultaten, wordt - bij wijze van tussenstap - uitgegaan van de uitdrukking

$$\theta'(t) = A' \ln(t + t_0') + B' \qquad (4.1)$$

De accenten in uitdrukking (4.1) worden toegevoegd om duidelijk te laten uitkomen dat het hier om een tussenstap gaat. A', B' en t_0' zijn willekeurige constanten

(waarbij t_0' overigens niet te groot wordt verondersteld). Er geldt:

$$\ln(t + t_0') = \ln\left\{t(1 + t_0'/t)\right\} = \ln t + \ln(1 + t_0'/t) \qquad (4.2)$$

Voor waarden van $t > t_0'$ is $\ln(1 + t_0'/t)$ als een machtreeks voor te stellen:

$$\ln(1 + t_0'/t) = \frac{t_0'}{t} - \frac{t_0'^2}{2t^2} + \frac{t_0'^3}{3t^3} - \ldots \qquad (t > t_0') \qquad (4.3)$$

Voor voldoend grote waarden van t zijn de hogere-orde-termen uit deze reeks te verwaarlozen ten opzichte van ln t en t_0'/t. Voor vergelijking (4.1) volgt dan:

$$\theta'(t) \simeq A' \ln t + B' + \frac{A' t_0'}{t} \qquad (t \gg t_0') \qquad (4.4)$$

Indien men nu formule (2.22) herschrijft als:

$$\theta(t) - E\,\frac{\ln t}{t} \equiv \theta^*(t) \simeq A \ln t + B + \frac{D}{t} \qquad (t \gg v^2/a) \qquad (4.5)$$

waarbij dus $\theta^*(t)$ wordt gedefinieerd als

$$\theta^*(t) \equiv \theta(t) - E\,\frac{\ln t}{t} \qquad (4.6)$$

heeft $\theta^*(t)$ dezelfde vorm als $\theta'(t)$ in de uitdrukking (4.4). Deze identieke gedaante van $\theta'(t)$ en $\theta^*(t)$ als functie van de tijd t leidt tot twee conclusies:

1. Naar het voorbeeld van $\theta'(t)$, geschreven als uitdrukking (4.1), kan formule (4.5) nu worden teruggebracht tot de vorm:

$$\theta^*(t) \simeq A \ln(t + t_0) + B \qquad (t \gg v^2/a \text{ en } t \gg t_0) \qquad (4.7)$$

   waarin t_0 *de tijdcorrectie* wordt genoemd.
2. Voor de coëfficiënt D uit de (D/t)-term in formule (4.5) geldt nu, naar analogie van de overeenkomstige term in uitdrukking (4.4) en op grond van de zojuist in formule (4.7) ingevoerde t_0:

$$D = A\,t_0 \longrightarrow t_0 = D/A \tag{4.8}$$

Het hier gevonden resultaat en het in hoofdstuk 3 besprokene kan nu worden samengevat, waarbij voor de volledigheid enkele eerder gegeven, voor het vervolg essentiële formules, worden herhaald.

Voor de experimenteel bepaalde temperatuur-tijdkromme $\theta_{exp}(t)$ kan worden geschreven:

$$\theta^*_{exp}(t) \simeq A \ln(t + t_0) + B \qquad (t \gg v^2/a \text{ en } t \gg t_0) \tag{4.9}$$

met

$$\theta^*_{exp}(t) = \theta_{exp}(t) - E\,\frac{\ln t}{t} \tag{4.10}$$

De coëfficiënten A, B en E voldoen respectievelijk aan:

$$A = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda} \tag{4.11}$$

$$B = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{\ln\left(\frac{4a}{v^2 C_E{}^*}\right) + 2\gamma\right\} \tag{4.12}$$

$$E = \frac{Q_\ell}{4\pi\lambda}\left\{\frac{(\alpha - 2)v^2}{2\alpha a}\right\} \tag{4.13}$$

De tijdcorrectie t_0 kan op grond van de formules (4.8), (2.23) en (2.25) worden geschreven als:

$$t_0 = \frac{(\alpha - 2)v^2 \ln(4a/v^2 C_E{}^*) + v^2(\alpha - 4\gamma)}{2\alpha a} \tag{4.14}$$

Met behulp van de formules (3.1) tot en met (3.5) volgt voor de dimensieloze parameters γ en α:

$$\gamma \equiv 2\pi(\Gamma_\ell + W_{\ell,i})\lambda = \left\{2\pi\Gamma_\ell + \frac{\ln(u/R)}{\lambda_{isol}} + \frac{\ln(v/u)}{\lambda_{omh}}\right\}\lambda \qquad (4.15)$$

en

$$\alpha \equiv \frac{2\pi v^2 \rho c}{C_{\ell,stookdr} + C_{\ell,isol} + C_{\ell,omh}} \qquad (4.16)$$

Het stelsel formules (4.9) tot en met (4.16) levert voor elk meettijdstip één vergelijking met drie onbekenden, te weten de thermische parameters van het medium λ en ρc (via $\rho c = \lambda/a$) en de contactweerstand Γ_ℓ. Hierbij wordt er dan overigens van uitgegaan dat de effectieve afstand R inmiddels via metingen aan een ijkmedium is bepaald (zie de paragrafen 7.3.2 en 7.4). Door een meting uit te voeren gedurende een voldoend lange tijd (bijvoorbeeld gedurende 300 s) en elke seconde de temperatuurstijging te meten, wordt aldus (met inachtneming van de voorwaarden $t >> v^2/a$ en $t >> t_0$, bijvoorbeeld $t_b > 100$ s) een stelsel van vele simultane vergelijkingen verkregen. Het oplossen van deze vergelijkingen geeft een waarde voor λ, ρc en Γ_ℓ. Wat het tegelijkertijd voldoen aan de voorwaarden $t >> v^2/a$ en $t >> t_0$ betreft kan worden opgemerkt dat in de praktijk (zie de hoofdstukken 7 en 8) is gebleken dat v^2/a en $|t_0|$ van dezelfde grootte-orde zijn, zodat in het vervolg kan worden volstaan met het noemen van slechts één voorwaarde (bijvoorbeeld $t >> v^2/a$).

Wat zijn vorm betreft heeft formule (4.9) een duidelijke overeenkomst met formule (2.13), die de temperatuurstijging van de ideale lijnbron beschrijft; het verband tussen $\theta^*_{exp}(t)$ en $\ln(t + t_0)$ is voor voldoend grote waarden van t een rechte lijn. Een regressie van $\theta^*_{exp}(t_i)$ op $\ln(t_i + t_0)$ (uitgevoerd op het tijdsinterval (t_b, t_e) en waarbij $i = b, b + 1, \ldots, e$) ligt dan voor de hand. Uit de helling A (formule (4.11)) van de rechte lijn volgt een waarde voor λ, terwijl de afsnijding B (formule (4.12)) van het verlengde van deze lijn met de temperatuuras een relatie oplevert tussen a en γ (en dus ook een relatie tussen ρc en Γ_ℓ). Een regressie-analyse kan echter eerst worden uitgevoerd als $\theta^*_{exp}(t)$ en t_0 bekend zijn. $\theta^*_{exp}(t)$ moet volgens de formules (4.10), (4.13) en (4.16) uit de direct gemeten kromme $\theta_{exp}(t)$ worden afgeleid en daardoor hangt $\theta^*_{exp}(t)$ ook nog af van λ en ρc. Formule (4.14) laat zien dat bovendien t_0 afhankelijk is van λ, ρc en γ. Samenvattend: $\theta^*_{exp}(t)$ en t_0 zijn zelf nog functies van de grootheden die juist met behulp van $\theta^*_{exp}(t)$ en t_0 moeten worden bepaald. De uitweg uit deze ogenschijnlijk vicieuze cirkel vormt het onderwerp van § 4.5.

4.3 De asymptotische benadering

Hieronder wordt verstaan de oplossing van vergelijking (4.5) voor het geval waarin de voor de berekeningen gebruikte meettijden zo groot zijn, dat de (1/t)- en de (ln t)/t-term zijn te verwaarlozen ten opzichte van de (ln t)-term. In dit geval is $\theta^*_{exp}(t)$ identiek met de gemeten $\theta_{exp}(t)$ en het omzetten van formule (4.. in formule (4.9) kan achterwege blijven (de tijdcorrectie t_0 is te verwaarlozen ten opzichte van de gebruikte t-waarden).

De temperatuurstijging wordt nu gegeven door:

$$\theta_{exp}(t) \simeq A \ln t + B \qquad \text{(t zeer groot)} \qquad (4.17)$$

Dat wil zeggen, voor groter wordende waarden van t gaat het meetelement zich steeds meer gedragen als een ideale lijnbron. Een belangrijk verschil blijft echter bestaan. In het geval van de ideale lijnbron heeft het begrip contactweer stand geen betekenis wegens het oneindig dun zijn van de stookdraad maar bij het meetelement blijft de contactweerstand, ook voor grote waarden van t, zijn invlo doen gelden via formule (4.12) voor de coëfficiënt B. Uit een regressie van de gemeten temperatuurwaarden $\theta_{exp}(t_i)$ op ln t_i volgt via formule (4.11) wel direct een waarde voor λ maar formule (4.12) geeft niet meer dan een relatie tussen a e γ (en dus ook niet meer dan een relatie tussen ρc en Γ_ℓ). In het algemeen behoor een ρc-bepaling nu niet tot de mogelijkheden omdat Γ_ℓ geen a priori bekende groo heid is. Slechts voor die gevallen waarin $\Gamma_\ell = 0$ verondersteld mag worden (bij- voorbeeld als het medium een vloeistof is) is in principe een ρc-bepaling mogeli

Zoals reeds eerder is opgemerkt (§ 1.4 en § 1.5) zijn er belangrijke nadele verbonden aan het meten bij grote waarden van de tijd t. Omdat de temperatuur steeds langzamer stijgt neemt de invloed van foutenbronnen van uiteenlopende aard (elektrische storingen, temperatuurfluctuaties) toe met de tijd. Voor grote waarden van t wordt de relatieve spreiding in de gemeten temperatuurwaarden der- halve groter. Als gevolg daarvan zal, naarmate de θ(t)-ln t-rechte bepaald wordt op een tijdsinterval waarvan het begintijdstip t_b groter is, een toenemende on- nauwkeurigheid optreden in de helling en via formule (4.11) dus ook een toenemen de onnauwkeurigheid in λ. Voor een eventuele ρc-bepaling (via formule (4.12) in het geval $\Gamma_\ell = 0$) komt daar nog bij dat een zekere onnauwkeurigheid in de hellin van de rechte een des te grotere onnauwkeurigheid geeft in de temperatuuras- afsnijding van het verlengde van deze rechte naarmate t_b groter is.

Los van de hierboven genoemde experimentele fouten geeft het toepassen van de asymptotische benadering op zichzelf reeds een zekere (theoretische) fout. Voor droge zandstapelingen bijvoorbeeld is bij t_b = 1000 s de fout in λ ten gevolge van de asymptotische benadering circa 2,5% (Wechsler (1965)). Bij vochtige zandstapelingen is de asymptotische bepaling weliswaar bij aanmerkelijk kleinere waarden van t_b (bijvoorbeeld t_b = 600 s) al redelijk nauwkeurig, maar om de invloed van vochttransport tijdens de meting voldoende te beperken zijn deze kleinere t_b-waarden nog te groot.

Ondanks de hier genoemde nadelen wordt bij het overgrote deel van de onderzoekingen aan korrelstructuren, waarbij een bepaling van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ het doel is, gebruik gemaakt van deze asymptotische oplosmethode (zie § 2.2). Bij de in dit proefschrift beschreven experimenten wordt de methode slechts gebruikt ter verkrijging van een eerste schatting (startwaarde) van λ (zie § 4.5).

4.4 Verschillende methoden ter bepaling van de tijdcorrectie t_0

Indien de meettijden niet zo groot zijn dat de (1/t)- en (ln t)/t-term verwaarloosd mogen worden dient het stelsel formules (4.9) tot en met (4.16) als uitgangspunt voor de bepaling van λ, ρc en Γ_ℓ. De tijdcorrectie t_0 speelt hierbij een essentiële rol. In deze paragraaf worden verschillende methoden besproken met behulp waarvan t_0 uit een meting kan worden bepaald.

4.4.1 Een t_0-bepaling uit de $(\Delta t/\Delta\theta)$-t-rechte

Deze methode is ontwikkeld door Van der Held & Van Drunen (1949).

Uit de formules (4.9) en (4.10) volgt dat voor voldoend grote waarden van t in goede benadering geldt:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} \simeq \frac{A}{t + t_0} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta t}{\Delta\theta(t)} \simeq \frac{1}{A}\,(t + t_0) \tag{4.18}$$

Via een lineaire regressie van de met behulp van een numerieke differentiatie verkregen waarden $\Delta t_i/\Delta\theta(t_i)$ op t_i volgt uit het snijpunt van de rechte met de t-as een waarde voor t_0. De op deze wijze bepaalde t_0 komt als een specifieke

experimentgrootheid naar voren met een duidelijke invloed op de grootte van λ. Als gevolg echter van de grote spreiding in t_0 wordt de nauwkeurigheid in λ nadelig beïnvloed en is een betrouwbare Γ_ℓ- en ρc-bepaling in het geheel niet mogelij De oorzaak van de grote onnauwkeurigheid in t_0 is duidelijk. De via numerieke differentiatie verkregen waarden voor $\Delta t_i/\Delta\theta(t_i)$ vertonen - juist als gevolg van de differentiatie bij relatief grote waarden van t en dus kleine differenties $\Delta\theta(t_i)$ - een grote spreiding.

4.4.2 Een t_0-bepaling uit de minimale middelbare fout in de $\theta^*_{exp}(t)$-ln(t + t_0)--rechte

De tweede methode ter bepaling van t_0 uit formule (4.9) berust op het minimaliseren van de middelbare fout van de waarnemingen ten opzichte van de te verwachten rechte. Indien $D(t_i)$ gedefinieerd is als:

$$D(t_i) = \theta^*_{exp}(t_i) - \left\{A \ln(t_i + t_0) + B\right\} \tag{4.19}$$

geldt voor de middelbare fout F:

$$F = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} D^2(t_i)}{N - 2}} \tag{4.20}$$

waarin N het aantal meetpunten is. Door met t_0 als parameter in een regressie va $\theta^*_{exp}(t_i)$ op $\ln(t_i + t_0)$ te zoeken naar die rechte lijn waarbij F minimaal is, zo een optimale aanpassing aan de gemeten temperatuur-tijdkromme moeten worden verkregen. De resultaten laten echter nauwelijks een ander beeld zien dan dat van de t_0-bepaling volgens de numerieke differentiatiemethode: de spreiding in t_0 is te groot voor een betrouwbare λ-, ρc- en Γ_ℓ-bepaling.

Opgemerkt dient nog te worden dat bij de hier besproken methode ter bepalin van t_0 vooraf een waarde voor λ en voor ρc moet worden ingevoerd, opdat een regressie van $\theta^*_{exp}(t_i)$ op $\ln(t_i + t_0)$ kan worden uitgevoerd waaruit F is te berekenen. Zoals eerder (§ 4.2) is opgemerkt wordt de oplossing van dit probleem bespro ken in § 4.5.

4.4.3 Een t_0-bepaling volgens de methode $\gamma_1 = \gamma_2$

De derde mogelijkheid om t_0 te bepalen maakt gebruik van het feit dat de dimensieloze "warmteweerstand" γ op twee verschillende manieren voorkomt in het stelsel formules (4.9) tot en met (4.16), namelijk in de temperatuuras-afsnijding B (formule(4.12)) en in de tijdcorrectie t_0 (formule (4.14)). Bij de nu te volgen methode wordt uitgegaan van de gedachte dat indien het stelsel formules (4.9) tot en met (4.16) de werkelijkheid nauwkeurig beschrijft, er slechts *één* γ-waarde mag bestaan. Indien γ_1 die waarde van γ is die betrekking heeft op formule (4.12) volgt uit (4.11) en (4.12):

$$\gamma_1 = \frac{B/A - \ln(4a/v^2 C_E^*)}{2} \tag{4.21}$$

en als γ_2 die waarde van γ is die betrekking heeft op formule (4.14) volgt:

$$\gamma_2 = \frac{(\alpha - 2)v^2 \ln(4a/v^2 C_E^*) + v^2\alpha - 2\alpha a t_0}{4v^2} \tag{4.22}$$

Door met t_0 als parameter een regressie van $\theta^*_{exp}(t_i)$ op $\ln(t_i + t_0)$ uit te voeren, kan nu worden gezocht naar die t_0 waarvoor geldt:

$$\gamma_1 = \gamma_2 \tag{4.23}$$

Immers, omdat ook nu wordt uitgegaan van een vooraf ingevoerde λ- en ρc-waarde (§ 4.5) en omdat t_0 als parameter wordt ingevoerd volgt uit (4.22) direct een waarde voor γ_2, terwijl γ_1 kan worden berekend nadat uit de regressie de coëfficiënten A en B zijn bepaald.

De volgens deze "$\gamma_1 = \gamma_2$"-*methode* berekende tijdcorrectie t_0 is voldoende nauwkeurig gebleken om gebruikt te kunnen worden bij de verdere analyse van de experimentele temperatuur-tijdkromme ter bepaling van λ, ρc en Γ_ℓ.

4.5 Een λ- en Γ_ℓ-bepaling voor het geval waarin ρc bekend is

Uitgangspunt voor een λ- en Γ_ℓ-bepaling is het stelsel formules (4.9) tot en met (4.16). Zoals in § 4.2 reeds is aangegeven ligt daarbij een regressie van $\theta^*_{exp}(t_i)$ op $\ln(t_i + t_0)$ voor de hand. In § 4.4.3 is besproken hoe deze zelfde regressie ook een t_0-bepaling volgens de methode "$\gamma_1 = \gamma_2$" mogelijk maakt. Wel werd steeds gewezen op de noodzaak vooraf een waarde voor λ en ρc in te voeren opdat de regressie kan worden uitgevoerd. Omdat in deze paragraaf wordt uitgegaan van de situatie waarin ρc bekend is, beperkt deze noodzaak zich nu tot λ.

De methode die gevolgd wordt houdt in dat, uitgaande van een "*startwaarde*" voor λ, een *iteratieproces* wordt uitgevoerd waarin per iteratiestap λ constant is en (een bij deze λ behorende) t_0 wordt bepaald volgens de methode "$\gamma_1 = \gamma_2$". De regressie van $\theta^*_{exp}(t_i)$ op $\ln(t_i + t_0)$ geeft via formule (4.11) een nieuwe (verbeterde) λ. Deze nieuwe λ wordt ingevoerd bij de volgende iteratiestap. Het iteratieproces wordt beëindigd indien λ niet meer significant verandert. Daarmee liggen dan tegelijkertijd t_0 en $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$ vast. Met behulp van formule (4.15) volgt dan ook een waarde voor Γ_ℓ (mits R bekend is).

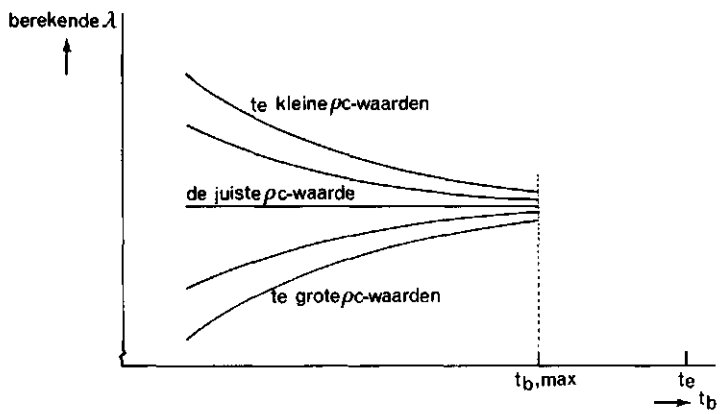
Aan de startwaarde voor λ in het iteratieproces worden geen hoge eisen gesteld. Een bepaling van deze startwaarde uit de asymptotische benadering (§ 4.3) is voldoende nauwkeurig gebleken om het iteratieproces reeds na de derde stap te kunnen beëindigen.

4.6 De simultane λ, ρc en Γ_ℓ-bepaling

Omdat ρc nu onbekend is, wordt deze grootheid bij de hier te bespreken methode als parameter ingevoerd. Daarbij wordt ρc stapsgewijs a priori gekozen; bijvoorbeeld wordt, uitgaande van een lage startwaarde, ρc telkens met 10% verhoogd. Binnen zo'n "macrostap" met vaste ρc wordt op geheel identieke wijze als in § 4.5 is beschreven - dus via de methode "$\gamma_1 = \gamma_2$" voor de bepaling van t_0 en via het iteratieproces ter bepaling van λ - een bij deze ρc-waarde behorende combinatie van λ-, t_0- en γ-waarden bepaald. Na dit procédé een aantal malen (J) te hebben herhaald, telkens met een 10% hogere ρc-waarde, ontstaat aldus een verzameling van telkens vier bij elkaar behorende getalwaarden ρc, λ, t_0 en γ:

$$\left\{(\rho c)^j,\ \lambda^j,\ {t_0}^j, \gamma^j\right\} \qquad (j = 1, 2, \ldots J) \qquad (4.24)$$

De opgave is nu in deze verzameling het juiste viertal te vinden. Daarvoor is een additioneel gegeven nodig. Zo'n extra gegeven is hier aanwezig in de eis dat ρc gedurende een meting *constant* moet blijven. Wij kunnen het ook anders formuleren. Indien een onjuiste ρc-waarde wordt ingevoerd, worden de resultaten van de regressie-analyse (bijvoorbeeld de berekende λ-waarde) beïnvloed door de keuze van het tijdsinterval (t_b, t_e). Bij een vaste lengte van het interval (t_b, t_e) neemt deze aanvankelijk relatief grote invloed geleidelijk af naarmate het interval langs de tijdas naar grotere tijden wordt verplaatst. Bovendien blijkt dat te grote ρc-waarden een afwijking geven, die tegengesteld is aan de afwijking indien te kleine ρc-waarden worden ingevoerd. Slechts in het geval van de juiste ρc-waarde is de regressie-analyse, met inachtneming van de voorwaarde $t >> v^2/a$, onafhankelijk van lengte en plaats van het tijdsinterval (t_b, t_e). In figuur 4.1 is de invloed weergegeven van ρc op de berekende waarde van λ, in afhankelijkheid van het begintijdstip t_b bij vast eindtijdstip t_e. Het tijdstip $t_{b,max}$ geeft die waarde van t_b aan waarboven het tijdsinterval (t_b, t_e) te kort is om op dit interval voldoende nauwkeurig een regressie-analyse te kunnen verrichten.



Figuur 4.1 De invloed van de ingevoerde ρc-waarde op de berekening van λ in afhankelijkheid van het begintijdstip t_b en bij vastgehouden eindtijdstip t_e.

De hier genoemde eigenschap van constant blijvende ρc is gebruikt als criterium om de juiste ρc-waarde op te zoeken. Daartoe wordt bij iedere ingevoerde ρc-waarde het procédé bestaande uit een t_0-bepaling en een iteratieve λ-bepaling uitgevoerd op twee verschillende tijdsintervallen, bijvoorbeeld $(t_{b,1}, t_e)$ en $(t_{b,2}, t_e)$ of $(t_b, t_{e,1})$ en $(t_b, t_{e,2})$. Zodra het verschil tussen de berekende

overeenkomstige grootheden (dit kan bijvoorbeeld zijn λ maar evengoed t_θ of γ) binnen de nauwkeurigheidsmarge valt, is de "juiste" ρc-waarde bereikt. Daarmee liggen dan ook de "juiste" waarden voor λ, t_0 en γ vast (het juiste viertal uit de verzameling (4.24)). Met behulp van formule (4.15) volgt dan ook een waarde voor Γ_ℓ.

5 Het viergebiedenmodel

5.1 Inleiding

In § 3.4 is gewezen op de behoefte aan een contrôlemodel dat meer in detail overeenstemt met het gebruikte meetelement dan het aldaar beschreven gemodificeerde Jaegermodel. Twee redenen werden hiervoor aangegeven:

1. De noodzaak de effectieve afstand R onafhankelijk te kunnen bepalen.
2. De wens door een onafhankelijke berekening een indruk te krijgen van de afwijkingen in het gemodificeerde Jaegermodel die kunnen ontstaan door cumulatie van modelmatige benaderingseffecten.

In het nieuw te ontwikkelen model moeten daartoe de afmetingen en de thermische parameters van de onderdelen van het meetelement meer tot hun recht komen dan in het gemodificeerde Jaegermodel is gebeurd. Bovendien moet, terwille van de genoemde onafhankelijkheid, de gemeten temperatuur-tijdkromme $\theta_{exp}(t)$ op een essentieel andere manier in de berekeningen worden gebruikt. Een op deze eisen gerichte aanpak wordt in dit hoofdstuk gegeven onder de naam "*viergebiedenmodel*".

In § 5.2 wordt het viergebiedenmodel gedefinieerd. Paragraaf 5.3 beschrijft de methode waarop het model mathematisch wordt uitgewerkt. De paragrafen 5.4 en 5.5 zijn gewijd aan deze uitwerking zelf.

5.2 Het viergebiedenmodel

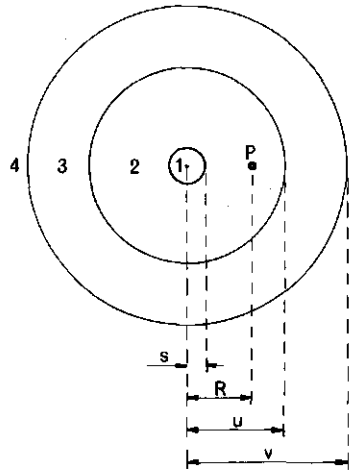
De in dit model te onderscheiden gebieden zijn te beschrijven als vier coaxiale, oneindig lange cylinders, iedere cylinder met zijn eigen thermische parameters λ en ρc. Hierbij is, gerekend van binnenuit (zie figuur 5.1):

Gebied 1: de constantaan-stookdraad als kern met de thermische parameters λ_1 en $(\rho c)_1$ en met straal s.

Gebied 2: de isolerende en fixerende vulstof met de thermische parameters λ_2 en $(\rho c)_2$ en met een buitenstraal u.

Gebied 3: de roestvrijstalen mantel; thermische parameters λ_3 en $(\rho c)_3$; buitenstraal v.

Gebied 4: het homogene, isotrope en oneindig uitgestrekte medium, waarvan de thermische parameters $\lambda_4 = \lambda$ en $(\rho c)_4 = \rho c$ moeten worden bepaald.



Figuur 5.1 Het viergebiedenmodel.

In de stookdraad wordt een in de tijd constante warmtestroom Q_ℓ opgewekt. De temperatuur $\theta_{exp}(t)$ als functie van de tijd t wordt gemeten in een punt P in de isolatielaag (gebied 2) op afstand R van de as van de stookdraad. Aan het grensvlak van de gebieden 3 en 4 wordt een contactweerstand Γ aangenomen.

5.3 De methode met laplacegetransformeerden

De analytische bepaling van het temperatuurverloop $\theta(t)$ in P vergt het oplossen van een stel simultane partiële differentiaalvergelijkingen en voert daardoor in het gunstigste geval tot numeriek nauwelijks hanteerbare resultaten. Dit was de reden waarom Jaeger (1956) bij de uitwerking van het samengestelde cylindermodel (zie § 2.4.2) toch weer vereenvoudigingen invoerde.

Omstreeks 1960 echter suggereerde Van Wijk (1964) in zulke gevallen, waarin het niet gaat om een expliciete (analytische) bepaling van het temperatuurverloop $\theta(t)$ maar om de meting van de thermische parameters λ en/of ρc, geheel af te zien van de oplossing van $\theta(t)$ maar in plaats daarvan uitsluitend te werken met laplacegetransformeerde meetresultaten en met de oplossingen van de laplacegetransformeerde differentiaalvergelijkingen. De parameters λ en ρc hebben immers dezelfde waarden in de getransformeerde als in de niet-getransformeerde vergelijkingen.

In plaats van het direct gemeten temperatuurverloop $\theta(t)$ wordt - in deze gedachtengang - het door tussenschakeling van een rekenmachine verkregen numeriek getransformeerde temperatuurverloop $\bar{\theta}(p)$ volgens:

$$\bar{\theta}(p) = \int_{t=0}^{\infty} e^{-pt}\theta(t)dt \qquad (5.1)$$

als meetresultaat beschouwd. Deze "gemeten" $\bar{\theta}(p)$ wordt dan geïdentificeerd met de uit de getransformeerde vergelijkingen opgeloste $\bar{\theta}(p)$. De laplaceparameter p is hierin een, in principe willekeurige, positieve constante.

Het werken met laplacetransformaties verloopt in veel gevallen daarom zo elegant omdat men reeds bij het opstellen van de vergelijkingen de randvoorwaarden van het probleem kan invoeren, terwijl dit anders pas mogelijk is nadat men de algemene oplossing van de vergelijkingen heeft bepaald. Een eventueel vereenvoudigend effect van de randvoorwaarden op de getransformeerde vergelijkingen en daardoor op het eindresultaat kan dan in een vroeg stadium van de mathematische behandeling van het probleem tot zijn recht komen. Complicaties, die weer zouden ontstaan bij het terugtransformeren van de oplossing $\bar{\theta}(p)$ naar de oplossing $\theta(t)$, worden vermeden indien men de suggestie van Van Wijk volgt. Deze aanpak is echter slechts in een beperkte categorie van gevallen mogelijk. Schrijft men:

$$\bar{\theta}(p) = \int_{t=0}^{t=t_e} e^{-pt}\theta(t)dt + \int_{t=t_e}^{\infty} e^{-pt}\theta(t)dt \qquad (5.2)$$

dan is de eerste integraal de door de eindigheid van de duur t_e van de meting beperkte (numerieke) benadering van de laplacegetransformeerde van het temperatuurverloop $\theta(t)$. De tweede integraal is de "staart" van de laplacegetransformeerde $\bar{\theta}(p)$, in feite een restterm. Alleen indien de staart verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de eerste integraal, of indien men een correctie voor het weglaten van de staart kan invoeren, is deze aanpak van Van Wijk geoorloofd. De fout die ontstaat door het weglaten van de staart (de "staartfout"), kan men onderdrukken door een grote waarde voor de constante p te kiezen, waardoor de exponentiële functie in de integraal snel daalt. Bij een grote waarde van p valt echter een onevenredig zwaar accent op een kort beginstuk van de meetperiode, waardoor een weinig efficiënt gebruik wordt gemaakt van de informatie die tijdens

een groot gedeelte van de meting wordt verzameld. Bovendien doen tekortkomingen van het gekozen model (de schematisering van het meetelement) zich juist in het begin van een meting sterker gelden. Het vereffenen en uitmiddelen van dergelijke effecten en van andere meetonnauwkeurigheden vraagt juist om een zo gelijkmatig mogelijk verdeeld accent op alle tijdens de meting verzamelde temperaturen en dus om een kleine waarde van p.

Een andere manier om de staartfout te onderdrukken is het opvoeren van de meetduur t_e. Om eerder genoemde practische redenen (zie § 1.4 en § 1.5) zijn langdurende metingen echter ongewenst.

Wij komen dan ook tot de conclusie dat de methode - althans in dit onderzoek alleen maar werkt indien men voor het weglaten van de staart een correctie kan invoeren. Daartoe moet men voldoende weten van het temperatuurverloop voor $t > t_e$. Deze kennis is hier voorhanden. Immers, in hoofdstuk 4 is aangegeven dat het temperatuurverloop $\theta(t)$ in P voor voldoend grote waarden van t goed wordt benaderd door (zie de formules (4.9) en(4.10)):

$$\theta(t) \simeq A \ln(t + t_0) + B + E \frac{\ln t}{t} \tag{5.3}$$

waarin de coëfficiënten A, B en E en de tijdcorrectie t_0 via het gemodificeerde Jaegermodel worden bepaald. Substitutie van (5.3) in de tweede term van het rechterlid van (5.2) geeft daarom een bijna exacte benadering voor de staart.

5.4 De oplossing van de laplacegetransformeerde vergelijking

Indien in gebied 1 met $0 \leqslant r \leqslant s$ een uniforme warmteproductie $Q(Wm^{-3})$ voor $t > 0$ optreedt, luidt de differentiaalvergelijking van Fourier voor de temperatuurstijging $\theta_1(r,t)$ in dit gebied:

$$(\rho c)_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \lambda_1 \Delta \theta_1 + Q \tag{5.4}$$

In cylindercoördinaten (voor de oneindig lange cylinder) wordt dit:

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_1}{\partial r} - \frac{1}{a_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{Q}{\lambda_1} = 0 \tag{5.5}$$

waarin

$$a_1 = \lambda_1/(\rho c)_1 \tag{5.6}$$

de temperatuurvereffeningscoëfficiënt van gebied 1 voorstelt. Als randvoorwaarde geldt:

$$\theta_1(r,0) = 0 \tag{5.7}$$

Laplacetransformatie van vergelijking (5.5) levert met inachtneming van randconditie (5.7):

$$\frac{d^2\overline{\theta}_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{d\overline{\theta}_1}{dr} - \frac{p}{a_1}\,\overline{\theta}_1 + \frac{Q}{\lambda_1 p} = 0 \tag{5.8}$$

Wij voeren nu in:

$$q_1 = \sqrt{\frac{p}{a_1}} \tag{5.9}$$

en stellen nog

$$x_1 = q_1 r \tag{5.10}$$

en

$$y_1 = \overline{\theta}_1 - \frac{a_1 Q}{\lambda_1 p^2} \tag{5.11}$$

Vergelijking (5.8) kan dan worden geschreven als:

$$\frac{d^2 y_1}{dx_1^2} + \frac{1}{x_1}\,\frac{dy_1}{dx_1} - y_1 = 0 \tag{5.12}$$

Dit is de gemodificeerde besselvergelijking van de orde nul, die als algemene oplossing heeft:

$$y_1(x_1) = \alpha_1 I_0(x_1) + \beta_1 K_0(x_1) \tag{5.13}$$

Omdat θ_1, en dus ook $\overline{\theta}_1$, eindig moet blijven voor $r \longrightarrow 0$ en omdat $K_0(0) = \infty$, is in gebied 1 slechts acceptabel de oplossing:

$$y_1(x_1) = \alpha_1 I_0(x_1) \tag{5.14}$$

zodat wegens (5.11)

$$\overline{\theta}_1(x_1) = \alpha_1 I_0(x_1) + \frac{a_1 Q}{\lambda_1 p^2} \qquad (0 \leqslant x_1 \leqslant q_1 s) \tag{5.15}$$

In de gebieden 2 en 3 ontbreekt de bronterm met Q in de differentiaalvergelijkingen. Voor het overige verloopt de oplossing geheel analoog, met dien verstande, dat hier de functie K_0 wel acceptabel is. Immers, in het betrokken interval van r ontbreekt $r = 0$, zodat nu K_0 overal eindig is. Men vindt dus:

$$\overline{\theta}_i(x_i) = \alpha_i I_0(x_i) + \beta_i K_0(x_i) \qquad (i = 2,3) \tag{5.16}$$

met

$$\left.\begin{aligned} q_2 s \leqslant x_2 \leqslant q_2 u \\ q_3 u \leqslant x_3 \leqslant q_3 v \end{aligned}\right\} \tag{5.17}$$

In gebied 4 tenslotte, ontbreekt eveneens de bronterm met Q in de vergelijkingen maar daar is wegens $I_0(\infty) = \infty$ juist de functie I_0 niet acceptabel, zodat volgt:

$$\overline{\theta}_4(x_4) = \beta_4 K_0(x_4) \qquad (x_4 \geqslant q_4 v) \tag{5.18}$$

5.5 De aansluitvergelijkingen en de contactweerstand

De continuïteitsvoorwaarden aan de cylindrische grensvlakken tussen de gebieden leveren de aansluitvergelijkingen van het model.

Aannemend dat het contact tussen de gebieden 1 en 2 (stookdraad en isolatielaag) en tussen 2 en 3 (isolatielaag en stalen mantel) als perfect kan worden beschouwd, geldt respectievelijk:

$$\left.\begin{aligned} \theta_1(s,t) &= \theta_2(s,t) \\ \theta_2(u,t) &= \theta_3(u,t) \end{aligned}\right\} \tag{5.19}$$

en dus ook:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\theta}_1(s) &= \overline{\theta}_2(s) \\ \overline{\theta}_2(u) &= \overline{\theta}_3(u) \end{aligned}\right\} \tag{5.20}$$

Hieruit volgen de vergelijkingen (bedenk $x_i = q_i r$):

$$\alpha_1 I_0(q_1 s) + Q_0 = \alpha_2 I_0(q_2 s) + \beta_2 K_0(q_2 s) \tag{5.21}$$

waarin

$$Q_0 = \frac{a_1 Q}{\lambda_1 p^2} \qquad \text{(is constant)} \tag{5.22}$$

en

$$\alpha_2 I_0(q_2 u) + \beta_2 K_0(q_2 u) = \alpha_3 I_0(q_3 u) + \beta_3 K_0(q_3 u) \tag{5.23}$$

Als gevolg van het niet perfecte contact tussen de stalen buitenwand (gebied 3) en het medium (gebied 4) geldt hier:

$$-\lambda_4\left(\frac{\partial\theta_4}{\partial r}\right)_{r=v} = \frac{\theta_3(v,t) - \theta_4(v,t)}{\Gamma} = -\lambda_3\left(\frac{\partial\theta_3}{\partial r}\right)_{r=v} \tag{5.24}$$

waarin Γ de voor een oppervlakte-eenheid gedefinieerde contactweerstand is, die samenhangt met de in het gemodificeerde Jaegermodel gebruikte voor een lengte-eenheid gedefinieerde contactweerstand Γ_ℓ volgens:

$$\Gamma = 2\pi v\Gamma_\ell \tag{5.25}$$

In vergelijking (5.24) stellen alle drie de leden de warmtestroomdichtheid voor die het vierde gebied binnendringt, waarbij:

$$\theta_3(v,t) = \lim_{r\downarrow v} \theta_3(r,t) \qquad (r < v) \tag{5.26}$$

en

$$\theta_4(v,t) = \lim_{r\downarrow v} \theta_4(r,t) \qquad (r > v) \tag{5.27}$$

Laplacetransformatie van vergelijking (5.24) levert (Γ constant in de tijd verondersteld):

$$-\Gamma\lambda_4\left(\frac{d\bar{\theta}_4}{dr}\right)_{r=v} = \bar{\theta}_3(v) - \bar{\theta}_4(v) = -\Gamma\lambda_3\left(\frac{d\bar{\theta}_3}{dr}\right)_{r=v} \tag{5.28}$$

Continuïteit van de warmtestroomdichtheid aan de andere grensvlakken eist analoog:

$$\lambda_1\left(\frac{d\bar{\theta}_1}{dr}\right)_{r=s} = \lambda_2\left(\frac{d\bar{\theta}_2}{dr}\right)_{r=s} \tag{5.29}$$

en

$$\lambda_2\left(\frac{d\bar{\theta}_2}{dr}\right)_{r=u} = \lambda_3\left(\frac{d\bar{\theta}_3}{dr}\right)_{r=u} \tag{5.30}$$

Daar

$$\frac{dI_0(x)}{dx} = I_1(x) \text{ en } \frac{dK_0(x)}{dx} = -K_1(x) \tag{5.31}$$

is, vinden wij respectievelijk uit (5.15), (5.16) en (5.18) met inachtneming van $x_i = q_i r$:

$$\frac{d\bar{\theta}_1}{dr} = \alpha_1 q_1 I_1(x_1) \tag{5.32}$$

$$\frac{d\bar{\theta}_2}{dr} = \alpha_2 q_2 I_1(x_2) - \beta_2 q_2 K_1(x_2) \tag{5.33}$$

$$\frac{d\bar{\theta}_3}{dr} = \alpha_3 q_3 I_1(x_3) - \beta_3 q_3 K_1(x_3) \tag{5.34}$$

$$\frac{d\bar{\theta}_4}{dr} = -\beta_4 q_4 K_1(x_4) \tag{5.35}$$

Invullen van de relaties (5.32) tot en met (5.35) in de vergelijkingen (5.28), (5.29) en (5.30) levert nu het volgende stelsel vergelijkingen, waarin voor de volledigheid de beide vergelijkingen (5.21) en (5.23) zijn herhaald:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{I.} && \alpha_1 I_0(q_1 s) + Q_0 = \alpha_2 I_0(q_2 s) + \beta_2 K_0(q_2 s)\\
&\text{II.} && \alpha_2 I_0(q_2 u) + \beta_2 K_0(q_2 u) = \alpha_3 I_0(q_3 u) + \beta_3 K_0(q_3 u)\\
&\text{III.} && -\beta_4 \Gamma \lambda_4 q_4 K_1(q_4 v) = \alpha_3 I_0(q_3 v) + \beta_3 K_0(q_3 v) - \beta_4 K_0(q_4 v)\\
&\text{I A.} && \alpha_1 \lambda_1 q_1 I_1(q_1 s) = \alpha_2 \lambda_2 q_2 I_1(q_2 s) - \beta_2 \lambda_2 q_2 K_1(q_2 s)\\
&\text{II A.} && \alpha_2 \lambda_2 q_2 I_1(q_2 u) - \beta_2 \lambda_2 q_2 K_1(q_2 u) = \alpha_3 \lambda_3 q_3 I_1(q_3 u) - \beta_3 \lambda_3 q_3 K_1(q_3 u)\\
&\text{III A.} && \alpha_3 \lambda_3 q_3 I_1(q_3 v) - \beta_3 \lambda_3 q_3 K_1(q_3 v) = -\beta_4 \lambda_4 q_4 K_1(q_4 v)
\end{aligned}\right\} \tag{5.36}$$

De eerste groep vergelijkingen (I, II en III) volgt uit het verloop van de temperatuur aan de grensvlakken en de tweede groep (I A, II A en III A) volgt uit de continuïteit van de warmtestroomdichtheid.

De besselfuncties met de argumenten $q_1 s$, $q_2 s$, $q_2 u$, $q_3 u$ en $q_3 v$ kunnen als instrumentele constanten worden beschouwd omdat deze argumenten berekend kunnen worden met de dimensies en de thermische constanten van de onderdelen van het meetelement.

De per meting constante Q_0 hangt samen met de warmteproductie Q_ℓ van het element volgens:

$$Q_0 = \frac{a_1 Q_\ell}{\pi s^2 \lambda_1 p^2} \tag{5.37}$$

hetgeen direct volgt uit (5.22) en uit:

$$Q_\ell = \pi s^2 Q \tag{5.38}$$

De coëfficiënten α_1, α_2, α_3, β_2, β_3 en β_4 zijn zes numerieke constanten, die als onbepaalde constanten in de algemene oplossingen van de getransformeerde differentiaalvergelijkingen zijn ingevoerd. Deze zes constanten moeten in het stelsel vergelijkingen (5.36) als onbekenden worden beschouwd. Bovendien bevat het stelsel (5.36) nog de onbekenden Γ, λ_4 en $q_4 = (p/a_4)^{\frac{1}{2}} = (p(\rho c)_4/\lambda_4)^{\frac{1}{2}}$. Vatten wij ρc als één onbekende op, dan telt het stelsel in totaal 6 + 3 = 9 onbekenden.

De meting van het temperatuurverloop $\theta(t)$ in punt P met r = R en dus met $x_2 = q_2 R$ in het tweede gebied levert een zevende vergelijking. Invullen van de laplacegetransformeerde $\overline{\theta}_2(q_2 R)$ van deze temperatuur in vergelijking (5.16) met i = 2 geeft:

$$\overline{\theta}_2(q_2 R) = \alpha_2 I_0(q_2 R) + \beta_2 K_0(q_2 R) \tag{5.39}$$

De "effectieve" afstand R koppelt de waarden van de beide besselfuncties $I_0(q_2 R)$ en $K_0(q_2 R)$, die als twee nieuwe instrumentele constanten de berekeningen binnentreden maar die voorlopig via R te zamen als één nieuwe onbekende (de tiende) tellen. Omdat het thermo-element zich in gebied 2 bevindt, moet zeker gelden:

$$s < R < u \tag{5.40}$$

zodat de gevonden waarde van R kan dienen als een contrôle op de consistentie van het numerieke materiaal.

$I_0(q_2R)$ en $K_0(q_2R)$ kunnen worden bepaald door het meetelement te ijken. Hiertoe worden metingen uitgevoerd waarbij zich in gebied 4 een medium bevindt met bekende thermische parameters (λ_4 en $(\rho c)_4$) terwijl dit medium met de stalen mantel van het meetelement een nagenoeg perfect warmtecontact maakt, zodat Γ nul kan worden gesteld. In deze situatie zijn dan *alle* argumenten van de besselfuncties in het stelsel vergelijkingen (5.36) bekend, terwijl het linkerlid van vergelijking III uit dit stelsel nul wordt. De enige onbekenden in deze zes vergelijkingen zijn dan de zes onbepaalde constanten α_1, α_2, α_3, β_2, β_3 en β_4, die nu dus (voor dit geval!) kunnen worden opgelost. Daarna kan men $I_0(q_2R)$ en $K_0(q_2R)$ en tegelijkertijd hiermee R bepalen uit de relatie (5.39). Zie § 7.4.

Na deze ijking van het meetelement beschikken wij over zeven vergelijkingen (het stelsel (5.36) en vergelijking (5.39)) met negen onbekenden α_1, ..., β_4, Γ, λ_4 en $(\rho c)_4$. Men kan nu in (5.36) de numerieke waarden van de besselfuncties, die als elementconstanten optreden, invullen en daarna α_1, ..., β_4 uit de (lineaire) vergelijkingen elimineren. Zo komt men tot de eindvergelijking, die te schrijven is als:

$$\frac{q_4 K_1(q_4 v)}{K_0(q_4 v)} = \frac{1}{\lambda_4}\left(-\Gamma + \frac{\overline{\theta} - K Q_\ell}{L Q_\ell - M\overline{\theta}}\right)^{-1} \tag{5.41}$$

Het linkerlid van vergelijking (5.41) is een functie van q_4 en dus, via $q_4 = (p/a_4)^{\frac{1}{2}} = (p(\rho c)_4/\lambda_4)^{\frac{1}{2}}$ ook van λ_4 en $(\rho c)_4$. K, L en M zijn *voor het meetelement karakteristieke constanten* die bij het numerieke eliminatieproces voor den dag komen; Γ is de voor een oppervlakte-eenheid gedefinieerde contactweerstand en $\overline{\theta}$ is de laplacegetransformeerde van het temperatuurverloop in het punt P. Tenslotte is Q_ℓ het via formule (5.37) opnieuw ingevoerde, door de stookdraad van het meetelement per lengte-eenheid ontwikkelde vermogen.

Vergelijking (5.41) geeft dus een verband tussen λ_4, $(\rho c)_4$ en Γ. Dit verband kan dienen om de via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde waarden voor λ en Γ samen met de vooraf ingevoerde waarde voor ρc op hun onderlinge consistentie te toetsen. Daarmee kan een indruk worden verkregen van de betrouwbaarheid van het gemodificeerde Jaegermodel. In § 8.6 worden de gevolgde werkwijze en de resultaten uitvoerig besproken.

6 De meetopstelling en de randapparatuur

6.1 Inleiding

In § 3.2 is de meetopstelling reeds schetsmatig ter sprake gekomen (zie ook figuur 3.3 op blz. 30). In dit hoofdstuk wordt meer in detail ingegaan op constructie, werkwijze en eigenschappen van de verschillende componenten waaruit de meetopstelling is opgebouwd. Om de beschrijving van het geheel enigszins overzichtelijk te houden wordt de meetopstelling daarbij globaal in drie gebieden ingedeeld. Achtereenvolgens onderscheiden wij het *meetgebied* (het door gestippelde lijnen omsloten gebied I in figuur 6.1), het *verwarmingscircuit* (gebied II) en het *meet- en registratiecircuit* (gebied III).

Het *meetgebied*, ter sprake komend in § 6.2, omvat het meet- en het referentie-element (§ 6.2.1), de meet- en de referentiecylinder (§ 6.2.2), beide gevuld met het te onderzoeken materiaal, en het thermostatische systeem (§ 6.2.3).

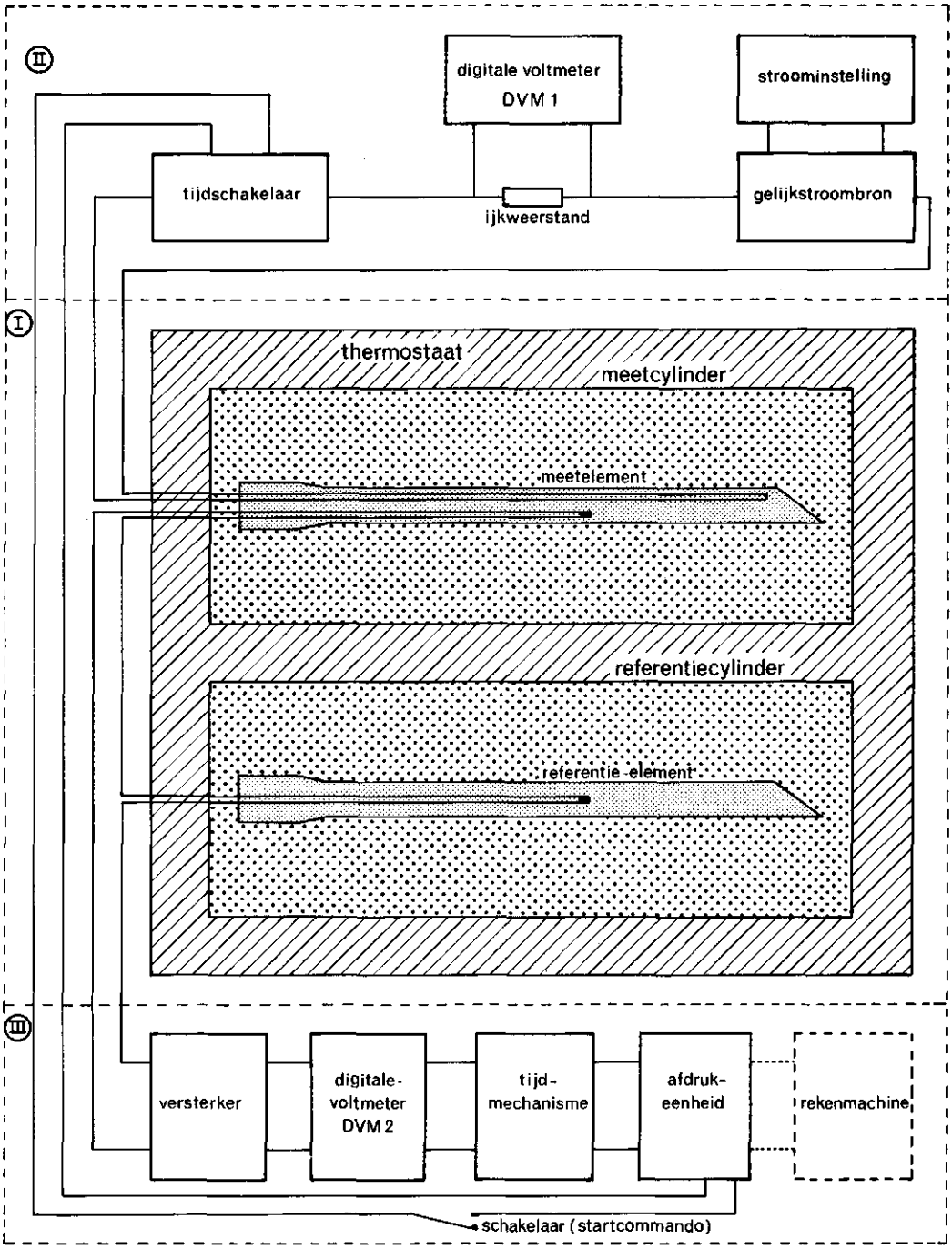
Het *verwarmingscircuit* bestaat uit een zeer stabiele gelijkstroombron met bijbehorende apparatuur om de stookstroom nauwkeurig te kunnen instellen en te kunnen meten. In § 6.3 wordt het verwarmingscircuit beschreven.

Een essentieel onderdeel van de meetopstelling is het *meet- en registratiecircuit*. Hoge eisen worden hier gesteld aan stabiliteit en nauwkeurigheid opdat, naast een nauwkeurige bepaling van λ, ook een bepaling van Γ_ℓ en ρc tot de mogelijkheden kan behoren. In § 6.4 volgt een bespreking van dit gedeelte van de meetopstelling.

Naast deze eigenlijke meetopstelling is ook apparatuur gebruikt om een goed gedefinieerde korrelstructuur te kunnen verkrijgen. De hiertoe behorende componenten en de toegepaste werkwijze worden beschreven in § 6.5 onder de naam *randapparatuur*.

In § 6.6 worden enkele *ijk- en testmetingen* betreffende de meetopstelling en de randapparatuur besproken. In de eerste plaats komt in § 6.6.1 het ijken van het thermo-element aan de orde. Paragraaf 6.6.2 is gewijd aan het testen van het meet- en registratiecircuit, terwijl tenslotte in § 6.6.3 de resultaten van enkele testmetingen met de randapparatuur worden besproken.

Foto 1 geeft een overzicht van de meetopstelling.



Figuur 6.1 Schema van de meetopstelling.

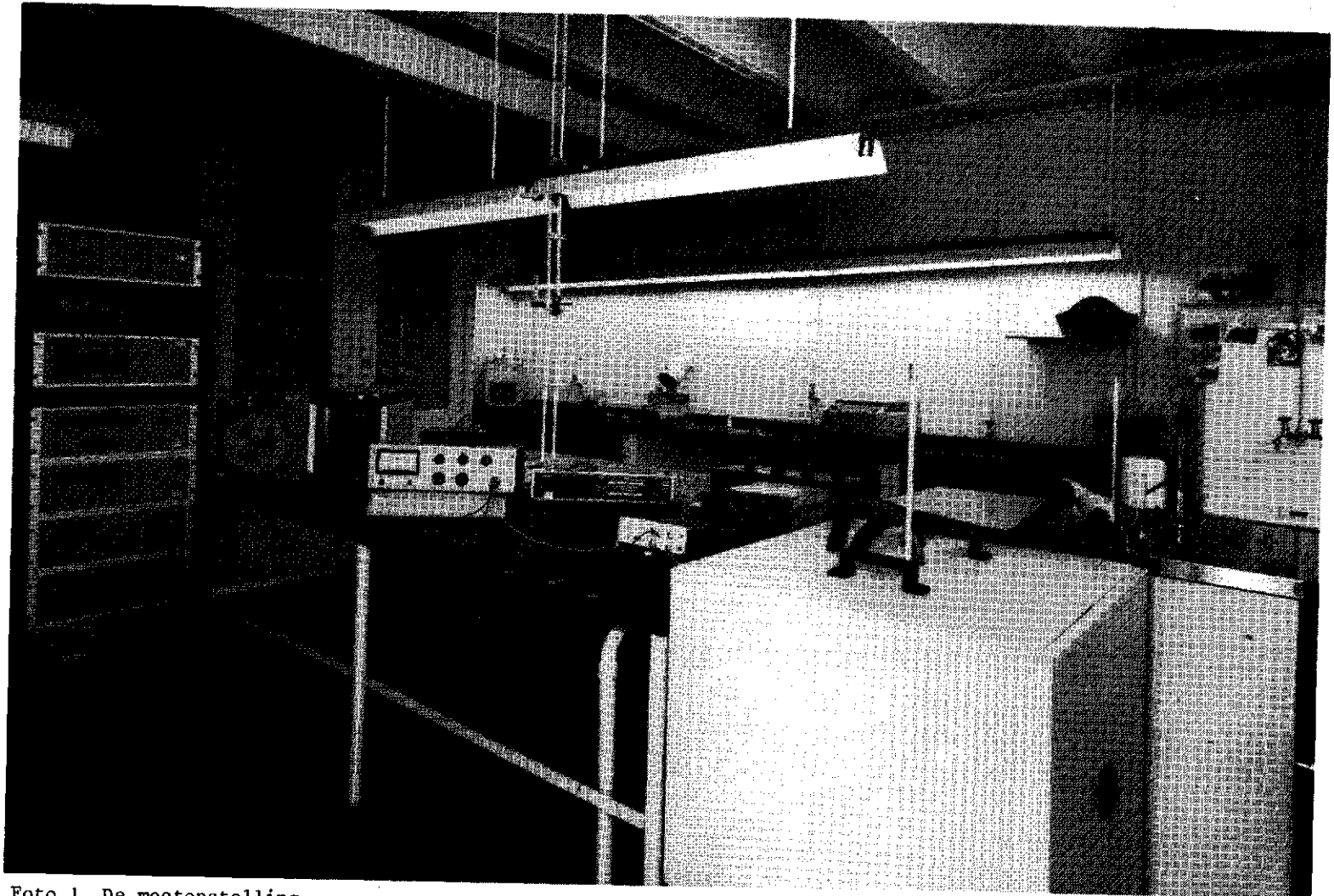


Foto 1 De meetopstelling.

6.2 Het meetgebied

Het te onderzoeken medium wordt in een cylindervormig meetvat gebracht (zie figuur 6.1). In de as van dit vat bevindt zich het meetelement. Het meetelement bevat de stookdraad en de warme las van het thermo-element. De koude las van het thermo-element bevindt zich in het referentie-element dat in de as van de referentiecylinder is aangebracht. De referentiecylinder is gevuld met hetzelfde medium als dat wat zich in de meetcylinder bevindt. De beide cylinders worden samen in een thermostaatbad geplaatst waarin zij op een uniforme begintemperatuur worden gebracht.

6.2.1 Het meet- en het referentie-element

In § 3.2 is reeds aangegeven welke factoren, zowel van theoretische als van practische aard, bij het ontwerp van het *meetelement* een rol hebben gespeeld (zie ook figuur 3.1 op blz. 28). Daarbij kwam vooral de noodzaak van een *geringe diameter* naar voren. De Vries & Peck (1958b) hebben er echter op gewezen dat, naarmate de diameter geringer wordt, de temperatuurgradiënten vlakbij het element groter worden, met als gevolg - in het geval van een vochtige korrelstructuur - een groter vochttransport in de onmiddellijke omgeving van het element. De uiteindelijk gekozen uitwendige diameter van 1 mm is een compromis tussen al deze factoren.

De *lengte* wordt vooral bepaald door de voorwaarde dat het element een goede benadering moet zijn van de oneindig lange verhitter. In de praktijk betekent dit dat het element zo lang moet zijn dat de invloed van axiale geleiding ter plaatse van de thermolas halverwege het element verwaarloosbaar klein is.

Voor een schatting van de minimale lengte van het element heeft gediend een door Blackwell (1956) gegeven formule over de maximale fout in de helling van de $\theta(t)$ - ln t kromme als gevolg van een axiale warmtestroom in een goed geleidende cylinder van eindige lengte en met een uniforme warmteproductie in de cylinder. Er van uitgaande dat de metalen elementwand de grootste bijdrage levert aan de axiale geleiding, is gerekend aan het geval van een hol, roestvrijstalen cylindertje met de wanddikte en de lengte als parameters. Daarbij is gebleken dat de invloed van de axiale geleiding vooral wordt bepaald door de lengte-diameterverhouding van het element en verwaarloosbaar klein kan worden gemaakt voor in de praktijk gemakkelijk te realiseren afmetingen. Een elementlengte van 210 mm en een

wanddikte van 0,2 mm van het roestvrijstalen omhulsel (bij een uitwendige diameter van 1 mm) zijn in dit opzicht geheel verantwoord.

De *stookdraad* in het element is van constantaan en heeft een diameter van 0,1 mm. De met een zeer dunne laklaag geïsoleerde draad wordt dubbelgevouwen in het element aangebracht. Constantaan is vooral gekozen wegens de zeer lage temperatuurcoëfficiënt van de elektrische weerstand ($\sim 1.10^{-5}\ ^{o}C^{-1}$). Hierdoor verandert de weerstand van de stookdraad nauwelijks tijdens de totale temperatuurstijging van maximaal 1,5 ^{o}C gedurende een meting. Omdat bovendien de stookstroom wordt geleverd door een zeer stabiele gelijkstroombron, mag de warmteproductie per meter elementlengte als constant worden beschouwd. De weerstand van de constantaandraad per meter lengte is niet ontleend aan de door de fabrikant opgegeven specificaties maar is bepaald via een ijkmeting. Hiervoor zijn verschillende argumenten aan te voeren. In de eerste plaats is de opgegeven draaddiameter van 0,1 mm niet binnen enkele procenten nauwkeurig. In de tweede plaats varieert de diameter in de lengterichting van de draad met enkele procenten. Ten derde kan er enige onzekerheid bestaan over de opgegeven waarde voor de soortelijke weerstand. Deze is namelijk sterk afhankelijk van de gewichtsverhoudingen van Cu, Ni en Mn in de legering, die in het geval van de door ons gebruikte draad niet nauwkeuriger bekend zijn dan op gehele procenten. De ijkmetingen leverden een gemiddelde waarde van 59,745 ± 0,006 ohm per meter lengte van de constantaandraad.

Het *thermo-element* is van het type manganin-constantaan-manganin. Deze combinatie van materialen is vooral gekozen wegens de relatief grote mechanische sterkte van de thermolassen. Om een zo klein mogelijke las te verkrijgen worden de 0,1 mm dikke draden gepuntlast. De door een dunne laklaag geïsoleerde draad wordt bij de lasplaats dubbelgevouwen, hier nogmaals van een laklaagje voorzien en vervolgens tot halverwege in het meet- respectievelijk het referentie-element geschoven. De thermospanning van een manganin-constantaan thermo-element bedraagt circa 40 $\mu V\ ^{o}C^{-1}$. Een nauwkeurige waarde van de thermoconstanten wordt bepaald met behulp van ijkmetingen (§ 6.6.1).

Nadat de thermodraden (en in het meetelement tevens de stookdraad) zijn aangebracht wordt de overblijvende ruimte in het holle element met behulp van een zuigpompje zorgvuldig vol gezogen met een daartoe geschikte stof. Omdat aan de elektrische isolatie tussen stookdraad en thermodraden zeer hoge eisen worden gesteld (minimaal 10^{9} ohm), dient de vulstof in de eerste plaats een goede elektrische isolator te zijn. In de tweede plaats moet de vulstof bij voorkeur een geringe volumetrische warmtecapaciteit bezitten. Ten derde is het noodzakelijk dat de vulstof blijvende plastische eigenschappen heeft, zowel bij lage tempera-

turen (tot -25 °C) als bij periodieke temperatuurveranderingen (tussen +25 en -25 °C). Zeer geschikt zijn de *vulstoffen op siliconen-rubberbasis*, die meestal in een twee-componentenvorm worden geleverd (de eigenlijke vulstof en een verharder). De plasticiteit is binnen zekere grenzen te regelen door meer of minder verharder toe te voegen.

De aldus gevulde elementen zijn reeds twee jaar in gebruik, zonder één mankement. Dit in tegenstelling tot de aanvankelijk gefabriceerde elementen die gevuld waren met een organische kunsthars. Deze hars had de eigenschap na verloop van tijd te ontglazen, waarschijnlijk als gevolg van de periodieke temperatuurveranderingen tussen +25 en -25 °C. Hierdoor ontstonden haarscheurtjes in het materiaal, waarna door capillaire werking vocht werd opgenomen en de elektrische isolatiewaarde sterk achteruit ging. Opvallend was dat met dit vulmateriaal alle elementen uit een serie van vijf stuks na ruim een half jaar in gebruik te zijn geweest binnen een tijdsbestek van enkele weken op deze manier defect raakten.

De constructie van het *referentie-element* verloopt identiek aan die van het meetelement met dien verstande dat uiteraard de stookdraad ontbreekt.

Tijdens het vervaardigen van een serie elementen moet rekening worden gehouden met een zeker percentage uitval. Bij het in de holle ruimte brengen van de stookdraad en de thermolas is er een kans dat de draden elkaar of de wand zullen raken met als mogelijk gevolg een elektrisch contact in het aanrakingspunt. Een dergelijk contact maakt een element ongeschikt voor verder gebruik. In de praktijk is het uitvalspercentage echter niet hoger dan tien gebleken.

De stookdraad en de thermodraden zijn aan het uiteinde van het element verbonden aan stekertjes die op hun beurt passen in contactbusjes waaraan de aansluitdraden zijn bevestigd. Door deze constructie wordt de uitwisselbaarheid van de elementen sterk bevorderd (zie figuur 6.2). De overgangen zijn zoveel mogelijk thermospanningsvrij uitgevoerd.

Op foto 2 zijn afgebeeld de onderdelen waaruit de elementen zijn opgebouwd alsmede de complete elementen. Foto 3 is een röntgenopname*) van een meetelement. Zowel de verschillende draden als de thermolas zijn zichtbaar. Waarschijnlijk raakt de thermolas de wand van het element. Van een elektrisch contact was echter geen sprake: het element heeft geruime tijd goed gefunctioneerd.

---

*) Voor deze röntgenopname zijn wij dank verschuldigd aan Philips Nederland B.V. te Eindhoven voor het gebruik van de röntgenapparatuur en aan Drs. A.A.J. Franken voor het maken van de opname.

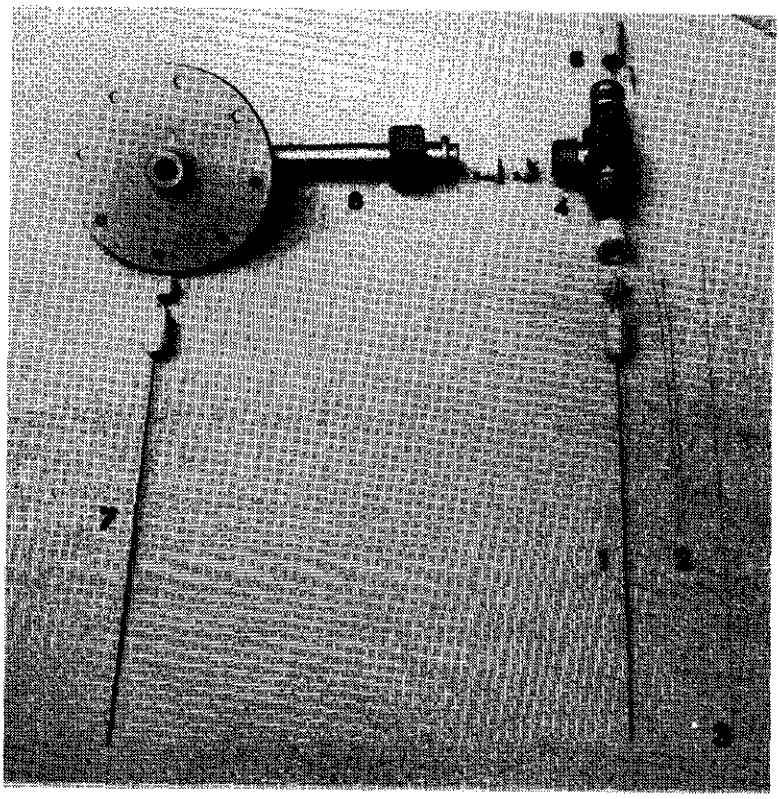


Foto 2 De elementen, de onderdelen waaruit zij zijn samengesteld en de verschillende doorverbindingen.

① : Meetelement. ② : "Warme las" van het thermo-element. ③ : Stookdraad.
④ : Doorverbinding. ⑤ : Aansluitdopje voor toe- en afvoerdraden.
⑥ : Verbindingsstuk met aansluitflens voor referentiecylinder.
⑦ : Referentie-element.

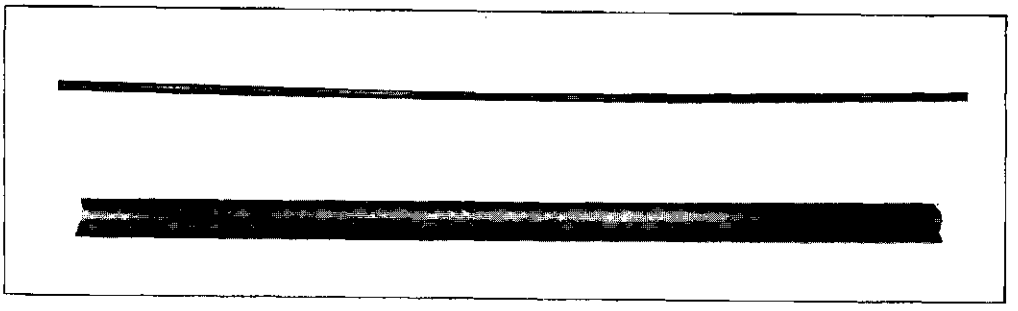


Foto 3 Röntgenopname van het meetelement (met een deelvergroting).

6.2.2 De meet- en de referentiecylinder

Behalve door overwegingen van practische aard worden de afmetingen van de *meetcylinder* vooral bepaald door de voorwaarde dat het zich in de cylinder bevindende medium zo goed mogelijk beantwoordt aan het model van een oneindig uitgestrekt medium.

Op grond van gelijksoortige overwegingen als die, welke bij het bepalen van de minimale lengte van het meetelement een rol hebben gespeeld (§ 6.2.1) is de *inwendige lengte* van de meetcylinder op 240 mm vastgesteld (bij een elementlengte van 210 mm). Hoewel bij deze lengte de invloed van axiale geleiding in de meetcylinder op de gemeten temperatuurstijging in het meetelement geheel is te verwaarlozen, zijn als extra voorzorg de deksels aan de beide uiteinden van de meetcylinder nog voorzien van een warmte-isolerende laag.

Als criterium voor het vaststellen van de minimale *inwendige straal* van de cylinder $R_{i,cyl}$ is uitgegaan van een door De Vries & Peck (1958a) gegeven benadering waarbij als voorwaarde wordt gesteld dat de door de cylinderwand wegvloeiende hoeveelheid warmte klein moet zijn in vergelijking met de door het meetelement geleverde warmte gedurende de totale opwarmtijd t_e. Het resultaat is:

$$\exp(-R_{i,cyl}^2/4at_e) \ll 1 \qquad (6.1)$$

Ter bepaling van $R_{i,cyl}$ is een ongunstige situatie gekozen, te weten een relatief hoge a-waarde van het medium (b.v. 4.10^{-7} m^2s^{-1}) en een relatief lange stooktijd (b.v. t_e = 300 s). Met de waarde $R_{i,cyl}$ = 60 mm is dan zeer ruim aan de voorwaarde (6.1) voldaan.

Met deze grote waarde van de inwendige cylinderstraal wordt tegelijkertijd bereikt dat relatief snelle temperatuurschommelingen van het thermostaatbad (ca. 0,1 ^{o}C) ter plaatse van het meetelement voldoende zijn gedempt. Dit is tevens één van de redenen waarom de afmetingen van de *referentiecylinder* gelijk zijn gekozen aan die van de meetcylinder. De tweede reden voor een *identieke uitvoering van de beide cylinders* ligt in het feit dat - mochten de genoemde temperatuurschommelingen van het thermostaatbad zich toch demonstreren - zij zich op ongeveer gelijke wijze doen gelden in beide cylinders. Hierdoor is de gemeten thermospanning en dus ook de daaruit bepaalde temperatuurstijging betrekkelijk ongevoelig voor deze temperatuurschommelingen in het thermostaatbad.

Wanneer na het vullen van een cylinder een element zo maar in het medium zou

worden geprikt, is nauwelijks te voorkomen dat het element "zijn weg zoekend" in een scheve stand ten opzichte van de cylinderas terecht komt. Om dit te voorkomen is een werkwijze gevolgd waarbij elke cylinder aan beide zijden kan worden afgesloten met een deksel. Vóór het vullen worden het meet- en het referentie-element gemonteerd in één van de deksels van de meet- respectievelijk van de referentiecylinder en vervolgens worden deze deksels bevestigd op de overeenkomstige nog lege cylinders. Daarna kan er tijdens het vullen via de andere zijde van de cylinder op worden toegezien dat het element nauwkeurig langs de cylinderas blijft gericht. Na het vullen wordt op iedere cylinder het tweede deksel aangebracht en worden de beide cylinders met behulp van een buisvormig *verbindingsstuk*, waarin de bedrading loopt, tot een star geheel met elkaar verbonden. De uit 8 mm dik aluminium vervaardigde cylinders en deksels zijn geanodiseerd ter voorkoming van corrosie.

Alle afdichtingen tegen vocht (uit het thermostaatbad of uit het medium) worden verkregen met o-ringen en/of met een plastisch blijvende siliconenkit. De overgangen in de bedrading zijn in verband met de uitwisselbaarheid uitgevoerd met stekertjes en contrastekertjes. In het thermocircuit zijn deze overgangen zoveel mogelijk thermospanningsvrij gemaakt.

In figuur 6.2 is de constructie van een compleet cylinderpaar (meet- en referentiecylinder met verbindingsstukken) schematisch weergegeven. Tevens is in deze figuur aangegeven hoe de doorverbindingen in de bedrading tussen de elementen onderling en tussen de elementen en de toe- en afvoerdraden zijn gerealiseerd. Foto 4 geeft de werkelijkheid weer.

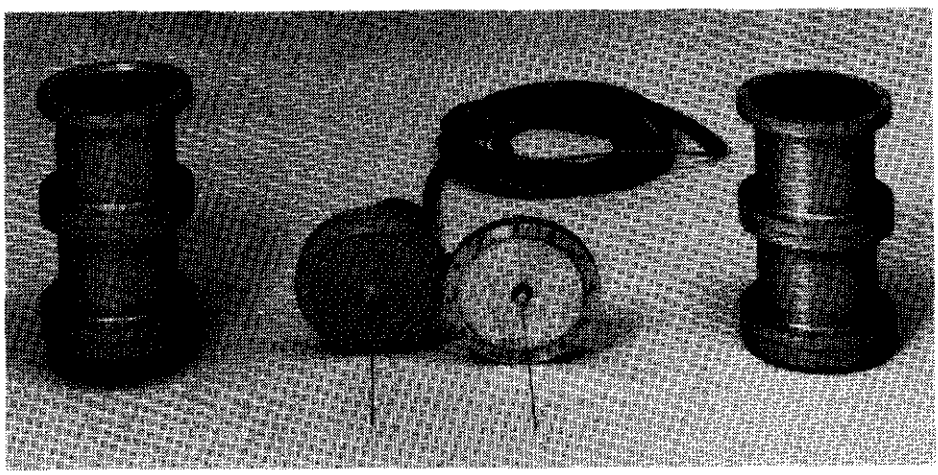
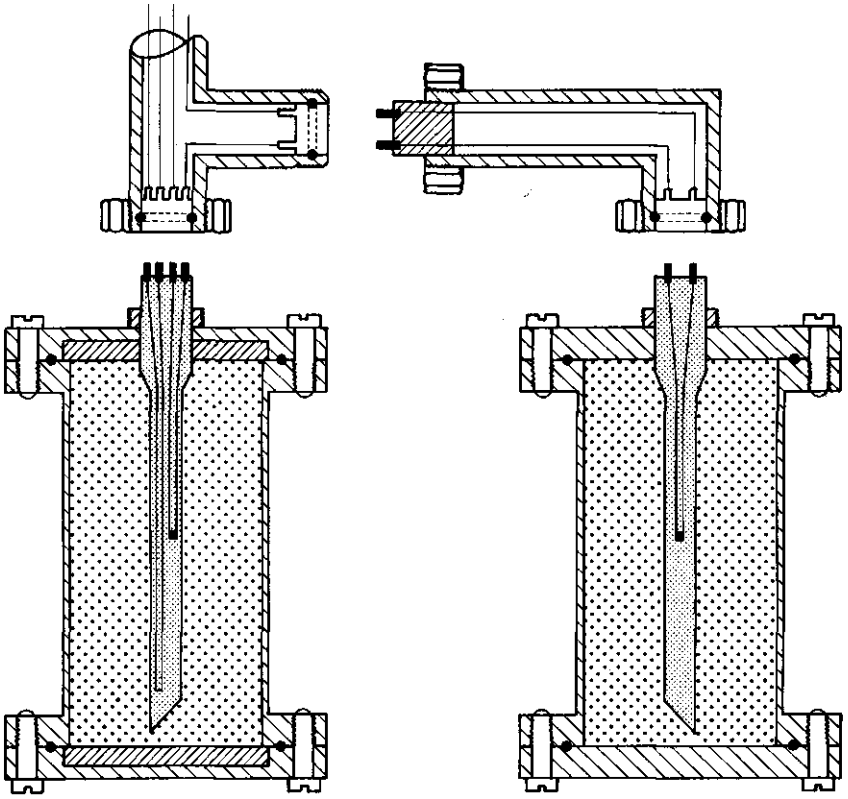


Foto 4 De meet- en de referentiecylinder. In het desbetreffende deksel is het meet- respectievelijk het referentie-element bevestigd.



Figuur 6.2 Cylinderpaar met elementen en verbindingsstukken (schematisch).

6.2.3 Het thermostatische systeem

Alvorens een meting kan worden uitgevoerd moet er een uniforme temperatuur heersen in beide cylinders. Vooral in verband met een simultane λ, ρc en Γ_{ℓ}-bepaling worden aan deze uniformiteit hoge eisen gesteld.

Uitgangspunt bij het ontwerpen van het *thermostatische systeem* is geweest de voorwaarde dat de temperatuurfluctuaties bij het meetelement niet groter mogen zijn dan de uit de warmteproductie voortvloeiende temperatuurstijging per tijdseenheid *aan het eind* van een meting. Met als voorbeeld weer een ongunstig gekozen situatie van een medium met een hoge a-waarde (4.10^{-7} m^2s^{-1}) en een temperatuurstijging van 0,5 ^oC gedurende de totale meetduur van 300 s, volgt dan aan het eind van de meting een temperatuurstijging per tijdseenheid van circa 2.10^{-4} $^oCs^{-1}$.

Aan de andere kant hebben in het ontwerp eisen van meer technische aard een rol gespeeld. Bij voorkeur moeten twee cylinderparen (dat wil zeggen twee maal twee

cylinders) tegelijkertijd in het thermostaatbad kunnen worden geplaatst. De capaciteit van de thermostaat moet voldoende groot zijn om deze twee cylinderparen binnen redelijke tijd op de gewenste temperatuur te brengen.

Het resultaat is geworden een systeem, waarvan het hart wordt gevormd door een *thermokryostaat* met een circa 20 liter groot bad waarin de temperatuur van de vloeistof (in ons geval alcohol) tussen -40 en +40 °C tot op 0,1 °C nauwkeurig kan worden ingesteld. De temperatuurstabiliteit in deze bak bedraagt ± 0,02 °C. Met behulp van een zuig-perspomp wordt de vloeistof naar een cylindervormig, roestvrijstalen, goed geïsoleerd *thermostaatbad* met een inhoud van circa 80 liter gevoerd. De temperatuurstabiliteit hierin is beter dan 0,01 °C. De beide cylinderparen worden in dit bad geplaatst, waarbij voor voldoende stroming langs alle cylindervlakken wordt gezorgd.

Na uitvoerige testmetingen te hebben uitgevoerd aan het complete systeem (dat wil zeggen de gevulde cylinders voorzien van de elementen en geplaatst in het thermostaatbad) is gebleken dat de toevallige temperatuurfluctuaties tussen het meet- en het referentie-element ongeveer 2.10^{-4} °C bedragen bij een instel-temperatuur die gelijk is aan de kamertemperatuur. Naarmate de insteltemperatuur hier meer van afwijkt worden de temperatuurfluctuaties iets groter. Bij een insteltemperatuur van bijvoorbeeld -20 °C en een kamertemperatuur van +20 °C zijn de fluctuaties circa 5.10^{-4} °C.

Foto 5 geeft een beeld van het thermostatische systeem met geopend thermostaatbad, waarin terwille van de duidelijkheid van de foto slechts één cylindersysteem is geplaatst.

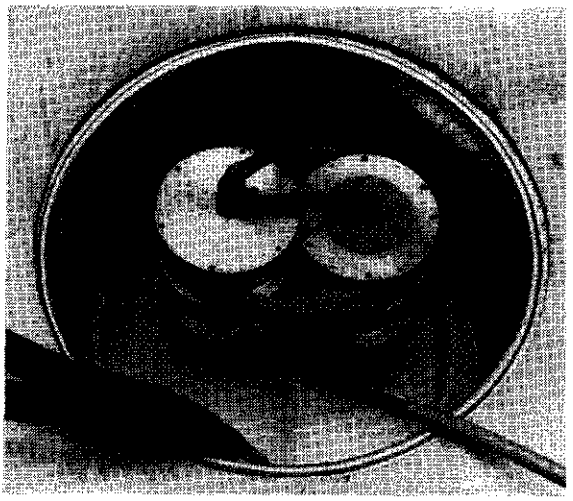


Foto 5 Geopend thermostaatbad waarin zich één cylinderpaar bevind

6.3 Het verwarmingscircuit

Voor een schematische weergave van het *verwarmingscircuit* wordt verwezen naar figuur 6.1 (gebied II). Het vermogen wordt gedissipeerd in een elektrische stookdraad. Daartoe wordt de stookdraad opgenomen in een stroomkring die wordt gevoed door een gestabiliseerde *gelijkstroombron*. Volgens de specificaties zijn de stroomfluctuaties, gemeten over een periode van acht uur minder dan 0,01% van de afgenomen stroom, vermeerderd met 0,003% van het ingestelde stroomgebied. Ook rimpel en ruis zouden binnen deze grenzen moeten liggen. De opgegeven waarden zijn door testmetingen volledig bevestigd.

De stroominstelling vindt plaats met behulp van een *serie- en parallelschakeling van ijkweerstanden* (maximale stroomgevoeligheid 40 Ω/mA). De dimensionering van deze fijn-regelbare stroominstelling is zodanig gekozen dat de gevoeligheid van het meet- en registratiecircuit (§ 6.4) optimaal kan worden benut.

Om de ingestelde stroomwaarde (de stookstroom I_s) nauwkeurig te kunnen bepalen is een *ijkweerstand* van 1 Ω opgenomen in het stookcircuit. De spanning over deze ijkweerstand wordt gemeten met een *digitale voltmeter* (DVM1). De gevoeligheid van deze DVM1 bedraagt 1 μV, het scheidend vermogen $1:10^5$ en de meetnauwkeurigheid circa 0,005% van de gemeten spanning.

Tenslotte is in het verwarmingscircuit nog een *tijdschakelaar* opgenomen. Met behulp van deze uit logische schakelingen opgebouwde eenheid wordt een synchronisatie tot stand gebracht tussen de start (op $t = 0$) en de duur (tot $t = t_e$) van de stookstroom enerzijds en het iedere seconde (dus op $t = 0$, $t = 1$, ... en $t = t_e$) meten en registreren van de gemeten temperatuurstijging anderzijds. Daartoe wordt de tijdschakelaar gestuurd door pulsen uit een in het meet- en registratiecircuit ingebouwd tijdmechanisme.

6.4 Het meet- en registratiecircuit

In figuur 6.1 is het *meet- en registratiecircuit* als gebied III aangegeven.

Zoals in § 6.2.3 is vermeld kan de temperatuurstijging per tijdseenheid aan het eind van een meting in de orde van 2.10^{-4} $^{o}Cs^{-1}$ liggen bij een totale temperatuurstijging van ca. 0,5 ^{o}C gedurende de gehele meting. Hiermede komt globaal overeen een thermospanningsverandering per tijdseenheid aan het eind van een meting van 0,01 μVs^{-1} op een totale thermospanning van 20 μV. Voor een verdere meettechnische verwerking is het daarom noodzakelijk dat de gemeten thermospan-

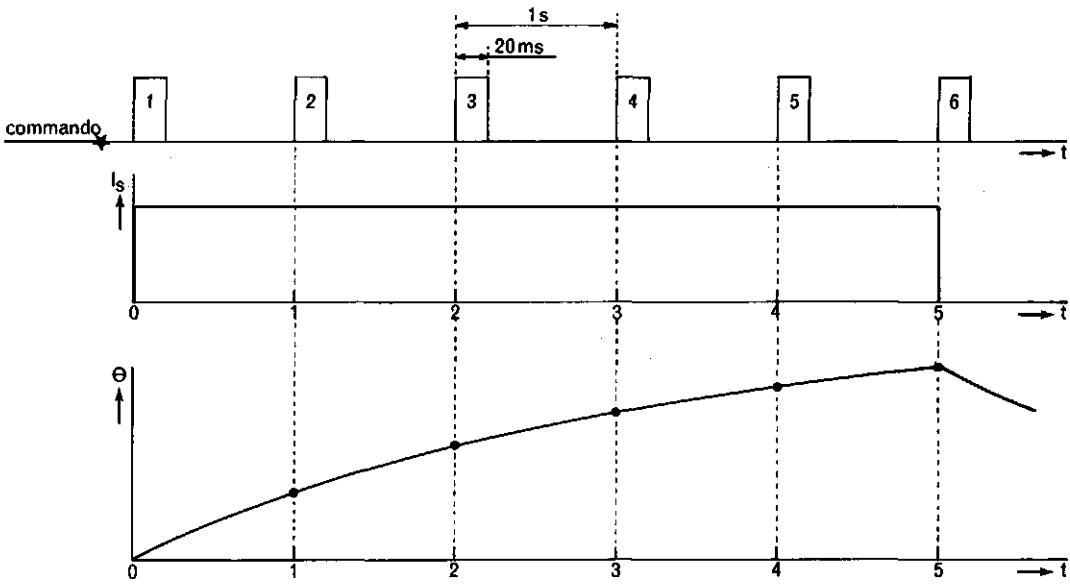
ningen worden versterkt. De kwaliteiten (zoals gevoeligheid, scheidend vermogen, nauwkeurigheid en lineariteit) van de hiervoor in het meetcircuit op te nemen *meetversterker* zijn van essentiële betekenis voor de nauwkeurigheid van de op de meetwaarden toe te passen regressie-analyse en daarmee voor de betrouwbaarheid waarmee uiteindelijk λ, ρc en Γ_ℓ kunnen worden bepaald.

De gevoeligheid van de gebruikte versterker is in stappen regelbaar tussen 1 nV en 10 mV, het scheidend vermogen is beter dan $1:10^4$ en de nauwkeurigheid ligt in de orde van 0,1%. Om de invloed van stoorsignalen van buitenaf op de te meten spanning zo veel mogelijk te beperken, wordt alle bedrading vanaf de cylinders naar de ingang van de versterker volledig afgeschermd (Faraday-kooi). Deze *afscherming* wordt samen met de overige apparatuur uit het meet- en registratiecircuit via één centraal punt lusvrij aan een meetaarde gelegd. Hoewel de temperatuurcoëfficiënt van de meetversterker laag is, is het toch gewenst zorg te dragen voor een redelijk constante kamertemperatuur.

De uitgangsspanning van de meetversterker ligt onafhankelijk van de ingestelde meetgevoeligheid tussen 0 en 1 V. Vanaf de uitgang van de versterker worden de meetwaarden geleid naar een gegevensverwerkend systeem, bestaande uit een *digitale voltmeter* (DVM2, met een scheidend vermogen van $1:10^4$ en een nauwkeurigheid van 0,01%) en een *tijdmechanisme*. Het meetgebied van de DVM2 is met behulp van een ijkspanningsbron nauwkeurig afgesteld op "1 V volle schaal", zodat een optimale aanpassing met de meetversterker wordt verkregen.

In het tijdmechanisme wordt een spanningspuls opgewekt met een breedte van 20 ms en een regelbare, door ons op 1 s^{-1} afgestelde, herhalingsfrequentie. Deze z.g. meetpuls heeft twee functies. In de eerste plaats wordt de DVM2 er door gestuurd, hetgeen inhoudt dat éénmaal per seconde de uitgangsspanning van de versterker wordt gemeten. Daarbij is de gemeten spanningswaarde het gemiddelde van de over 20 ms geïntegreerde spanning, zodat een aantal periodieke stoorsignalen, die van de netvoeding zijn afgeleid, worden geëlimineerd. In de tweede plaats wordt de meetpuls gebruikt voor het sturen van de tijdschakelaar in het stookcircuit (§ 6.3). Na een *commando* wordt op de positieve flank van de eerstvolgende meetpuls (de startpuls) een relais bekrachtigd waardoor de stookstroom wordt ingeschakeld ($t = 0$). Op de positieve flank van de laatste van een zeker aantal meetpulsen volgend op het commando (instelbaar tussen 0 en 999) wordt de stookstroom uitgeschakeld en de meting beëindigd ($t = t_e$). In figuur 6.3 is schematisch deze synchronisatie tussen stookcircuit enerzijds en meet- en registratiecircuit anderzijds in beeld gebracht. Niet aangegeven in deze figuur zijn de diverse in het geding zijnde traagheden. Zo heeft het relais waarmee de stookstroom wordt in- en uitgeschakeld een traagheid van circa 3 ms, terwijl de stookstroom na ongeveer

5 ms 99% van zijn ingestelde waarde heeft bereikt. De invloed van deze traagheden op de gemeten temperatuur-tijdkromme is zeer gering.



Figuur 6.3 Schema van de synchronisatie tussen stookcircuit en meet- en registratiecircuit. In dit voorbeeld is het tijdmechanisme ingesteld op "6".

Het door de voltmeter afgegeven digitale signaal wordt naar twee simultaan werkende *afdrukeenheden* gevoerd. In het ene geval worden de gemeten waarden in ASCI-code op ponsband vastgelegd en vervolgens op een rekenmachine verwerkt (de DEC-10 van het Rekencentrum en/of de PDP-11 van de afdeling Natuur- en Weerkunde). In het andere geval worden de meetwaarden op een papierstrook verzameld in verband met handgebruik en/of voor contrôledoeleinden.

In § 6.6.2 worden de resultaten besproken van testmetingen die met het meet- en registratiecircuit zijn uitgevoerd.

6.5 De randapparatuur

Tot de *randapparatuur* wordt gerekend die apparatuur waarmee een goed gedefinieerde - al dan niet vochtige - korrelstructuur kan worden verkregen. Onder een goed gedefinieerde korrelstructuur wordt dan verstaan een korrelstructuur waarvan

bekend zijn de samenstelling, de afmetingen van de korrels, de pakkingsdichtheid en - in het geval van vochtige korrelstructuren - het vochtgehalte. Tevens is daarbij een voorwaarde dat dichtheid zowel als vochtgehalte op iedere plaats dezelfde waarde hebben, zodat het medium als homogeen kan worden beschouwd. Bovendien behoort het medium als isotroop te kunnen worden opgevat.

De belangrijkste componenten die tot de randapparatuur kunnen worden gereken zijn de *menger*, het *trilapparaat* en de *apparatuur ter bepaling van het vochtgehalt*

Het *mengapparaat* is een dubbelconusmenger waarvan het toerental instelbaar is De dubbelconusvorm is gekozen omdat hiermee de meest intensieve menging wordt bereikt: de korrels zijn alle nagenoeg continu in beweging ten opzichte van elkaar Voor een goede menging is een mengtijd in de orde van een half uur toereikend.

Het *trilapparaat* heeft een dubbele functie. In de eerste plaats dient het om de gestandaardiseerde zeven (volgens DIN-norm 4188) te schudden, waarmee de deeltjes op grootte worden geselecteerd. In de tweede plaats wordt het trilapparaat gebruikt ter verkrijging van een homogeen gepakte korrelstructuur. Hiertoe wordt op de te vullen cylinder een verlengstuk geplaatst; het geheel wordt gevuld en vervolgens getrild. Zowel de instelbare amplitude als de triltijd zijn van invloed op de pakking. Na het trillen wordt het verlengstuk verwijderd, de vulling bij de bovenkant van de cylinder glad gestreken en het afsluitdeksel bevestigd.

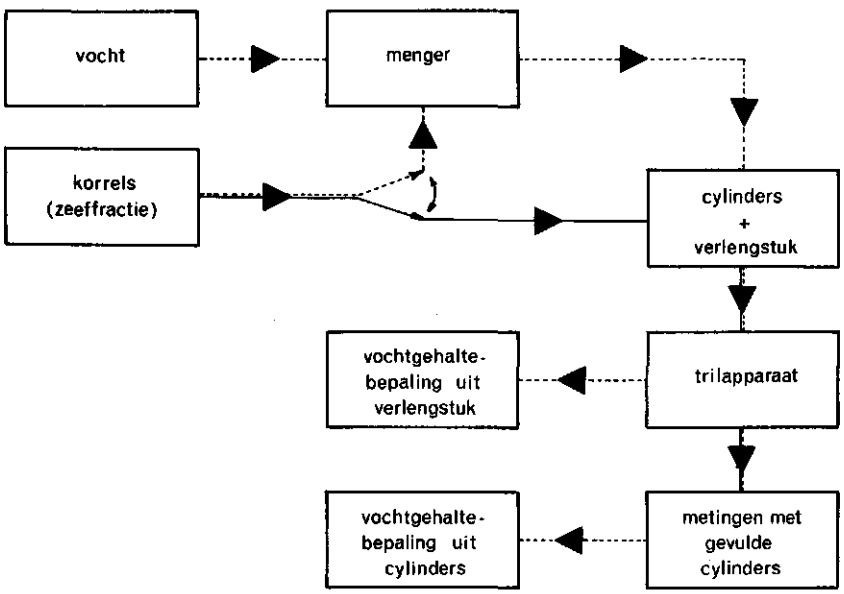
Verschillende factoren kunnen de homogeniteit van de korrelstructuur nadelig beïnvloeden. Zo is bijvoorbeeld mede door de invloed van de zwaartekracht de pakkingsdichtheid onderin de cylinder groter dan bovenin. Om een indruk te krijgen van de homogeniteit in de meetcylinder zijn testmetingen uitgevoerd met een op het ITAL te Wageningen aanwezige meetopstelling volgens de gammatransmissiemethode (Stroosnijder & De Swart, 1974; Meurs, 1976). Daarbij is gebleken dat de homogeniteit beter wordt naarmate de pakkingsdichtheid groter is en het vochtgehalte lager. Om deze reden zijn de metingen steeds verricht aan vast gepakte korrelstructuren waarbij het vochtgehalte van de glasparelstapelingen niet groter was dan 1 gew.% en van het zilverzand niet groter dan 2.5 gew.%.

Het vochtgehalte wordt gravimetrisch bepaald met een daarvoor speciaal geconstrueerde *balans* (gevoeligheid en nauwkeurigheid beide 1 mg). Onmiddellijk nadat het "natte gewicht" van een monster is bepaald wordt het gedroogd met behulp van een aan de balans bevestigde *infraroodlamp*. Tijdens het drogen blijft het monster op de balans, zodat aan de hand van het afnemende gewicht het drogingsproces kan worden gevolgd. Wanneer de gewichtsafname ophoudt kan het "droge gewicht" worden afgelezen.

Het vochtgehalte wordt zowel *voor* als *na* een meetserie bepaald. Onder een

meetserie wordt dan verstaan de verzameling van de telkens bij een andere *begin*-temperatuur gemeten temperatuur-tijdkromme $\theta_{exp}(t)$. Vóór de meetserie geschiedt dit door het nemen van een aantal monsters *in het overtollige materiaal uit het verlengstuk* van de meetcylinder; ná de meetserie door het nemen van monsters op verschillende plaatsen *in de meetcylinder*. Op deze wijze heeft men in de eerste plaats een contrôle op het vooraf bepaalde vochtgehalte, in de tweede plaats wordt een indruk verkregen van de vochtverdeling in de meetcylinder na de meetserie, en dus over de mate van vochtuitzakking gedurende de tijd waarin de meetserie loopt (zie § 6.6.3).

In figuur 6.4 is de gevolgde werkwijze ter verkrijging van een goed gedefinieerde (vochtige) korrelstructuur in blokschema weergegeven, terwijl op foto 6 de hierbij gebruikte apparatuur is afgebeeld.



Figuur 6.4 De randapparatuur met de gevolgde werkwijze in blokschema.
——— Werkwijze in het geval van een droge korrelstructuur.
····· Werkwijze in het geval van een vochtige korrelstructuur.

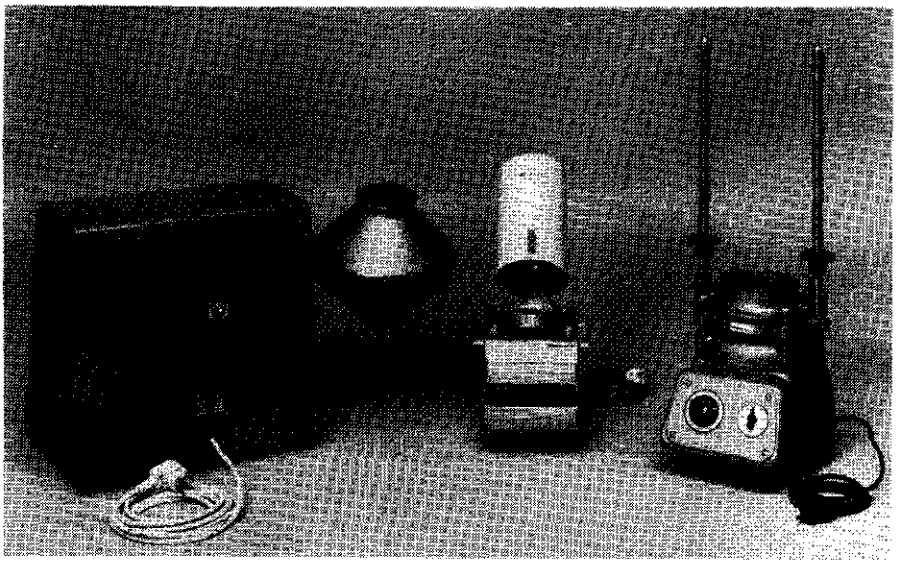


Foto 6 De randapparatuur.

6.6 Enkele test- en ijkmetingen betreffende de meetopstelling en de randapparatuu

De bepaling van de meeste typische systeem- en instrumentgrootheden van de meetopstelling en het testen van de verschillende onderdelen zijn standaardprocedures en behoeven derhalve geen uitleg. De resultaten van enkele van deze soort metingen verdienen echter nadere aandacht.

6.6.1 Het ijken van de thermo-elementen

Afhankelijk van de gestelde nauwkeurigheid zijn voor de berekening van de temperatuurstijging θ uit de afgelezen thermospanning gedurende een meting meer of minder thermoconstanten vereist. In het hier beschreven onderzoek is het noodzakelijk gebleken uit te gaan van een *derde-orde benadering*:

$$E_{T_0}(\theta) = a_{T_0}\theta + b_{T_0}\theta^2 + c_0\theta^3 \qquad (6.2)$$

Hierin is T_0 (in ^oC) de met behulp van de thermostaat ingestelde uniforme begintemperatuur (referentietemperatuur) van een meting. Voor de coëfficiënten a_{T_0} en

b_{T_0} geldt respectievelijk:

$$a_{T_0} = a_0 + 2b_0T_0 + 3c_0T_0^2 \qquad (6.3)$$

en

$$b_{T_0} = b_0 + 3c_0T_0 \qquad (6.4)$$

waarin de thermoconstanten a_0, b_0 en c_0 zijn gedefinieerd ten opzichte van 0 °C. Waarden voor a_0, b_0 en c_0 kunnen worden verkregen uit ijkmetingen waarbij de koude las van het thermo-element (in het referentie-element) zich op 0 °C (smeltend ijs) bevindt en waarbij de warme las (in het meetelement) achtereenvolgens op verschillende andere temperaturen (bijvoorbeeld -20 tot +20 °C in stappen van 5 °C) wordt ingesteld. Deze ijkmetingen zijn verricht voor vier paar elementen waarbij de volgende resultaten zijn gevonden.

1. De verschillen tussen de waarden van de overeenkomstige thermoconstanten van de vier paar elementen zijn verwaarloosbaar. Derhalve kan worden volstaan met het opgeven van slechts één stel waarden.
2. De waarden voor a_0, b_0 en c_0 zijn:
   $a_0 = 37{,}692 \pm 0{,}038\ \mu V°C^{-1}$ (d.w.z. a_0 is nauwkeurig tot op ca. 0,1%)
   $b_0 = (44{,}5 \pm 0{,}4).10^{-3}\ \mu V°C^{-2}$ (d.w.z. b_0 is nauwkeurig tot op ca. 1%)
   $c_0 = (23 \pm 2).10^{-5}\ \mu V°C^{-3}$ (d.w.z. c_0 is nauwkeurig tot op ca. 10%)

Gezien de zeer geringe waarde van c_0 en de geringe temperatuurstijging θ bij de metingen (maximaal 1,5 °C) kan de $c_0\theta^3$-term in formule (6.2) worden verwaarloosd. Dit geldt overigens niet voor de c_0-termen in (6.3) en (6.4), waar de bijdrage van de c_0-termen aanzienlijk kan zijn bij sterk van 0 °C afwijkende omgevingstemperaturen.

6.6.2 Het testen van het meet- en registratiecircuit

De testmetingen zijn uitgevoerd met behulp van een op de ingang van de meetversterker aangesloten ijkspanningsbron. Daarbij zijn twee verschillende meetgebieden van de meetversterker gekozen, namelijk het 20 µV-gebied (overeenkomend met een totale temperatuurstijging van circa 0,5 °C) en het 60 µV-gebied (overeenkomend met ongeveer 1,5 °C totale temperatuurstijging). Tabel 6.1 geeft het

resultaat van deze testmetingen. Iedere in deze tabel opgegeven spanningswaarde V_{uit} is het gemiddelde van 60 aflezingen (d.w.z. iedere seconde een aflezing gedurende één minuut).

Tabel 6.1 De resultaten van enige testmetingen met het meet- en registratiecircuit op twee verschillende meetgebieden: 20 µV en 60 µV.

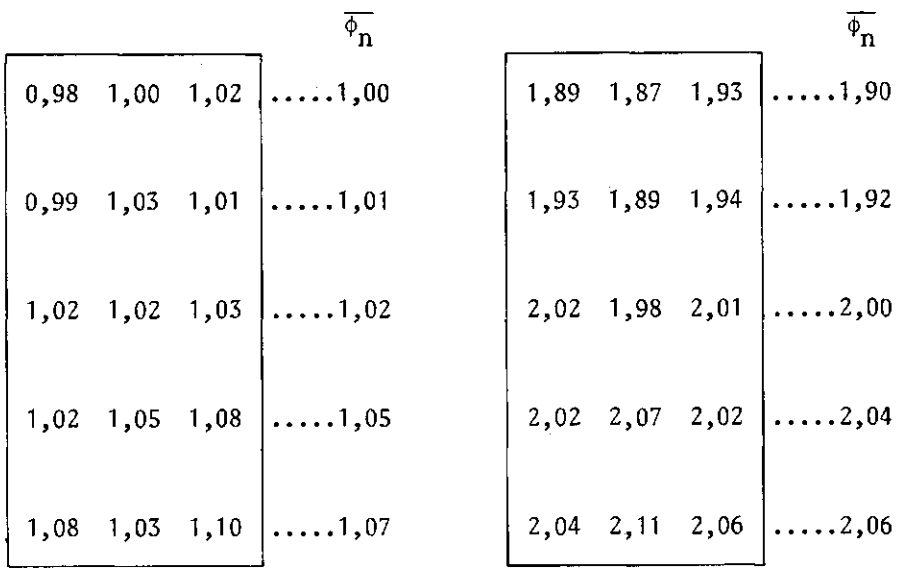
V_{in}	V_{uit}(µV)		spreiding in V_{uit}(µV)		$\frlvert V_{uit} - V_{in} \frrvert / V_{in}$ x 100%	
(µV)	20 µV-geb.	60 µV-geb.	20 µV-geb.	60 µV-geb.	20 µV-geb.	60 µV-geb.
0,00	0,02	0,01	0,008	0,008	-	-
5,00	4,98	4,97	0,010	0,009	0,4	0,6
10,00	9,98	9,97	0,008	0,008	0,2	0,3
20,00	19,99	19,98	0,008	0,008	0,05	0,1
30,00		29,98		0,006		0,07
40,00		39,98		0,008		0,05
50,00		49,98		0,006		0,04
60,00		59,99		0,006		0,02

De belangrijkste conclusies uit tabel 6.1 zijn:

1. De spreiding in de waarden van de gemeten uitgangsspanning, dat wil zeggen de middelbare fout in één meting, is betrekkelijk constant en ligt gemiddeld bij 0,008 µV, overeenkomend met *temperatuurfluctuaties van circa* 2.10^{-4} ^{o}C. Deze waarde is ongeveer gelijk aan de grootte van de eerder met behulp van het meet- en registratiecircuit vastgestelde temperatuurfluctuaties tussen het meet- en het referentie-element (§ 6.2.3). Derhalve is het zeer wel mogelijk dat de op de digitale voltmeter (DVM2) waargenomen spanningsfluctuaties meer het gevolg zijn van elektrische fluctuaties in het meet- en registratiecircuit dan werkelijke temperatuurfluctuaties in het thermostatisch systeem.
2. De aanvankelijk relatief grote afwijkingen van de *lineariteit* van de meetversterker nemen snel af met toenemende ingangsspanning en liggen uiteindelijk ver *binnen de gestelde eis van 0,1%*. Bovendien wordt bij de verwerking (de regressie-analyse) van de gemeten thermospanningen een aanzienlijk gedeelte van juist de lage meetwaarden uitgesloten wegens de voorwaarde $t >> v^2/a$.

6.6.3 Het vochtgehalte en de vochtverdeling

In figuur 6.5 zijn de resultaten weergegeven van bepalingen van het vochtgehalte ϕ in een glasparel- en in een zilverzandstapeling. In beide gevallen is uitgegaan van een vastgepakte structuur. De gevolgde werkwijze is geheel in overeenstemming met de in § 6.5 besproken methode (zie ook figuur 6.4). In de tekst van figuur 6.5 heeft ϕ_v dan ook betrekking op vochtgehaltebepalingen in het verlengstuk van de meetcylinder *voordat* de meetserie begon en is ϕ_n gerelateerd aan vochtgehaltebepalingen in de meetcylinder *nadat* de meetserie was beëindigd (in het geval van de hier besproken series circa drie weken later). De in de figuur getekende rechthoek is een doorsnede van de meetcylinder.



a. Glasparels (0,09-0,10 mm).
ϕ_v = 1,01 gew.%.
$\overline{\phi_{n,tot}}$ = 1,03 gew.%.

b. Zilverzandkorrels (0,32-0,40 mm)
ϕ_v = 2,02 gew.%.
$\overline{\phi_{n,tot}}$ = 1,99 gew.%.

Figuur 6.5 Het vochtgehalte ϕ_n op verschillende plaatsen in de meetcylinder in vergelijking met ϕ_v.
$\overline{\phi_n}$ is het gemiddelde van de drie in één horizontale laag bepaalde vochtgehalten ϕ_n.
$\overline{\phi_{n,tot}}$ is het gemiddelde van alle in de cylinder bepaalde vochtgehalten ϕ_n.

De belangrijkste conclusies uit figuur 6.5 zijn:

1. Zowel bij de glasparels als bij de zilverzandkorrels is de invloed van vochtuitzakking waarneembaar. De hiervan het gevolg zijnde inhomogeniteit bedraagt circa 4% ten opzichte van $\overline{\phi_{n,tot}}$.
2. *Er is hoogstens 2% verschil tussen de bepaling vooraf* (ϕ_v) *en het gemiddelde van de bepalingen achteraf* ($\overline{\phi_{n,tot}}$), circa drie weken later.
3. *De spreiding in de vochtverdeling bedraagt ongeveer 2%.*
4. In beide gevallen is het vochtgehalte halverwege de hoogte van de meetcylinder (de hoogte waarop het temperatuurverloop $\theta_{exp}(t)$ wordt bepaald) binnen de meetnauwkeurigheid gelijk aan $\overline{\phi_{n,tot}}$.

Aan de hand van gelijksoortige metingen uitgevoerd aan korrelstructuren met uiteenlopende vochtgehalten zijn de in § 1.6 genoemde maxima voor de bij het onderzoek te gebruiken vochtgehalten vastgesteld.

In een meetserie wordt gewerkt bij steeds andere omgevingstemperaturen. Daartoe wordt de thermokryostaat telkens na een meting op een nieuwe (meestal 5 °C hogere of lagere) waarde ingesteld. Uit vochtgehaltebepalingen, zoals hierboven besproken, is gebleken dat als gevolg van deze temperatuursprongen inhomogeniteiten in de vochtverdeling kunnen optreden van circa 6% ten opzichte van $\overline{\phi_{n,tot}}$ maar dat het evenwicht zich (hoewel langzaam, minstens na één week) herstelt.

7 IJkmetingen aan agargelen

7.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de resultaten besproken van die metingen waarbij de te onderzoeken stof als een *ijkmedium* kan worden opgevat. Onder een ijkmedium wordt dan verstaan een stof waarvan de thermische parameters λ en ρc bekend zijn en waarbij tevens de contactweerstand Γ_ℓ (of Γ) tussen het meetelement en het medium nul gesteld mag worden.

De ijkmetingen dienen een tweevoudig doel. In de eerste plaats kunnen de resultaten ons iets zeggen over de betrouwbaarheid van een meting wat betreft de bepaling van λ, ρc en Γ_ℓ met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel. In de tweede plaats kan uit de resultaten een waarde voor de effectieve afstand R worden gevonden zowel in het gemodificeerde Jaegermodel als in het viergebiedenmodel.

In § 7.2 wordt het ijkmedium besproken, evenals de omstandigheden waaronder de ijkmetingen zijn uitgevoerd. Paragraaf 7.3 beschrijft de uitwerkingen van de ijkmetingen in het geval "ρc bekend". Daarbij komt in § 7.3.1 de warmtegeleidingscoëfficiënt λ ter sprake en worden in § 7.3.2 de inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R van een meetelement berekend. In § 7.4 komt de bepaling van R met behulp van het viergebiedenmodel aan bod. De laatste twee paragrafen van dit hoofdstuk zijn gewijd aan de invloed van variaties in ρc op de berekeningen. In § 7.5 is dat de invloed van de keuze van ρc op de via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde waarden voor λ en Γ. In § 7.6 tenslotte volgt als toetsing een voorbeeld van de werkwijze voor het meest algemene geval, namelijk de simultane bepaling van λ, ρc en Γ.

7.2 Het ijkmedium en de ijkmetingen

Het door ons gebruikte ijkmedium is een *agargel*, dat wil zeggen een oplossing van de organische stof agar in water die vervolgens is gegeleerd. Deze gel heeft de eigenschap reeds bij geringe concentratie een stijve structuur te bezitten, als gevolg waarvan convectie tijdens een meting is uitgesloten. Bovendien is het contact tussen meetelement en gel zo goed dat de veronderstelling $\Gamma_\ell = 0$ (en dus ook $\Gamma = 0$) gerechtvaardigd is.

Bij geringe concentratie zijn de thermische parameters van een agargel nagenoeg gelijk aan die van zuiver water. Een eventuele invloed van de concentratie kan bovendien experimenteel worden geëlimineerd door agargelen van verschillende concentratie te gebruiken en de resultaten te extrapoleren naar concentratie nul Gemeten is aan verschillende agargelen van respectievelijk 0,2-, 0,4-, 0,5-, 1,0-1,5-, 2,0- en 2,5 gew.%.

De metingen zijn uitgevoerd met drie paren op dezelfde wijze geconstrueerde meet- en referentie-elementen (in het vervolg kortweg aan te duiden als element 1, 2 en 3) en bij constante omgevingstemperaturen van achtereenvolgens 20, 15, 10 5 en 0 ^{o}C.

7.3 De agargelmetingen voor het geval "ρc bekend"

Voor ρc wordt genomen de waarde van zuiver water: $(\rho c)_{ijk} \equiv (\rho c)_{water} \approx 4{,}19.10^{6}$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De methode is bekend (zie § 4.5 op blz. 44). Voor de berekeningen is het belangrijk te weten wanneer aan de voorwaarde $t >> v^2/a$ in voldoende mate is voldaan. In feite wordt deze voorwaarde bepaald door de vraag wanneer de hogere-orde-termen in de theoretische beschrijving van de temperatuurstijging θ als functie van t (in formule (2.22) niet vermeld) verwaarloosbaar zijn ten opzichte van de lagere-orde-termen (de in formule (2.22) vermelde termen). Iets anders geformuleerd houdt de voorwaarde $t >> v^2/a$ in dat binnen de meetnauwkeurigheid geen invloed van de keuze van het begintijdstip t_b op de bepaling van λ waarneembaar mag zijn. Vooral op grond van deze overweging is, na berekeningen te hebben uitgevoerd waarbij t_b werd gevarieerd, het begintijdstip t_b in de orde van 50 s gekozen. Met $v = 5.10^{-4}$ m en $a \approx 1{,}4.10^{-7}$ m^2s^{-1} volgt dan $t_b \approx 28\ v^2/a$. Met een keuze van t_e om en nabij de 150 s zijn dan genoeg meetpunten (iedere seconde een temperatuurregistratie) beschikbaar om een nauwkeurige regressie-analyse te kunnen uitvoeren.

De totale temperatuurstijging gedurende een meting bedroeg meestal circa 0,5 ^{o}C.

In de tabellen 7.1, 7.2 en 7.3 zijn de resultaten vermeld van metingen aan een 0,4 gew.%-agargel met de elementen 1, 2 en 3. Iedere meting is tweemaal uitgevoerd. In de tabellen zijn van de grootheden t_0, γ en λ achtereenvolgens vermeld de waarde zelf, de over de duplometingen gemiddelde waarde en de procentuel afwijking ten opzichte van de gemiddelde waarde.

Tabel 7.1 t_0, γ en λ van een 0,4 gew.%-agargel voor verschillende waarden van de temperatuur. Iedere meting is in duplo uitgevoerd; $\overline{t_0}$, $\overline{\gamma}$ en $\overline{\lambda}$ stellen de gemiddelden van de duplowaarden voor.

Element 1

T(^{o}C)	20	15	10	5	0
t_0	0,5000 0,4793	0,4787 0,5154	0,5085 0,4980	0,4944 0,5227	0,5016 0,4794
$\overline{t_0}$	0,4896	0,4971	0,5033	0,5085	0,4905
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	2,1	3,7	1,0	2,8	2,3
γ	0,4334 0,4520	0,4569 0,4214	0,4308 0,4399	0,4448 0,4212	0,4416 0,4606
$\overline{\gamma}$	0,4427	0,4392	0,4354	0,4330	0,4511
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	2,1	4,0	1,0	2,7	2,1
λ	0,6048 0,6100	0,5893 0,5947	0,5829 0,5851	0,5782 0,5697	0,5631 0,5669
$\overline{\lambda}$	0,6074	0,5920	0,5840	0,5740	0,5650
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,4	0,5	0,2	0,7	0,3

Tabel 7.2 t_0, γ en λ van een 0,4 gew.%-agargel voor verschillende waarden van de temperatuur. Iedere meting is in duplo uitgevoerd; $\overline{t_0}$, $\overline{\gamma}$ en $\overline{\lambda}$ stellen de gemiddelden van de duplowaarden voor.

Element 2

T(^{o}C)	20	15	10	5	0
t_0	0,5492 0,5296	0,5559 0,5861	0,5577 0,5756	0,5786 0,5856	0,5990 0,5826
$\overline{t_0}$	0,5394	0,5710	0,5667	0,5821	0,5908
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	1,8	2,6	1,6	0,6	1,4
γ	0,3863 0,4033	0,3827 0,3570	0,3831 0,3679	0,3671 0,3629	0,3527 0,3661
$\overline{\gamma}$	0,3948	0,3699	0,3755	0,3650	0,3594
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	2,2	3,5	2,0	0,6	1,9
λ	0,6054 0,6110	0,5970 0,5895	0,5905 0,5864	0,5808 0,5750	0,5695 0,5735
$\overline{\lambda}$	0,6082	0,5928	0,5885	0,5779	0,5715
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,5	0,6	0,4	0,5	0,3

Tabel 7.3 t_0, γ en λ van een 0,4 gew.%-agargel voor verschillende waarden van de temperatuur. Iedere meting is in duplo uitgevoerd; $\overline{t_0}$, $\overline{\gamma}$ en $\overline{\lambda}$ stellen de gemiddelden van de duplowaarden voor.

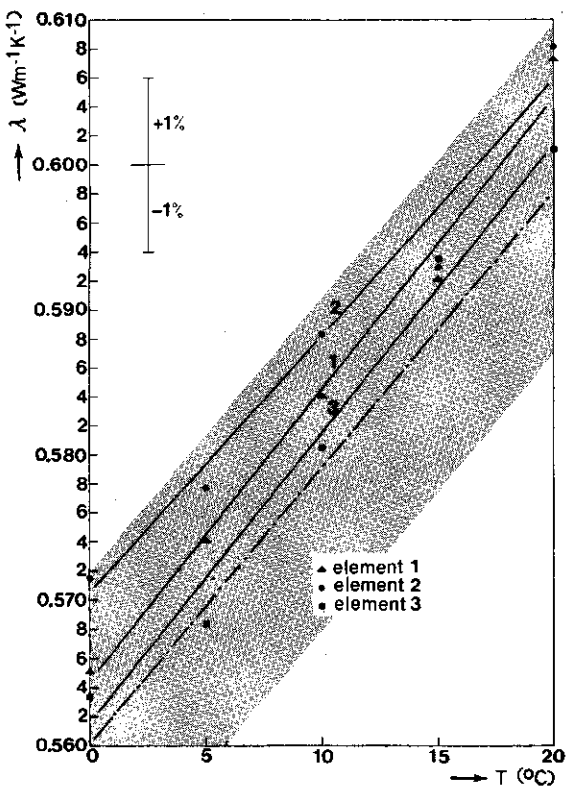
Element 3

$T(^oC)$	20	15	10	5	0
t_0	0,5648 0,5817	0,5828 0,5626	0,5846 0,5954	0,6231 0,6145	0,6409 0,6180
$\overline{t_0}$	0,5733	0,5727	0,5899	0,6188	0,6295
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	1,5	1,8	0,9	0,7	1,8
γ	0,3726 0,3572	0,3599 0,3766	0,3622 0,3514	0,3316 0,3391	0,3200 0,3359
$\overline{\gamma}$	0,3649	0,3683	0,3568	0,3354	0,3279
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	2,1	2,3	1,5	1,1	2,4
λ	0,6017 0,6002	0,5901 0,5960	0,5794 0,5815	0,5680 0,5687	0,5580 0,5689
$\overline{\lambda}$	0,6010	0,5931	0,5805	0,5684	0,5635
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,1	0,5	0,2	0,1	1,0

De bespreking van de resultaten wordt opgesplitst in twee gedeelten. Eerst volgt in § 7.3.1 een discussie over de *warmtegeleidingscoëfficiënt* λ. De betekenis van t_0 en γ kan het beste worden beoordeeld aan de hand van de via deze parameters berekende *inwendige warmteweerstand* $W_{\ell,i}$ en *effectieve afstand* R. In § 7.3.2 komen de resultaten van deze berekeningen aan de orde.

7.3.1 De warmtegeleidingscoëfficiënt λ

De procentuele afwijking ten opzichte van de over de duplometingen gemiddelde waarde, een maat voor de reproduceerbaarheid van een meting, is bij elk der drie elementen gemiddeld circa 0,5 %. In de in figuur 7.1 gegeven grafiek is deze gemiddelde waarde voor ieder element uitgezet als functie van de temperatuur



Figuur 7.1 λ als functie van T(°C) voor een 0,4 gew.%-agargel. Ter vergelijking is ook opgenomen de λ,T-rechte voor *zuiver* water (-·-·-) volgens Powell et al. (1966). De gearceerde band komt overeen met de door Powell opgegeven nauwkeurigheid van ± 2%.

Naar aanleiding van deze grafiek, waarin de getrokken rechten bepaald zijn via regressie van λ op T, kunnen enkele kanttekeningen worden geplaatst.

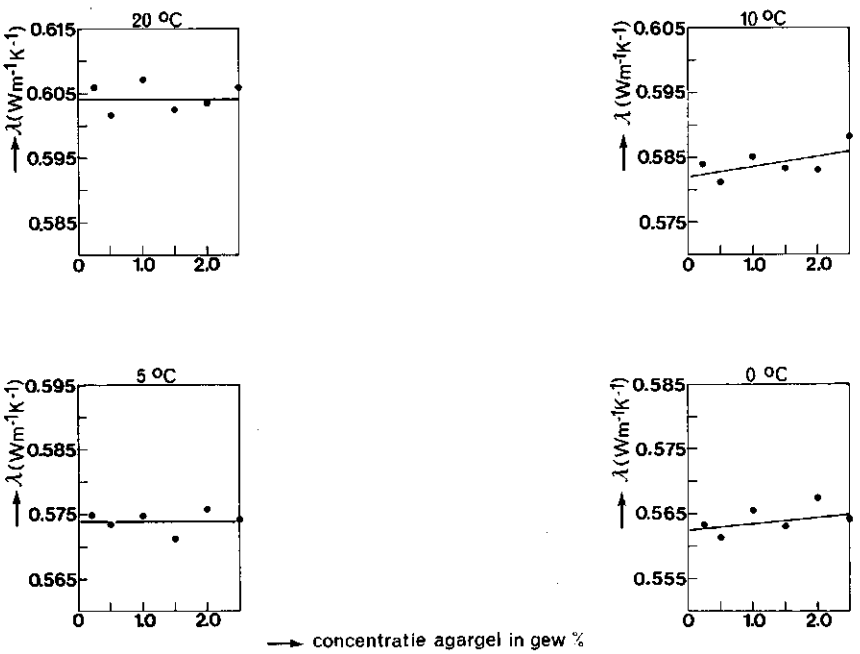
1. Per element zijn de afwijkingen van de berekende λ-waarden ten opzichte van de getrokken rechte gemiddeld kleiner dan 0,5%.
2. De drie elementen geven bij dezelfde temperatuur λ-waarden die door elkaar genomen minder dan 1% van elkaar verschillen.
3. De onder 2.genoemde verschillen hebben een duidelijk systematisch karakter, zich manifesterend in nagenoeg evenwijdige λ,T-rechten voor de drie elementen. De met behulp van element 2 bepaalde λ,T-rechte ligt ruim 0,5% hoger dan die van element 1, terwijl deze laatste weer circa 0,5% hoger ligt dan die van element 3. Kennelijk spelen hierbij typische, elementgebonden factoren een rol. In dit opzicht valt vooral te denken aan de betrekkelijk willekeurige positie waarin bij de constructie zowel de stookdraad als de thermolas in het element terecht kunnen komen.

De drie hierboven genoemde punten samenvattend lijkt het gerechtvaardigd te stellen dat de met behulp van *een willekeurig element bepaalde λ-waarden relatief tot op circa 1% nauwkeurig zijn.*

Om ook iets over de absolute betekenis te kunnen zeggen is een vergelijking gemaakt met de door Powell et al.(1966) opgegeven λ-waarden voor *zuiver* water. In figuur 7.1 is de bijbehorende λ,T-rechte aangegeven. Daarbij kan worden geconstateerd dat:

a. deze rechte practisch evenwijdig is met de door ons gevonden λ,T-rechten voor de 0,4 gew.%-agargel en
b. er binnen de door Powell opgegeven nauwkeurigheidsgrenzen (in figuur 7.1 aangegeven door de gearceerde band) volledige overeenstemming is.

Wel is het opmerkelijk dat de voor de agargel bepaalde λ,T-rechten *systematisch* boven de λ,T-rechte van Powell liggen. Een mogelijke verklaring zou kunnen zijn dat als gevolg van de afwijkende moleculaire structuur de λ-waarde van een agargel iets groter is dan die van zuiver water bij dezelfde temperatuur. Om hierover meer duidelijkheid te verkrijgen, zijn eveneens metingen uitgevoerd aan agargelen van andere concentratie, oplopend van 0,2 tot 2,5 gew.%. Bij 0,2 gew.% is de agargel nog niet erg stijf; hij gedraagt zich net niet meer als water. De 2,5%-agargel daarentegen heeft een echt puddingkarakter. In figuur 7.2 zijn de resultaten van de metingen te zien.



Figuur 7.2 De invloed van de agargelconcentratie op λ bij verschillende temperaturen.

De getekende rechten zijn via regressie bepaald. Bij 20 en 5 °C is er geen invloed van de concentratie merkbaar, terwijl bij 10 en 0 °C een geringe toename van λ met toenemende concentratie valt te bespeuren. Omdat de verschillen tussen de λ-waarden echter van dezelfde grootte-orde zijn als de spreiding in de meetresultaten zou deze toename evengoed toevallig kunnen zijn, zodat van enige significante invloed van de agargelconcentratie op λ geen sprake is.

Alles overziende lijkt de conclusie gerechtvaardigd dat de door ons *bepaalde λ-waarden van de agargelen ook in absolute zin nauwkeurig zijn tot op circa 1%.*

7.3.2 De inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R

De beide parameters t_0 en γ zijn in feite hulpgrootheden bij de λ-bepaling volgens de methode "$\gamma_1 = \gamma_2$". Met de experimenteel bepaalde γ- en λ-waarden en formule (4.15) die wegens de veronderstelling $\Gamma_\ell = 0$ kan worden geschreven als:

$$\gamma = 2\pi W_{\ell,i}\lambda = \left\{\frac{\ln(u/R)}{\lambda_{isol}} + \frac{\ln(v/u)}{\lambda_{omh}}\right\}\lambda \qquad (\Gamma_\ell = 0) \qquad (7.1)$$

kunnen vervolgens de beide voor een willekeurig meetelement karakteristieke grootheden $W_{\ell,i}$ en R worden berekend. In de tabellen 7.4, 7.5 en 7.6 zijn de resultaten van deze berekeningen voor de elementen 1, 2 en 3 samengevat.

Tabel 7.4 De inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R. De gemiddelden van de duplowaarden worden voorgesteld door $\overline{W_{\ell,i}}$ en $\overline{R}$. De over alle waarden gemiddelden worden weergegeven door $\overline{W_{\ell,i,tot}}$ en $\overline{R_{tot}}$.

Element 1

T(^{o}C)	20	15	10	5	0
$W_{\ell,i}$ (KmW^{-1})	0,1140 0,1179	0,1234 0,1128	0,1176 0,1196	0,1224 0,1177	0,1248 0,1293
$\overline{W_{\ell,i}}$ (KmW^{-1})	0,1160	0,1181	0,1186	0,1201	0,1271
$\frac{\Delta W_{\ell,i}}{\overline{W_{\ell,i}}}$ (%)	1,7	4,5	0,8	2,0	1,8
R (mm)	0,2633 0,2621	0,2604 0,2637	0,2622 0,2615	0,2607 0,2622	0,2599 0,2586
$\overline{R}$ (mm)	0,2627	0,2621	0,2619	0,2615	0,2593
$\frac{\Delta R}{\overline{R}}$ (%)	0,2	0,6	0,1	0,3	0,3
$\overline{W_{\ell,i,tot}} = 0,1200 \pm 0,0042\ KmW^{-1}$ (ca. ± 3%)					
$\overline{R_{tot}} = 0,2615 \pm 0,0013$ mm (ca. ± 0,5%)					

Tabel 7.5 De inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R. De gemiddelden van de duplowaarden worden voorgesteld door $\overline{W_{\ell,i}}$ en $\overline{R}$. De over alle waarden gemiddelden worden weergegeven door $\overline{W_{\ell,i,tot}}$ en $\overline{R_{tot}}$.

Element 2

$T(^{o}C)$	20	15	10	5	0
$W_{\ell,i}$ (KmW^{-1})	0,1016 0,1051	0,1021 0,0965	0,1033 0,0999	0,1006 0,1004	0,0986 0,1016
$\overline{W_{\ell,i}}$ (KmW^{-1})	0,1034	0,0993	0,1016	0,1005	0,1001
$\frac{\Delta W_{\ell,i}}{\overline{W_{\ell,i}}}$ (%)	1,7	2,8	1,7	0,1	1,5
R (mm)	0,2673 0,2662	0,2671 0,2689	0,2667 0,2678	0,2676 0,2676	0,2682 0,2673
$\overline{R}$ (mm)	0,2668	0,2680	0,2673	0,2676	0,2678
$\frac{\Delta R}{\overline{R}}$ (%)	0,2	0,3	0,2	0,0	0,2
$\overline{W_{\ell,i,tot}} = 0,1010 \pm 0,0016\ KmW^{-1}$ (ca. ± 2%)					
$\overline{R_{tot}} = 0,2675 \pm 0,0005$ mm (ca. ± 0,2%)					

Tabel 7.6 De inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R. De gemiddelden van de duplowaarden worden voorgesteld door $\overline{W_{\ell,i}}$ en $\overline{R}$. De over alle waarden gemiddelden worden weergegeven door $\overline{W_{\ell,i,tot}}$ en $\overline{R_{tot}}$.

Element 3

T(^{o}C)	20	15	10	5	0
$W_{\ell,i}$ (KmW^{-1})	0,0986 0,0947	0,0971 0,1006	0,0995 0,0962	0,0929 0,0949	0,0913 0,0940
$\overline{W_{\ell,i}}$ (KmW^{-1})	0,0967	0,0989	0,0979	0,0939	0,0927
$\frac{\Delta W_{\ell,i}}{\overline{W_{\ell,i}}}$ (%)	2,0	1,8	1,7	1,1	1,5
R (mm)	0,2682 0,2695	0,2687 0,2676	0,2679 0,2690	0,2701 0,2694	0,2706 0,2697
$\overline{R}$ (mm)	0,2689	0,2682	0,2685	0,2698	0,2702
$\frac{\Delta R}{\overline{R}}$ (%)	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2
$\overline{W_{\ell,i,tot}} = 0,0960 \pm 0,0026\ KmW^{-1}$ (ca. ± 3%)					
$\overline{R_{tot}} = 0,2691 \pm 0,0009$ mm (ca. ± 0,3%)					

Naar aanleiding van de tabellen 7.4, 7.5 en 7.6 kunnen enkele opmerkingen worden gemaakt.

1. De variatie van de inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ van een meetelement met de temperatuur is nauwelijks significant vergeleken met de spreiding. Bovendien heeft deze variatie over de drie elementen beschouwd een toevallig karakter. Derhalve is het gerechtvaardigd slechts te spreken over *de* inwendige warmteweerstand van het meetelement $\overline{W_{\ell,i,tot}}$.
2. $\overline{W_{\ell,i,tot}}$ *komt naar voren als een typische, elementgebonden grootheid*: voor element 1 is $\overline{W_{\ell,i,tot}}$ circa 15% groter dan voor element 2 en deze op zijn beurt is ongeveer 5% groter dan die van element 3.
3. Mutatis mutandis kunnen de opmerkingen 1. en 2. worden herhaald voor *de* effectieve afstand R, met dien verstande dat de spreiding in de berekende R-waarden nog aanmerkelijk geringer is.
4. Bij alle drie de elementen is de waarde van R zodanig dat de thermolas zich ook volgens de berekeningen in de isolatielaag bevindt (0,05 mm < R < 0,3 mm).
5. Het feit dat de R-waarden van de verschillende meetelementen zeer weinig van elkaar verschillen, benadrukt nog eens dat R niet al te letterlijk moet worden gezien als de geometrische afstand tussen stookdraad en thermolas. Het is immers onwaarschijnlijk dat tijdens het construeren van de elementen de positie van de thermolas ten opzichte van de stookdraad met een zo grote precisie kan worden gereproduceerd (zie foto 3).

Tenslotte moet nog worden opgemerkt dat de in § 3.4 genoemde bezwaren tegen een R-bepaling met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel niet zijn weggenomen door het feit dat de berekende R-waarden zich zo consistent gedragen. Tevens blijft het toepassen van formule (3.3) ter berekening van R aan kritiek onderhevig zolang de gevonden waarden niet zijn bevestigd via een onafhankelijke methode. Deze onafhankelijke contrôle van R komt ter sprake in de volgende paragraaf.

7.4 De agargelmetingen en het viergebiedenmodel; nieuwe, onafhankelijke bepaling van de effectieve afstand R

Ook bij de in deze paragraaf volgende berekeningen wordt uitgegaan van $\rho c \equiv (\rho c)_4 = 4{,}19.10^6\ Jm^{-3}K^{-1}$ en $\Gamma = 0$ (in het viergebiedenmodel werken wij in het algemeen met Γ in plaats van met Γ_ℓ).

Nadat met het gemodificeerde Jaegermodel λ is bepaald, kan met behulp van het stelsel vergelijkingen (5.36) en formule (5.39) de effectieve afstand R worden bepaald. Voor de berekening van de desbetreffende besselfuncties zijn de afmetingen en de thermische parameters van de onderdelen van het meetelement nodig. In tabel 7.7 zijn alle noodzakelijke gegevens verzameld en zijn de waarden van de besselfuncties vermeld. Deze waarden zijn berekend met reeksontwikkelingen (zie aanhangsel 1). Voor de laplace-parameter p is steeds de waarde 0,02 gebruikt.

Tabel 7.7 Gegevens van de meetelementen en van de agargel en waarden van de bijbehorende besselfuncties.

Gegevens van de meetelementen en van de agargel				
gebied	grenzen (m)	materiaal	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	ρc ($Jm^{-3}K^{-1}$)
1	$0 \leq r \leq s$ $s = 5.10^{-5}$	constantaan	$\lambda_1 = 22,60$	$(\rho c)_1 = 3,6.10^{6}$
2	$s < r < u$ $u = 3.10^{-4}$	siliconen-rubberpolymeer	$\lambda_2 = 0,190$	$(\rho c)_2 = 4,7.10^{5}$
3	$u \leq r \leq v$ $v = 5.10^{-4}$	roestvrijstaal	$\lambda_3 = 16,25$	$(\rho c)_3 = 3,6.10^{6}$
4	$r > v$	agargel	λ_4 te bepalen	$(\rho c)_4 = 4,19.10^{6}$

De waarden van de bijbehorende besselfuncties					
$x \rightarrow$	$q_1 s = 2,8222.10^{-3}$	$q_2 s = 1,1121.10^{-2}$	$q_2 u = 6,6728.10^{-2}$	$q_3 u = 1,9969.10^{-2}$	$q_3 v$ $3,3282.10^{-2}$
$I_0(x)$	1,00000	1,00003	1,00111	1,00010	1,00028
$I_1(x)$	$1,4111.10^{-3}$	$5,5606.10^{-3}$	$3,3383.10^{-2}$	$9,9845.10^{-3}$	$1,6641.10^{-2}$
$K_0(x)$		4,61502	2,82731	4,02990	3,51965
$K_1(x)$		89,8914	14,8752	50,0316	29,9781

Voor de bepaling van R via formule (5.39) hebben wij α_2 en β_2 nodig. Na oplossen van deze coëfficiënten uit het stelsel vergelijkingen (5.36) en na invullen van de in tabel 7.7 gegeven waarden, volgt:

$$\alpha_2 = \left\{\frac{14408,8 - 117,729\ Z}{12,5182 + Z}\right\} Q_\ell \tag{7.2}$$

en

$$\beta_2 = \left\{\frac{516,358 + 41,7690\ Z}{12,5182 + Z}\right\} Q_\ell \tag{7.3}$$

waarin

$$Z = \lambda_4 Y/X \tag{7.4}$$

met

$$Y = q_4 K_1(q_4 v) \tag{7.5}$$

en

$$X = K_0(q_4 v) \tag{7.6}$$

Nadat $\lambda \equiv \lambda_4$ experimenteel is bepaald, kunnen X en Y en dus ook Z worden berekend met behulp van de in aanhangsel 1 opgenomen tabel. Daarna volgt uit formule (7.2) respectievelijk (7.3) een waarde voor α_2 en voor β_2. Nadat de laplacegetransformeerde temperatuur $\overline{\theta}_2(q_2R)$ (zie aanhangsel 2) is bepaald, kunnen met formule (5.39) via een iteratie $I_0(q_2R)$ en $K_0(q_2R)$ worden bepaald en daaruit ook de gezochte afstand R.

De hier geschetste berekeningen zijn uitgevoerd voor alle metingen uit de in § 7.3 vermelde series van de elementen 1, 2 en 3. Het resultaat van deze berekeningen is voor de grootheden $I_0(q_2R)$, $K_0(q_2R)$ en R samengevat in de tabellen 7.8, 7.9 en 7.10. Daarbij stellen $\overline{I_0(q_2R)}$, $\overline{K_0(q_2R)}$ en $\overline{R}$ de over de duplowaarden gemiddelden voor en $\overline{I_0(q_2R)}_{tot}$, $\overline{K_0(q_2R)}_{tot}$ en $\overline{R}_{tot}$ de over *alle* waarden gemiddelden. Tevens is in deze tabellen opgenomen de verhouding van de R-waarde die via het gemodificeerde Jaegermodel is bepaald (§ 7.3.2) en de overeenkomstige R-waarde uit het viergebiedenmodel (deze paragraaf). Ter onderscheiding zijn deze R-waarden in de tabellen 7.8, 7.9 en 7.10 aangegeven als R_{Jaeger} respectievelijk R_{vierg}.

Tabel 7.8 $I_0(q_2R)$, $K_0(q_2R)$, R (in mm) en R_{Jaeger}/R_{vierg} voor verschillende temperaturen. Element 1.

T(^oC)	20	15	10	5	0
$I_0(q_2R)$	1,000869 1,000862	1,000852 1,000870	1,000861 1,000858	1,000853 1,000860	1,000847 1,000839
$\overline{I_0(q_2R)}$	1,000866	1,000861	1,000860	1,000857	1,000843
$\frac{\Delta I_0(q_2R)}{\overline{I_0(q_2R)}}$ (%)	nihil	nihil	nihil	nihil	nihil
$K_0(q_2R)$	2,952 2,956	2,961 2,951	2,956 2,958	2,961 2,957	2,965 2,969
$\overline{K_0(q_2R)}$	2,954	2,956	2,957	2,959	2,967
$\frac{\Delta K_0(q_2R)}{\overline{K_0(q_2R)}}$ (%)	0,07	0,17	0,03	0,07	0,07
R (mm)	0,2654 0,2643	0,2629 0,2655	0,2641 0,2637	0,2629 0,2640	0,2620 0,2609
$\overline{R}$ (mm)	0,2649	0,2642	0,2639	0,2635	0,2615
$\frac{\Delta R}{\overline{R}}$ (%)	0,2	0,5	0,1	0,2	0,2
$\overline{I_0(q_2R)_{tot}}$ = 1,000857 ± 0,000009 (ca. ± 0,0009%)					
$\overline{K_0(q_2R)_{tot}}$ = 2,959 ± 0,005 (ca. ± 0,2%)					
$\overline{R_{tot}}$ = 0,2636 ± 0,0013 mm (ca. ± 0,5%)					
$\frac{R_{Jaeger}}{R_{vierg}}$	0,992 0,992	0,990 0,993	0,993 0,992	0,992 0,993	0,992 0,991

Tabel 7.9 $I_0(q_2R)$, $K_0(q_2R)$, R (in mm) en R_{Jaeger}/R_{vierg} voor verschillende temperaturen. Element 2.

T(^oC)	20	15	10	5	0
$I_0(q_2R)$	1,000891 1,000886	1,000891 1,000899	1,000886 1,000895	1,000894 1,000894	1,000898 1,000893
$\overline{I_0(q_2R)}$	1,000889	1,000895	1,000891	1,000894	1,000896
$\frac{\Delta I_0(q_2R)}{\overline{I_0(q_2R)}}$ (%)	nihil	nihil	nihil	nihil	nihil
$K_0(q_2R)$	2,938 2,941	2,939 2,933	2,940 2,936	2,937 2,937	2,934 2,937
$\overline{K_0(q_2R)}$	2,940	2,936	2,938	2,937	2,936
$\frac{\Delta K_0(q_2R)}{\overline{K_0(q_2R)}}$ (%)	0,07	0,10	0,07	0,00	0,07
R (mm)	0,2688 0,2680	0,2687 0,2700	0,2684 0,2693	0,2692 0,2692	0,2698 0,2691
$\overline{R}$ (mm)	0,2684	0,2694	0,2689	0,2692	0,2695
$\frac{\Delta R}{\overline{R}}$ (%)	0,1	0,3	0,2	0,0	0,1
$\overline{I_0(q_2R)_{tot}}$ = 1,000893 ± 0,000003 (ca. ± 0,0003%)					
$\overline{K_0(q_2R)_{tot}}$ = 2,937 ± 0,002 (ca. ± 0,07%)					
$\overline{R_{tot}}$ = 0,2691 ± 0,0004 mm (ca. ± 0,2%)					
$\frac{R_{Jaeger}}{R_{vierg}}$	0,994 0,993	0,994 0,996	0,994 0,994	0,994 0,994	0,994 0,993

Tabel 7.10 $I_0(q_2R)$, $K_0(q_2R)$, R (in mm) en R_{Jaeger}/R_{vierg} voor verschillende temperaturen. Element 3.

T(^oC)	20	15	10	5	0
$I_0(q_2R)$	1,000896 1,000903	1,000899 1,000895	1,000894 1,000901	1,000908 1,000903	1,000911 1,000907
$\overline{I_0(q_2R)}$	1,000900	1,000897	1,000898	1,000906	1,000909
$\frac{\Delta I_0(q_2R)}{\overline{I_0(q_2R)}}$ (%)	nihil	nihil	nihil	nihil	nihil
$K_0(q_2R)$	2,935 2,931	2,933 2,936	2,937 2,933	2,929 2,931	2,927 2,929
$\overline{K_0(q_2R)}$	2,933	2,935	2,935	2,930	2,928
$\frac{\Delta K_0(q_2R)}{\overline{K_0(q_2R)}}$ (%)	0,07	0,05	0,07	0,03	0,03
R (mm)	0,2696 0,2706	0,2700 0,2693	0,2692 0,2702	0,2712 0,2705	0,2718 0,2711
$\overline{R}$ (mm)	0,2701	0,2697	0,2697	0,2709	0,2715
$\frac{\Delta R}{\overline{R}}$ (%)	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1
$\overline{I_0(q_2R)_{tot}}$ = 1,000902 ± 0,000005 (ca. 0,0005%)					
$\overline{K_0(q_2R)_{tot}}$ = 2,932 ± 0,003 (ca. ± 0,1%)					
$\overline{R_{tot}}$ = 0,2704 ± 0,0008 mm (ca. ± 0,3%)					
$\frac{R_{Jaeger}}{\overline{R_{vierg}}}$	0,995 0,996	0,997 0,994	0,995 0,996	0,996 0,996	0,996 0,995

Naar aanleiding van de in de tabellen 7.8, 7.9 en 7.10 vermelde waarden kunnen enkele kanttekeningen worden geplaatst.

1. De verschillen tussen de duplowaarden zijn voor $I_0(q_2R)$ verwaarloosbaar en voor $K_0(q_2R)$ en voor R zeer klein.
2. De variaties met de temperatuur zijn zo gering dat $I_0(q_2R)$, $K_0(q_2R)$ en R *als karakteristieke, elementgebonden grootheden kunnen worden beschouwd.*
3. De waarde van R is voor elk der drie elementen zodanig dat de thermolas zich volgens de berekeningen inderdaad in gebied 2 (0,05 mm < R < 0,3 mm) bevindt.
4. De verschillen tussen de R-waarden die via het gemodificeerde Jaegermodel zijn bepaald en de overeenkomstige R-waarden die met behulp van het viergebiedenmodel zijn berekend, zijn voor elk der drie elementen gemiddeld duidelijk kleiner dan 1% en vertonen bovendien een zeer geringe spreiding (gemiddeld < 0,1%). Door deze uitkomst worden de aanvankelijke bezwaren tegen een R-bepaling via het gemodificeerde Jaegermodel volledig weggenomen. Tegelijkertijd kan dit resultaat worden gezien als een eerste rechtvaardiging met betrekking tot het gebruik van het gemodificeerde Jaegermodel. Een meer definitieve uitspraak hierover kan eerst worden gegeven nadat de metingen aan de korrelstructuren zijn besproken (hoofdstuk 8).
5. Een andere gevolgtrekking uit de consistentie tussen R_{Jaeger} en R_{vierg} betreft de rechtvaardiging van het gebruik van formule (3.3) voor de berekening van de inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ van het meetelement.

De gevolgde werkwijze is nu zo dat bij de berekeningen met het gemodificeerd Jaegermodel (de in hoofdstuk 4 besproken methoden) ter bepaling van λ, Γ_ℓ (of Γ) en ρc gebruik is gemaakt van R_{Jaeger} en dat bij de contrôle van de aldus gevonden resultaten met behulp van het viergebiedenmodel (hoofdstuk 5) met de via dit laatste model bepaalde R_{vierg} is gerekend.

7.5 De invloed van ρc op de bepaling van λ en Γ

Tot nu toe zijn alle berekeningen in het gemodificeerde Jaegermodel uitgevoerd met de als constant veronderstelde ρc-waarde van zuiver water. Voor die gevallen waarbij ρc vooraf niet nauwkeurig bekend is of kan worden berekend, is het belangrijk te weten hoe groot de invloed is van ρc op de bepaling van λ en Γ_ℓ (of Γ). Daartoe worden in deze paragraaf de berekeningen voor het geval "ρc bekend" herhaald uitgevoerd bij een telkens met een vast bedrag (5% van $(\rho c)_{ijk}$ =

$4{,}19.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$) veranderende ρc-waarde. De resultaten, die voor alle elementen hetzelfde beeld vertonen, zijn samengevat in tabel 7.11 voor een meting met element 3 aan de 0,4 gew.%-agargel bij 20 °C. In deze tabel zijn vermeld de grootheden ρc, t_0, γ, λ en Γ en bovendien van iedere grootheid de afwijking ten opzichte van de overeenkomstige grootheid die met $\rho c = (\rho c)_{ijk}$ is berekend. De contactweerstand Γ is daarbij bepaald volgens de formule

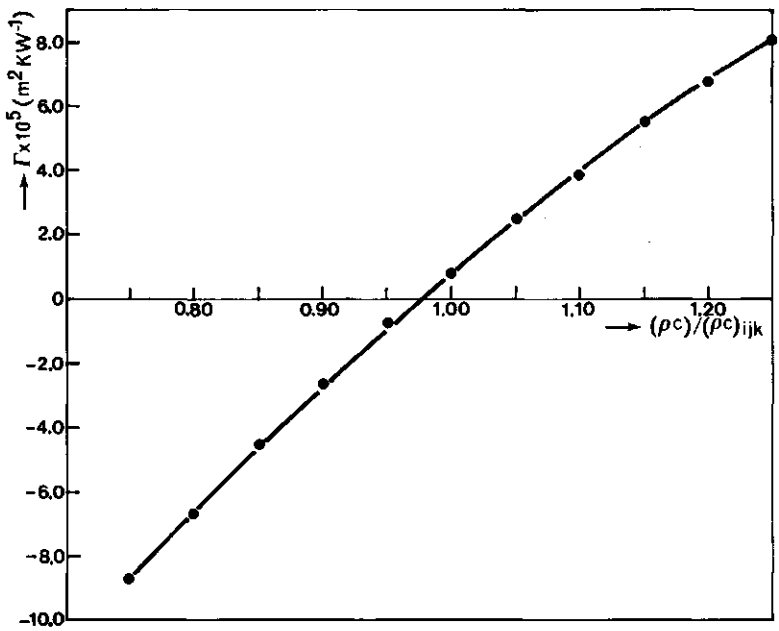
$$\Gamma = (\gamma/\lambda)v - 2\pi v W_{\ell,i} \qquad (7.7)$$

welk resultaat direct volgt uit formule (4.15) samen met het gegeven dat $\Gamma = 2\pi v \Gamma_\ell$.

Tabel 7.11 De invloed van ρc op de grootheden t_0, γ, λ en Γ voor metingen aan een 0,4 gew.%-agargel bij 20 °C met element 3. Tevens zijn vermeld de afwijkingen ten opzichte van de bij $(\rho c)_{ijk} = 4{,}19.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$ bepaalde grootheden.

$\rho c \times 10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{\rho c}{(\rho c)_{ijk}}$	t_0 (s)	$\frac{t_0}{t_{0,ijk}}$	γ	$\frac{\gamma}{\gamma_{ijk}}$	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\frac{\lambda}{\lambda_{ijk}}$	$\Gamma \times 10^5$ (m^2KW^{-1})	$\frac{\Gamma}{\Gamma_{ijk}}$
3,14	0,75	0,4438	0,79	0,2593	0,70	0,6083	1,011	-8,80	-10,4
3,35	0,80	0,4743	0,84	0,2847	0,76	0,6066	1,008	-6,65	- 7,8
3,56	0,85	0,5009	0,89	0,3090	0,83	0,6054	1,006	-4,60	- 5,4
3,77	0,90	0,5247	0,93	0,3316	0,89	0,6041	1,004	-2,67	- 3,1
3,98	0,95	0,5460	0,97	0,3528	0,95	0,6029	1,002	-0,86	- 1,0
4,19	1,00	0,5648	1,00	0,3726	1,00	0,6017	1,000	+0,85	+ 1,0
4,40	1,05	0,5814	1,03	0,3912	1,05	0,6005	0,998	+2,46	+ 2,9
4,61	1,10	0,5956	1,05	0,4088	1,10	0,5993	0,996	+3,99	+ 4,7
4,81	1,15	0,6077	1,08	0,4253	1,14	0,5981	0,994	+5,44	+ 6,4
5,02	1,20	0,6177	1,09	0,4410	1,18	0,5969	0,992	+6,82	+ 8,0
5,23	1,25	0,6257	1,11	0,4559	1,22	0,5957	0,990	+8,15	+ 9,6

Het meest opmerkelijke gedrag in tabel 7.11 vertoont de contactweerstand Γ, die in de "omgeving" van $\rho c = (\rho c)_{ijk}$ van teken verandert. Uit figuur 7.3, waarin Γ is uitgezet als functie van $(\rho c)/(\rho c)_{ijk}$, volgt dat $\Gamma = 0$ voor $\rho c \approx 0{,}98(\rho c)_{ijk} \approx 4{,}11.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$.



Figuur 7.3 De invloed van ρc op Γ in het geval van een meting aan een 0,4 gew.%-agargel bij 20 °C met element 3.

Het opzoeken van de combinatie {λ,ρc} waarbij Γ = 0, lijkt derhalve een bruikbare methode voor een simultane λ,ρc-bepaling voor die gevallen waarbij de contactweerstand Γ zo goed als nul gesteld mag worden. Op dit moment is het echter nog te vroeg om deze conclusie algemeen te trekken. Immers, het hier verkregen resultaat voor een agargelmeting is in dit opzicht niet geheel objectief. De bij de berekening van Γ gebruikte R-waarde is in het gemodificeerde Jaegermodel bepaald uit de resultaten van metingen aan een agargel in de veronderstelling Γ = 0. De in figuur 7.3 weergegeven Γ,ρc-kromme snijdt de ρc-as niet precies in het punt $\rho c = (\rho c)_{ijk}$, maar wijkt er circa 2% van af. Een dergelijke afwijking in ρc is geheel het gevolg van de met behulp van formule (7.7) te bereiken nauwkeurigheid in de bepaling van Γ. In hoofdstuk 8 komen wij op de methode "Γ = 0" nog terug.

Een andere belangrijke conclusie uit tabel 7.11 is *de zeer geringe invloed van ρc op de berekende λ-waarde*: een 25% afwijkende ρc geeft een slechts 1% afwijkende λ. Een direct gevolg hiervan is dat bij de methode "ρc bekend" niet vereist is ρc nauwkeurig te kennen om toch een betrouwbare λ-waarde te verkrijgen. Daartegenover staat dat omgekeerd bij de methode "ρc onbekend" kleine variaties in λ reeds grote verschuivingen in ρc tot gevolg hebben. Dit probleem komt in de

volgende paragraaf aan de orde.

7.6 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling van een agargel

Om de rekenprocedure uit te proberen zijn ook bij de agargelen enkele metingen uitgewerkt volgens de methode waarbij ρc vooraf als onbekend wordt beschouwd. In wezen is dit de simultane λ, ρc en Γ-bepaling zoals deze in § 4.6 is beschreven. Het kenmerk van de juiste combinatie {λ,ρc,Γ}, inhoudende het binnen de meetnauwkeurigheid gelijk zijn van λ op twee verschillende tijdsintervallen, vraagt om nauwkeurige λ-bepalingen op ieder gekozen tijdsinterval binnen de grenzen t_b en t_e. Vooral als gevolg van de in § 7.5 geconstateerde grote gevoeligheid van ρc voor λ kunnen betrekkelijk geringe onnauwkeurigheden in de λ-bepaling er de oorzaak van zijn dat de gelijkheid van λ op de twee tijdsintervallen wordt bereikt voor een sterk afwijkende ρc-waarde. Om deze reden moeten bij de berekeningen voor het geval "ρc onbekend" in elk geval strengere eisen worden gesteld aan de voorwaarde $t_b >> v^2/a$ dan bij de berekeningen voor het geval "ρc bekend". Aan de hand van de resultaten van berekeningen aan diverse agargelen is gebleken dat een keuze van t_b in de orde van 100 s voor het geval "ρc onbekend" ruim voldoende is (in dit geval is $t_b \approx 56\ v^2/a$).

Voor het eindtijdstip t_e zijn verschillende waarden tussen 200 en 300 s gekozen. De keuze van t_e wordt enerzijds bepaald door het streven in een zo kort mogelijke tijd een meting te voltooien, anderzijds door de noodzaak voldoende meetpunten te hebben voor het kunnen uitvoeren van een betrouwbare regressie op beide tijdsintervallen. Daarbij is bovendien nog een voorwaarde dat de intervallen elkaar niet teveel mogen overlappen om de op beide intervallen berekende λ-waarden op zinvolle wijze met elkaar te kunnen vergelijken.

Als voorbeeld worden van een meting aan een 0,5 gew.%-agargel bij 20 °C met element 2 de resultaten besproken. In tabel 7.12 zijn de λ en Γ-waarden vermeld van de berekeningen op drie tijdsintervallen tussen t_b = 100 en t_e = 300 s. De als parameter ingevoerde ρc is telkens gewijzigd met gelijke stappen ter grootte van 10% van $(\rho c)_{ijk} = 4{,}19.10^6\ Jm^{-3}K^{-1}$. In figuur 7.4 zijn de λ-waarden van telkens twee verschillende tijdsintervallen uitgezet als functie van ρc. Uit het snijpunt van de twee getekende λ,ρc-lijnen volgt een waarde voor de bij die tijdsintervallen optimaal passende λ en ρc. Omdat de voor een zeker tijdsinterval berekende {λ,ρc}-punten niet geheel op een rechte lijn liggen, zijn voor beide tijdsintervallen slechts die punten verbonden die het dichtst bij het snijpunt

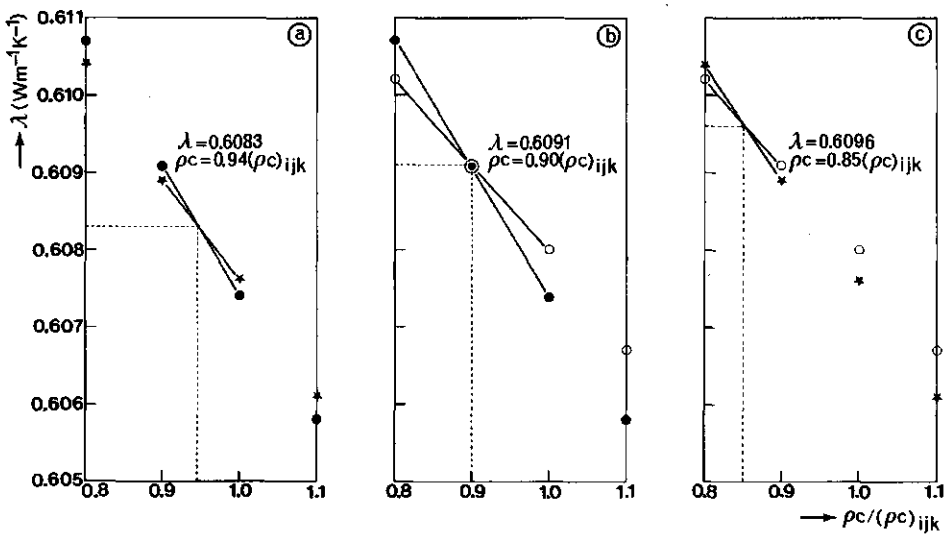
van de "krommen" liggen. De uit het snijpunt bepaalde λ en ρc geven via een interpolatie van de in tabel 7.12 vermelde waarden ook een waarde voor de bijbehorende

Figuur 7.5 geeft de in tabel 7.12 vermelde Γ-waarden als functie van ρc voor de drie gekozen tijdsintervallen. Ook nu volgt uit het snijpunt van telkens twee lijnen een voor de betreffende intervallen optimale combinatie λ, ρc en Γ.

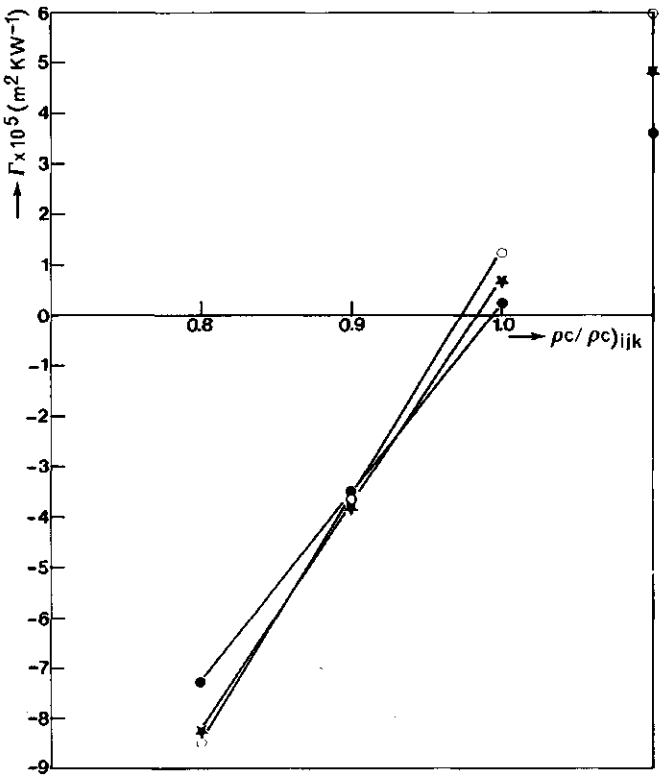
Uitgaande van de veronderstelling dat bij een meting aan een agargel $\Gamma = 0$ is, geeft in figuur 7.5 het snijpunt van de $\Gamma,\rho c$-lijn met de ρc-as een waarde voor de bijbehorende ρc, en daarmee via interpolatie in tabel 7.12 ook een waarde voor λ.

Tabel 7.12 λ- en Γ-waarden op drie tijdsintervallen voor verschillende waarden van de als parameter ingevoerde $\rho c/(\rho c)_{ijk}$ met $(\rho c)_{ijk} = 4{,}19.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 2 aan een 0,5 gew.%-agargel bij een omgevingstemperatuur van 20 °C.

	$\frac{\rho c}{(\rho c)_{ijk}}$ / tijds-interval (s)	0,8	0,9	1,0	1,1
λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	[100, 200]	0,6107	0,6091	0,6074	0,6058
	[100, 300]	0,6104	0,6089	0,6076	0,6061
	[200, 300]	0,6102	0,6091	0,6080	0,6067
$\Gamma.10^5$ (m^2KW^{-1})	[100, 200]	-7,26	-3,51	+0,22	+3,60
	[100, 300]	-8,23	-3,72	+0,65	+4,83
	[200, 300]	-8,45	-3,59	+1,25	+6,03



Figuur 7.4 λ als functie van ρc op telkens twee verschillende tijdsintervallen. —●—: [100, 200];—✱—: [100, 300];—○—. [200, 300]. Agargel 0,5 gew.%; 20 °C; element 2.



Figuur 7.5 Γ als functie van ρc op drie tijdsintervallen.—●—: [100, 200]; —✱—: [100, 300];—○—: [200, 300]. Agargel 0,5 gew.%; 20 °C; element 2.

Wat de bepaling van λ, ρc en Γ uit de in figuur 7.4 gegeven grafieken betreft volgt:

a. op de tijdsintervallen [100, 200] en [100, 300]:
   $\lambda = 0{,}6083\ Wm^{-1}K^{-1}$; $\rho c = 0{,}94\ (\rho c)_{ijk}$; $\Gamma = -1{,}73.10^{-5}\ m^2KW^{-1}$,
b. op de tijdsintervallen [100, 200] en [200, 300]:
   $\lambda = 0{,}6091\ Wm^{-1}K^{-1}$; $\rho c = 0{,}90\ (\rho c)_{ijk}$; $\Gamma = -3{,}55.10^{-5}\ m^2KW^{-1}$ en
c. op de tijdsintervallen [100, 300] en [200, 300]:
   $\lambda = 0{,}6096\ Wm^{-1}K^{-1}$; $\rho c = 0{,}85\ (\rho c)_{ijk}$; $\Gamma = -5{,}81.10^{-5}\ m^2KW^{-1}$.

De op een identieke wijze uit figuur 7.5 bepaalde λ, ρc en Γ-combinaties geven ongeveer dezelfde waarden als hierboven vermeld. De verschillen vallen geheel binnen de voor deze methode geldende nauwkeurigheidsgrenzen.

De plaats waar de drie in figuur 7.5 getekende Γ, ρc-lijnen de ρc-as snijden (de situatie waarbij $\Gamma = 0$ is) geeft achtereenvolgens:

1. op [100, 200]: $\rho c = 0{,}99\ (\rho c)_{ijk}$; $\lambda = 0{,}6075\ Wm^{-1}K^{-1}$,
2. op [100, 300]: $\rho c = 0{,}98\ (\rho c)_{ijk}$; $\lambda = 0{,}6078\ Wm^{-1}K^{-1}$ en
3. op [200, 300]: $\rho c = 0{,}97\ (\rho c)_{ijk}$; $\lambda = 0{,}6083\ Wm^{-1}K^{-1}$.

De resultaten van het hier besproken voorbeeld geven aanleiding tot enkele opmerkingen.

1. Door de reeds in § 7.5 gesignaleerde grote invloed van λ op ρc hebben kleine onnauwkeurigheden in de λ-bepaling tot gevolg dat de gelijkheid van λ op twee verschillende tijdsintervallen wordt bereikt voor *een relatief sterk afwijkende ρc-waarde (in het hier gegeven voorbeeld maximaal 15%) en daarmee tevens voor een (zij het gering) afwijkende λ-waarde èn voor een afwijkende Γ-waarde.* Ook de keuze van de twee met elkaar te vergelijken tijdsintervallen heeft een betrekkelijk grote invloed op de ρc-bepaling (in het voorbeeld circa 10%). Dit is overigens niet zo verwonderlijk. Een kortstondige storing in het temperatuurverloop kan tot gevolg hebben dat de op een zeker interval berekende λ-waarde *te klein* uitvalt en de op een ander interval berekende λ-waarde *te groot* is.
2. De onder opmerking 1 genoemde storingen hebben uiteraard een in de tijd toevallig karakter. Derhalve verdient het de voorkeur de berekeningen uit te voeren op meerdere tijdsintervallen en als eindresultaat op te geven het gemiddelde van alle uitkomsten van telkens twee met elkaar vergeleken tijdsintervallen. Voor het genoemde voorbeeld geeft dit:
   $\lambda = 0{,}6090\ Wm^{-1}K^{-1}$,
   $\rho c = 0{,}90\ (\rho c)_{ijk}$ en
   $\Gamma = -3{,}7.10^{-5}\ m^2KW^{-1}$.
   Als gevolg van de 10% te lage waarde van ρc is de bijbehorende λ iets te hoog

(circa 0,3%) en valt Γ negatief uit.

3. De methode waarbij gezocht wordt naar de combinatie $\{\lambda,\rho c\}$ in de veronderstelling $\Gamma = 0$, geeft op alle drie de tijdsintervallen een ρc-waarde die slechts enkele procenten afwijkt van $(\rho c)_{ijk}$. Een dergelijk resultaat werd ook in § 7.5 gevonden.

8 Metingen aan glasparels en aan zilverzand

8.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de resultaten vermeld en besproken van de metingen die zijn verricht aan *korrelstructuren*. Zoals reeds in § 1.6 is vermeld betreft dit voornamelijk metingen aan goed gedefinieerde, al dan niet vochtige, stapelingen van *glasparels* terwijl bovendien enkele meetseries zijn verricht aan *zilverzand*. De stapelingen worden verkregen op een wijze zoals in § 6.5 is beschreven. In § 8.2 zijn enkele gegevens over de glasparels en over het zilverzand samengevat.

Omdat van iedere stapeling de waarde van ρc vooraf kan worden bepaald, kan deze waarde bij de berekeningen in het gemodificeerde Jaegermodel voor het geval "ρc bekend", direct worden ingevoerd. In § 8.3 worden de resultaten besproken van metingen aan droge korrelstructuren. In § 8.3.1 ligt daarbij het accent op het met elkaar vergelijken van de meetresultaten die met elk der elementen zijn verkregen. De contactweerstand Γ (of Γ_ℓ) is nu niet meer gelijk aan nul en speelt daarom in de berekeningen een wezenlijke rol. Omdat verwacht mag worden dat de waarde van Γ wordt beïnvloed door structuurparameters zoals stapelingsdichtheid en korrelgrootte, worden in § 8.3.2 de resultaten besproken van enkele metingen aan stapelingen van verschillende dichtheid, terwijl in § 8.3.3 de metingen aan glasparelstapelingen van telkens een andere zeeffractie ter sprake komen. Paragraaf 8.3.4 beschrijft de resultaten van λ- en Γ-bepalingen aan droog zilverzand. Eveneens zijn metingen uitgevoerd aan vochtige glasparels en aan vochtig zilverzand (§ 8.4). Omdat bij metingen aan met water verzadigde korrelstructuren de contactweerstand zeer klein of zelfs gelijk aan nul is, kunnen de resultaten van deze metingen in de eerste plaats dienen als een test op de consistentie van de berekeningsmethode met het gemodificeerde Jaegermodel (§ 8.5.1) en in de tweede plaats worden gebruikt voor een simultane λ, ρc-bepaling (§ 8.5.2). Van iedere uitgevoerde meting worden de via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde λ- en Γ-waarde getoetst aan de eindvergelijking uit het viergebiedenmodel. De resultaten van deze berekeningen komen in § 8.6 ter discussie. Tenslotte volgt in § 8.7 de bespreking van de resultaten van de simultane λ, ρc en Γ-bepaling van metingen aan zowel droge (§ 8.7.1) als vochtige (§ 8.7.3) stapelingen; in § 8.7.3 worden de resultaten samengevat.

8.2 De korrelstructuren

Over het materiaal waarvan de glasparels (van het merk Ballotini) zijn vervaardigd, zijn in tabel 8.1 de relevante gegevens vermeld. Tevens zijn in deze tabel de afmetingen van de door ons gebruikte zeeffracties opgenomen. De aanduidingen B4, B7, B11 en B14 zijn overeenkomstig de door de fabrikant gebezigde notatie.

Tabel 8.1 Het glasparelmateriaal en de gebruikte zeeffracties

samenstelling	siliciumoxyde: 60 gew.% loodoxyde : 25 gew.% kaliumoxyde : 10 gew.% natriumoxyde : 5 gew.%
soortelijke massa	2900 kgm^{-3}
soortelijke warmte	653 $Jkg^{-1}K^{-1}$ *)
warmtegeleidingscoëfficiënt	ca. 1 $Wm^{-1}K^{-1}$ bij 20 ^{o}C
gebruikte zeeffracties	B4 : 0,090 - 0,100 mm B7 : 0,200 - 0,250 mm B11: 0,500 - 0,630 mm B14: 1,000 - 1,250 mm

Over het bij de metingen gebruikte zilverzand zijn in tabel 8.2 enige gegevens samengevat.

Tabel 8.2 Gegevens over de zilverzandkorrels

samenstelling	99,99 % (kristallijn) kwarts
soortelijke massa	2660 kgm^{-3}
soortelijke warmte	787 $Jkg^{-1}K^{-1}$ *)
warmtegeleidingscoëfficiënt	ca. 9 $Wm^{-1}K^{-1}$ bij 18 ^{o}C
gebruikte zeeffractie	0,315 - 0,400 mm

*) Deze waarde is door eigen metingen in een calorimeteropstelling binnen de nauwkeurigheidsgrenzen (± 3%) bevestigd.

8.3 Metingen aan droge glasparelstapelingen en aan droog zilverzand

Onder verschillende condities is een aantal meetseries uitgevoerd aan droge glasparelstapelingen en droog zilverzand. Daarbij ging het er vooral om een indruk te krijgen over de mogelijkheden en de betrouwbaarheid van de berekeningsmethode met het gemodificeerde Jaegermodel voor korrelachtige structuren. In deze paragraaf komen de resultaten van deze metingen achtereenvolgens ter sprake.

8.3.1 Metingen met de elementen 1, 2 en 3 aan stapelingen met uniforme structuurparameters

Om de resultaten, die verkregen worden via metingen met de verschillende elementen, met elkaar te kunnen vergelijken is een meetserie uitgevoerd waarbij de elementen zich bevonden in glasparelstapelingen met onderling gelijke structuurparameters (zeeffractie en stapelingsdichtheid). Ter sprake komen de resultaten van metingen aan B7-glasparels met een stapelingsdichtheid ρ_s van circa 1845 kgm^{-3}. Omdat de glasparels een soortelijke massa van 2900 kgm^{-3} hebben, heeft een dergelijke stapeling een porositeit ε van ongeveer 0,364. De volumetrische warmtecapaciteit $(\rho c)_s$ bedraagt $1{,}21.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De a-waarde ligt in dezelfde grootte-orde ($1{,}5.10^{-7}$ m^2s^{-1}) als die van de agargelen, zodat op grond van dezelfde overwegingen als in § 7.3 t_b en t_e om en nabij de 50 respectievelijk 150 s kunnen worden gekozen. De totale temperatuurstijging gedurende een meting lag steeds bij 0,5 °C. De constante omgevingstemperaturen bedroegen achtereenvolgens 10, 5, 0, -5 en -10 °C. De berekeningen zijn uitgevoerd volgens de in § 4.5 besproken methode ("ρc bekend"), waarbij de contactweerstand Γ wordt berekend met formule (7.7) In de tabellen 8.3, 8.4 en 8.5 zijn de resultaten vermeld. Aan de hand van de in deze tabellen vermelde waarden worden de grootheden t_0, γ, λ en Γ nader besproken.

a. De hulpparameters t_0 en γ

In tegenstelling tot de agargelen waar t_0 positief is, wordt bij de hier besproken metingen aan de ovendroge B7-glasparels een negatieve t_0-waarde gevonden. Hoewel ook bij de meeste andere door ons verrichte metingen aan droge glasparelstapelingen en zilverzand een negatieve t_0 is gevonden (zie bijvoorbeeld § 8.3.3 en § 8.3.4), kunnen over het teken van t_0 a priori geen eenvoudige regels worden gegeven.

Tabel 8.3 t_0, γ, λ en Γ van een glasparelstapeling (B7; ρ_s = 1848 kgm^{-3}; ε = 0,363; $(\rho c)_s$ = 1,21.10^6 Jm^{-3}K^{-1}) in afhankelijkheid van de temperatuur. Iedere meting is in duplo uitgevoerd; $\overline{t_0}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\lambda}$ en $\overline{\Gamma}$ stellen de gemiddelden van de duplowaarden voor. Element 1.

T(°C)	10	5	0	-5	-10
t_0(s)	-0,6054 -0,6306	-0,5413 -0,6109	-0,6034 -0,5965	-0,6209 -0,6277	-0,6207 -0,6156
$\overline{t_0}$(s)	-0,6180	-0,5761	-0,6000	-0,6243	-0,6182
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	2,0	6,0	0,6	0,5	0,4
γ	0,3249 0,3322	0,3077 0,3276	0,3267 0,3246	0,3324 0,3343	0,3330 0,3316
$\overline{\gamma}$	0,3286	0,3177	0,3257	0,3334	0,3323
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	1,1	3,1	0,3	0,3	0,2
λ(Wm^{-1}K^{-1})	0,1909 0,1916	0,1870 0,1884	0,1855 0,1857	0,1842 0,1844	0,1828 0,1826
$\overline{\lambda}$(Wm^{-1}K^{-1})	0,1913	0,1877	0,1856	0,1843	0,1827
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05
Γ.10^4(m^{2}KW^{-1})	4,744 4,905	4,464 4,928	5,045 4,978	5,257 5,301	5,345 5,319
$\overline{\Gamma}$.10^4(m^{2}KW^{-1})	4,825	4,695	5,011	5,279	5,332
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	1,7	4,9	0,7	0,4	0,2

Tabel 8.4 t_0, γ, λ en Γ van een glasparelstapeling (B7; ρ_s = 1847 kgm^{-3}; ε = 0,363 $(\rho c)_s$ = $1{,}21.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$) in afhankelijkheid van de temperatuur. Iedere meting is in duplo uitgevoerd; $\overline{t_0}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\lambda}$ en $\overline{\Gamma}$ stellen de gemiddelden van de duplowaarden voor Element 2.

T(°C)	10	5	0	-5	-10
t_0(s)	-0,6652 -0,6423	-0,6577 -0,5979	-0,6163 -0,6343	-0,6341 -0,6464	-0,6365 -0,6320
$\overline{t_0}$(s)	-0,6538	-0,6278	-0,6253	-0,6403	-0,6343
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	1,8	4,8	1,4	1,0	0,4
γ	0,3426 0,3362	0,3412 0,3241	0,3304 0,3355	0,3362 0,3397	0,3373 0,3363
$\overline{\gamma}$	0,3394	0,3327	0,3330	0,3380	0,3368
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	0,9	2,6	0,8	0,5	0,2
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,1918 0,1904	0,1893 0,1876	0,1857 0,1861	0,1843 0,1845	0,1834 0,1829
$\overline{\lambda}(Wm^{-1}K^{-1})$	0,1911	0,1885	0,1859	0,1844	0,1832
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,4	0,5	0,1	0,05	0,1
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	5,770 5,669	5,850 5,479	5,736 5,852	5,960 6,044	6,034 6,029
$\overline{\Gamma}.10^4(m^2KW^{-1})$	5,720	5,665	5,794	6,002	6,032
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	0,9	3,3	1,0	0,7	0,06

Tabel 8.5 t_0, γ, λ en Γ van een glasparelstapeling (B7; ρ_s = 1845 kgm^{-3}; ε = 0,364; $(\rho c)_s$ = 1,21.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$) in afhankelijkheid van de temperatuur. Iedere meting is in duplo uitgevoerd; $\overline{t_0}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\lambda}$ en $\overline{\Gamma}$ stellen de gemiddelden van de duplowaarden voor. Element 3.

T(^oC)	10	5	0	-5	-10
t_0(s)	-0,6655 -0,7180	-0,6151 -0,6147	-0,6111 -0,6103	-0,6703 -0,6262	-0,6069 -0,6117
$\overline{t_0}$(s)	-0,6918	-0,6149	-0,6107	-0,6483	-0,6093
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	3,8	0,03	0,07	3,4	0,4
γ	0,3438 0,3589	0,3301 0,3298	0,3295 0,3295	0,3472 0,3348	0,3302 0,3317
$\overline{\gamma}$	0,3514	0,3300	0,3295	0,3410	0,3310
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	2,1	0,04	0,0	1,8	0,2
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,1885 0,1905	0,1856 0,1860	0,1843 0,1838	0,1830 0,1823	0,1804 0,1801
$\overline{\lambda}(Wm^{-1}K^{-1})$	0,1895	0,1858	0,1841	0,1827	0,1803
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,5	0,1	0,2	0,2	0,1
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	6,108 6,407	5,880 5,854	5,926 5,952	6,476 6,169	6,140 6,194
$\overline{\Gamma}.10^4(m^2KW^{-1})$	6,258	5,867	5,939	6,323	6,167
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	2,4	0,2	0,2	2,4	0,4

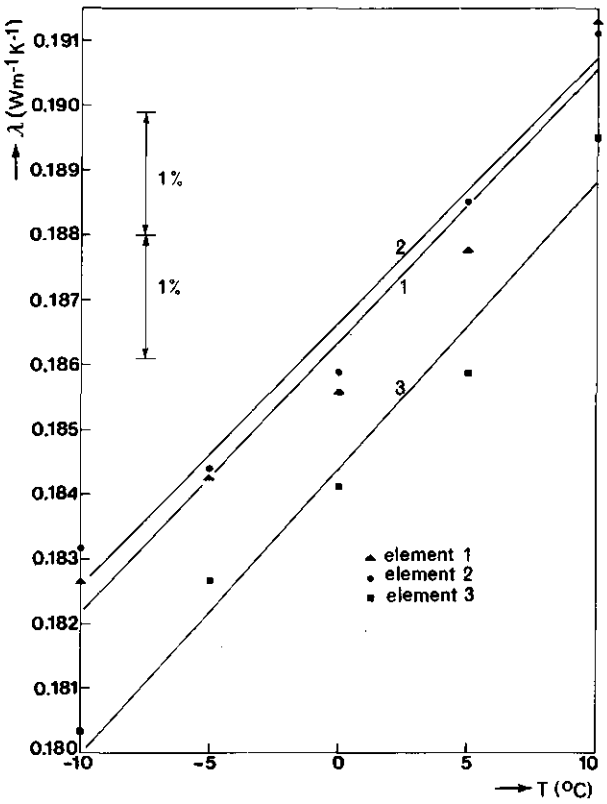
Uit formule (4.14) bijvoorbeeld volgt dat t_0 op een vrij gecompliceerde wijze wordt bepaald door de thermische parameters van het medium èn door de dimensieloze parameter γ (dus ook door Γ). Zowel de waarde van λ als die van Γ kan nog in een sterke mate worden beïnvloed door structuurparameters. Globaal zou men kunnen zeggen dat negatieve waarden van t_0 vooral zijn te verwachten bij kleine waarden van α en tegelijkertijd grote waarden van γ.

Uit de tabellen 8.3, 8.4 en 8.5 volgt verder dat, afgezien van een enkele uitzondering, de spreiding in de duplowaarden van zowel t_0 als γ gering is. Het elementkarakteristieke gedrag van t_0 en γ is bij de glasparel- en zilverzandmetingen minder sterk aanwezig dan bij de in § 7.3 besproken agargelmetingen. Dit vindt waarschijnlijk zijn oorzaak in het feit dat bij de glasparel- en zilverzandmetingen $\Gamma \neq 0$ is (en dus ook $\Gamma_\ell \neq 0$), met als gevolg dat γ en t_0 (via de formules (4.14) en (4.15)) worden bepaald door de elementkarakteristieke $W_{\ell,i}$ en de niet-elementkarakteristieke Γ_ℓ beide. Bij de agargelmetingen daarentegen is wegens $\Gamma_\ell = 0$, slechts $W_{\ell,i}$ in het geding. Opgemerkt zij nog dat elementkarakteristiek uitsluitend betrekking heeft op de in dit proefschrift genoemde elementen 1, 2 en 3. Omdat uitwendig beschouwd, deze drie elementen identiek zijn (gelijke uitwendige diameter, gelijk omhulsel) kan Γ (of Γ_ℓ) als niet-elementkarakteristiek worden opgevat. Zouden daarentegen drie elementen zijn gebruikt met onderling verschillende uitwendige diameter, dan was Γ wel elementkarakteristiek geweest.

b. De warmtegeleidingscoëfficiënt λ

De warmtegeleidingscoëfficiënt λ neemt duidelijk toe met de temperatuur (zie figuur 8.1). Kwalitatief gezien is dit resultaat in overeenstemming met het feit dat zowel de warmtegeleiding via de in de poriën aanwezige lucht toeneemt met de temperatuur (ongeveer evenredig met $T^{0,83}$ (T in kelvin), zie bijvoorbeeld Jakob, blz. 69 en 77 (1949)) als de warmtegeleiding van het amorfe glasparelmateriaal. De bijdrage van straling (evenredig met T^3) aan het totale warmtetransport is gering. Het feit dat de door ons gevonden λ-waarden ruwweg volgens $T^{0,65}$ (T in kelvin) toenemen met de temperatuur, zou er op kunnen wijzen dat bij atmosferisch druk de bijdrage van de warmtegeleiding via de in de poriën aanwezige lucht aanzienlijk is. Deze veronderstelling wordt bijvoorbeeld ondersteund door de meetresultaten van Everest et al. (1963).

De door ons tussen -10 en +10 °C berekende λ-waarden liggen zodanig dat de temperatuurafhankelijkheid van λ op dit "smalle" temperatuurgebied voldoende nauwkeurig kan worden voorgesteld door een rechte lijn.



Figuur 8.1 λ als functie van T(^{o}C) voor een glasparelstapeling (B7; ρ_s = 1845 kgm^{-3}; ε = 0,364; $(\rho c)_s$ = 1,21.10^{6} Jm^{-3}K^{-1}).

Voor elk der elementen is de spreiding in de duplowaarden gemiddeld slechts ongeveer 0,2%. De in figuur 8.1 getekende rechten zijn bepaald uit een regressie van λ op T. De via metingen met de elementen 1 en 2 verkregen λ,T-rechten vallen practisch samen, terwijl de via metingen met element 3 verkregen λ,T-rechte ruim 1% lager ligt. De iets geringere dichtheid van de stapeling waarin element 3 zich bevond is niet van dien aard dat daardoor verwacht mag worden dat λ een 1% lagere waarde zou kunnen aannemen (zie § 8.3.2). Omdat de drie λ,T-rechten nagenoeg evenwijdig aan elkaar zijn, moet het verschil in λ dan ook als een systematische meetafwijking worden gezien.

Het totale beeld wijkt nauwelijks af van wat reeds in § 7.3.1 is opgemerkt over de λ-metingen aan agargelen (zie bijvoorbeeld figuur 7.1). Het lijkt derhalve verantwoord nu algemeen te stellen dat *de met een willekeurig element bepaalde λ-waarden relatief tot op 1% nauwkeurig zijn.*

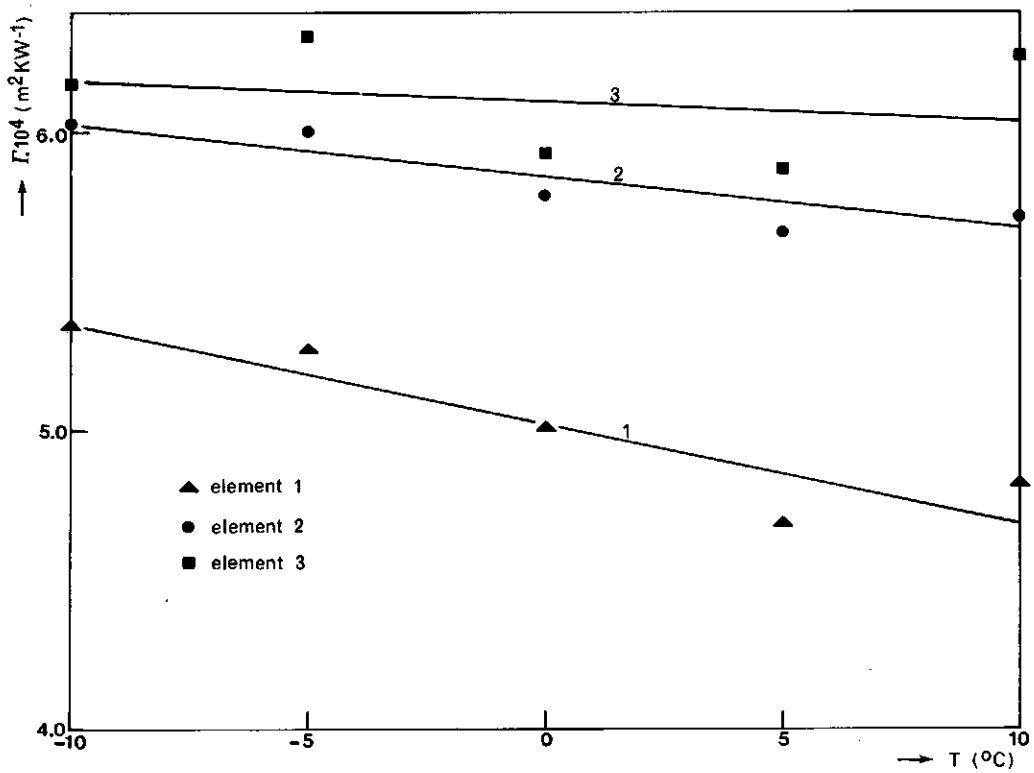
Het vergelijken met literatuurgegevens is bij de glasparelmetingen moeilijke dan bij de agargelmetingen. Dit vindt voornamelijk zijn oorzaak in het feit dat goed vergelijkbare metingen van andere onderzoekers nauwelijks voorhanden zijn: ofwel de materiaalkeuze is afwijkend dan wel onnauwkeurig bekend, ofwel resultaten van diverse auteurs zijn verre van eensluidend. Enigszins met onze metingen te vergelijken is het werk van Wechsler & Glaser (1964) en dat van Messmer (1966 Wechsler & Glaser hebben metingen verricht aan glasparels van een soort die door hen omschreven wordt als "soda-lime-silica glass". Voor metingen aan een stapeling, bestaande uit glasparels met een diameter van ongeveer 0,15 mm, bij een porositeit ε van 0,42, onder atmosferische druk en bij een omgevingstemperatuur van 20 ^{o}C vonden zij een waarde voor λ van ongeveer 0,18 $Wm^{-1}K^{-1}$. Messmer (1966) heeft onder dezelfde omstandigheden voor een stapeling (met een $\varepsilon \simeq 0{,}36$) van glasparels van hetzelfde materiaal maar met een diameter van circa 0,19 mm een λ-waarde van ongeveer 0,19 $Wm^{-1}K^{-1}$ gevonden. Beide resultaten werden verkregen met de niet-stationaire naaldmethode, waarbij λ werd bepaald uit de asymptotische oplossing (§ 4.3).

c. De contactweerstand Γ

Uit de meetresultaten komt naar voren dat de door ons ingevoerde contactweerstand Γ tussen meetelement en medium fysisch zinvol blijkt te zijn. De spreiding in de duplowaarden van Γ is bij alle drie de elementen gering, gemiddeld niet meer dan 1%. In figuur 8.2 is voor elk der elementen Γ uitgezet als functie van de temperatuur. Zeker voor de elementen 1 en 2 is de spreiding van de Γ-waarden om de via regressie bepaalde Γ,T-rechte zeer acceptabel; voor element 3 is deze spreiding daarentegen vrij groot. Omdat Γ via formule (7.7) wordt bepaald uit het verschil van twee termen van ongeveer dezelfde grootte-orde, kunnen *kleine* variaties in γ en λ relatief *grote* variaties in Γ tot gevolg hebben.

Uit de in figuur 8.2 getekende rechten kan met enige voorzichtigheid worden geconcludeerd tot een geringe afname van Γ met toenemende temperatuur. Bij de elementen 1 en 2 is deze afname van Γ significant, bij element 3 nauweliiks waarneembaar. Een soortgelijk temperatuurafhankelijk gedrag van Γ is ook bij de meeste andere meetseries gevonden (zie de paragrafen 8.3.2 en 8.3.3).

Opmerkelijk is dat de via element 1 berekende Γ-waarde bij iedere temperatu gemiddeld 10 - 20% lager ligt dan die welke via element 2 of element 3 is bepaal Aan de hand van berekeningen met de formules (3.3) en (7.7) blijkt dat dit verschil practisch geheel wordt bepaald door de slechts 2 - 2,5% kleinere R-waarde van element 1 in vergelijking met die van de elementen 2 en 3!



Figuur 8.2 Γ als functie van T(°C) voor een glasparelstapeling (B7; ρ_s = 1845 kgm^{-3}; ε = 0,364; $(\rho c)_s$ = 1,21.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$).

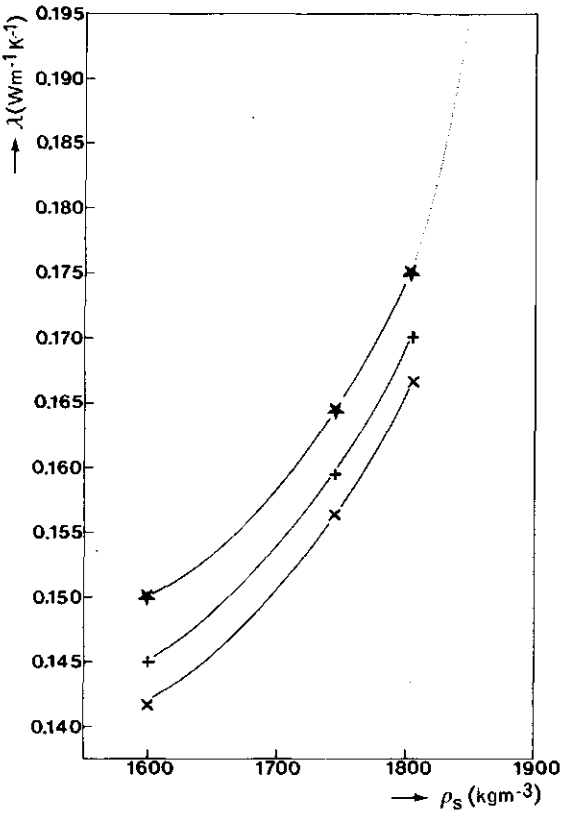
8.3.2 Enkele metingen aan droge glasparelstapelingen van verschillende dichtheid

Tabel 8.6 geeft een overzicht van de meetresultaten (λ en Γ) voor drie verschillende stapelingen van de glasparel B4 bij 20, 10 en 0 °C. In de figuren 8.3 en 8.4 is λ respectievelijk Γ uitgezet tegen ρ_s. De uitgezette waarden zijn steeds de over de duplometingen gemiddelde waarden.

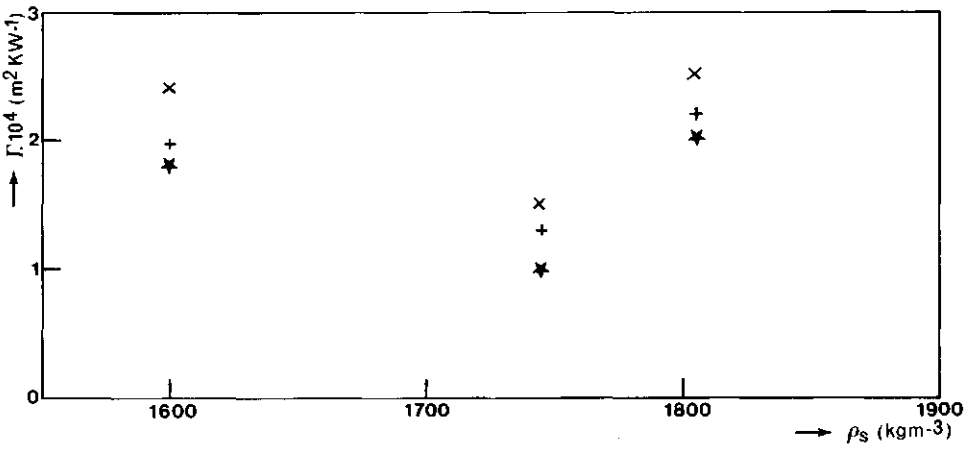
De warmtegeleidingscoëfficiënt λ neemt toe met de stapelingsdichtheid. Dit resultaat ligt geheel in de lijn der verwachting gezien het grotere aantal aanrakingspunten (of aanrakingsvlakjes) naarmate de stapeling een grotere dichtheid heeft. Ook de door Fountain & West (1970) verrichte metingen aan Oregon-basaltkorrels laten een soortgelijke toename van λ met de stapelingsdichtheid zien. De reeds in § 8.3.1 gesignaleerde toename van λ met de temperatuur wordt bevestigd door figuur 8.3.

Tabel 8.6 $\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$ en $\Gamma(m^2KW^{-1})$ voor drie verschillende stapelingen van de glasparel B4 bij de temperaturen 20, 10 en 0 °C.

stapelingsdichtheid ρ_s (kgm^{-3})		omgevingstemperatuur T(°C)					
		20		10		0	
		λ	$\Gamma.10^4$	λ	$\Gamma.10^4$	λ	$\Gamma.10^4$
1600	1e meting	0,1500	1,733	0,1451	1,774	0,1422	2,521
	2e meting	0,1504	1,988	0,1452	2,171	0,1422	2,372
	gemiddelde	0,1502	1,861	0,1452	1,973	0,1422	2,447
	spreiding	0,1	6,9	0,1	10,1	0,0	3,1
1747	1e meting	0,1649	1,035	0,1594	1,387	0,1563	1,700
	2e meting	0,1647	0,963	0,1596	1,251	0,1562	1,332
	gemiddelde	0,1648	0,999	0,1595	1,319	0,1563	1,516
	spreiding	0,1	3,6	0,1	5,1	0,1	12,1
1805	1e meting	0,1754	2,128	0,1697	2,142	0,1660	2,405
	2e meting	0,1747	1,947	0,1703	2,287	0,1668	2,663
	gemiddelde	0,1751	2,038	0,1700	2,215	0,1664	2,534
	spreiding	0,2	4,5	0,2	3,3	0,2	5,1



Figuur 8.3 De warmtegeleidingscoëfficiënt λ voor verschillende waarden van ρ_s van de glasparel B4 bij de omgevingstemperaturen 20 °C (✱), 10 °C (+) en 0 °C (×).



Figuur 8.4 De contactweerstand Γ voor verschillende waarden van ρ_s van de glasparel B4 bij de omgevingstemperaturen 20 °C (✱), 10 °C (+) en 0 °C (×).

Wat de contactweerstand Γ betreft wordt weliswaar ook hier de reeds in § 8.3.1 geconstateerde afname van Γ met toenemende temperatuur gevonden, een consistent gedrag van Γ met betrekking tot de stapelingsdichtheid is in een veel mindere mate aanwezig. Men zou kunnen verwachten dat Γ afneemt met een toenemende dichtheid van de glasparelstapeling. De bij een dichtheid van 1805 kgm^{-3} gevonden Γ-waarden zijn echter met deze verwachting in strijd (zie figuur 8.4). De door ons gevonden waarden laten zich het beste samenvatten door te stellen dat voor het geval van metingen aan droge B4-glasparelstapelingen de contactweerstand Γ globaal beschouwd ligt tussen 1.10^{-4} en 3.10^{-4} m^2KW^{-1} en dat binnen deze grenzen enige systematische invloed van de stapelingsdichtheid op de waarde van Γ niet waarneembaar is.

Met betrekking tot de bepaling van Γ kunnen nog enkele opmerkingen worden gemaakt. In de eerste plaats is er de reeds in § 8.3.1 genoemde relatief grote spreiding in Γ wegens de berekening van Γ via formule (7.7). Deze spreiding is vanzelfsprekend des te groter naarmate Γ kleiner is. Men vergelijke bijvoorbeeld de in tabel 8.6 vermelde waarden met die uit de tabellen 8.3, 8.4 en 8.5. De Γ-waarde is voor het geval van metingen aan B4-glasparels ruim drie maal zo klein als voor metingen aan B7-glasparels, terwijl de spreiding in Γ bij de laatstgenoemde metingen circa 1% bedraagt en bij de B4-glasparels gemiddeld 6%.

In de tweede plaats kan men zich afvragen, gezien het in deze paragraaf gesignaleerde gedrag van Γ, wat de betekenis is van de waargenomen, overigens consistente, temperatuurafhankelijkheid van Γ. In dit verband kan worden opgemerkt dat de temperatuurafhankelijkheid van Γ zich manifesteert bij verschillende metingen (namelijk steeds bij een andere temperatuur) aan *dezelfde* stapeling, terwijl een eventueel dichtheidsafhankelijk gedrag van Γ uiteraard moet blijken uit metingen aan *verschillende* stapelingen. Men kan zich voorstellen dat de condities van het materiaal vooraf van invloed zijn op de wijze waarop bij het vullen van een cylinder het materiaal in aanraking komt met het meetelement en aldus ook de waarde van Γ tijdens een meetserie systematisch kunnen beïnvloeden. Hierbij valt bijvoorbeeld te denken aan de mate van zuiverheid van het glasparel oppervlak of aan het verschil tussen een cylindervulling met ovendroog materiaal en een cylindervulling met atmosferisch droog materiaal.

Het vergelijken van de in de paragrafen 8.3.1 en 8.3.2. vermelde Γ-waarden van metingen aan respectievelijk B7- en B4-glasparels doet vermoeden van de diameter van de glasparels een relatief grote invloed op de waarde van Γ heeft. Om hierover een vollediger beeld te verkrijgen zijn in § 8.3.3 de resultaten samengevat van enkele metingen aan de glasparels B7, B11 en B14.

8.3.3 Enkele metingen aan droge glasparelstapelingen van verschillende zeeffractie

De in tabel 8.7 vermelde resultaten hebben betrekking op metingen bij 20 °C aan stapelingen (met een dichtheid van circa 1845 kgm^{-3}) van de glasparels B7, B11 en B14. In de figuren 8.5 tot en met 8.8 zijn respectievelijk de grootheden t_0, γ, λ en Γ uitgezet als functie van de diameter van de glasparels. Als diameter is daarbij genomen de gemiddelde waarde van de door de betreffende zeeffractie bepaalde grenzen.

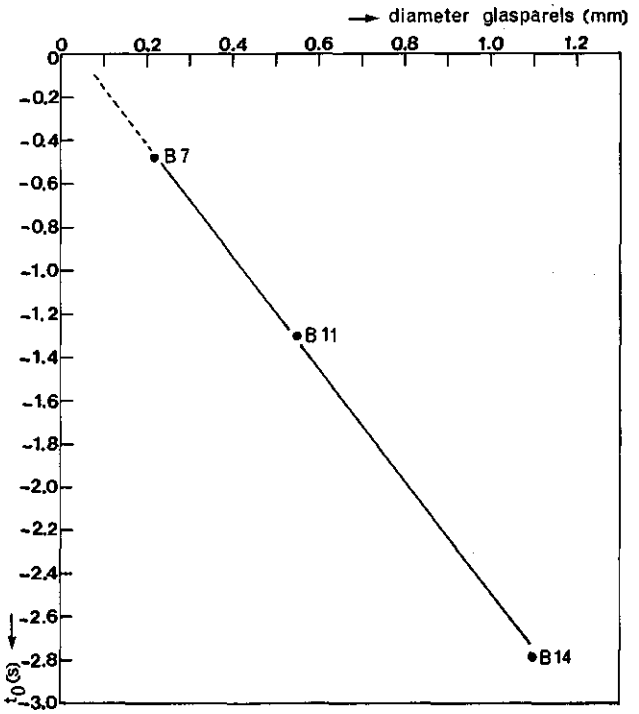
De invloed van de glaspareldiameter op de grootheden t_0, γ, λ en Γ manifesteert zich op een duidelijke wijze. Voor het geval van metingen aan de B7-glasparels bedraagt de waarde van t_0 ongeveer -0,5 s, terwijl voor de B14-glasparels (met een gemiddelde diameter van dezelfde grootte als de diameter van het meetelement) voor t_0 een waarde van bijna -3 s wordt gevonden. In overeenstemming met de in § 8.3.1 gemaakte opmerkingen over t_0 is deze absoluut genomen toename van t_0 geheel toe te schrijven aan de voor de grotere glasparels aanmerkelijk grotere γ (zie figuur 8.6). Op zijn beurt is de sterke toename van γ (zie formule (4.15)) het gevolg van de met toenemende diameter van de glasparels snel groter wordende Γ (zie figuur 8.8), terwijl de slechts geringe toename van λ (zie figuur 8.7) hieraan maar weinig bijdraagt.

Extrapolatie van de in figuur 8.5 getekende rechte zou voor B4-glasparels (met een gemiddelde diameter van 0,095 mm) een t_0-waarde geven van ongeveer -0,16 s. Deze waarde is in goede overeenstemming met de resultaten van de in § 8.3.2 besproken metingen aan de B4-glasparels waarbij een gemiddelde t_0-waarde van -0,15 s wordt gevonden.

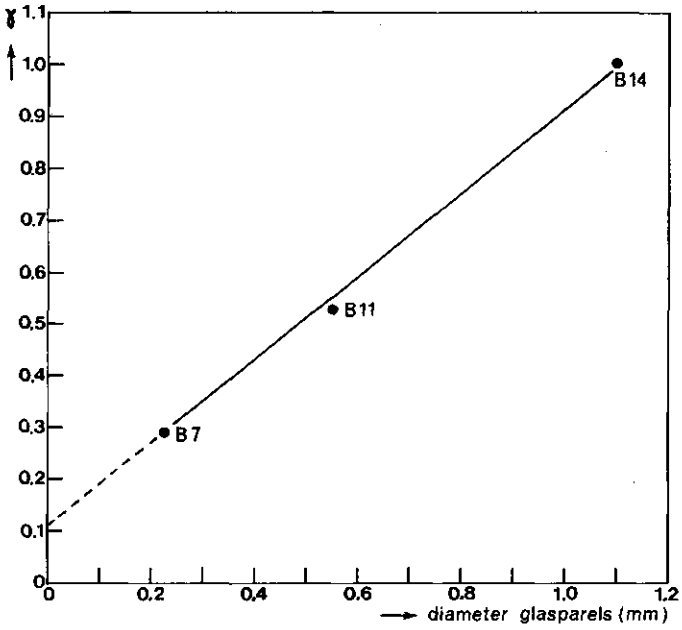
Wat de dimensieloze parameter γ betreft is vooral interessant dat de in figuur 8.6 getekende rechte na verlenging *niet* door de oorsprong van het assenstelsel gaat maar de positieve γ-as snijdt in het punt $\gamma \simeq 0{,}11$. Er van uitgaande dat Γ (en dus ook Γ_ℓ) verwaarloosbaar klein wordt voor metingen aan glasparels met een tot nul afnemende diameter (zie figuur 8.8) is het in figuur 8.6 weergegeven gedrag van γ geheel in overeenstemming met formule (4.15). De "restwaarde" van γ wordt dan bepaald door de inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ van het meetelement en door de via extrapolatie naar diameter nul gevonden waarde (λ_{extrap}) van de warmtegeleidingscoëfficiënt van het medium (zie figuur 8.7). Invullen van $W_{\ell,i} = 0{,}10$ (de gemiddelde waarde van de drie elementen (zie § 7.3.2)) en van $\lambda_{extrap} = 0{,}194$ geeft via formule (4.15): $\gamma \simeq 0{,}12$. Dit bedrag is in goede overeenstemming met de waarde $\gamma = 0{,}11$ die via extrapolatie in figuur 8.6 is gevonden!

Tabel 8.7 De grootheden t_0, γ, λ en Γ betreffende metingen aan stapelingen van de glasparels B7, B11 en B14. Stapelingsdichtheid 1845 kgm^{-3}. Omgevingstemperatuur 20 °C.

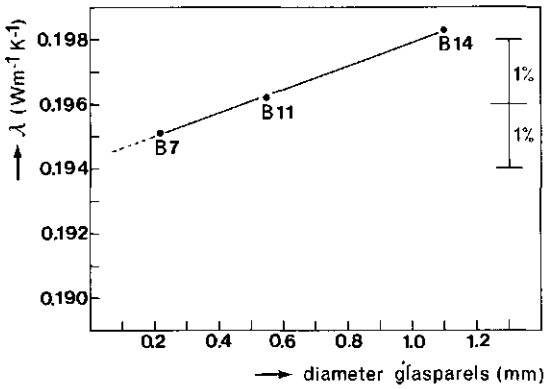
glasparels	B7 (d ≈ 0,22 mm)	B11 (d ≈ 0,55 mm)	B14 (d ≈ 1,1 mm)
t_0(s)	-0,4679 -0,4716	-1,307 -1,313	-2,810 -2,760
$\overline{t_0}$(s)	-0,4698	-1,310	-2,785
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	0,4	0,2	0,9
γ	0,2798 0,2810	0,5387 0,5405	1,013 0,994
$\overline{\gamma}$	0,2804	0,5396	1,004
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	0,2	0,2	0,9
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,1950 0,1951	0,1961 0,1962	0,1988 0,1977
$\overline{\lambda}(Wm^{-1}K^{-1})$	0,1951	0,1962	0,1983
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,03	0,03	0,3
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	3,410 3,437	10,57 10,61	21,71 21,38
$\overline{\Gamma}.10^4(m^2KW^{-1})$	3,424	10,59	21,55
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	0,4	0,2	0,8



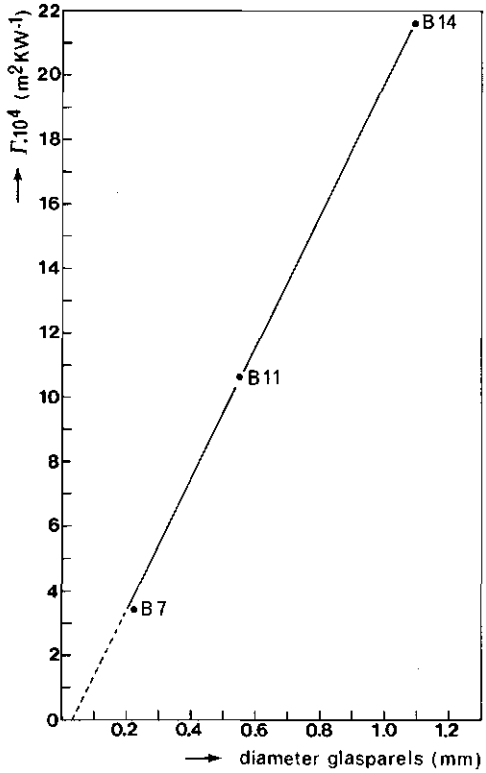
Figuur 8.5 De invloed van de glaspareldiameter op de tijdcorrectie t_0.
($\rho_s \simeq 1845$ kgm^{-3}; $T_0 = 20$ °C).



Figuur 8.6 De invloed van de glaspareldiameter op de dimensieloze parameter γ.
($\rho_s \simeq 1845$ kgm^{-3}; $T_0 = 20$ °C).



Figuur 8.7 De invloed van de glasspareldiameter op de warmtegeleidingscoëfficiënt λ (ρ_s = 1845 kgm^{-3}; T_0 = 20 °C).



Figuur 8.8 De invloed van de glasspareldiameter op de contactweerstand Γ (ρ_s = 1845 kgm^{-3}; T_0 = 20 °C).

De warmtegeleidingscoëfficiënt λ neemt slechts weinig toe met groter wordende diameter van de glasparels, een resultaat dat ook door andere onderzoekers is gevonden (Masamune & Smith (1963), Wechsler & Glaser (1964) en Messmer (1966)). Kwalitatief kan deze toename van λ worden begrepen uit het gedrag van de verschillende bijdragen aan het totale warmtetransport met betrekking tot de deeltjesgrootte. Hoewel de bijdrage van de straling absoluut gezien gering is, heeft de toename van de stralingsterm naarmate de deeltjes groter worden een relatief belangrijk aandeel in de stijging van λ met toenemende diameter van de deeltjes (zie bijvoorbeeld Wechsler et al. (1972)).

Extrapolatie van de in figuur 8.7 getekende rechte geeft voor B4-glasparels met een stapelingsdichtheid van 1845 kgm^{-3} een λ van 0,1947 $Wm^{-1}K^{-1}$. Deze waarde verdraagt zich vrij goed met het in figuur 8.3 weergegeven gedrag van λ met betrekking tot de stapelingsdichtheid voor B4-glasparels (extrapolatie van de getekende kromme bij 20 ^{o}C).

De contactweerstand Γ tenslotte neemt sterk toe met groter wordende diameter van de glasparels. Extrapolatie van de in figuur 8.8 getekende rechte levert voor de B4-glasparels een Γ-waarde op van 1 à 2.10^{-4} m^2KW^{-1}, hetgeen in overeenstemming is met het in § 8.3.2 gevonden resultaat. Extrapolatie van de rechte naar diameter nul geeft een Γ van ongeveer $-0,5.10^{-4}$ m^2KW^{-1}. Nog afgezien van de onzekerheid in de extrapolatie zelf kan binnen de voor Γ geldende nauwkeurigheidsgrenzen deze waarde als gelijk aan nul worden beschouwd.

Indien - bij wijze van globale voorstelling - de contactweerstand Γ tussen element en medium wordt geïdentificeerd met een zich om het meetelement bevindende "effectieve" luchtspleet, kan met behulp van de gevonden Γ-waarden een schatting worden gemaakt van de dikte δ van deze cylindervormige spleet. Drukken wij δ uit in aantal (χ) gemiddelde diameters (d) van de glasparels, dan geldt:

$$\delta = \chi d \tag{8.1}$$

en volgt voor Γ:

$$\Gamma = \frac{\ln\left(\frac{v + \chi d}{v}\right)}{\lambda_{lucht}} v \tag{8.2}$$

Invullen van $\lambda_{lucht} \simeq 0,025$ $Wm^{-1}K^{-1}$ (bij 20 ^{o}C) en $v = 5.10^{-4}$ m in formule (8.2) geeft:

$$\Gamma.10^4 = 200 \ln\left(\frac{5.10^{-4} + \chi d}{5.10^{-4}}\right) \qquad (8.3)$$

Met behulp van de formules (8.3) en (8.1) hebben wij χ respectievelijk δ berekend voor de in tabel 8.7 gegeven Γ-waarden. Het resultaat van deze berekeningen is weergegeven in tabel 8.8. Daarbij is vooral opmerkelijk dat de dikte van de effectieve luchtspleet voor *alle* metingen circa 4 à 5% bedraagt van de diameter van de bij de metingen gebruikte glasparels.

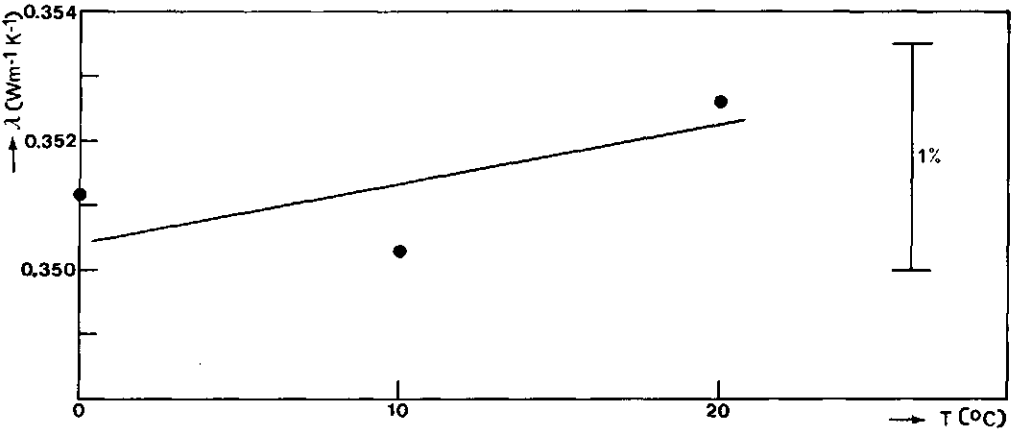
Tabel 8.8 δ- en χ-waarden voor metingen aan stapelingen van B7-, B11- en B14--glasparels ($(\rho c)_s$ = 1845 kgm^{-3}; T = 20 °C).

glasparel	diameter d (mm)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	δ (mm)	χ
B 7	0,22	3,424	0,009	0,04
B11	0,55	10,59	0,027	0,05
B14	1,10	21,55	0,057	0,05

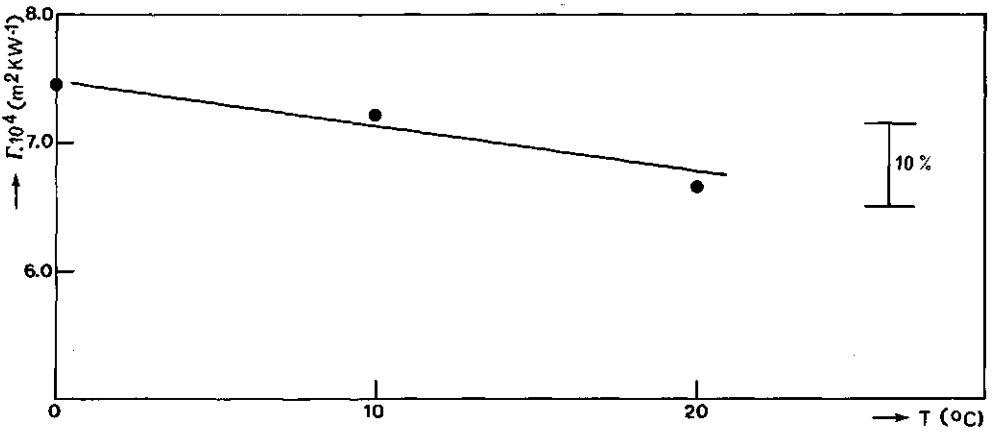
De contactweerstand Γ heeft tot gevolg dat tijdens een meting bij de overgang van meetelement naar medium een temperatuursprong θ_s optreedt. De grootte van θ_s wordt uiteraard bepaald door het bij de betreffende meting gebruikte vermogen. Voor het geval van de hier besproken metingen aan de B7-glasparels bijvoorbeeld lag Q_ℓ in de orde van 0,5 Wm^{-1}, waarmee werd bereikt dat de totale temperatuurstijging over de meetduur van maximaal 300 s circa 1,5 °C bedroeg. Uitgaande van $\Gamma = 3{,}4.10^{-4}$ m^2KW^{-1} volgt dan voor θ_s een waarde van ongeveer 0,06 °C, dat wil zeggen 4% van de totale temperatuurstijging. Voor de B14-glasparels met Γ in de orde van 20.10^{-4} m^2KW^{-1} volgt onder dezelfde voorwaarden $\theta_s \simeq 0{,}3$ °C, hetgeen neerkomt op 20% van de totale temperatuurstijging. Op grond van deze berekeningen zal het duidelijk zijn dat de contactweerstand Γ in het algemeen een *niet te verwaarlozen* grootheid is.

8.3.4 Enkele metingen aan droog zilverzand

De metingen zijn uitgevoerd met element 2 en hebben betrekking op een stapeling van droog zilverzand met een dichtheid van 1613 kgm^{-3} (porositeit ε = 0,394) bij de temperaturen 20, 10 en 0 °C. In tabel 8.9 zijn de resultaten vermeld, terwijl in de figuren 8.9 en 8.10 λ respectievelijk Γ is uitgezet tegen de temperatuur.



Figuur 8.9 λ uitgezet tegen de temperatuur voor metingen aan zilverzand (ρ_s = 1613 kgm^{-3}; ε = 0,394).



Figuur 8.10 Γ uitgezet tegen de temperatuur voor metingen aan zilverzand (ρ_s = 1613 kgm^{-3}; ε = 0,394).

Tabel 8.9 t_0, γ, λ en Γ van metingen aan droog zilverzand (ρ_s = 1613 kgm^{-3}; ε = 0,394; $(\rho c)_s$ = 1,27.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$) bij 20, 10 en 0 °C.

T(°C)	20	10	0
t_0(s)	-1,241 -1,176	-1,286 -1,265	-1,310 -1,294
$\overline{t_0}$ (s)	-1,209	-1,276	-1,302
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	2,7	0,8	0,6
γ	0,7117 0,6756	0,7352 0,7223	0,7511 0,7379
$\overline{\gamma}$	0,6937	0,7288	0,7445
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	2,6	0,9	0,9
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,3528 0,3524	0,3510 0,3496	0,3518 0,3505
$\overline{\lambda}(Wm^{-1}K^{-1})$	0,3526	0,3503	0,3512
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,06	0,2	0,2
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	6,92 6,42	7,31 7,16	7,51 7,36
$\overline{\Gamma}.10^4(m^2KW^{-1})$	6,67	7,24	7,44
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	3,7	1,0	1,0

Voor λ wordt slechts een zeer geringe toename met de temperatuur gevonden. Van belang is in dit opzicht dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van kristallijn kwarts *afneemt* met toenemende temperatuur (zie bijvoorbeeld Jakob, blz. 96, (1949)). Zoals reeds in § 8.3.1 is opgemerkt neemt de warmtegeleidingscoëfficiënt van lucht toe met de temperatuur. Alleen reeds het feit dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van het zilverzand in ieder geval *niet afneemt* met de temperatuur wijst op een relatief grote bijdrage van de in de poriën aanwezige lucht aan het totale warmtetransport.

De contactweerstand Γ laat ook nu een neiging tot afname met de temperatuur zien (zie bijvoorbeeld de paragrafen 8.3.1 en 8.3.2). Uitgaande van een gemiddelde korreldiameter van 0,36 mm liggen de berekende Γ-waarden practisch op de in figuur 8.8 getekende rechte voor metingen aan droge glasparels, overeenkomend met voor X opnieuw een waarde van circa 0,05 (zie de formules (8.1) tot en met (8.3)). Hiermede bevestigen de metingen aan droog zilverzand het beeld waarbij het bestaan van de contactweerstand vooral wordt toegeschreven aan het feit dat als gevolg van de aanwezigheid van het meetelement de korrelstructuur nabij het element een iets geringere pakking heeft dan op grotere afstand. Het totale effect van deze ijlere pakking kan worden weergegeven door een zich om het element bevindend luchtlaagje met een dikte van ongeveer 0,05 d. Hierbij willen wij nog eens benadrukken dat de grootte van de contactweerstand blijkbaar vooral bepaald wordt door de *afmetingen* van de korrels en bijvoorbeeld veel minder door de vorm van de korrels of door de stapelingsdichtheid (zie § 8.3.2).

8.4 Metingen aan vochtige glasparels en aan vochtig zilverzand

Vooraf zij opgemerkt dat de in deze paragraaf te bespreken metingen aan vochtige korrelstructuren niet ten doel hebben een overzicht te geven van de invloed van het vochtgehalte op de waarde van de thermische parameters van het medium en op die van de contactweerstand tussen element en medium. Om een dergelijk overzicht te kunnen geven zouden uitvoerige meetseries moeten worden uitgevoerd onder voor het beoogde doel specifieke omstandigheden. De door ons verrichte, betrekkelijk willekeurig gekozen metingen aan vochtige korrelstructuren hebben slechts een oriënterend karakter. In § 8.4.1 gaat het daarbij om de invloed van een eventueel vochttransport als gevolg van de meting zelf op de via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde grootheden λ en Γ. In § 8.4.2 ligt het accent op de temperatuurafhankelijkheid van λ en Γ.

8.4.1 Metingen aan vochtige B7-glasparels en aan vochtig zilverzand bij 20 °C

Bij gelijkblijvende omgevingstemperatuur (20 °C) zijn een aantal achtereenvolgende metingen verricht aan zowel een stapeling van vochtige B7-glasparels als aan vochtig zilverzand.

Als gevolg van de bij vochtige korrelstructuren in het algemeen relatief hoge a-waarde (meestal > 2.10^{-7} m^2s^{-1}) is met de keuze t_b = 50 s ruim voldaan aan de voorwaarde $t_b >> v^2/a$.

Vooruitlopend op de resultaten van de in § 8.7 te bespreken simultane λ, ρc en Γ-bepaling, waarbij zal blijken dat voor het geval van metingen aan vochtige korrelstructuren de totale temperatuurstijging gekoppeld aan de totale meetduur een beperkende factor is, wordt opgemerkt dat de totale temperatuurstijging in ieder geval binnen 0,5 °C wordt gehouden en dat de meetduur beperkt blijft tot maximaal 200 s (bijvoorbeeld heeft bij de in deze paragraaf te bespreken metingen aan zilverzand de totale temperatuurstijging circa 0,5 °C bedragen). Omdat de kans op een eventueel vochttransport door de meting zelf afneemt naarmate de totale temperatuurstijging geringer is, zijn ook enkele metingen uitgevoerd bij een totale temperatuurstijging van slechts 0,15 °C in 200 s (onder andere de hier te bespreken metingen aan de B7-glasparels). Hiermede worden dan overigens de door de specificaties van de meetopstelling aangegeven grenzen wat meetgevoeligheid en nauwkeurigheid betreft (zie hoofdstuk 6) overschreden.

In de tabellen 8.10 en 8.11 zijn de resultaten vermeld van telkens vier metingen aan de glasparels B7 respectievelijk het zilverzand. De tijdsduur tussen twee metingen bedroeg op zijn minst vijf uur.

Tabel 8.10 t_0, γ, λ en Γ van metingen aan een stapeling van vochtige B7-glasparels (dichtheid 1720 kgm^{-3}, vochtgehalte ϕ = 0,17 gew.%; $(\rho c)_s$ = $1,133.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$ T = 20 °C; element 2).

	rangnummer van de metingen				gemiddelde waarde	standaard-deviatie (%)
	1	2	3	4		
t_0(s)	-0,8210	-0,8023	-0,8937	-0,9306	-0,8619	3,5
γ	0,3543	0,3475	0,3788	0,3918	0,3681	2,8
λ($Wm^{-1}K^{-1}$)	0,2151	0,2174	0,2157	0,2163	0,2161	0,2
$\Gamma.10^4$(m^2KW^{-1})	5,067	4,823	5,611	5,889	5,348	4,6

Tabel 8.11 t_0, γ, λ en Γ van metingen aan vochtig zilverzand (dichtheid 1696 kgm^{-3}; vochtgehalte ϕ = 0,24 gew.%; $(\rho c)_s$ = 1,348.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$; T = 20 °C; element 1).

	rangnummer van de metingen				gemiddelde waarde	standaard-deviatie (%)
	1	2	3	4		
t_0(s)	-1,392	-1,403	-1,382	-1,414	-1,398	0,5
γ	1,001	1,012	0,9950	1,017	1,0063	0,5
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,4525	0,4538	0,4534	0,4526	0,4531	0,07
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	7,302	7,382	7,208	7,474	7,342	0,8

Bij de twee series van op elkaar volgende metingen is de spreiding, zowel in λ als in Γ, niet alleen gering maar ook niet bepaald trendmatig. De conclusie mag daarom worden getrokken dat, wat de reproduceerbaarheid van een meting betreft, een verstorende invloed door mogelijk vochttransport als gevolg van de meting zelf niet waarneembaar is. De iets grotere spreiding in de λ- en Γ-waarden bij de glasparelmetingen in vergelijking met die van de zilverzandmetingen is waarschijnlijk het gevolg van het verschil in totale temperatuurstijging gedurende de meting (0,15 °C respectievelijk 0,5 °C), waardoor eventuele storingen in de $\theta_{exp}(t)$--kromme relatief een groter gewicht krijgen.

Zowel bij de glasparel- als bij de zilverzandmetingen ligt Γ in dezelfde orde van grootte als is gevonden bij de overeenkomstige metingen aan de droge stapelingen (zie de paragrafen 8.3.3 en 8.3.4). Men zou kunnen verwachten dat Γ voor het geval van metingen aan *vochtige* korrelstructuren een lagere waarde heeft dan bij vergelijkbare metingen aan *droge* stapelingen (zie bijvoorbeeld de resultaten van de in de volgende paragraaf (8.4.2) vermelde metingen, waarbij dit het geval is voor de metingen die zijn uitgevoerd bij 20 °C). Om hiervan een duidelijker beeld te verkrijgen zijn echter uitgebreidere meetseries onder goed gekozen condities vereist.

8.4.2 Metingen bij 20 en 10 °C aan een stapeling van vochtige B4- en aan een stapeling van vochtige B7-glasparels

In de tabellen 8.12 en 8.13 zijn de resultaten van de metingen samengevat.

Tabel 8.12 t_0, γ, λ en Γ van metingen aan een stapeling van vochtige B4-glasparels (ρ_s = 1560 kgm^{-3}; ϕ = 0,52 gew.%; $(\rho c)_s$ = 1,047.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$). Bij de in dupl uitgevoerde metingen is gebruik gemaakt van element 1.

T(°C)	20			10		
	1e meting 2e meting	gemiddelde waarde	spreiding in %	1e meting 2e meting	gemiddelde waarde	spreidin in %
t_0(s)	-0,6965 -0,7145	-0,7055	1,3	-0,9975 -1,008	1,003	0,5
γ	0,2264 0,2322	0,2293	1,3	0,3378 0,3417	0,3398	0,6
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,2420 0,2426	0,2423	0,1	0,2294 0,2298	0,2296	0,1
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	0,9137 1,022	0,9679	5,6	3,599 3,671	3,635	1,0

Tabel 8.13 t_0, γ, λ en Γ van metingen aan een stapeling van vochtige B7-glasparels (ρ_s = 1742 kgm^{-3}; ϕ = 0,23 gew.%; $(\rho c)_s$ = 1,152.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$). Bij de in dupl uitgevoerde metingen is gebruik gemaakt van element 2.

T(°C)	20			10		
	1e meting 2e meting	gemiddelde waarde	spreiding in %	1e meting 2e meting	gemiddelde waarde	spreidin in %
t_0(s)	-0,4830 -0,4560	-0,4695	2,9	-0,9586 -0,9080	-0,9333	2,7
γ	0,2364 0,2267	0,2316	2,1	0,4122 0,3933	0,4028	2,3
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,2382 0,2373	0,2378	0,2	0,2294 0,2277	0,2286	0,4
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	1,794 1,608	1,701	5,5	5,816 5,468	5,642	3,1

De warmtegeleidingscoëfficiënt λ gedraagt zich zoals mag worden verwacht, namelijk iets afnemend bij dalende temperatuur (vergelijk § 8.3.1).

Wat de contactweerstand betreft kan er eerst op worden gewezen dat bij 20 °C, in tegenstelling tot de resultaten van § 8.4.1, zowel bij metingen aan de B4- als aan de B7-stapeling, Γ gemiddeld lager ligt dan bij overeenkomstige metingen aan droge stapelingen (zie de paragrafen 8.3.1 tot en met 8.3.3). Bij het vergelijken van bijvoorbeeld de in deze paragraaf genoemde B7-serie met die uit § 8.4.1 zij er nog op gewezen dat zowel de dichtheid als het vochtgehalte (uitgedrukt in gewichtsprocenten van de hoeveelheid droge stof!) bij de eerstgenoemde serie groter is dan bij de laatstgenoemde.

Het meest opmerkelijke gedrag van de in de tabellen 8.12 en 8.13 vermelde Γ-waarden betreft de afhankelijkheid van de omgevingstemperatuur. Bij beide series is de bij 10 °C gevonden Γ drie tot vier maal groter dan de overeenkomstige bij 20 °C berekende Γ. In dit verband zij opgemerkt dat bij deze series eerst bij 20 °C is gemeten en daarna bij 10 °C. De tijd die nodig is om uitgaande van 20 °C het gehele cylindersysteem bij 10 °C weer in temperatuurevenwicht te brengen ligt in de orde van 10 à 12 uur. Mogelijk heeft gedurende deze tijd enig vochttransport in de richting van de wand van de meetcylinder plaatsgevonden. Ook nu geldt dat uitgebreidere meetseries nodig zijn om hierover een nader oordeel te kunnen geven.

8.5 Metingen aan met water verzadigde glasparelstapelingen

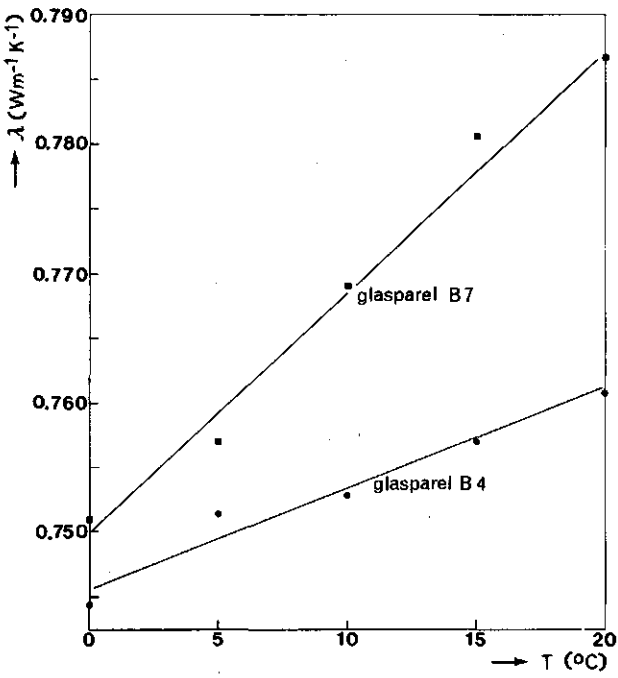
De betekenis van de in deze paragraaf te bespreken metingen ligt vooral in het feit dat na de voor de ijking van de meetelementen gebezigde agargelen (waar $\Gamma = 0$ mocht worden gesteld) nu een ander medium wordt gebruikt dat van de agargelen structureel verschilt, maar waarbij wel mag worden verwacht dat Γ eveneens gelijk aan nul is. De gang van zaken is nu, dat wij *geijkt* hebben met de agargelen en de daarbij gevonden elementconstanten toepassen op *metingen* aan vochtverzadigde glasparelstapelingen. Met deze metingen wordt dan een tweevoudig doel gediend. In de eerste plaats kunnen wij ons er van overtuigen dat de metingen inderdaad $\Gamma = 0$ opleveren; dit resultaat bevestigt dan eens te meer de betrouwbaarheid van het gemodificeerde Jaegermodel (§ 8.5.1). In de tweede plaats kan een beter oordeel worden gegeven over de mogelijkheid om via de methode "$\Gamma = 0$" de thermische parameters λ en ρc simultaan te bepalen (§ 8.5.2).

8.5.1 Metingen aan stapelingen van B4- en B7-glasparels bij verschillende temperaturen

De meetresultaten zijn samengevat in de tabellen 8.14 (de B4-glasparels) en 8.15 (de B7-glasparels) en in figuur 8.11 (λ uitgezet tegen de temperatuur).

De bij enkele metingen gevonden grote spreiding in t_0 is voornamelijk een gevolg van de zeer kleine waarde van t_0 bij metingen aan met water verzadigde glasparelstapelingen. Hetzelfde geldt trouwens voor Γ.

Voor beide stapelingen wordt een toename van λ met oplopende temperatuur gevonden (zie figuur 8.11), een resultaat dat mag worden verwacht op grond van het feit dat zowel de warmtegeleidingscoëfficiënt van water (zie figuur 7.1) als die van het glasparelmateriaal toeneemt met de temperatuur. Ook de grotere λ--waarde voor de B7-stapeling ten opzichte van de B4-stapeling is in overeenstemming met wat wij eerder hebben waargenomen (zie figuur 8.7). Enigszins opmerkelijk is het feit dat voor de B7-meetserie een sterkere temperatuurafhankelijkheid word gevonden dan voor de B4-serie. Voordat nieuwe, goed vergelijkbare, metingen ter beschikking komen, kunnen wij hierover echter weinig zeggen.



Figuur 8.11 λ uitgezet tegen de temperatuur voor een met water verzadigde stapeling van B4 (—●—)- respectievelijk B7 (—■—)-glasparels.

Tabel 8.14 t_0, γ, λ en Γ van een met water verzadigde stapeling van B4-glasparels ($(\rho c)_s = 2{,}71.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$). De metingen zijn uitgevoerd met element 1.

T(°C)	20	15	10	5	(+)0
t_0(s)	0,0175 0,0361	0,0299 0,0293	0,0256 0,0278	0,0201 0,0210	0,0344 0,0302
$\overline{t_0}$(s)	0,0268	0,0296	0,0267	0,0206	0,0323
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	35	1,0	4,1	2,2	6,5
γ	0,5457 0,5232	0,5307 0,5311	0,5357 0,5331	0,5423 0,5414	0,5254 0,5305
$\overline{\gamma}$	0,5345	0,5309	0,5344	0,5419	0,5280
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	2,1	0,04	0,2	0,1	0,5
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,7633 0,7578	0,7551 0,7588	0,7527 0,7531	0,7515 0,7513	0,7436 0,7450
$\overline{\lambda}(Wm^{-1}K^{-1})$	0,7606	0,7570	0,7529	0,7514	0,7443
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,4	0,2	0,03	0,01	0,1
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	-0,189 -0,312	-0,251 -0,264	-0,205 -0,225	-0,156 -0,161	-0,231 -0,204
$\overline{\Gamma}.10^4(m^2KW^{-1})$	-0,251	-0,258	-0,215	-0,159	-0,218
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	24,5	2,5	4,7	0,2	6,2

Tabel 8.15 t_0, γ, λ en Γ van een met water verzadigde stapeling van B7-glasparels ($(\rho c)_s = 2{,}69.10^6\ Jm^{-3}K^{-1}$). De metingen zijn uitgevoerd met element 2.

T(°C)	20	15	10	5	(+)0
t_0(s)	0,0246 0,0124	0,0247 0,0132	0,0257 0,0215	0,0362 0,0331	0,0468 0,0259
$\overline{t_0}$(s)	0,0185	0,0190	0,0236	0,0347	0,0364
$\frac{\Delta t_0}{\overline{t_0}}$ (%)	33	30	8,9	4,5	29
γ	0,5282 0,5436	0,5280 0,5422	0,5268 0,5318	0,5143 0,5179	0,5020 0,5265
$\overline{\gamma}$	0,5359	0,5351	0,5293	0,5161	0,5143
$\frac{\Delta\gamma}{\overline{\gamma}}$ (%)	1,4	1,3	0,5	0,3	2,4
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,7850 0,7883	0,7773 0,7837	0,7689 0,7692	0,7577 0,7562	0,7485 0,7534
$\overline{\lambda}(Wm^{-1}K^{-1})$	0,7867	0,7805	0,7691	0,7570	0,7510
$\frac{\Delta\lambda}{\overline{\lambda}}$ (%)	0,2	0,4	0,02	0,1	0,3
$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$	0,197 0,279	0,228 0,291	0,258 0,289	0,226 0,256	0,185 0,326
$\overline{\Gamma}.10^4(m^2KW^{-1})$	0,238	0,260	0,274	0,241	0,256
$\frac{\Delta\Gamma}{\overline{\Gamma}}$ (%)	17	12	5,7	6,2	28

Wat de contactweerstand Γ betreft, geldt voor beide meetseries dat deze binnen de voor Γ geldende nauwkeurigheidsgrenzen *gelijk aan nul* is. Ook het feit dat bij de metingen aan de B4-stapeling Γ negatief uitvalt, valt geheel binnen de marges.

Concluderend kan worden gesteld dat *deze metingen aan met water verzadigde glasparelstapelingen de bruikbaarheid en de geldigheid van het gemodificeerde Jaegermodel bevestigen.*

8.5.2 De simultane λ,ρc-bepaling via de methode "$\Gamma = 0$"

Met ρc als parameter zijn met het gemodificeerde Jaegermodel herhaalde berekeningen uitgevoerd aan de in § 8.5.1 genoemde metingen aan met water verzadigde stapelingen van B4- en B7-glasparels. Uitgaande van de veronderstelling dat $\Gamma \simeq 0$ moet zijn, is voor iedere meting via interpolatie de bijbehorende ρc bepaald en vervolgens ook de bijbehorende λ. In de tabellen 8.16 en 8.17 zijn de resultaten van deze berekeningen samengevat. Tevens zijn daarbij aangegeven de afwijkingen ten opzichte van $(\rho c)_s$ en λ_s*). Naar aanleiding van de in deze tabellen vermelde waarden kunnen enkele opmerkingen worden gemaakt.

1. Bij beide series is het verschil in de ρc-waarden van de bij elkaar behorende duplometingen gemiddeld niet groter dan 1,5%.
2. Enige systematische invloed van de temperatuur op de bepaling van ρc is niet aanwijsbaar. Derhalve is bij beide series de over alle metingen gemiddelde ρc de meest betrouwbare waarde. De middelbare fout in dit gemiddelde bedraagt circa 0,5%.
3. De, globaal beschouwd, *circa 10% systematische afwijking van $\overline{\rho c}$ ten opzichte van $(\rho c)_s$* is inherent aan de methode waarbij als criterium $\Gamma = 0$ wordt gebruikt. Zie hiertoe figuur 8.12 waarin voor beide series van één van de bij 20 °C uitgevoerde metingen Γ is uitgezet tegen $(\rho c)/(\rho c)_s$ en waaruit blijkt dat in de "omgeving" van $\Gamma = 0$ een variatie van 10% in ρc een afwijking van circa $0{,}25.10^{-4}$ m^2KW^{-1} in Γ geeft.

---

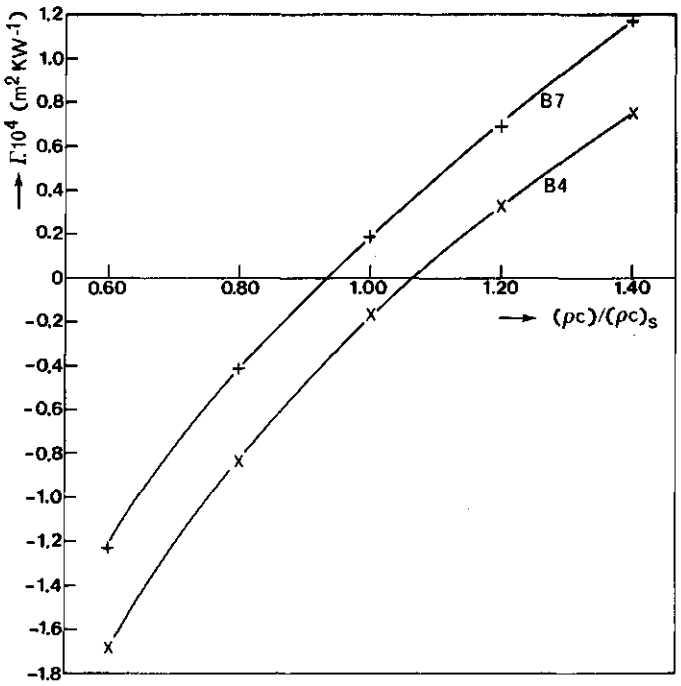
*) Voor de duidelijkheid zij er nogmaals op gewezen dat $(\rho c)_s$ betrekking heeft op de vooraf berekende volumetrische warmtecapaciteit van de stapeling. De met behulp van deze $(\rho c)_s$ via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde waarde voor de warmtegeleidingscoëfficiënt wordt in deze paragraaf (en in § 8.7) aangeduid als λ_s, ter onderscheiding van de via de simultane λ,ρc-methode bepaalde λ.

Tabel 8.16 De volgens de methode "$\Gamma = 0$" bepaalde ρc- en λ-waarden van een met water verzadigde stapeling van B4-glasparels ($(\rho c)_s = 2{,}712.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$). De metingen zijn uitgevoerd met element 1.

$T(^oC)$	20	15	10	5	(+)0
$\rho c.10^{-6}(Jm^{-3}K^{-1})$	2,911 3,037	2,973 2,989	2,926 2,946	2,875 2,967	2,951 3,018
$(\rho c)/(\rho c)_s$	1,073 1,120	1,096 1,102	1,079 1,086	1,060 1,094	1,088 1,113
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,7620 0,7558	0,7534 0,7571	0,7512 0,7516	0,7504 0,7497	0,7423 0,7428
λ/λ_s	0,998 0,997	0,998 0,998	0,998 0,998	0,999 0,998	0,998 0,997
$\overline{(\rho c)} = (2{,}96 \pm 0{,}02).10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$ $(\pm 0{,}7\%)$					
$\overline{(\rho c)/(\rho c)_s} = 1{,}09$					

Tabel 8.17 De volgens de methode "$\Gamma = 0$" bepaalde ρc- en λ-waarden van een met water verzadigde stapeling van B7-glasparels ($(\rho c)_s = 2{,}688.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$). De metingen zijn uitgevoerd met element 2.

$T(^oC)$	20	15	10	5	(+)0
$\rho c.10^{-6}(Jm^{-3}K^{-1})$	2,518 2,446	2,493 2,439	2,469 2,444	2,499 2,474	2,534 2,417
$(\rho c)/(\rho c)_s$	0,937 0,910	0,927 0,907	0,919 0,909	0,930 0,920	0,943 0,899
$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$	0,7861 0,7892	0,7786 0,7853	0,7704 0,7709	0,7590 0,7577	0,7496 0,7552
λ/λ_s	1,001 1,001	1,002 1,002	1,002 1,002	1,002 1,002	1,001 1,002
$\overline{(\rho c)}_s = (2{,}47 \pm 0{,}01).10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$ $(\pm 0{,}4\%)$					
$\overline{(\rho c)/(\rho c)_s} = 0{,}92$					



Figuur 8.12 Γ uitgezet tegen $(\rho c)/(\rho c)_s$ voor een meting bij 20 °C aan een met water verzadigde stapeling van B4 (—x—)- respectievelijk B7 (—+—)-glasparels.

4. Bij beide meetseries is de verschuiving in λ ten opzichte van λ_s gemiddeld slechts 0,2%, een resultaat dat geheel het gevolg is van de zeer geringe gevoeligheid van λ voor variaties in ρc (zie ook de paragrafen 7.5 en 7.6).
5. In vergelijking met de in de paragrafen 7.5 en 7.6 gevonden resultaten van berekeningen volgens de methode "Γ = 0" voor metingen aan agargelen is de absolute nauwkeurigheid in ρc bij de met water verzadigde glasparelstapelingen duidelijk afgenomen. Dit is echter niet verwonderlijk indien men bedenkt dat het ijken van de meetelementen juist is uitgevoerd aan de hand van metingen aan agargelen in de veronderstelling Γ = 0.

8.6 De contrôleberekeningen met het viergebiedenmodel

Zoals in § 5.5 is aangegeven kan de eindvergelijking (vergelijking (5.41)) uit het viergebiedenmodel dienen als een contrôle op de via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde λ- en Γ-waarde voor het geval "ρc bekend". Na de ijking van

de meetelementen (zie § 7.4) kunnen de voor ieder element afzonderlijk karakteristieke constanten K, L en M worden berekend. Na invullen hiervan ziet vergelijking (5.41) er voor ieder element afzonderlijk als volgt uit:

element 1:

$$q_4 \frac{K_1(q_4 v)}{K_0(q_4 v)} = \frac{1}{\lambda_4} \left(-\Gamma + \frac{\overline{\theta} - 5{,}63004\ Q_\ell}{15947{,}3\ Q_\ell - 12{,}5182\ \overline{\theta}} \right)^{-1} \tag{8.4}$$

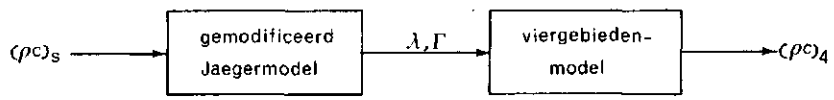
element 2:

$$q_4 \frac{K_1(q_4 v)}{K_0(q_4 v)} = \frac{1}{\lambda_4} \left(-\Gamma + \frac{\overline{\theta} - 4{,}76528\ Q_\ell}{15937{,}2\ Q_\ell - 12{,}5182\ \overline{\theta}} \right)^{-1} \tag{8.5}$$

element 3:

$$q_4 \frac{K_1(q_4 v)}{K_0(q_4 v)} = \frac{1}{\lambda_4} \left(-\Gamma + \frac{\overline{\theta} - 4{,}58235\ Q_\ell}{15935{,}0\ Q_\ell - 12{,}5182\ \overline{\theta}} \right)^{-1} \tag{8.6}$$

De berekeningen houden in, dat de met behulp van een zeker element in het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde waarden voor λ en Γ worden ingevuld in de daarbij behorende vergelijking uit het drietal (8.4), (8.5) en (8.6). Omdat het vermogen Q_ℓ a priori bekend is en de laplacegetransformeerde temperatuur $\overline{\theta}$ kan worden bepaald nadat een meting is voltooid (zie aanhangsel 2), is het rechterlid van deze vergelijking ((8.4), (8.5) of (8.6)) bekend. Via tabel A1.1 uit aanhangsel 1 kan vervolgens q_4 en dus ook $(\rho c)_4 = \rho c$ worden berekend. Deze $(\rho c)_4$ wordt tenslotte vergeleken met de vooraf bekende en bij de berekeningen in het gemodificeerde Jaegermodel ingevoerde $(\rho c)_s$-waarde. In figuur 8.13 is de in deze paragraaf gevolgde werkwijze schematisch weergegeven.



Figuur 8.13 De contrôle van de in het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde λ en met behulp van het viergebiedenmodel.

Voor een juist begrip van de hier aangegeven werkwijze zij er op gewezen dat de optredende verschillen tussen $(\rho c)_s$ en de in het viergebiedenmodel bepaalde $(\rho c)_4$ *niet* moeten worden gezien als een maat voor de nauwkeurigheid waarmee de grootheid ρc kan worden bepaald. Het vergelijken van $(\rho c)_4$ met $(\rho c)_s$ is *een middel* om de resultaten van het gemodificeerde Jaegermodel - het trio $(\rho c)_s$, λ en Γ - te toetsten aan de eindvergelijking uit het viergebiedenmodel.

In de hierna volgende tabellen 8.18 tot en met 8.31 volgt een overzicht van de desbetreffende berekeningen voor de tot nu toe besproken meetseries uit de paragrafen 8.3 tot en met 8.5.

a. De in § 8.3.1 besproken metingen aan stapelingen van droge glasparels B7.

Tabel 8.18 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van de glasparel B7; $(\rho c)_s = 1{,}207.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$; element 1.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
10	0,203545	0,19089	4,744	17,8737	1,223	1,3
	0,203545	0,19162	4,905	17,8725	1,225	1,5
5	0,203535	0,18703	4,464	18,0589	1,209	0,2
	0,203535	0,18837	4,928	18,0712	1,222	1,2
0	0,203555	0,18552	5,045	18,2971	1,216	0,7
	0,203555	0,18571	4,978	18,2658	1,216	0,7
-5	0,203584	0,18418	5,257	18,4310	1,219	1,0
	0,203584	0,18442	5,301	18,4307	1,219	1,0
-10	0,203555	0,18281	5,345	18,5646	1,210	0,2
	0,203555	0,18263	5,319	18,5648	1,212	0,4

Tabel 8.19 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van de glasparel B7; $(\rho c)_s$ = 1,206.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$; element 2.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
10	0,200755	0,19181	5,770	17,6520	1,237	2,6
	0,203545	0,19039	5,669	17,9670	1,231	2,1
5	0,203535	0,18928	5,850	18,0603	1,238	2,7
	0,203535	0,18763	5,479	18,0796	1,229	1,9
0	0,203555	0,18572	5,736	18,2566	1,234	2,3
	0,203555	0,18607	5,852	18,2971	1,222	1,3
-5	0,203584	0,18427	5,960	18,4043	1,235	2,4
	0,203584	0,18454	6,044	18,4247	1,231	2,1
-10	0,203555	0,18341	6,034	18,4774	1,235	2,4
	0,203555	0,18288	6,029	18,5137	1,232	2,2

Tabel 8.20 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van de glasparel B7; $(\rho c)_s$ = 1,205.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$; element 3.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
10	0,203545	0,18851	6,108	18,1419	1,239	2,8
	0,203545	0,19053	6,407	18,0946	1,245	3,3
5	0,203535	0,18562	5,880	18,2558	1,237	2,7
	0,203535	0,18600	5,854	18,2143	1,241	3,0
0	0,203584	0,18427	5,926	18,3477	1,238	2,7
	0,203555	0,18383	5,952	18,3893	1,236	2,6
-5	0,203584	0,18301	6,476	18,5742	1,241	3,0
	0,203584	0,18231	6,169	18,5323	1,241	3,0
-10	0,203555	0,18043	6,140	18,6489	1,238	2,7
	0,203565	0,18009	6,194	18,6881	1,236	2,6

b. De in § 8.3.2 besproken metingen aan stapelingen van droge glasparels B4.

Tabel 8.21 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van B4-glasparels met een dichtheid van 1600 kgm^{-3}; $(\rho c)_s = 1{,}046.10^6\ Jm^{-3}K^{-1}$; element 1.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,159103	0,14998	1,733	15,9466	1,083	3,5
	0,159103	0,15042	1,988	15,9773	1,082	3,4
10	0,159121	0,14511	1,774	16,2929	1,091	4,3
	0,159138	0,14525	2,171	16,3856	1,083	3,5
0	0,159121	0,14217	2,521	16,6872	1,081	3,3
	0,159147	0,14222	2,372	16,6614	1,080	3,3

Tabel 8.22 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van B4-glasparels met een dichtheid van 1747 kgm^{-3}; $(\rho c)_s = 1{,}141.10^6\ Jm^{-3}K^{-1}$; element 2.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,179649	0,16491	1,035	16,3700	1,161	1,8
	0,179649	0,16467	0,963	16,3698	1,159	1,6
10	0,175094	0,15940	1,387	16,3686	1,173	2,8
	0,175122	0,15962	1,251	16,3585	1,161	1,8
0	0,175094	0,15631	1,700	16,6882	1,163	1,9
	0,175122	0,15616	1,332	16,6049	1,164	2,0

Tabel 8.23 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van B4-glasparels met een dichtheid van 1805 kgm^{-3}; $(\rho c)_s = 1{,}179.10^6\ Jm^{-3}K^{-1}$; element 1.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,190952	0,17541	2,128	16,9971	1,216	3,1
	0,190952	0,17472	1,947	17,0099	1,209	2,5
10	0,195736	0,16972	2,142	17,7998	1,217	3,2
	0,195755	0,17028	2,287	17,7933	1,220	3,5
0	0,195765	0,16604	2,405	18,1256	1,217	3,2
	0,195765	0,16678	2,663	18,1117	1,228	4,2

c. De in § 8.3.3 besproken metingen aan stapelingen van achtereenvolgens droge B7-, droge B11- en droge B14-glasparels.

Tabel 8.24 $(\rho c)_4$-waarden van een stapeling van respectievelijk B7-, B11- en B14--glasparels. Voor alle stapelingen is $(\rho c)_s = 1{,}205.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$ en T = 20 °C. De metingen zijn verricht met de elementen 1 (B7 en B14) en 2 (B11).

glas-parels	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ $(Wm^{-1}K^{-1})$	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ $(Jm^{-3}K^{-1})$	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
B 7	0,519814	0,19498	3,411	44,1084	1,219	1,2
	0,519814	0,19508	3,439	44,0689	1,226	1,7
B11	0,508098	0,19608	10,58	47,3614	1,252	3,9
	0,509751	0,19616	10,62	47,4743	1,261	4,6
B14	0,461724	0,19880	21,71	49,6670	1,329	10,3
	0,461724	0,19771	21,40	49,5566	1,339	11,1

d. De in § 8.3.4 besproken metingen aan droog zilverzand.

Tabel 8.25 $(\rho c)_4$-waarden voor een stapeling van droog zilverzand; $(\rho c)_s = 1{,}269.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn verricht met element 2 bij de temperaturen 20, 10 en 0 °C.

T (°C)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ $(Wm^{-1}K^{-1})$	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ $(Jm^{-3}K^{-1})$	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,822085	0,35279	6,918	50,7246	1,356	6,9
	0,822144	0,35236	6,419	50,1709	1,355	6,8
10	0,830565	0,35095	7,306	51,8387	1,360	7,2
	0,830525	0,34961	7,162	51,8270	1,351	6,5
0	0,850193	0,35181	7,507	53,2675	1,355	6,8
	0,850153	0,35054	7,358	53,1770	1,357	6,9

e. De in § 8.4.1 besproken metingen aan een stapeling van vochtige glasparels B7 en aan vochtig zilverzand.

Tabel 8.26 $(\rho c)_4$-waarden voor een stapeling van vochtige B7-glasparels; $(\rho c)_s$ = $1{,}133.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 2 bij 20 °C.

rang-nummer van de meting	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
1	0,063155	0,21514	5,067	5,19246	1,137	0,4
2	0,068862	0,21744	4,828	5,58460	1,155	1,9
3	0,068999	0,21572	5,611	5,71549	1,137	0,4
4	0,068885	0,21629	5,889	5,70625	1,157	2,1

Tabel 8.27 $(\rho c)_4$-waarden voor een stapeling van vochtig zilverzand; $(\rho c)_s$ = $1{,}348.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 1 bij 20 °C.

rang-nummer van de meting	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
1	0,335206	0,45250	7,302	18,4011	1,394	3,4
2	0,335219	0,45381	7,382	18,4022	1,404	4,2
3	0,335219	0,45341	7,208	18,3199	1,407	4,4
4	0,335219	0,45259	7,474	18,4773	1,402	4,0

f. De in § 8.4.2 besproken metingen aan stapelingen van achtereenvolgens vochtige B4- en vochtige B7-glasparels.

Tabel 8.28 $(\rho c)_4$-waarden voor een stapeling van vochtige B4-glasparels; $(\rho c)_s$ = $1{,}047.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 1.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,210513	0,24201	0,9137	15,3132	1,027	-1,9
	0,210513	0,24264	1,022	15,3159	1,030	-1,6
10	0,071653	0,22941	3,599	5,61271	1,093	+4,4
	0,071653	0,22980	3,671	5,61280	1,094	+4,5

Tabel 8.29 $(\rho c)_4$-waarden voor een stapeling van vochtige B7-glasparels; $(\rho c)_s$ = $1{,}152.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 2.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,217629	0,23822	1,794	15,8052	1,129	-2,0
	0,217629	0,23733	1,608	15,7697	1,136	-1,4
10	0,070517	0,22937	5,816	5,62850	1,157	+0,4
	0,070517	0,22773	5,468	5,62746	1,147	-0,4

g. De in § 8.5 besproken metingen aan met water verzadigde stapelingen van achtereenvolgens B4- en B7-glasparels.

Tabel 8.30 $(\rho c)_4$-waarden van een met water verzadigde stapeling van B4-glasparels; $(\rho c)_s = 2{,}712.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 1.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,675604	0,76327	-0,1892	18,8556	2,638	-2,7
	0,675677	0,75779	-0,3120	18,8125	2,642	-2,6
15	0,675676	0,75505	-0,2496	18,9000	2,659	-2,0
	0,675731	0,75876	-0,2638	18,8247	2,662	-1,8
10	0,675640	0,75266	-0,2051	18,9624	2,676	-1,3
	0,675695	0,75309	-0,2245	18,9421	2,672	-1,5
5	0,675695	0,75153	-0,1561	19,0077	2,698	-0,5
	0,675695	0,75130	-0,1609	19,0083	2,696	-0,6
(+)0	0,675731	0,74364	-0,2311	19,0656	2,691	-0,8
	0,675731	0,74498	-0,2036	19,0655	2,697	-0,6

Tabel 8.31 $(\rho c)_4$-waarden van een met water verzadigde stapeling van B7-glasparels; $(\rho c)_s = 2{,}688.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$. De metingen zijn uitgevoerd met element 2.

T (^oC)	Q_ℓ (Wm^{-1})	λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\overline{\theta}$ (Ks)	$(\rho c)_4.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\frac{(\rho c)_4 - (\rho c)_s}{(\rho c)_s}$ (%)
20	0,675623	0,78496	0,1967	18,3211	2,637	-1,9
	0,675802	0,78833	0,2794	18,3677	2,652	-1,3
15	0,675677	0,77733	0,2283	18,4655	2,660	-1,0
	0,675712	0,78375	0,2908	18,4426	2,653	-1,3
10	0,675641	0,76889	0,2576	18,6187	2,664	-0,9
	0,675695	0,76924	0,2888	18,6530	2,659	-1,1
5	0,675712	0,75772	0,2257	18,7569	2,668	-0,7
	0,675659	0,75621	0,2559	18,8154	2,663	-0,9
(+)0	0,675731	0,74855	0,1849	18,8674	2,662	-1,0
	0,675695	0,75338	0,3264	18,9271	2,669	-0,7

Naar aanleiding van de in de tabellen 8.18 tot en met 8.31 vermelde $(\rho c)_4$-waarden en de bijbehorende afwijkingen ten opzichte van $(\rho c)_s$ kunnen enkele kanttekeningen worden geplaatst.

1. Globaal beschouwd geeft de eindvergelijking uit het viergebiedenmodel een $(\rho c)_4$ die gemiddeld 3% afwijkt van $(\rho c)_s$. Zoals eerder is opgemerkt kan deze afwijking worden gezien als een maat voor de betrouwbaarheid waarmee in het gemodificeerde Jaegermodel de grootheden λ en Γ kunnen worden bepaald. Om zich enigszins een oordeel te kunnen vormen over wat deze afwijking van 3% voorstelt, zij vermeld dat voor de gevoeligheid van de met behulp van vergelijking (5.41) berekende $(\rho c)_4$ met betrekking tot veranderingen in λ, Γ en $\overline{\theta}$ respectievelijk geldt:
   a. een 1% grotere λ geeft een circa 3% kleinere $(\rho c)_4$,
   b. een 1% grotere Γ geeft een circa 1% grotere $(\rho c)_4$ en
   c. een 1% grotere $\overline{\theta}$ geeft een circa 5% kleinere $(\rho c)_4$.
2. Gemiddeld beschouwd is er geen systematisch verschil tussen een $(\rho c)_4$-bepaling via een meting met element 1, element 2 of element 3.
3. De resultaten uit tabel 8.24, waarin de $(\rho c)_4$-waarden zijn gegeven van berekeningen aan stapelingen van achtereenvolgens B7-, B11- en B14-glasparels laten een toenemende afwijking tussen $(\rho c)_4$ en $(\rho c)_s$ zien als de diameter van de glasparels groter wordt. Een mogelijke verklaring hiervoor is, dat naarmate de korreldiameter groter wordt, het zich om het meetelement bevindende materiaal steeds minder als een continuüm kan worden beschouwd, waardoor zowel het gemodificeerde Jaegermodel als het viergebiedenmodel het warmtetransport in en om het meetelement met afnemende nauwkeurigheid zullen beschrijven. Deze voor beide modellen afnemende nauwkeurigheid werkt cumulatief door in de berekening van $(\rho c)_4$ (zie hiervoor figuur 8.13). In dit verband bezien is de afwijking van 10% tussen $(\rho c)_s$ en $(\rho c)_4$ voor berekeningen aan de B14-glasparels zeker nog acceptabel. Als richtlijn zouden wij kunnen stellen dat een bepaling van λ en Γ met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel betrouwbaar is voor metingen aan korrelstructuren waarvan de gemiddelde korreldiameter niet groter is dan de diameter van het gebruikte meetelement.
4. Enigszins afwijkend is het gedrag van $(\rho c)_4$ voor metingen aan droog zilverzand (zie tabel 8.25). Het verschil van ongeveer 7% tussen $(\rho c)_4$ en $(\rho c)_s$ bij een gemiddelde diameter van de zandkorrels van 0,36 mm is groter dan op grond van de bij de glasparels waargenomen afwijkingen (zie tabel 8.24) zou mogen worden verwacht.
5. Gemiddeld zijn de fluctuaties in de $(\rho c)_4$-waarden van vochtige stapelingen (zie

tabellen 8.26 tot en met 8.31) iets groter dan die in de $(\rho c)_4$-waarden van droge stapelingen (zie de tabellen 8.18 tot en met 8.25). Vooral bij de in tabel 8.28 gegeven waarden van een vochtige B4-stapeling is opmerkelijk dat $(\rho c)_4$ bij 20 °C bijna -2% afwijkt van $(\rho c)_s$ en bij 10 °C circa +4,5%. Mogelijk is dit verschil het gevolg van vochttransport tijdens de meting en/of tijdens de overgang van de temperatuur van 20 naar 10 °C. Het is evident dat indien zich vochttransport tijdens een meting voordoet, de differentiaalvergelijking van Fourier niet toereikend is om het warmtetransport nauwkeurig te beschrijven.

Samenvattend lijkt het gerechtvaardigd te stellen dat *het gemodificeerde Jaegermodel kan worden gezien als een voldoend nauwkeurige afbeelding van de bij de metingen gebruikte meetelementen* met behulp waarvan de grootheden λ en Γ betrouwbaar (ieder met zijn eigen specifieke nauwkeurigheid) kunnen worden bepaald mits de korrels niet te groot zijn en mits zich tijdens een meting geen vochttransport voordoet.

8.7 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling

In § 4.6 is de methode van de simultane λ, ρc en Γ-bepaling besproken, terwijl in § 7.6 een voorbeeld is gegeven voor het geval van een meting aan een agargel. In deze paragraaf komen de resultaten van de simultane λ, ρc en Γ-bepaling voor metingen aan korrelstructuren ter sprake. Daarbij wordt nog onderscheid gemaakt tussen *droge* (§ 8.7.1) en *vochtige* (§ 8.7.2) stapelingen. In § 8.7.3 volgt een bespreking van de testberekeningen met het viergebiedenmodel en worden de resultaten van de simultane λ, ρc en Γ-bepaling samengevat.

De wijze waarop de simultane λ, ρc en Γ-bepaling wordt uitgevoerd is bij de korrelstructuren niet anders dan in het voorbeeld van de agargel (§ 7.6) is aangegeven. Een mogelijk verschil betreft de keuze van de tijdsintervallen. Voor droge stapelingen waarbij a van dezelfde grootte-orde is als die van agargelen ($a \approx 1{,}4.10^{-7}$ m^2s^{-1}, zie ook § 7.6), is $t_b \approx 100$ s en $t_e \approx 300$ s gekozen. Als gevolg van de bij vochtige stapelingen meestal grotere a-waarde ($a \approx 2.10^{-7}$ m^2s^{-1} of groter) kunnen hiervoor de tijdsintervallen naar kleinere waarden van t worden verschoven: $t_b \approx .75$ s en $t_e \approx 200$ s. Bij vochtige korrelstructuren is een relatief kleine t_e vooral ook gewenst om de invloed van eventueel vochttransport tijdens een meting zoveel mogelijk te beperken.

8.7.1 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling bij droge stapelingen

Om een indruk te geven van de mate waarin de als parameter ingevoerde ρc de grootheden λ en Γ op verschillend gekozen tijdsintervallen beïnvloedt, volgt een voorbeeld van de berekeningen die betrekking hebben op een meting bij 20 °C aan een stapeling van droge B7-glasparels ($(\rho c)_s$ = 1,21.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$). In tabel 8.32 zijn de resultaten samengevat.

Tabel 8.32 λ- en Γ-waarden op drie tijdsintervallen voor verschillende waarden van ρc. De resultaten hebben betrekking op een meting bij 20 °C, uitgevoerd aan een stapeling van droge B7-glasparels ($(\rho c)_s$ = 1,21.10^6 $Jm^{-3}K^{-1}$).

$\rho c.10^{-6}$ ($Jm^{-3}K^{-1}$)	$\lambda(Wm^{-1}K^{-1})$			$\Gamma.10^4(m^2KW^{-1})$		
	tijdsinterval			tijdsinterval		
	[100, 200]	[100, 300]	[200, 300]	[100, 200]	[100, 300]	[200, 300]
0,8	0,19791	0,19771	0,19740	-0,6412	-0,7056	-0,8130
0,9	0,19749	0,19735	0,19713	+0,6876	+0,6474	+0,5661
1,0	0,19709	0,19702	0,19686	+1,873	+1,850	+1,795
1,1	0,19667	0,19668	0,19660	+2,933	+2,940	+2,909
1,2	0,19630	0,19635	0,19633	+3,902	+3,920	+3,911
1,3	0,19591	0,19601	0,19614	+4,781	+4,810	+4,842
1,4	0,19552	0,19569	0,19585	+5,591	+5,636	+5,683
1,5	0,19515	0,19538	0,19564	+6,343	+6,403	+6,481

Op deze meetresultaten is vervolgens toegepast het criterium voor de juiste ρc-waarde: "λ of Γ gelijk op twee verschillende tijdsintervallen." De uitkomsten zijn weergegeven in tabel 8.33 respectievelijk tabel 8.34. Daarbij zijn de waarden van λ, ρc en Γ vergeleken met de respectievelijke, bij de methode "ρc bekend"

behorende, waarden $(\rho c)_s$, λ_s en Γ_s (zie ook de voetnoot op blz. 133).

Tabel 8.33 Simultaan bepaalde waarden voor λ, ρc en Γ, betrekking hebbend op een meting bij 20 °C aan een stapeling van droge B7-glasparels ($(\rho c)_s = 1{,}21.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$; $\lambda_s = 0{,}1963$ $Wm^{-1}K^{-1}$; $\Gamma_s = 3{,}95.10^{-4}$ m^2KW^{-1}).

criterium: λ gelijk op twee tijdsintervallen						
te vergelijken intervallen	λ $(Wm^{-1}K^{-1})$	$\rho c.10^{-6}$ $(Jm^{-3}K^{-1})$	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\frac{\lambda-\lambda_s}{\lambda_s}$(%)	$\frac{\rho c-(\rho c)_s}{(\rho c)_s}$(%)	$\frac{\Gamma-\Gamma_s}{\Gamma_s}$(%)
[100, 200]en[100, 300]	0,1967	1,09	2,80	+0,2	-9,9	-29
[100, 200]en[200, 300]	0,1964	1,17	3,61	+0,05	-3,3	- 8,6
[100, 300]en[200, 300]	0,1963	1,21	4,04	+0,0	-0,0	+ 2,3
gemiddeld	0,1965	1,16	3,48	+0,1	-4,1	-11,9

Tabel 8.34 Simultaan bepaalde waarden voor λ, ρc en Γ, betrekking hebbend op een meting bij 20 °C aan een stapeling van droge B7-glasparels ($(\rho c)_s = 1{,}21.10^6$ $Jm^{-3}K^{-1}$; $\lambda_s = 0{,}1963$ $Wm^{-1}K^{-1}$; $\Gamma_s = 3{,}95.10^{-4}$ m^2KW^{-1}).

criterium: Γ gelijk op twee tijdsintervallen						
te vergelijken intervallen	λ $(Wm^{-1}K^{-1})$	$\rho c.10^{-6}$ $(Jm^{-3}K^{-1})$	$\Gamma.10^4$ (m^2KW^{-1})	$\frac{\lambda-\lambda_s}{\lambda_s}$(%)	$\frac{\rho c-(\rho c)_s}{(\rho c)_s}$(%)	$\frac{\Gamma-\Gamma_s}{\Gamma_s}$(%)
[100, 200]en[100, 300]	0,1968	1,08	2,69	+0,3	-10,7	-31
[100, 200]en[200, 300]	0,1964	1,17	3,64	+0,05	- 3,3	- 7,8
[100, 300]en[200, 300]	0,1963	1,22	4,12	+0,0	+ 0,8	+ 4,3
gemiddeld	0,1965	1,16	3,48	+0,1	- 4,1	-11,9

De meeste van de conclusies die naar aanleiding van de in de tabellen 8.33 en 8.34 vermelde resultaten kunnen worden getrokken, zijn reeds bij de bespreking van de simultane λ, ρc en Γ-bepaling voor de agargelen (§ 7.6) naar voren gekomen. Resumerend kunnen wij de belangrijkste conclusies nogmaals noemen.

1. De criteria "λ gelijk op twee tijdsintervallen" en "Γ gelijk op twee tijdsintervallen" geven ongeveer dezelfde resultaten. De verschillen vallen geheel binnen de voor deze methode geldende nauwkeurigheidsgrenzen.
2. Als gevolg van toevallige kleine oneffenheden in de gemeten temperatuur-tijd-kromme $\theta_{exp}(t)$ kunnen relatief grote afwijkingen in ρc (in het voorbeeld tot circa 10%) en in Γ (in het voorbeeld tot ongeveer 30%) optreden, terwijl daarentegen de verschuivingen in λ zeer gering zijn (slechts enkele promillen).
3. Wegens het in de tijd toevallige karakter van de onder punt 2. genoemde afwijkingen kan het voldoen aan het criterium "λ (of Γ) gelijk op twee tijdsintervallen" sterk worden beinvloed door *de keuze* van de intervallen. Om deze reden dient de simultane λ, ρc en Γ-bepaling te worden uitgevoerd op meerdere tijdsintervallen. De voor ieder van de drie grootheden λ, ρc en Γ gemiddelde waarde van deze bepalingen is dan de meest waarschijnlijke waarde. De respectievelijke afwijkingen ten opzichte van λ_s, $(\rho c)_s$ en Γ_s zijn dan aanmerkelijk geringer (zie de tabellen 8.33 en 8.34). Deze werkwijze is bij alle door ons uitgevoerde λ, ρc en Γ-bepalingen gevolgd.

Zoals in het begin van § 8.7 is aangegeven komen voor een simultane λ, ρc en Γ-bepaling alleen die metingen in aanmerking met een totale meetduur in de orde van 300 s. Van de tot nu toe vermelde meetseries aan droge stapelingen behoren hiertoe de in § 8.3.2 genoemde serie van B4-glasparels met een dichtheid van 1805 kgm^{-3} bij de omgevingstemperaturen 20, 10 en 0 °C (zie tabel 8.6) en de in § 8.3.3 besproken series met B7-, B11- en B14-glasparels bij een temperatuur van 20 °C (zie tabel 8.7). In tabel 8.35 zijn de resultaten van de simultaan bepaalde λ, ρc en Γ-waarden van deze metingen weergegeven in verhouding tot respectievelijk λ_s, $(\rho c)_s$ en Γ_s (zie voor de waarden van λ_s, $(\rho c)_s$ en Γ_s de desbetreffende tabellen in de aangehaalde paragrafen). Voor de grootheid ρc is tevens opgenomen de over de duplometingen gemiddelde waarde $\overline{\rho c/(\rho c)_s}$. Voor λ en Γ heeft het opgeven van $\overline{\lambda/\lambda_s}$ respectievelijk $\overline{\Gamma/\Gamma_s}$ geen zin omdat λ_s en Γ_s voor iedere meting een andere, door de meetnauwkeurigheid bepaalde, waarde hebben. Dit in tegenstelling tot $(\rho c)_s$ die bij onze berekeningen een vaste - buiten de metingen om - gegeven grootheid is.

Tabel 8.35 Simultaan bepaalde waarden van λ, Γ en ρc voor verschillende stapelingen van droge glasparels, uitgedrukt in respectievelijk λ_s, Γ_s en $(\rho c)_s$.

zeeffractie	B4			B7	B11	B14
T(°C)	20	10	0	20	20	20
λ/λ_s	1,002 1,002	1,003 1,002	1,004 1,001	1,001 0,998	0,998 0,997	0,999 1,003
Γ/Γ_s	0,54 0,76	0,42 0,73	0,21 0,81	0,88 1,32	1,082 1,180	1,013 0,945
$\rho c/(\rho c)_s$	0,915 0,940	0,882 0,937	0,786 0,962	0,958 1,119	1,076 1,167	1,047 0,832
$\overline{\rho c/(\rho c)_s}$	0,928	0,910	0,874	1,039	1,122	0,940

De in tabel 8.35 vermelde waarden geven aanleiding tot enkele opmerkingen.

1. Per meting geeft de simultane λ, ρc en Γ-bepaling een ρc die gemiddeld zo'n 10% afwijkt van $(\rho c)_s$; uitbijters tot 20% komen voor. Gemiddeld over de duplometingen is het verschil met $(\rho c)_s$ kleiner dan 10%.
2. De verschillen tussen de simultaan bepaalde λ en λ_s zijn zonder uitzondering gering. Globaal kan worden gesteld dat een 10% andere ρc een slechts 0,2% andere λ geeft.
3. De verschuivingen in Γ worden sterk bepaald door de bij de metingen gebruikte zeeffractie. Een 10% afwijkende ρc geeft bij de "kleine" B4-glasparels een circa 40% afwijkende Γ, bij de "grote" B14-glasparels daarentegen komt 10% in ρc overeen met slechts ongeveer 3% in Γ.
4. Hoewel de meeste ρc-waarden te klein uitvallen is enige systematiek hierin bij onze metingen niet aanwijsbaar.
5. De invloed van de temperatuur op de simultane λ, ρc en Γ-bepaling is niet van dien aard dat men hier significantie aan kan toekennen.

8.7.2 De simultane λ, ρc en Γ-bepaling bij vochtige stapelingen

Wat de simultane λ, ρc en Γ-bepaling bij vochtige stapelingen betreft, is gebleken dat reeds een minimaal vochttransport tijdens een meting zo'n bepaling ongunstig beïnvloedt. Al eerder hebben wij opgemerkt (§ 8.4.1) dat de totale temperatuurstijging, gekoppeld aan de totale meetduur, hierbij een beperkende factor is. In § 7.6 is er op gewezen dat bij een simultane λ, ρc en Γ-bepaling de meetduur niet te kort mag zijn; een t_e in de orde van 200 s moet als een minimum worden beschouwd. De specificaties van de meetopstelling (hoofdstuk 6) zijn zodanig dat een temperatuurstijging van circa 0,5 °C over een meetduur van 200 s op ieder tijdstip een nauwkeurige temperatuurmeting mogelijk maakt (dus met name ook nog bij t_e = 200 s). Practisch alle uitgevoerde metingen vallen in deze categorie Gebleken is echter dat een simultane λ, ρc en Γ-bepaling bij deze metingen duidelijk te hoge ρc-waarden geeft (ruim 30%), hetgeen veroorzaakt zou kunnen worden door vochttransport tijdens de meting. Wij beperken ons daarom in deze paragraaf tot de enkele uitgevoerde metingen waarbij de totale temperatuurstijging in 200 s slechts 0,15 °C bedroeg. Deze gaven een ρc-waarde die gemiddeld zo'n 15 à 20% te hoog lag. Wel was hierbij de spreiding in de resultaten groter dan bij de metingen met een 0,5 °C totale temperatuurstijging. Op grond van de in hoofdstuk 6 genoemde specificaties van de meetopstelling lag dit ook wel in de lijn der verwachting.

In tabel 8.36 zijn de resultaten vermeld van de simultane λ, ρc en Γ-bepaling van de in § 8.4.1 genoemde metingen aan vochtige B7-glasparels (zie tabel 8.10).

Tabel 8.36 Simultaan bepaalde waarden van λ, ρc en Γ voor een stapeling van vochtige B7-glasparels, uitgedrukt in respectievelijk λ_s, $(\rho c)_s$ en Γ_s.

rangnummer van de meting	1	2	3	4	gemiddelde waarde
λ/λ_s	1,000	0,996	0,993	0,995	
$\rho c/(\rho c)_s$	1,02	1,16	1,31	1,18	1,17
Γ/Γ_s	1,04	1,29	1,56	1,35	

8.7.3 Testberekeningen met het viergebiedenmodel. Samenvatting

Ook de simultaan bepaalde λ-, ρc- en Γ-waarden zijn getoetst aan de eindvergelijking van het viergebiedenmodel. Daarbij is gebleken dat geen noemenswaard verschil optreedt ten opzichte van de overeenkomstige voor het geval "ρc bekend" uitgevoerde testberekeningen. Voor de in tabel 8.35 vermelde resultaten van de B4-glasparels bijvoorbeeld betekent dit dat de (met behulp van de simultaan bepaalde λ en Γ) in het viergebiedenmodel berekende $(\rho c)_4$ circa 3% afwijkt van de simultaan bepaalde ρc (zie tabel 8.23). Bij de in tabel 8.35 genoemde B14-glasparels bedraagt dit verschil tussen $(\rho c)_4$ en ρc ongeveer 10% (zie tabel 8.24) en voor de in § 8.7.2 besproken metingen aan de vochtige B7-glasparels (tabel 8.36) vinden wij tussen $(\rho c)_4$ en ρc een verschil van gemiddeld circa 1% (vergelijk tabel 8.26). Deze resultaten bevestigen de al eerder getrokken conclusie (zie § 8.6) betreffende de onderlinge consistentie van de met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde λ en Γ en de hierbij behorende ρc.

De simultane λ, ρc en Γ-bepaling samenvattend kan worden gesteld dat, voornamelijk als gevolg van kleine oneffenheden in de gemeten temperatuur-tijdkromme, ρc tot enkele tientallen procenten kan afwijken van de juiste waarde. *De over meerdere metingen gemiddelde ρc is bij droge stapelingen tot op circa 10%, bij vochtige stapelingen tot op 15 à 20% nauwkeurig.* De hiervan het gevolg zijnde onzekerheid in λ bedraagt slechts enkele promillen. Wat Γ betreft kan de afwijking ten opzichte van de juiste waarde oplopen van enkele procenten voor de grotere glasparels (met ongeveer dezelfde diameter als het meetelement) tot circa 40% voor de kleinere glasparels (met een diameter van slechts één tiende van die van het meetelement). Hierbij mag niet vergeten worden, dat Γ in absolute waarde dan ook ongeveer een factor tien kleiner is geworden.

9 Slotbeschouwing

Terugverwijzend naar § 1.6 kan worden geconcludeerd dat de daar genoemde doelstelling in een belangrijke mate is bereikt. Vastgesteld kan worden dat het gemodificeerde Jaegermodel als een voldoend nauwkeurige beschrijving van "het meetelement in het medium" kan worden gezien, met behulp waarvan de thermische parameters λ en ρc van een medium (in ons geval als regel een korrelstructuur) en de contactweerstand Γ tussen het meetelement en het medium - ieder met zijn eigen specifieke nauwkeurigheid - kunnen worden bepaald.

Voor berekeningen waarbij wordt uitgegaan van de situatie "ρc bekend" kan λ tot op ongeveer 1% absoluut nauwkeurig worden bepaald, terwijl de reproduceerbaarheid beter dan 0,5% is. De contactweerstand Γ komt als een fysisch relevante grootheid naar voren. Het vaststellen van een absolute nauwkeurigheid voor Γ is moeilijk omdat verschillende parameters (zoals de stapelingsdichtheid, het vochtgehalte en in mindere mate de temperatuur) de grootte van Γ sterk kunnen beïnvloeden. Nader onderzoek, vooral in de vorm van uitvoerige metingen onder goed gekozen condities, is nodig om het gedrag van Γ met betrekking tot deze parameters beter te kunnen begrijpen. Zeer consistent is het gedrag van Γ met betrekking tot de gemiddelde korreldiameter (d). Uitgaande van de voorstelling waarbij Γ wordt toegeschreven aan een zich om het meetelement bevindende effectieve luchtspleet, blijkt deze spleet voor korreldiameters tussen 0,1 en 1 mm circa 0,05 d dik te zijn. Globaal beschouwd lijkt het er op dat Γ gemiddeld tot op enkele tientallen procenten nauwkeurig is en tot op circa 5% reproduceerbaar.

De hierboven genoemde resultaten met het gemodificeerde Jaegermodel zijn vooral mogelijk gebleken dankzij:

1. de specificaties van de meetopstelling in zijn geheel, die zodanig zijn dat de temperatuur-tijdkromme kan worden bepaald met in de temperatuurstijging per seconde een onnauwkeurigheid die kleiner is dan 0,001 ^{o}C.
2. de methode "$\gamma_1 = \gamma_2$", gevolgd door een iteratie in λ, waardoor de grootheden t_0, γ en λ nauwkeurig kunnen worden bepaald.
3. de nauwkeurigheid (tot op enkele promillen) waarmee de effectieve afstand R met behulp van ijkmetingen aan agargelen kan worden bepaald. Daardoor kan dan via γ (punt 2) ook Γ_ℓ (of Γ) nauwkeurig worden berekend.

Uit de talrijke, onder gevarieerde condities verrichte metingen, zijn het vooral de metingen aan de agargelen en in een mindere mate de metingen aan de met water verzadigde korrelstructuren geweest, die de mogelijkheid bieden een positieve uitspraak te doen over de betrouwbaarheid van het gemodificeerde Jaegermodel. Geheel los hiervan hebben de contrôleberekeningen met het viergebiedenmodel eens te meer de bruikbaarheid van het gemodificeerde Jaegermodel bevestigd. Deze contrôle betrof:

a. het vergelijken van de via het viergebiedenmodel berekende R met die welke via het gemodificeerde Jaegermodel is bepaald. Voor elk der elementen is het verschil steeds kleiner dan 0,5%.
b. het vergelijken van de via het viergebiedenmodel bepaalde $(\rho c)_4$ met de in het gemodificeerde Jaegermodel ingevoerde $(\rho c)_s$. De verschillen bedragen gemiddeld circa 3%. Aanwijzingen zijn gevonden dat de bruikbaarheid van beide modellen minder wordt naarmate de korrels groter worden. Als grens zou men kunnen stellen dat de korreldiameter niet groter mag zijn dan de diameter van het meetelement. Het minder consistente gedrag van $(\rho c)_4$ ten opzichte van $(\rho c)_s$ voor metingen aan vochtige stapelingen wijst op een mogelijk vochttransport. Het is zonder meer duidelijk dat bij vochttransport tijdens een meting de gebruikte rekenwijze voor beide modellen ongeschikt is om het warmtetransport bij het meetelement nauwkeurig te beschrijven.

Bij de simultane λ, ρc-bepaling voor de gevallen waarbij $\Gamma = 0$ gesteld kan worden (bijvoorbeeld voor metingen aan met water verzadigde korrelstructuren), is ρc gemiddeld tot op 5 à 10% nauwkeurig. Bij deze simultane bepaling komt vanzelfsprekend een wat andere numerieke waarde van λ voor den dag dan bij de methode "ρc bekend". Evenwel is deze verschuiving in λ verwaarloosbaar ten opzichte van de al eerder voor λ vastgestelde onnauwkeurigheid van 1%.

Voor het meest algemene geval, de simultane λ, ρc en Γ-bepaling, ligt globaal beschouwd de onnauwkeurigheid in ρc tussen de 10 en 20%. De hierdoor in λ optredende verschuiving bedraagt slechts enkele promillen; die in Γ kan, afhankelijk van de korrelgrootte, variëren tussen 1 en 40%. De relatief grote onnauwkeurigheid in ρc is geheel het gevolg van de ongevoeligheid van λ en Γ voor de keuze van het regressie-tijdsinterval, ook als een verkeerde waarde van ρc is ingevoerd. Dit bezwaar is derhalve inherent aan de bij de simultane λ, ρc en Γ-bepaling gevolgde werkwijze.

Bij vochtige stapelingen kan zelfs een minimaal vochttransport tijdens de meting een simultane λ, ρc en Γ-bepaling nadelig beïnvloeden. Het valt te verwachten dat fase-overgangen (verdampen, smelten) in de vochtige korrelstapeling

soortgelijke effecten zullen veroorzaken. Met het oog op de in de toekomst uit te voeren metingen aan "bevroren" korrelstructuren, waarbij tijdens een meting enig ijs kan smelten, moet de methode nog verder worden ontwikkeld om werkelijk nauwkeurige ρ_c-waarden te kunnen verwachten.

Samenvatting

Kennis van de warmte-eigenschappen van korrelstructuren (zoals een poeder, een zandgrond, enz.,enz.) is belangrijk zowel bij fundamenteel onderzoek als bij uiteenlopende toepassingen in de techniek en in de landbouw. Wat de landbouw betreft kan worden gedacht aan de betekenis van de *warmtegeleidingscoëfficiënt* λ en de *volumetrische warmtecapaciteit* ρc van de grond voor de warmtehuishouding nabij het aardoppervlak, dat wil zeggen het gebied waarin zich de plant bevindt.

Het in dit proefschrift beschreven onderzoek heeft tot doel gehad het ontwikkelen van een meetmethode (een "*niet-stationaire naaldmethode*") met behulp waarvan de thermische parameters λ en ρc van een medium kunnen worden bepaald. In het bijzonder moet deze meetmethode toepasbaar zijn voor gebruik in korrelige media, bij voorkeur ook indien deze vocht bevatten.

Bij metingen volgens de niet-stationaire naaldmethode wordt een naaldvormig element in het te onderzoeken medium aangebracht. Vervolgens wordt met behulp van een elektrische stroom in de naald warmte opgewekt. Afhankelijk van de warmte-eigenschappen van het medium wordt deze warmte sneller of langzamer door het medium opgenomen, tengevolge waarvan de temperatuur van de naald zelf langzamer of sneller stijgt. Door de temperatuur in de naald gedurende een zekere tijd te meten en door na te gaan *hoe* de temperatuur in de naald verandert, is het mogelijk λ en ρc te berekenen. Omdat een korrelstructuur in het algemeen een gebrekkig contact maakt met de gladde wand van de naald, heeft men bij het meten in een korrelstructuur ook nog te maken met een *contactweerstand* Γ tussen meetelement en medium.

In het besproken onderzoek wordt onderscheid gemaakt tussen situaties waarbij ρc *bekend* is (vaak in een meer of mindere mate van nauwkeurigheid het geval) en situaties waarbij ρc als *onbekend* moet worden beschouwd. De metingen zijn uitgevoerd aan goed gedefinieerde media. Gemeten is aan *agargelen* van zeer geringe concentratie, aan droge en vochtige *glasparelstapelingen* en aan droog en vochtig *zilverzand*. Om in vochtige korrelstructuren de invloed van vochttransport als gevolg van de meting zelf zoveel mogelijk te beperken dient de meetduur kort te zijn (maximaal 300 s) en de totale temperatuurstijging gedurende een meting gering (maximaal 0,5 ^{o}C). De agargelen zijn gebruikt wegens de ijkmogelijkheden: de

thermische parameters zijn nagenoeg gelijk aan die van zuiver water, terwijl de contactweerstand tussen element en medium nul kan worden gesteld.

Het *meetelement* en de meetopstelling worden in § 3.2 schetsmatig beschreven. Het meetelement is een constructie waarbij een dubbelgevouwen constantaan-stookdraad en de "warme las" van een manganin-constantaan thermo-element zijn ondergebracht binnen een roestvrijstalen omhulsel (uitwendige diameter 1 mm). De totale lengte van het element bedraagt 210 mm. De overblijvende ruimte in het element wordt opgevuld met een plastisch blijvende, elektrisch goed isolerende siliconen-rubberpolymeer. De "koude las" van het thermo-element bevindt zich in een gelijksoortig omhulsel (waarin vanzelfsprekend de stookdraad ontbreekt) dat wordt aangeduid als referentie-element. Meetelement en referentie-element bevinden zich in de as van respectievelijk de meetcylinder en de referentiecylinder (beide 240 mm lang en 120 mm in diameter). Deze beide cylinders worden gevuld met het te onderzoeken medium en te zamen in een thermostaatbad geplaatst. De stookstroom wordt geleverd door een gelijkstroombron. De gedurende een periode van enkele minuten éénmaal per seconde gemeten thermospanning wordt via een zeer gevoelige meetversterker geleid naar een gegevensverwerkend systeem en op ponsband vastgelegd. Omdat de meetduur in de orde van 300 s ligt en omdat de totale temperatuurstijging niet meer dan 0,5 ^{o}C mag bedragen is de temperatuurstijging per seconde aan het eind van een meting kleiner dan 0,001 ^{o}C. Hoge eisen worden derhalve gesteld aan het meetcircuit om een dergelijke temperatuurstijging adequaat te kunnen volgen. In hoofdstuk 6 wordt de meetopstelling in detail besproken. Tevens wordt daar de apparatuur beschreven met behulp waarvan een goed gedefinieerde al dan niet vochtige korrelstructuur kan worden verkregen.

In hoofdstuk 2 wordt een literatuuroverzicht gegeven betreffende de niet-stationaire draad- respectievelijk naaldmethode. Daaruit blijkt dat voor de theoretische beschrijving van het temperatuurverloop in en om het meetelement vaak gebruik wordt gemaakt van de ideale-lijnbronoplossing (beschreven in § 2.3). Deze oplossing blijkt voor metingen zoals in de doelstelling van dit onderzoek omschreven minder goed bruikbaar en voor de bepaling van de contactweerstand zelfs zonder meer ongeschikt. Een beter uitgangspunt geven de in § 2.4 besproken cylindermodellen van Blackwell (1954), Jaeger (1956) en De Vries & Peck (1958a), waarbij de thermische parameters van het meetelement en de contactweerstand beter tot hun recht komen. Wat de wiskundige analyse betreft bestaat er een grote mate van overeenkomst tussen de drie modellen. De verschillen hebben vooral betrekking op de samenstelling en de warmte-eigenschappen van de cylinder, op de plaats waar zich de warmtebron bevindt en op de plaats waar de temperatuurstijging wordt

gemeten.

In hoofdstuk 3 wordt beschreven hoe het cylindermodel van Jaeger als uitgangspunt kan dienen voor een passend model van het meetelement. De ontwikkeling van dit model vindt plaats in twee stappen. Als eerste stap wordt het geïdealiseerde meetelement ingevoerd. Hierin is de dubbelgevouwen stookdraad vervangen door een cylindervormige kern, daaromheen als een coaxiale cylinder de vulstof en tenslotte om dit geheel het roestvrijstalen omhulsel. De positie P van de oneindig klein gedachte thermolas in de vulstof wordt gegeven door middel van de *effectieve afstand* R tot de as van het element. De tweede stap, in feite de definitie van het *gemodificeerde Jaegermodel* (§ 3.4), houdt in dat via enkele goed gekozen veronderstellingen het geïdealiseerde meetelement met voldoende nauwkeurigheid kan worden beschreven door de massieve, perfect geleidende cylinder met contactweerstand uit het model van Jaeger. Aangetoond wordt hoe dankzij het invoeren van R de mogelijkheid aanwezig is de contactweerstand Γ te bepalen uit de gemeten totale overgangsweerstand $\Gamma_{\ell,0}$ verminderd met dat gedeelte van de inwendige warmteweerstand van het meetelement dat zich "buiten" P bevindt en aangeduid wordt als $W_{\ell,i}$. Een experimentele waarde voor $W_{\ell,i}$ kan worden gevonden uit de resultaten van de in hoofdstuk 7 beschreven ijkmetingen aan de agargelen (waarbij $\Gamma = 0$ is).

Hoofdstuk 4 beschrijft de wijze waarop de analyse van het gemeten temperatuurverloop plaats vindt. Hierbij wordt een door de meting bepaalde *tijdcorrectie* t_0 ingevoerd. Deze t_0 speelt een belangrijke rol bij de bepaling van λ, ρc en Γ. Verschillende methoden voor de bepaling van t_0 worden besproken. Eén ervan heeft duidelijke voordelen boven de andere. Vervolgens (§ 4.5) wordt aangegeven hoe bij de methode "ρc bekend" de grootheden λ en Γ (indien $W_{\ell,i}$ bekend is) kunnen worden bepaald. Bij de methode "ρc onbekend", dat wil zeggen een simultane bepaling van λ, ρc en Γ (§ 4.6) wordt met ρc als parameter de bij de methode "ρc bekend" gevolgde werkwijze uitgevoerd op verschillende tijdsintervallen. Met behulp van het additionele gegeven dat de gevonden λ en Γ onafhankelijk moeten zijn van het gekozen tijdsinterval kan vervolgens ρc, en daarmee tevens λ en Γ, worden bepaald.

Ter verificatie van het gemodificeerde Jaegermodel is er behoefte aan een contrôle op de met behulp van dit model bepaalde grootheden. Het gaat hierbij in de eerste plaats om de via ijkmetingen aan agargelen bepaalde effectieve afstand R, maar in de tweede plaats ook om de bij de metingen aan korrelstructuren bepaalde grootheden λ, ρc en Γ. Deze contrôle vindt plaats met behulp van het in hoofdstuk 5 beschreven *viergebiedenmodel*. Karakteristiek voor dit model is het werken met laplacegetransformeerde meetresultaten die worden gelijkgesteld aan

de oplossingen van laplacegetransformeerde differentiaalvergelijkingen. Met deze aanpak kunnen zowel de thermische parameters als de afmetingen van de onderdelen van het meetelement beter in rekening worden gebracht dan bij het gemodificeerde Jaegermodel. Een ander voordeel van het viergebiedenmodel ten opzichte van het gemodificeerde Jaegermodel is de nieuwe wijze waarop de temperatuur-tijdkromme wordt verwerkt. In het gemodificeerde Jaegermodel wordt namelijk het eerste gedeelte van de temperatuur-tijdkromme buiten beschouwing gelaten, in het viergebiedenmodel daarentegen wordt de *gehele* kromme (dus vanaf $t = 0$) gebruikt. Hierdoor zijn de beide modellen in een zekere mate als onafhankelijk van elkaar te beschouwen. Ook met het viergebiedenmodel kan de effectieve afstand R worden bepaald uit ijkmetingen aan agargelen. Met behulp van deze R komt men voor ieder element tot één karakteristieke vergelijking waarin λ, ρc en Γ als onbekenden voorkomen. Deze vergelijking biedt de mogelijkheid de via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde waarde voor λ en voor Γ samen met de vooraf ingevoerde $(\rho c)_s$-waarde van de stapeling op hun onderlinge consistentie te toetsen.

In hoofdstuk 7 komen de ijkmetingen aan de agargelen ter sprake. Als eerste resultaat worden de met behulp van het gemodificeerde Jaegermodel bij verschillende temperaturen bepaalde λ-waarden vergeleken met de overeenkomstige door Powell et al. (1966) gevonden λ-waarden voor zuiver water; de verschillen bedragen niet meer dan 1%. Ook de λ-waarden van de met drie verschillende elementen bij dezelfde temperatuur uitgevoerde metingen variëren niet meer dan 1%, terwijl de reproduceerbaarheid van de metingen gemiddeld beter dan 0,5% is. De conclusie lijkt gerechtvaardigd dat de door ons bepaalde λ-waarden absoluut tot op ongeveer 1% nauwkeurig zijn. Daarnaast worden de via het gemodificeerde Jaegermodel gevonden resultaten gebruikt ter bepaling van de inwendige warmteweerstand $W_{\ell,i}$ en de effectieve afstand R. Voor ieder element komen $W_{\ell,i}$ en R als karakteristieke grootheden naar voren. De spreiding in $W_{\ell,i}$ is gemiddeld 3%, die in R gemiddeld 0,3%. In § 7.4 wordt besproken hoe R ook bepaald kan worden met het viergebiedenmodel. Voor ieder element wijkt de aldus berekende R minder dan 0,5% af van de overeenkomstige met het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde waarde. Dit resultaat kan worden opgevat als een eerste rechtvaardiging met betrekking tot het gebruik van het gemodificeerde Jaegermodel. Tenslotte blijkt nog (§ 7.5) dat als gevolg van de geringe invloed van ρc op λ reeds een globale schatting van ρc voldoende is om via het gemodificeerde Jaegermodel λ nauwkeurig te kunnen bepalen.

In hoofdstuk 8 tenslotte komen de metingen aan glasparelstapelingen en aan zilverzand ter sprake. Wat de meetresultaten voor λ betreft is het beeld (voor zover vergelijkbaar) geheel overeenkomstig dat van de agargelmetingen. Wat betreft de uitkomsten van Γ blijkt globaal genomen dat deze tot op 5% reproduceer-

baar zijn en tot op enkele tientallen procenten nauwkeurig. Zeer duidelijk en systematisch manifesteert zich de invloed van de korreldiameter op de grootte van de contactweerstand: Γ neemt ongeveer lineair toe met de diameter. Minder duidelijk is het gedrag van Γ met betrekking tot de stapelingsdichtheid, het vochtgehalte en de temperatuur. De metingen aan de met water verzadigde stapelingen geven binnen de meetnauwkeurigheid voor Γ de waarde nul. De simultane λ, ρc-bepaling bij deze stapelingen resulteert in een ρc-waarde die tot op 5 à 10% nauwkeurig is. De contrôleberekeningen met het viergebiedenmodel geven gemiddeld een $(\rho c)_4$ die slechts 3% afwijkt van de vooraf bij de berekeningen in het gemodificeerde Jaegermodel ingevoerde $(\rho c)_s$, een resultaat dat voor ons werk de bruikbaarheid van het gemodificeerde Jaegermodel definitief bevestigt. Afwijkingen treden op indien de korreldiameter van dezelfde grootte als die van het meetelement wordt en ook bij metingen aan onverzadigd vochtige stapelingen. Tenslotte blijkt de simultane λ, ρc en Γ-bepaling gemiddeld over meerdere metingen een ρc-bepaling tot op 10 à 20% mogelijk te maken. Voor een nauwkeurige bepaling van λ en Γ is dit in het algemeen ruim voldoende.

Summary

Precise numerical data on the thermal properties of granular materials are significant not only for fundamental research but also for a variety of applications in agriculture, science and technology. In agricultural research, the thermal conductivity and the heat capacity of the soil are relevant quantities in calculation of the heat balance at the soil surface. Thermal properties and differences in them under various conditions can provide useful information too on the freezing process and structure of frozen soil.

To investigate these thermal properties of granular materials, the research reported in this thesis dealt with the development of a proper measuring device for *thermal conductivity* and *heat capacity* of these substances. The well known *non-stationary needle-method* was re-examined to improve theoretical treatment, construction of the measuring probe (the needle) and instrumentation. The study also provided a better physical understanding of *contact resistance* between the needle surface and the surrounding medium. The research achieved simultaneous measurement of thermal conductivity (λ), volumetric heat capacity (ρc) and contact resistance (Γ). Soil contains a variable amount of water. During measurement, migration of water might seriously disturb results. Thermal conductivity and heat capacity are defined for steady state, where possible heat effects resulting from migration of water (heat transfer by fluid flow or by transport of latent heat) are absent. To meet this complication, the total measuring time must be very short (maximum 300 s) and the final temperature rise very small (maximum 0,5 ^{o}C). With these precautions, any transport of moisture was sufficiently suppressed to make the resulting effect on the steady-state thermal parameters negligible.

We distinguished the approach where volumetric heat capacity (ρc) was previously *known* and the approach where this quantity was previously *unknown*. In most laboratory measurements, the first approach applies with reasonable accuracy In many outdoor measurements (especially in agricultural research), ρc is previously unknown. The experiments dealt with well defined model materials, i.e. dilute agar gels, dry and wet glass beads and dry and wet silver sand. Agar gels were chosen because their thermal conductivity and volumetric heat capacity were almost equal to those of pure water. Moreover the contact resistance between the needle surface and the agar gel can be assumed to be zero.

An outline of the experimental set-up and of the measuring sensor are given in § 3.2. The needle-shaped sensor consisted of a double-fold constantan heating wire and the heat junction of a manganin-constantan thermocouple which were carefully fitted into a stainless-steel envelope. To fix the position of the heating wire and the thermocouple in the cylindrical envelope and to prevent electrical contact, the remaining space was filled with silicon rubber. The diameter of the needle was 1 mm and its length 210 mm. As reference element the cold junction of the thermocouple was fitted into another stainless-steel cylinder, completely equal to the sensor needle (but without the heating wire). The measuring sensor and the reference element were fitted into the axes of the measuring cylinder and the reference cylinder, respectively. The dimensions of these cylinders were equal (both of length 240 mm and of diameter 120 mm). The two cylinders were filled with the material to be examined and were placed in a constant-temperature liquid bath. The electrical current for heating was provided by a direct-current source. During the measuring time of several minutes, the temperature in the needle was recorded once per second. Through a very sensitive amplifier, the data were recorded on paper tape by a data logger. The conditions that the measuring time must be of the order of 300 s and that the total temperature increase may not exceed 0,5 ^{o}C, implies that the temperature rate near the end of the measuring time will be less than 0,001 $^{o}Cs^{-1}$. The measuring device must meet very high requirements to detect such small temperature increases . Chapter 6 describes the total set-up of the measuring device in detail and the equipment used to prepare a well defined dry or wetted granular structure.

Chapter 2 reviews literature on the non-stationary wire method, the non-stationary needle method and the various types of needle sensors. The simple line-source analysis (reproduced in § 2.3) is still often used for theoretical description of the temperature-time curve in the measuring needle and in the surrounding medium. However this system of analysis is not sufficiently accurate to allow simultaneous measurement of thermal conductivity λ and volumetric heat capacity ρc, and it is even impossible to measure contact resistance Γ in this way. More accurate results may be obtained from the theoretical approach of Blackwell (1954), Jaeger (1956) and de Vries & Peck (1958a), who started from a cylindrical model of the measuring needle (§ 2.4), which accounted for the different thermal properties of needle and surroundings. Size of the needle and its components, and contact resistance are also introduced in that model. The approach of the three groups of workers is very similar mathematically. There were differences in the composition and the thermal properties of the cylinder and in the

position of the heating wire and of the temperature sensor.

Chapter 3 develops an adapted model for the measuring needle, based on that of Jaeger and called the *modified Jaeger model*. It fitted well into the aims of our study and was developed in two steps. First, we introduced some simplifying assumptions on the measuring needle. The double-fold heating wire was replaced in our model by a cylindrical core; around that core the silicon rubber was placed as a coaxial cylinder enveloped in turn by the outer steel cylinder. The hot junction of the thermocouple was assumed to be infinitely small and its position P was given by the effective radial distance R to the axis of the system. Second, we identified our measuring needle with the solid, perfectly conducting cylinder of the original Jaeger model and so defined the modified Jaeger model (§ 3.4). Introduction of the radial distance R facilitated estimation of the real contact resistance Γ between the needle surface and the surroundings. The internal resistance $W_{\ell,i}$ between P and the wall of the needle could then be subtracted from the measured total heat resistance $\Gamma_{\ell,o}$. A reliable value for $W_{\ell,i}$ was obtained with agar gels, for which real contact resistance Γ was zero (chapter 7).

In chapter 4 numerical mathematical analysis of the observed temperature--time curve is described. A *time correction* t_0 had to be introduced for definite determination of λ, ρc and Γ. This quantity t_0 primarily depended on the resulting measurements. Different methods of calculating t_0 are discussed in § 4.4. One proved best in giving much more precise and reliable results than the others. Thermal conductivity λ and contact resistance Γ were then evaluated for "ρc known" (§ 4.5). In § 4.6 the method for "ρc unknown" was developed and allowed for simultaneous estimation of λ, ρc and Γ. This simultaneous estimation was approached by repeating the procedure of "ρc known" for different values of ρc and for different time intervals. The correct value of ρc was that for which λ (or Γ) was independent of the chosen time interval.

To verify the modified Jaeger model, the quantities λ and Γ estimated with this model, needed to be checked. The first check was on the effective distance R as calculated from the results of the agar gel measurements. The second was on the quantities λ, Γ and ρc as measured for glass beads and silver sand. The means of checking was called the *four-regions model* (chapter 5). Characteristic for the model was the operation with the Laplacian transforms of the measuring results, seen as the solutions of the Laplacian-transformed differential equations of heat conduction. In the four-regions model, the thermal properties and the size of the needle were better expressed than in the modified Jaeger model. Another advantage of the four-regions model was the way in which the temperature curve was used.

The modified Jaeger model does not use the first part of the temperature-time curve, whereas the four-regions model uses the complete curve (from t = 0). So the two models are more or less independent of each other. In the four-regions model too, the effective distance R can be calculated from test measurements with the agar gels. With this value of R we can derive an equation for λ, ρc and Γ, characteristic for each needle. This equation allows testing of the quantities λ and Γ from the modified Jaeger model and $(\rho c)_s$ of the bulk test material for their mutual consistency.

In chapter 7 test measurements with the agar gels are discussed. The values of λ were compared with those of Powell et al. (1966), who measured the thermal conductivity of pure water. The differences were less than 1%. The differences in the values for λ, measured with several needles were not more than 1% either, and the reproducibility of the measurements was within 0,5%. In conclusion, the values of λ probably accurate to within 1%. The test measurements can also be used to calculate the internal heat resistance $W_{\ell,i}$ and the effective distance R. For each element $W_{\ell,i}$ and R are characteristic and were measurable to an accuracy of 3 and 0,3%, respectively. For each element, the average relative difference between the value of R from the four-regions model (§ 7.4) and that from the modified Jaeger model (§ 7.3) proved to be less than 0,5%, a remarkably low value that justified continuation of work on the modified Jaeger model. As a result of the slight influence of ρc on λ (§ 7.5) a rough estimate of ρc was sufficient to calculate an accurate value of λ.

Chapter 8 finally, describes measurements with the glass beads and the silver sand. For thermal conductivity λ, the results corresponded to those for agar gels (so far as comparable). For contact resistance Γ, average reproducibility was about 5% and accuracy was within an average of 10-20%. The influence of diameter of the grains of a dry granular material on the value of Γ was distinct and systematic: Γ increased almost rectilinearly with diameter. The relation of Γ to packing density, moisture content and temperature was less clear. Measurements with glass beads saturated with water showed that (within the accuracy) Γ was zero. The simultaneous estimation of λ and ρc for these materials resulted in a value for ρc accurate to within an average of 5-10%. The four-regions model used the "measured" λ and Γ to obtain a volumetric heat capacity $(\rho c)_4$. The difference between $(\rho c)_4$ and the original value $(\rho c)_s$ averaged not more than 3%. This result provides confirmation of the usefulness of the modified Jaeger model. Deviations were found when the diameter of the grains was of the same magnitude as the diameter of the needle and when the measured system was unsaturated moist glass beads. Simultaneous estimation of λ, ρc and Γ averaged over a group of measure-

ments gave a ρ_c accurate to within 10-20%. In general, such accuracy is more than adequate for accurate estimation of λ and Γ.

Aanhangsel

Aanhangsel 1 Hulptabel voor het oplossen van vergelijking (5.41) uit het vier-gebiedenmodel

Door de geringe afmetingen van het meetelement blijken in alle gevallen slechts kleine waarden van de argumenten van de besselfuncties op te treden. Bij de berekening van tabel A1.1 kon daarom van de volgende reeksontwikkelingen gebruik worden gemaakt (Abramowitz & Stegun (1964)):

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} + \frac{x^6}{2304} + \frac{x^8}{147456} + \ldots \qquad (A1.1)$$

en

$$K_0(x) = -\left\{\ln \frac{x}{2} + 0{,}577216\right\} I_0(x) + \frac{x^2}{4} + \frac{3x^4}{128} + \frac{11x^6}{13824} + \ldots \qquad (A1.2)$$

Wegens $I_1(x) = I_0'(x)$ en $K_1(x) = -K_0'(x)$ volgt hieruit direct:

$$I_1(x) = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{16} + \frac{x^5}{384} + \frac{x^7}{18432} + \ldots \qquad (A1.3)$$

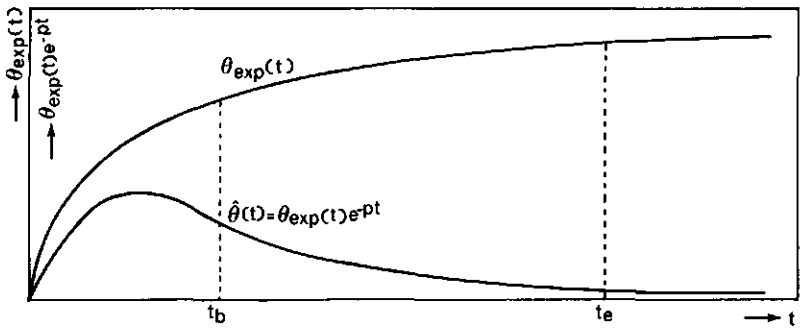
en

$$K_1(x) = \left\{\ln \frac{x}{2} + 0{,}577216\right\} I_1(x) + \frac{I_0(x)}{x} - \frac{x}{2} - \frac{3x^3}{32} - \frac{11x^5}{2304} - \ldots \qquad (A1.4)$$

Tabel A1.1 Waarden van verschillende in het viergebiedenmodel gebruikte functies.

$x \equiv q_4 v$	q_4	$K_1(x)/K_0(x)$	$\log(K_1(x)/K_0(x))$	$q_4 K_1(x)/K_0(x)$
0,01	20	21,17533	1,32583	423,506
0,02	40	12,40046	1,09344	496,021
0,03	60	9,18207	0,96294	550,923
0,04	80	7,46980	0,87331	597,585
0,05	100	6,39312	0,80571	639,308
0,06	120	5,64760	0,75186	677,706
0,07	140	5,09782	0,70738	713,687
0,08	160	4,67394	0,66968	747,825
0,09	180	4,33615	0,63710	780,499
0,10	200	4,05997	0,60852	811,989
0,11	220	3,82954	0,58315	842,505
0,12	240	3,63403	0,56039	872,170
0,13	260	3,46586	0,53981	901,121
0,14	280	3,31950	0,52107	929,454
0,15	300	3,19084	0,50391	957,263
0,16	320	3,07677	0,48810	984,578
0,17	340	2,97487	0,47347	1011,46
0,18	360	2,88322	0,45988	1037,96
0,19	380	2,80032	0,44721	1064,13
0,20	400	2,72492	0,43535	1089,96
0,21	420	2,65603	0,42423	1115,52
0,22	440	2,59280	0,41377	1140,83
0,23	460	2,53455	0,40390	1165,89
0,24	480	2,48071	0,39458	1190,75
0,25	500	2,43076	0,38574	1215,37
0,26	520	2,38428	0,37736	1239,83
0,27	540	2,34094	0,36939	1264,11
0,28	560	2,30039	0,36180	1288,21
0,29	580	2,26237	0,35456	1312,16
0,30	600	2,22665	0,34765	1335,98

Aanhangsel 2 Laplacetransformatie van $\theta_{exp}(t)$



Figuur A2.1 $\theta_{exp}(t)$ en $\theta_{exp}(t)e^{-pt}$ als functie van t.

De laplacegetransformeerde temperatuur $\overline{\theta}$ is per definitie:

$$\overline{\theta} = \int_0^{\infty} \theta_{exp}(t)e^{-pt}dt \qquad (A2.1)$$

Schrijf:

$$\overline{\theta} \equiv \overline{\theta}_I + \overline{\theta}_{II} \qquad (A2.2)$$

met:

$$\overline{\theta}_I \equiv \int_0^{t_b} \hat{\theta}(t)dt \qquad (A2.3)$$

en:

$$\overline{\theta}_{II} \equiv \int_{t_b}^{\infty} \hat{\theta}(t)dt \qquad (A2.4)$$

en waarbij:

$$\hat{\theta}(t) \equiv \theta_{exp}(t)e^{-pt} \tag{A2.5}$$

De bijdrage $\overline{\theta}_I$ wordt voldoende nauwkeurig benaderd met behulp van een numerieke integratie volgens de parabolische regel (herhaalde toepassing van de integratieformule van Simpson). Indien het segment $[0, t_b]$ wordt verdeeld in een even aantal (n) intervallen, geldt:

$$\overline{\theta}_I \approx \frac{h}{3}\left\{\hat{\theta}(0) + 4\left\{\hat{\theta}(0) + \hat{\theta}(3) + \ldots + \hat{\theta}(n-1)\right\} + 2\left\{\hat{\theta}(2) + \hat{\theta}(4) + \ldots + \hat{\theta}(n-2)\right\} + \hat{\theta}(n)\right\} \tag{A2.6}$$

waarin

$$h = t_b/n \tag{A2.7}$$

Aangezien in onze experimenten de temperatuur iedere seconde wordt gemeten ligt het voor de hand $h = 1$ te kiezen (dus $n = t_b$). Voor $t_b >> v^2/a$ kan $\theta_{exp}(t)$ voldoende nauwkeurig worden beschreven door (zie de formules (4.9) en (4.10)):

$$\theta_{exp}(t) \approx A \ln(t + t_0) + B + E\frac{\ln t}{t} \tag{A2.8}$$

Schrijf:

$$\overline{\theta}_{II} \equiv \overline{\theta}_{II,1} + \overline{\theta}_{II,2} + \overline{\theta}_{II,3} \tag{A2.9}$$

Dan is:

$$\overline{\theta}_{II,1} = A\int_{t_b}^{\infty} e^{-pt}\ln(t + t_0)dt = \frac{A}{p}e^{-t_b}\ln(t_b + t_0) + \frac{A}{p}e^{pt_0}E_1\left\{p(t_b + t_0)\right\} \tag{A2.10}$$

Hierin is de functie $E_1(x)$ gedefinieerd als

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}\, dy \qquad \text{(A2.11)}$$

In alle berekeningen is $x = p(t_b + t_0) > 1$, waardoor gebruik gemaakt kan worden van de benadering (zie Abramowitz & Stegun (1964), blz. 231).

$$xe^x E_1(x) = \frac{x^2 + a_1 x + a_2}{x^2 + b_1 x + b_2} + \varepsilon(x) \qquad \text{(A2.12)}$$

met

$a_1 = 2{,}334733$ $\qquad$ $b_1 = 3{,}330657$

$a_2 = 0{,}250621$ $\qquad$ $b_2 = 1{,}681534$

en waarin

$$|\varepsilon(x)| < 5.10^{-5}$$

Verder:

$$\bar{\theta}_{II,2} = B \int_{t_b}^\infty e^{-pt} dt = \frac{B}{p} e^{-pt_b} \qquad \text{(A2.13)}$$

Tenslotte:

$$\bar{\theta}_{II,3} = E \int_{t_b}^\infty \frac{e^{-pt} \ln t}{t}\, dt \qquad \text{(A2.14)}$$

Voer in:

$$x = t/t_b \tag{A2.15}$$

Dan vindt men:

$$\bar{\theta}_{II,3} = E \int_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-pt_b x}(\ln t_b + \ln x)}{x}\, dx =$$

$$E(\ln t_b)E_1(pt_b) + E \int_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-pt_b x} \ln x}{x}\, dx =$$

$$E(\ln t_b)E_1(pt_b) + E\Big\{0{,}989056 + 0{,}577216 \ln(pt_b) +$$

$$\frac{1}{2}\Big\{\ln(pt_b)\Big\}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(pt_b)^n}{n!n^2}\Big\} \tag{A2.16}$$

$E_1(pt_b)$ is opnieuw de functie (A2.11). De uitwerking van de laatste integraal is gegeven in aanhangsel 3.

Aanhangsel 3 De integraal $I(\beta) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-\beta x} \ln x}{x}\, dx \qquad (\beta > 0)$

Uit de integraal

$$I(\beta) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-\beta x} \ln x}{x}\, dx \qquad (\beta > 0) \tag{A3.1}$$

vindt men door differentiatie naar de parameter β, gevolgd door partiële integratie naar x:

$$\frac{dI}{d\beta} = -\frac{1}{\beta}\int_1^{\infty} \frac{e^{-\beta x}}{x}\,dx \equiv \frac{1}{\beta}\,Ei(-\beta) \qquad (A3.2)$$

Invullen van de reeksontwikkeling voor $Ei(-\beta)$:

$$Ei(-\beta) = C_E + \ln\beta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta^n}{n!n} \qquad (A3.3)$$

waarin C_E de constante van Euler is:

$$C_E = 0{,}5772156649...$$

en vervolgens een term-voor-term-integratie van het rechterlid van (A3.2) levert:

$$I(\beta) = K^* + C_E \ln\beta + \frac{1}{2}\ln^2\beta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta^n}{n!n^2} \qquad (A3.4)$$

Hierin is K^* een nog te bepalen integratieconstante. Blijkbaar geldt:

$$K^* = I(1) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!n^2} \qquad (A3.5)$$

Partiële integratie leert dat:

$$I(1) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-x}\ln x}{x}\,dx = \int_1^{\infty} e^{-x} d(\tfrac{1}{2}\ln^2 x) = \frac{1}{2}\int_1^{\infty} e^{-x}\ln^2 x\,dx \qquad (A3.6)$$

Uit de gammafunctie:

$$\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1}e^{-x}dx \qquad (t > 0) \qquad (A3.7)$$

vindt men door twee maal naar t te differentiëren:

$$\Gamma''(t) = \int_0^\infty x^{t-1}e^{-x}\ln^2 x\,dx \tag{A3.8}$$

zodat:

$$\Gamma''(1) = \int_0^\infty e^{-x}\ln^2 x\,dx \tag{A3.9}$$

en dus (zie (A3.6)):

$$I(1) = \frac{1}{2}\left(\Gamma''(1) - \int_0^1 e^{-x}\ln^2 x\,dx\right) \tag{A3.10}$$

Via:

$$\int_0^1 e^{-x}\ln^2 x\,dx = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \int_0^1 x^m \ln^2 x\,dx = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!n^2} \tag{A3.11}$$

krijgt men met (A3.10) en (A3.5):

$$K^* = \frac{1}{2}\,\Gamma''(1) \tag{A3.12}$$

Elementaire theorie van de gammafunctie leert dat:

$$\frac{\Gamma'(t)}{\Gamma(t)} = -C_E + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{t+k}\right) \tag{A3.13}$$

Met $\Gamma(1) = 1$ volgt hieruit:

$$\Gamma'(1) = -C_E \tag{A3.14}$$

en door differentiatie naar t:

$$\Gamma''(1) - \left(\Gamma'(1)\right)^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+k)^2} \qquad \text{(A3.15)}$$

Hierin heeft de reeks in het rechterlid de som $\pi^2/6$ (Zêtafunctie van Riemann voor het argument 2). Met (A3.12), (A3.14), (A3.15) en (A3.4) vindt men tenslotte:

$$K^* = \frac{1}{2}\left(C_E{}^2 + \frac{\pi^2}{6}\right) = 0{,}989055995... \qquad \text{(A3.16)}$$

en:

$$I(\beta) = \frac{1}{2}\left(C_E{}^2 + \frac{\pi^2}{6}\right) + C_E \ln \beta + \frac{1}{2}\ln^2\beta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta^n}{n! n^2} \qquad \text{(A3.17)}$$

Symbolenlijst

In de kolom "verwijzing" wordt aangegeven in welke paragraaf een symbool voor de eerste keer is gebruikt.

Gemiddelde waarden worden in het proefschrift aangegeven door een horizontale streep boven het desbetreffende symbool. Een uitzondering hierop vormt $\bar{\theta}$ waarbij de streep betrekking heeft op de laplacegetransformeerde waarde van θ.

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
a	temperatuurvereffeningscoëfficiënt van het medium	m^2s^{-1}	§ 1.2
a_i	temperatuurvereffeningscoëfficiënt van het cylindermateriaal in de modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	m^2s^{-1}	§ 2.4
a_1, a_2, a_3 en a_4	temperatuurvereffeningscoëfficiënten van de gebieden 1, 2, 3 en 4 uit het viergebiedenmodel	m^2s^{-1}	§ 5.4
a_{T_0}	eerste-orde thermoconstante, gedefinieerd ten opzichte van de referentietemperatuur T_0	VK^{-1}	§ 6.6.1
a_0	eerste-orde thermoconstante, gedefinieerd ten opzichte van 0 ^oC	VK^{-1}	§ 6.6.1
A	coëfficiënt in de theoretische beschrijving van $\theta(t)$	K	§ 2.3
A'	hulpgrootheid met dezelfde betekenis als A	K	§ 4.2
b_{T_0}	tweede-orde thermoconstante, gedefinieerd ten opzichte van de referentietemperatuur T_0	VK^{-2}	§ 6.6.1
b_0	tweede-orde thermoconstante, gedefinieerd ten opzichte van 0 ^oC	VK^{-2}	§ 6.6.1
B	coëfficiënt in de theoretische beschrijving van $\theta(t)$	K	§ 2.3

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
B'	hulpgrootheid met dezelfde betekenis als B	K	§ 4.2
B_B	coëfficiënt in de theoretische beschrijving van $\theta(t)$ met het model van Blackwell	K	§ 2.4.1
$B_{V,P}$	als B_B maar dan met het model van De Vries & Peck	K	§ 2.4.3
c	soortelijke warmte van het medium	$Jkg^{-1}K^{-1}$	§ 1.2
c_i	soortelijke warmte van het cylindermateriaal in de modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	$Jkg^{-1}K^{-1}$	§ 2.4
c_0	derde-orde thermoconstante, gedefinieerd ten opzichte van 0 °C	VK^{-3}	§ 6.6.1
C	= ρc, volumetrische warmtecapaciteit van het medium	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 1.2
C_i	= $\rho_i c_i$, volumetrische warmtecapaciteit van het cylindermateriaal in de modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 2.4
C_ν	volumetrische warmtecapaciteit van de ν^e-component in een samengesteld medium	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 1.2
C_v, C_w, C_ℓ	volumetrische warmtecapaciteit van respectievelijk de vaste bestanddelen, water en lucht in een vochtige korrelstructuur	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 1.2
$C_{\ell,i}$	warmtecapaciteit per lengte-eenheid van het cylindermateriaal in de modellen van Blackwell, Jaeger, De Vries & Peck	$Jm^{-1}K^{-1}$	§ 2.4
$C_{\ell,1}$, $C_{\ell,3}$	warmtecapaciteit per lengte-eenheid van de kern respectievelijk het omhulsel in het samengestelde cylindermodel van Jaeger	$Jm^{-1}K^{-1}$	§ 2.4.2
$C_{\ell,stookdr}$	warmtecapaciteit per lengte-eenheid van de stookdraad in het meetelement	$Jm^{-1}K^{-1}$	§ 3.2
$C_{\ell,isol}$	warmtecapaciteit per lengte-eenheid van de isolatielaag in het meetelement	$Jm^{-1}K^{-1}$	§ 3.2

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
$C_{\ell,omh}$	warmtecapaciteit per lengte-eenheid van het omhulsel van het meetelement	$Jm^{-1}K^{-1}$	§ 3.2
C_E	= 0,577216..., de constante van Euler		§ 2.3
C_E^*	= 1,78107...		§ 2.3
d	glaspareldiameter	m	§ 8.3.3
D	coëfficiënt in de theoretische beschrijving van $\theta(t)$	Ks	§ 2.4
D_B, D_B'	coëfficiënten in de theoretische beschrijving van $\theta(t)$ met het model van Blackwell	Ks	§ 2.4.1
$D_{V,P}$	als D_B maar dan met het model van De Vries & Peck	Ks	§ 2.4.3
D(t)	temperatuurafwijking bij de regressie-analyse	K	§ 4.4.2
E	coëfficiënt in de theoretische beschrijving van $\theta(t)$	Ks	§ 2.4
$E_{T_0}(\theta)$	thermospanning bij een temperatuurstijging θ ten opzichte van de constante temperatuur T_0	V	§ 6.6.1
$E_1(x)$	exponentiële integraal		aanhangsel 2
Ei(-x)	exponentiële integraal		§ 2.3
F	middelbare fout in de temperatuur	K	§ 4.4.2
h	tijdsinterval	s	aanhangsel 2
$\vec{H}$	energiestroomdichtheid	$Jm^{-2}s^{-1}$	§ 1.2
$I_0(x)$, $I_1(x)$	gemodificeerde besselfuncties		§ 5.4, § 5.5
$I(\beta)$	integraal		aanhangsel 3
J	aantal combinaties bij de simultane λ, ρc en Γ-bepaling		§ 4.6
K	karakteristieke elementconstante uit het viergebiedenmodel	$KmsW^{-1}$	§ 5.5
K^*	integratieconstante		aanhangsel 3
$K_0(x)$, $K_1(x)$	gemodificeerde besselfuncties		§ 5.4, § 5.5
L	karakteristieke elementconstante uit het viergebiedenmodel	$m^{-1}s$	§ 5.5
M	karakteristieke elementconstante uit het viergebiedenmodel	$Wm^{-2}K^{-1}$	§ 5.5

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
n	aantal intervallen bij de formule van Simpson		aanhangsel 2
N	aantal gemeten temperaturen op een tijdsinterval		§ 4.4.2
p	laplace-parameter	s^{-1}	§ 5.3
q_1, q_2, q_3 en q_4	hulpgrootheden in de gebieden 1, 2, 3 en 4 van het viergebiedenmodel	m^{-1}	§ 5.4
Q	warmteproductie	Wm^{-3}	§ 1.3
Q_ℓ	warmteproductie per eenheid van lengte	Wm^{-1}	§ 2.3
Q_0	hulpgrootheid	Ks	§ 5.5
r	radiale afstand tot cylinderas	m	§ 2.3
R	afstand van de temperatuurvoeler tot de cylinderas	m	§ 2.3
R	effectieve afstand tussen de temperatuurvoeler en de stookdraad	m	§ 3.2
R_{Jaeger}	via het gemodificeerde Jaegermodel bepaalde effectieve afstand R	m	§ 7.4
R_{vierg}	via het viergebiedenmodel bepaalde effectieve afstand R	m	§ 7.4
$R_{i,cyl}$	inwendige straal van de meetcylinder	m	§ 6.2.2
s	straal van de stookdraad	m	§ 3.2
t	tijdvariabele	s	§ 1.2
t_b, t_e	tijdstip van eerste respectievelijk laatste meetpunt op een interval	s	§ 1.3
t_i	tijdstip in het interval $[t_b, t_e]$	s	§ 4.2
t_0	tijdcorrectie	s	§ 4.2
t_0'	als hulpgrootheid ingevoerde tijdcorrectie	s	§ 4.2
t_0^j	t_0-waarde behorende bij de j^e-combinatie gebruikt bij de simultane λ, ρc en Γ--bepaling	s	§ 4.6
T	temperatuur	K	§ 1.2
T_0	uniforme begintemperatuur	K	§ 2.3
T^*	voor een korrelstructuur specifieke temperatuur $\leq 0\ ^oC$	^oC	§ 1.5

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
u	inwendige straal van het roestvrijstalen omhulsel van het meetelement	m	§ 3.2
v	uitwendige straal van het meetelement	m	§ 3.2
v	cylinderstraal in de modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	m	§ 2.4
V_{in}, V_{uit}	ingangs- respectievelijk uitgangsspanning van de meetversterker	V	§ 6.6.2
$W_{\ell,i}$	inwendige warmteweerstand in de cylindermodellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	mKW^{-1}	§ 2.4
$W_{\ell,i}$	inwendige warmteweerstand van het meetelement	mKW^{-1}	§ 3.4
$W_{\ell,2}$	warmteweerstand van de isolatielaag in het cylindermodel van Jaeger	mKW^{-1}	§ 2.4.2
x ; x_1	hulpvariabelen		§ 2.3 ; § 5.4
x_ν	volumefractie van de ν^e-component in een samengesteld medium		§ 1.2
X	hulpgrootheid bij de ijkmetingen		§ 7.4
y	hulpvariabele		§ 2.3
y_1	hulpgrootheid in het viergebiedenmodel	Ks	§ 5.4
Y	hulpgrootheid bij de ijkmetingen	m^{-1}	§ 7.4
Z	hulpgrootheid bij de ijkmetingen	$Wm^{-2}K^{-1}$	§ 7.4
α	dimensieloze parameter		§ 2.4
α_1, α_2, α_3	numerieke constanten in het viergebiedenmodel	Ks	§ 5.4
β	hulpparameter		aanhangsel 3
β_2, β_3, β_4	numerieke constanten in het viergebiedenmodel	Ks	§ 5.4
γ	dimensieloze parameter		§ 2.4
γ_1, γ_2	dimensieloze parameters		§ 4.4.3
γ^j	γ-waarde behorende bij de j^e-combinatie gebruikt bij de simultane λ, ρc en Γ--bepaling		
Γ	contactweerstand (voor een oppervlakte--eenheid)	m^2KW^{-1}	§ 1.3
Γ_s	Γ-waarde behorende bij λ_s en $(\rho c)_s$	m^2KW^{-1}	§ 8.7.1

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
Γ_ℓ	contactweerstand (voor een lengte-eenheid)	mKW^{-1}	§ 2.4
$\Gamma_{\ell,0}$	overgangsweerstand (voor een lengte-eenheid)	mKW^{-1}	§ 3.4
$\Gamma(t)$	gammafunctie		aanhangsel 3
δ	dikte van een effectieve luchtspleet om het meetelement	m	§ 8.3.3
Δ	operator van Laplace		§ 1.2
Δ_1, Δ_2	cylinderconstanten in het model van Blackwell	s	§ 2.4.1
ε	porositeit van de korrelstructuur		§ 8.3.1
θ, $\theta(t)$	temperatuurstijging (als functie van de tijd)	K	§ 1.3
$\theta_{th}(t)$	theoretische temperatuurstijging	K	§ 3.4
$\theta_{exp}(t)$	experimenteel bepaalde temperatuur-stijging	K	§ 3.4
$\theta'(t)$	als hulpgrootheid ingevoerde tempera-tuurstijging	K	§ 4.2
$\theta^*(t)$	gecorrigeerde temperatuurstijging	K	§ 4.2
$\theta^*_{exp}(t)$	gecorrigeerde experimenteel bepaalde temperatuurstijging	K	§ 4.2
θ_1, θ_2, θ_3 en θ_4	temperatuurstijgingen in de gebieden 1, 2, 3 en 4 van het viergebiedenmodel	K	§ 5.4
θ_s	temperatuursprong tussen meetelement en medium	K	§ 8.3.3
$\Delta\theta(t)$	temperatuurstijging tussen t en t + Δt	K	§ 4.4.1
$\hat{\theta}(t)$	$= \theta_{exp}(t)e^{-pt}$	K	aanhangsel 3
$\overline{\theta}(p)$	laplacegetransformeerde temperatuur	Ks	§ 5.3
$\overline{\theta}_1$, $\overline{\theta}_2$, $\overline{\theta}_3$ en $\overline{\theta}_4$	laplacegetransformeerde temperaturen in de gebieden 1, 2, 3 en 4 van het viergebiedenmodel	Ks	§ 5.4
$\overline{\theta}_I$, $\overline{\theta}_{II}$	als hulpgrootheden ingevoerde laplace-getransformeerde temperaturen	Ks	aanhangsel 3
$\overline{\theta}_{II,1}$, $\overline{\theta}_{II,2}$ en $\overline{\theta}_{II,3}$	als hulpgrootheden ingevoerde laplace-getransformeerde temperaturen	Ks	aanhangsel 3

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
λ	warmtegeleidingscoëfficiënt van het medium	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 1.1
λ_d	warmtegeleidingscoëfficiënt van de stookdraad	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 1.3
λ_{extrap}	via extrapolatie verkregen waarde van λ	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 8.3.3
λ_i	warmtegeleidingscoëfficiënt van het cylindermateriaal in de modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 2.4
λ_{const}	warmtegeleidingscoëfficiënt van de constantaan-stookdraad in het meetelement	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 3.2
λ_{isol}	warmtegeleidingscoëfficiënt van de isolatielaag in het meetelement	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 3.2
λ_{omh}	warmtegeleidingscoëfficiënt van het omhulsel van het meetelement	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 3.2
λ_s	λ-waarde behorende bij de korrelstructuur waarvan $(\rho c)_s$ bekend is	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 8.5.2
λ_1, λ_2, λ_3 en λ_4	warmtegeleidingscoëfficiënten van de gebieden 1, 2, 3 en 4 van het vier-gebiedenmodel	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 5.2
$\hat{\lambda}$	dimensieloze parameter in het model van De Vries & Peck		§ 2.4.3
λ^j	λ-waarde behorende bij de j^e-combinatie gebruikt bij de simultane λ, ρc en Γ-bepaling	$Wm^{-1}K^{-1}$	§ 4.6
μ	aantal stofcomponenten in een samengesteld medium		§ 1.2
ν	componentindex		§ 1.2
ρ	soortelijke massa van het medium	kgm^{-3}	§ 1.2
ρ_i	soortelijke massa van het cylindermateriaal in de modellen van Blackwell, Jaeger en De Vries & Peck	kgm^{-3}	§ 2.4
ρ_s	stapelingsdichtheid	kgm^{-3}	§ 8.3.1
ρ_c	volumetrische warmtecapaciteit van het medium	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 1.1

symbool	omschrijving	eenheid	verwijzing
$(\rho c)_d$	volumetrische warmtecapaciteit van de stookdraad	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 1.3
$(\rho c)_s$	vooraf berekende ρc-waarde van een korrelstapeling	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 8.3.1
$(\rho c)_1$, $(\rho c)_2$, $(\rho c)_3$ en $(\rho c)_4$	volumetrische warmtecapaciteiten van de gebieden 1, 2, 3 en 4 in het viergebiedenmodel	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 5.2
$(\rho c)^j$	ρc-waarde behorende bij de j^e-combinatie gebruikt bij de simultane λ, ρc en Γ-bepaling	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 4.6
$(\rho c)_{ijk}$	bij de ijkmetingen gebruikte ρc-waarde; $(\rho c)_{ijk} = (\rho c)_{water} \approx 4{,}19.10^6$	$Jm^{-3}K^{-1}$	§ 7.3
τ	dimensieloze parameter		§ 2.4
ϕ	vochtegehalte van een korrelstapeling (betrokken op het droge gewicht)	gew.%	§ 1.6
ϕ_v	vooraf bepaald vochtgehalte	gew.%	§ 6.6.3
ϕ_n, $\phi_{n,tot}$	achteraf bepaalde vochtgehalten	gew.%	§ 6.6.3
χ	verhoudingsgetal		§ 8.3.3

Literatuuropgave

Abramowitz, M. & I.A. Stegun, 1965. Handbook of Mathematical Functions, 9th print. Dover Publications, Inc. New York.

Beck, A., J.C. Jaeger & G. Newstead, 1956. Austr. J. Phys. 9: 286.

Blackwell, J.H., 1954. A transient-flow method for determination of thermal constants of insulating materials in bulk, part 1-theory. J. Appl. Phys. 25: 137-144.

Blackwell, J.H., 1956. The axial flow error in the thermal-conductivity probe. Canad. J. Phys. 34: 412-417.

Briggs, D.G., R.J. Goldstein & W.E. Ibele, 1968. Proc. of the Fourth Symposium on Thermophysical Properties.

Buettner, K., 1955. Evaluation of soil heat conductivity with cylindrical test bodies. Trans. Amer. Geophys. Union, 36: 831-837.

Carslaw, H.S. & J.C. Jaeger, 1959. Conduction of Heat in Solids, Second edition. Oxford at the Clarendon Press.

Cremers, C.J., R.C. Birkebak & J.P. Dawson, 1970. Proc. Apollo 11, Lunar Sci. Conf: 2045-2050.

Cremers, C.J. & H.S. Hsia, 1973. Proc. Lunar Sci. Conf. 4th: 2359-2464.

Cremers, C.J. & H.S. Hsia, 1974. Proc. Lunar Sci. Conf. 5th: 2703-2708.

Crowe, C., A.F. Moench & P.T. Taylor, 1963. Applications of cylindrical thermal probe theory to the determination of thermal constants. Mineral Industr. Exp. Station Circular No. 63, The Pennsylv. State University, USA.

Cull, J.P., 1978. Thermal contact resistance in transient conductivity measurements. J. Phys. E.Sci. Instr. 11: 323-326.

Van Dorssen, J.C., 1949. Rapport no. 7 Nijverheidsorganisatie TNO.

D'Eustachio, D., & R.E. Schreiner, 1952. A study of a transient method for measuring thermal conductivity. Trans. Amer. Soc. of Heating and Ventilating Engrs., 58, 331.

Everest, A., P.E. Glaser & A.E. Wechsler, 1963. On the thermal conductivity of powder insulations. XI Int. Congr. on Refrigeration.

Feddes, R.A., 1971. Water, heat and crop growth. Proefschrift Landbouwhogeschool, Wageningen.

Fountain, J.A. & E.A. West, 1970. Thermal conductivity of particulate basalt as a function of density in simulated lunar and martian environments. J. Geophys. Res.

75(20): 4063.
Fukuda, M., 1976. Measurements of thermal conductivity of frozen soils by the thermal probe method. Low Temp. Sci. Ser. A, 34: 249-252.
Gillam, D.G. & O. Lamm, 1955. Acta Chem. Scand. 9: 657-660.
Grassmann, P. & W. Straumann, 1960. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1: 50.
Haarman, J.W., 1969. Een nauwkeurige methode voor het bepalen van de warmtegeleidingscoëfficiënt van gassen. Proefschrift Technische Hogeschool, Delft.
Hamburger, J. & J.L. Mercier, 1978. Mesure in-situ de la diffusivité thermique d'un milieu poreux non saturé application à la mesure de la teneur en eau. 6th Int. Heat Transfer Conf. Vol. 3. Toronto, Canada.
Van Haneghem, I.A. & H.P.A. Boshoven, 1979. Thermal properties of moist granular materials at temperatures below 0 ^{o}C. Proc. of the 16th Int. Thermal Conductivity Conf. and the 7th Int. Thermal Exp. Symposium, November 1979, Chicago USA (in druk).
Van der Held, E.F.M. & F.G. van Drunen, 1949. A method of measuring the thermal conductivity of liquids. Physica 15(10): 865-881.
Van der Held, E.F.M., J. Hardebol & J. Kalshoven, 1953. On the measurement of the thermal conductivity of liquids by a non-stationary method. Physica 19: 208-216.
Hoekstra, P., 1969. The physics and chemistry of frozen soils. Highw. Res. Board Spec. Rep. 103: 78-90.
Hooper, F.C. & F.R. Lepper, 1950. Transiënt heat flow apparatus for the determination of thermal conductivities. Heating, Piping and Air Conditioning 22(8): 129-134.
Horai, K., J.L. Winkler Jr., S.J. Keihm, M.G. Langseth, J.A. Fountain & E.A. West, 1980. Thermal conduction in a composite circular cylinder: a new technique for thermal conductivity measurements of lunar core samples. Trans. R. Soc. Lond. A. 293: 571-598.
Jaeger, J.C., 1956. Conduction of heat in an infinite region bounded internally by a circular cylinder of a perfect conductor. Austr. J. Phys. 9: 167-179.
Jakob, M., 1949. Heat Transfer, Vol. I. John Wiley & Sons, Inc. New York.
Kersten, M.S., 1949. Final Report, Laboratory research for the determination of the thermal properties of soils. U.S. Engineer Division, St. Paul, Minnesota.
Van der Kooi, J., 1971. Moisture transport in cellular concrete roofs. Proefschrift Technische Hogeschool, Eindhoven.
Lachenbruch, A.H., 1957. A probe for the measurement of the thermal conductivity of frozen soils in place. Trans. Amer. Geophys. Union 38(5): 691-697.
Langseth, M.G., S.J. Keihm & K. Peters, 1976. Proc. Lunar Sci. Conf. 7th: 3143-3171.
A.D. Little, Inc., 1969. Lunar heat flow probes for the Alsep heat flow experi-

ment. Final Report.
Lijubimova, E.A , A.I. Maslennikov, Yu.A. Ganiev, 1977. Thermal properties of water-saturated and petroleum-saturated sedimentary and igneous minerals. Acta Geophys. Pol. 25(4): 273-286.
Masamune, S. & J.M. Smith, 1963. Thermal conductivity of beds of spherical particles. Ind. & Eng. Chem. Fundamentals 2(2): 136-142.
McGaw, R., 1968. Thermal conductivity of compacted sand/ice mixtures. Highway Research Record, No. 215: 35-47.
McLaughlin, E. & J.F.T. Pittman, 1971. Determination of the thermal conductivity of Toluene - a proposed data standard - from 180 to 400 K under saturation pressure by the transient hot-wire method. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 270: 579-602.
Mellaart, E.A.R., 1975. Muls en microklimaat. Meded. Landbouwhogeschool, Wageningen 75-5.
Messmer, J., 1966. Personal communication. Gulf Research and Development Corp.
Meurs, H., 1976. Homogeniteitsmetingen aan een kolom vochtig zand. Doctoraalscriptie, afdeling Natuur- en Weerkunde, Landbouwhogeschool, Wageningen.
Miller, R.D., 1973. Soil freezing in relation to pore water pressure and temperature [1]. In Permafrost: North American contribution to the second international conference, Yakutsk, USSR: 344-352. National Academy of Sciences, Washington, D.C.
Navarro, R.A. & D.P. DeWitt, 1974. Line heat source method and its suitability for measuring thermal conductivity of rocks. TPRC Report 26.
Penner, E., 1970. Thermal conductivity of frozen soil. Can. J. Earth Sciences 7: 982-987.
Penner, E., 1975. Thermal conductivity laboratory studies of some Mackenzie highway soils. Canad. Geotechn. J. 12(3): 271-287.
Phylippov, L.P., S.N. Nefedov & S.N. Kravchoon, 1978. 6th European Conf. on Thermophysical Prop. of Materials- Research and Application, Dubrovnik, Yugoslavia.
Powell, R.W., C.Y. Ho & P.E. Liley, 1966. Thermal conductivity of selected materials, national standard reference data series. Nat. Bureau of Stand. 8, Washington D.C.
Reidy, G.A. & A.L. Rippen, 1971. Methods for determining thermal conductivity in foods. Trans. of the ASAE: 248-254.
Salisbury, J.W. & P.E. Glaser, 1964. Studies of the characteristics of probable lunar surface materials. AFCRL-69-970, Special Reports No. 20.
Schneider, T., 1967. Nachtvorst en microklimaat. Proefschrift Landbouwhogeschool, Wageningen.
Scott, R.W., J.A. Fountain & E.A. West, 1973. A comparison of two transient methods of measuring thermal conductivity of particulate samples. Rev. Sci.

Instrum. 44: 1058-1063.
Sibbit, W.L., J.G. Dodson & J.W. Tester, 1979. Thermal conductivity of crystalline rocks associated with energy extraction from hot dry rock geothermal systems. J. Geophys. Res. 84: 1117-1124.
Skeib, G., 1950. Zs. für Met. 4: 32-39.
Snel, J.A.A., N.J. Trappeniers & A. Botzen, 1979. Experimental studies in thermal conductivity of fluids. A hot wire method for the determination of the thermal conductivity of carbon dioxyde and krypton at elevated densities, I en II. Proc. K. Ned. Akad. Wet. Ser. B, 82(3): 303-333.
Stålhane, B. & S. Pyk, 1931. Teknisk Tidskrift 61: 389-393.
Stroosnijder, L. & J.G. de Swart, 1974. Column scanning with simultaneous use of ^{241}Am and ^{137}Cs gamma radiation. Soil Sci. 118: 61-69.
Sugawara, A. & M.L. Minges, 1979. Temperature and pressure dependent thermal conductivity of various rocks from earth-surface to 1500 meters depth. Proc. of the 16th Int. Thermal Conductivity Conf. and the 7th Int. Thermal Exp. Symposium, November 1979, Chicago, USA (in druk).
Tye, R.P., 1969. Thermal conductivity, Vol. 1 and 2. Academic Press, London and New York.
Vos, B.H., 1961. Warmtegeleidingsmetingen volgens een niet-stationaire methode. Techn. Wetensch. Onderz. 1: 07-22.
De Vries, D.A., 1952. Het warmtegeleidingsvermogen van grond. Proefschrift Rijksuniversiteit Leiden.
De Vries, D.A. & A.J. Peck, 1958a. On the cylindrical probe method of measuring thermal conductivity with special reference to soils, part 1: Extension of theory and discussion of probe characteristics. Austr. J. Phys. 11: 255-271.
De Vries, D.A. & A.J. Peck, 1958b. On the cylindrical probe method of measuring thermal conductivity with special reference to soils. part 2: Analysis of moisture effects. Austr. J. Phys. 11: 409-423.
Wartena, L., 1978. Een weerpraatje. Inaugurele rede Landbouwhogeschool, Wageningen.
Wechsler, A.E. & P.E. Glaser, 1964. Thermal conductivity of non-metallic materials. Summary Report, Contract NAS 8-1567. A.D. Little, Inc., Cambridge, Mass. USA.
Wechsler, A.E., 1965. Development of thermal conductivity probes for soils and insulations. Report A.D. Little, Inc., Cambridge, Mass. USA.
Wechsler, A.E., P.E. Glaser & J.A. Fountain, 1972. Thermal properties of granulated materials. Progr. in Astronautics and Aeronautics 28: 215-241.
Weishaupt, J., 1940. Forsch. Arb. Ing. Wes. 11: 20-35.
Whitehead, S. & E.E. Hutchings, 1938. J. Instr. Elect. Engrs. 83: 517.

Van Wijk, W.R. (editor), 1963. Physics of Plant Environment. North-Holland Publ. Comp., Amsterdam.

Van Wijk, W.R. & P.J. Bruijn, 1964. Laplace transforms of empirical curves in the evaluation of physical parameters in differential equations. Physica 30: 1097-110

Curriculum vitae

De auteur van dit proefschrift, Izaäk Abraham van Haneghem, werd geboren op 22 februari 1941 te Sluiskil (gemeente Terneuzen).

Na de lagere school volgde hij voortgezet onderwijs aan het Koningin Wilhelmina Lyceum te Oostburg, waar in juni 1959 het diploma HBS-B werd behaald.

Aansluitend begon hij zijn studie in de wis- en natuurkunde aan de Universiteit van Amsterdam. De kandidaatsstudie omvatte de hoofdvakken natuurkunde en wiskunde en het bijvak sterrenkunde. In juni 1963 werd het kandidaatsexamen met goed gevolg afgelegd. In de doctoraalstudie werd gekozen voor het hoofdvak natuurkunde, hoofdrichting experimentele natuurkunde. Wiskunde en electronica vormden de bijvakken. Het experimentele werk verrichtte hij onder leiding van Prof.dr. R. van Lieshout en Prof.dr. C. de Vries op het Instituut voor Kernfysisch Onderzoek (IKO) te Amsterdam. Op 22 februari 1967 werd het doctoraaldiploma behaald, waarbij tevens eerstegraads onderwijsbevoegdheid voor de vakken natuurkunde, wiskunde en sterrenkunde werd verkregen.

Op 13 maart 1967 volgde de aanstelling als wetenschappelijk medewerker bij de vakgroep Natuur- en Weerkunde van de Landbouwhogeschool, belast met onderwijs en onderzoek. De onderwijstaak betreft voornamelijk het verzorgen van natuurkunde-onderwijs in de propaedeutische en doctorale studiefase. Het onderzoek behoort tot het gebied van de agrofysica, met nadruk op het warmtetransport in de bodem.