

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

ALTERRA

Wageningen Universiteit & Research cent-
Omgevingswetenschappen
Centrum Water & Klimaat
Team Integraal Waterbeheer

VERANDERINGEN IN DE GRONDWATERSTROMING DOOR
OPSTUWING VAN CONSEQUENTE WATERLOPEN

dr L.F. Ernst

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatie-
middelen, dus geen officiële publikaties.
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een
eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende
discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen
de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek
nog niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut
in aanmerking

1877
The following is a list of the
names of the persons who
were present at the
meeting of the
Board of Directors
of the
Company
held on
the
10th day of
January
1877.

I N H O U D

	Blz.
1. INLEIDING	1
2. DE STROOMSTERKTE DOOR DE GROND RONDON EEN STUW	2
3. CONCLUSIES	6
LITERATUUR	8

Handwritten text, possibly a signature or date, located in the upper center of the page.

1. INLEIDING

Bij kleine rivieren en beken, die volgens de helling bergafwaarts lopen (z.g. consequente waterlopen) is te verwachten, dat de stroomlijnen en aequipotentiaallijnen van het grondwater een patroon hebben zoals afgebeeld in fig. 1. Indien in een dergelijke waterloop op regelmatige afstand stuwen worden geplaatst, zal het open water een hoger peil krijgen en de drainage-intensiteit worden verminderd. Wordt het peil van het open water voldoende verhoogd en wordt bovendien in de bovenloop meer water ingevoerd dan oorspronkelijk het geval was, dan is een infiltratie van water, zoals afgebeeld in fig. 2, gedurende ruime tijd mogelijk. Stroomafwaarts moet de stroomsterkte in de beek dus afnemen. Bij stijging van de grondwaterstand kan ten slotte een toestand ontstaan als afgebeeld in fig. 3. De lengte-profielen voor deze drie gevallen zijn gegeven in de fig. 4, 5 en 6. Daarbij is aangenomen, dat in fig. 5 de doorvoer zo gering is dat de open waterspiegel van stuw tot stuw kan worden voorgesteld door een rechte lijn met kleine helling. Voor fig. 6 is zelfs een horizontale open waterspiegel aangenomen.

Zowel voor fig. 5 als voor fig. 6 geldt:

$$\Delta h = Y \operatorname{tg} \alpha_1 \quad (1)$$

De toestand afgebeeld in fig. 3 kan men zich voorstellen als een evenwicht, dat gehandhaafd blijft door een constante invoer aan de bovenzijde van het stroomgebied. Bij fig. 1 behoort een stijging of daling van de grondwaterspiegel al naar gelang van de grootte van het neerslagoverschot of -tekort. In fig. 2 is daarbij ook de hoogte van het stuwpeil nog van belang.

De meest algemene toestand als gegeven in fig. 2 kan men gelijk

stellen aan de som van drie stromingstoestanden, te weten de niet-stationaire toestand voorgesteld in fig. 1, de niet-stationaire toestand in fig. 7 (de voortplanting van een grondwaterstandsgolf vanuit een horizontaal opgestuwd kanaal gelegen in een oneindig groot horizontaal gebied: EDELMAN, 1947; ERNST, 1958 en 1962, pag. 152-153) en de stationaire toestand in fig. 2 (eventueel met enige helling in de open waterspiegel).

2. DE STROOMSTERKTE DOOR DE GROND RONDOM EEN STUW

In deze nota wordt verder uitsluitend aandacht gegeven aan de grondwaterstroming behorende bij de fig. 3 en 6. Daarbij zal van de volgende veronderstellingen worden gebruik gemaakt om tot een redelijke vereenvoudiging van de berekeningen te komen:

- a. De toestand is stationair.
- b. Er is geen invoer of uitvoer door het freatisch oppervlak.
- c. Het geleidend vermogen kD voor horizontale stromingen is constant en wel onafhankelijk van plaats en tijd.
- d. De extra weerstand Ω in het gebied met radiale stroming (ERNST, 1962; 1963) is eveneens constant.
- e. In de horizontale afbeelding gegeven door de fig. 2 en 3 vindt men bij elke stuw een potentiaalsprong Δh over een afstand nul. Zou men hier stroomlijnen met een lengte naderende tot nul toelaten, dan zou uit de berekeningen een oneindig grote stroomsterkte volgen, wat zinloos is. De vorm van de fundering van de stuw is hier beslissend en gezien de grote variatie die hier mogelijk is (stabiliteitseisen), maar waarbij in ieder geval zeer grote stroomsterkten worden verhinderd, zal hier worden verondersteld, dat de stuw met een half cirkelvormig vertikaal schot zover in de grond voortgezet is, dat de kortste stroomlijn tweemaal de radiale weerstand Ω moet passeren.

De stroming door de open leiding en de stroming door de grond vertonen de helling afdalend wel enige variatie, maar beide mogen over grote afstand genomen als constant worden beschouwd. De totale

intensiteit van de stroming is groter dan wanneer er alleen een consequente afvoer van water door de grond zou zijn. Dit laatste is slechts mogelijk als de bodem van de open leiding ondoorlatend is (dus geen invloed op de grondwaterstroming en praktisch een afwezigheid van de open leiding) of als er oneindig veel stuwen zijn. Voor een dergelijke grondwaterstroming is onmiddellijk in te zien, dat de stroomsterkte over een breedte x_2 gelijk is aan $kD x_2 \operatorname{tg} \alpha$ (fig. 8).

Voor alle andere gevallen is een nadere beschouwing van de grondwaterstroming nodig. Zelfs als men zich daarbij zou beperken tot een algemene behandeling van stationaire toestanden, zou dit toch een vrij omvangrijke analyse van het drie-dimensionale probleem nodig maken. Een sterke vereenvoudiging van het probleem is echter mogelijk door slechts twee grensgevallen (voor zeer grote en zeer kleine waarden van $Y/kD\Omega$) als twee-dimensionale stromingstoestanden te beschouwen.

Wegens de veronderstelde homogeniteit van het gebied zijn alle stuwen gelijkwaardig en is er symmetrie voor linkerkant en rechterkant van de gestuwde open leiding. Verder zal worden aangenomen, dat de hoogteverschillen in de grondwaterspiegel relatief van zo weinig belang zijn, dat bij de constantheid van de radiale weerstand en afgezien van + en - teken er gelijkwaardigheid is tussen drainage en infiltratie. Hieruit volgt dat er in fig. 3 behalve de open leiding nog een groot aantal lijnen van symmetrie zijn, bijvoorbeeld de gebroken equipotentiaallijnen AB en DC. De verdere behandeling kan daarom beperkt blijven tot een zogenaamde half-oneindig-lange strook (zie gebied ABCD in fig. 3).

De genoemde herleiding van de werkelijke drie-dimensionale stroming tot een fictieve twee-dimensionale stroming kan worden verduidelijkt met behulp van fig. 9a en b. De breedte van de stroken, die aan beide zijden van de open leiding in de vervangende fig. 9b zijn toegevoegd, kan worden gelijkgesteld aan $2kD\Omega$ (voor de vervanging bij asymmetrische toestanden, zie ERNST, 1962; 1963).

Voor kleine en grote waarden van $Y/kD\Omega$ vindt men het gebied ABCD uit fig. 3 opnieuw afgebeeld respectievelijk in fig. 10 en fig. 11. In elke verticale doorsnede (d.w.z. loodrecht op open leiding en x-as, welke evenwijdig aan elkaar zijn) door de fig. 10 en 11 is een

vervanging volgens fig. 9b toegepast.

In het gearceerde gebied van fig. 10 mag worden verondersteld, dat de stroming gelijk gericht is aan de arcering, in het gebied daaronder afgebeeld een stromingsrichting evenwijdig aan de open leiding.

Wegens de kleine uitstroming is de potentiaalverdeling langs de lijn $x_1' = 0$ nog vrijwel lineair. De stroming door de radiale weerstand is daarom gelijk te stellen aan $y\Delta h/Y\Omega$. Voor de uitstroming naar een kant van de open leiding geldt dus:

$$\frac{d\psi'}{dy} = \frac{y\Delta h}{2Y\Omega} \quad (2)$$

en voor de totale hoeveelheid, die tussen $y = 0$ en $y = \frac{1}{2} Y$ aan een kant door de open leiding wordt geleverd:

$$\psi_1' = \frac{Y\Delta h}{16\Omega} \quad (3)$$

Voor de totale stroomsterkte (som van de doorgaande grondwaterstroming en de stroming welke over een deel van zijn weg bergafwaarts door de open leiding gaat) tussen de open leiding en de lijn x_2' kan worden gevonden (zie fig. 10):

$$Q'(x_2') = (kD x_2' + \frac{Y^2}{24\Omega}) \operatorname{tg} \alpha = kD\Delta h \left(\frac{x_2'}{Y} + \frac{Y}{24kD\Omega} \right) \quad (4)$$

Bij grote waarden van $Y/kD\Omega$ vertoont het patroon van stroomlijnen en aequipotentiaallijnen een grote overeenkomst met wat gevonden wordt bij de symmetrische parallelstroming in een horizontaal watervoerend pakket naar een brede ondiepe leiding (ERNST, 1962, pag. 11-14 en form. 47).

Slechts dient men hierbij de stroomfunctie Ψ en de potentiaalfunctie $\phi = kDh$ met elkaar te verwisselen. Wat dus in het ene geval een stroomlijn is, is in het andere geval een aequipotentiaallijn en omgekeerd.

Op het lijnstuk ab geeft fig. 11 een niet geheel bevredigend beeld. Daar vindt men namelijk een stromingscomponent evenwijdig aan de open leiding welke in werkelijkheid nauwelijks aanwezig kan zijn.

Om aan dit bezwaar tegemoet te komen lijkt het redelijk om bij de berekening van de stroomsterkte boven de stroomlijn Ψ_2'' in fig. 11 de bijdrage gelegen tussen de stroomlijnen Ψ_1'' en Ψ_3'' weg te laten.

Dit leidt tot de volgende uitkomst voor de totale stroomsterkte:

$$Q''(x_2'') = kD\Delta h \left\{ \frac{x_2''}{Y} - \frac{\pi}{2} \left(\frac{x_1''}{Y} \right)^2 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{Y}{2\pi kD\Omega} \right\} \quad (5)$$

Maakt men nu het verschil op tussen de fig. 8 en 10 en tussen de fig. 8 en 11, waarbij men bedenken moet dat dit alleen zin heeft als $x_2 - x_1 = x_2' - x_1' = x_2'' - x_1''$ en verder dat $x_1 = x_1' = 0$, terwijl $x_1'' = 2kD\Omega$, dan verkrijgt men de volgende uitkomsten, waarin de feitelijk onbelangrijke parameters x_2 , x_2' , x_2'' niet meer voorkomen.

Onder $\delta Q'$ en $\delta Q''$ dient dus te worden verstaan de verandering in totale stroomsterkte bergafwaarts tengevolge van de opstuwung van het peil in de open leiding, en wel gerekend over een kant van de open leiding (dus halve waarden) en respectievelijk voor kleine en voor grote waarden van $Y/kD\Omega$:

$$\frac{\delta Q'}{kD\Delta h} = \frac{Y}{24kD\Omega} \quad (6)$$

$$\frac{\delta Q''}{kD\Delta h} = \frac{2kD\Omega}{Y} - \frac{\pi}{2} \left(\frac{2kD\Omega}{Y} \right)^2 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{Y}{2\pi kD\Omega} \quad (7)$$

De formules (6) en (7) zijn in fig. 12 uitgezet en daaruit blijkt dat een interpolatie zonder meer niet goed mogelijk is. Bij de afleiding van deze formules is immers verondersteld dat $Y/2kD\Omega$ ofwel heel klein ofwel heel groot is. Tot hoever de geldigheid van deze formules reikt, kan uit het voorgaande niet worden afgeleid.

Om deze reden is van de vierkantjesmethode gebruik gemaakt om in het overgangsgebied 2 punten nader te bepalen: zie fig. 13 en fig. 14 met hulptabellen, respectievelijk voor $Y/2kD\Omega = 4$ en $Y/2kD\Omega = 2$. Van deze uitkomsten werd gebruik gemaakt om in een eenvoudige formule een zodanige aanpassing van de beschikbare coëfficiënten te vinden, dat over het gehele traject een goede benadering wordt bereikt:

$$\frac{Y}{7,5 kD\Omega} = \sinh \frac{3,75 \delta Q}{kD\Delta h} \quad (8)$$

Voor zover $Y/2kD\Omega < 5$, kan men eventueel als wat grovere benadering een nog eenvoudigere formule gebruiken:

$$\delta Q = \frac{Y\Delta h}{30 \Omega} = \frac{Y^2 \operatorname{tg} \alpha}{30 \Omega} = \frac{(\Delta h)^2}{30 \Omega \operatorname{tg} \alpha} \quad (9)$$

De hierboven gegeven afleiding van formules en uitkomsten werd steeds opgezet als de berekening van een som bestaande uit twee termen. Een van deze termen, vermenigvuldigd met 2, stelt de hoeveelheid voor die vanaf een zekere stuw tot halverwege de volgende stuw stroomafwaarts door de bodem van de open leiding per tijdseenheid tot infiltratie komt. Deze stroomsterkte, welke bij de aangenomen symmetrie-veronderstellingen gelijk is aan wat over eenzelfde afstand verder stroomopwaarts wordt gedraineerd, vindt men grafisch uitgezet in fig. 15.

Tenslotte kan er nog aan worden herinnerd dat de grootheden Q en Q_b betrekking hebben op stationaire toestanden en dat in het algemeen om een weergave van de werkelijke stroming te verkrijgen, een niet-stationair element, overeenkomend met de stroming in fig. 7, erbij moet worden opgeteld.

3. CONCLUSIES

Uit formule (9) kan men als eerste conclusie afleiden, dat de vergroting van de afstroming langs de helling zeer gering is bij kleine waarden van Y , dus als er een groot aantal stuwen in de leiding zou worden geplaatst. De omgekeerde conclusie dat naarmate er minder stuwen zijn, de vergroting van de afstroming langs de helling omgekeerd evenredig met het kwadraat zou toenemen, is niet juist. Men mag het voor de praktijk toch wel als uitgesloten beschouwen, dat bij zeer grote Y nog voldaan zal worden aan de eis van evenredigheid tussen Δh en Y . Iets dergelijks krijgt men natuurlijk ook in die gevallen, dat bij kleine waarden van Y men genoeg neemt met een zeer bescheiden opstuwning, waarbij geldt $\Delta h < Y \operatorname{tg} \alpha_0$.

In dergelijke gevallen zal de vorm van de waterspiegel in de open leiding nogal sterk afwijken van de veronderstelde lineariteit (fig. 16). Zelfs al zou men op dit punt een sterke vereenvoudiging invoeren (bijv. de open waterspiegel tussen twee stuwen vervangen door een parabool met verticale as, of door een parabool plus een rechte lijn of door een gebroken rechte), dan wordt het probleem toch nog aanzienlijk moeilijker dan wat tevoren werd behandeld. Voor dergelijke gevallen lijkt onderzoek met elektrische modellen een geschikte methode om snel tot een nauwkeurige oplossing te komen.

Nu beperken we ons tenslotte nog eens tot die gevallen, waarvoor de formules (8) en (9) gelden en kunnen dit toepassen op omstandigheden, zoals bijvoorbeeld in de Achterhoek zijn waargenomen (ERNST, DE RIDDER en DE VRIES, 1970). Daaruit blijkt dan dat δQ onder gemiddelde omstandigheden een vrij lage waarde zal hebben. We kunnen dit vergelijken met de normale hellingafvoer door de grond over een breedte X. Hiervoor geldt:

$$Q_x = kDX \operatorname{tg} \alpha \quad (10)$$

Stelt men nu Q_x en $2 \delta Q$ (d.w.z. de vergroting in afstroming aan beide zijden van de gestuwde leiding) aan elkaar gelijk, dan volgt voor de breedte X:

$$X = \frac{2 Y^2}{30 kD\Omega} \quad (11)$$

Indien $\operatorname{tg} \alpha = 1/2000$; $\Delta h = 1$ m; $Y = 2000$ m; $kD = 2000$ m²/dag en $\Omega = 0,5$ dg/meter, dan vindt men als breedte van een even sterke hellingafvoer: $X = 267$ m.

Tenslotte kan men het effect van de opstuwing op de hellingafvoer niet alleen in een relatieve maat maar ook in zijn absolute waarde willen zien. Substitutie van de gegeven waarden in formule (9) levert onmiddellijk de volgende uitkomst:

$$2\delta Q = \frac{Y^2 \operatorname{tg} \alpha}{15 \Omega} = \frac{2000^2 \times \frac{1}{2000}}{15 \times 0,5} = 266 \text{ m}^3/\text{dag} = 3 \text{ l/sec}$$

De gevonden waarden voor δQ komt overeen met een basisafvoer in de zomer van 0,2 mm/dag over een oppervlakte van 133 ha.

Voor de praktijk zullen waterverliezen, welke in grootte orde hiermee overeenkomen, in de meeste gevallen van weinig belang zijn. In bepaalde gevallen, bijvoorbeeld bij een waterbalansonderzoek van een klein stroomgebied kan het echter wel van belang zijn het verlies door de ondergrondse stroming rondom een stuw zo nauwkeurig mogelijk te leren kennen.

Tenslotte kan er nog aan worden herinnerd, dat de sterk vereenvoudigde behandeling van de stroming direct onder de stuw fundering een zekere fout moet veroorzaken, wat echter gezien het voorgaande voor de praktijk meestal niet van belang zal zijn. Een voorbehoud moet daarbij wel worden gemaakt voor die gevallen waar de stuw op een kleine fundering rust en waar een ondiepe, zeer goed doorlatende laag boven een dik pakket met wát minder goede doorlatendheid voorkomt.

LITERATUUR

- EDELMAN, J.H., 1947. Over de berekening van grondwaterstromingen. Proefschrift T.H. Delft.
- ERNST, L.F., 1958. Verhoging van grondwaterstanden en vermindering van afvoer door opstuwing van beken. Verslagen en mededelingen, nr 3, Commissie voor Hydrologisch Onderzoek T.N.O., 's-Gravenhage.
- 1962. Grondwaterstromingen in de verzadigde zone en hun berekening bij aanwezigheid van horizontale evenwijdige open leidingen. Proefschrift Universiteit Utrecht.
- 1963. De berekening van grondwaterstromingen tussen evenwijdige open leidingen. Verslagen en mededelingen nr 8, Commissie voor Hydrologische Onderzoek T.N.O., 's-Gravenhage.
- , N.A. DE RIDDER en J.J. DE VRIES, 1970. A geohydrologic study of East Gelderland (Netherlands). Geologie en Mijnbouw, 49 (6), 457-488.

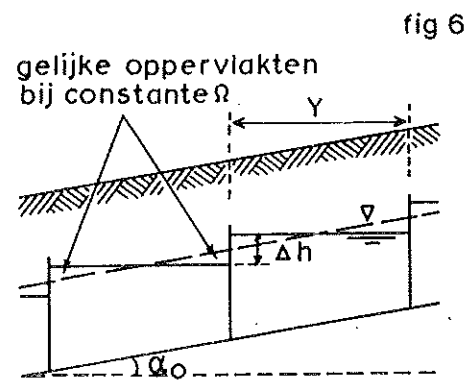
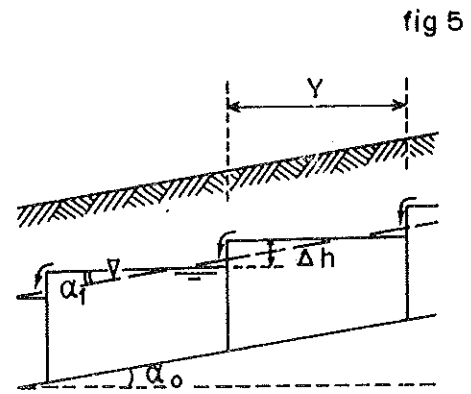
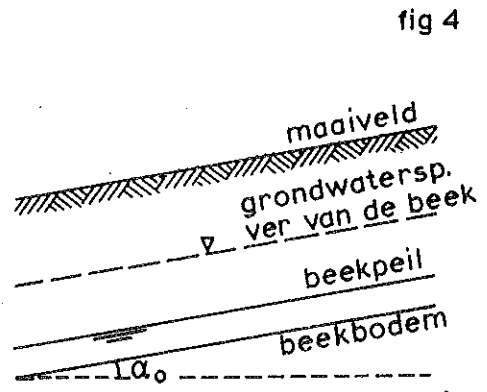
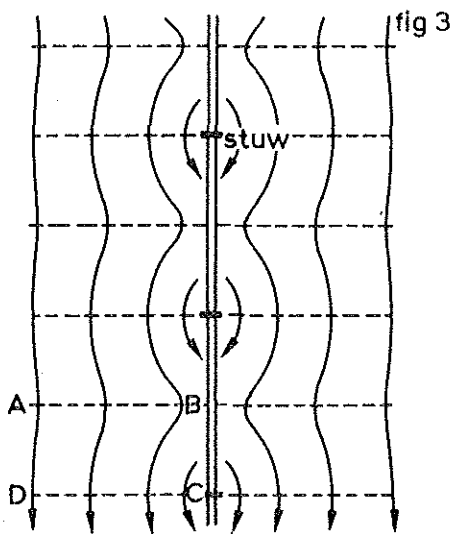
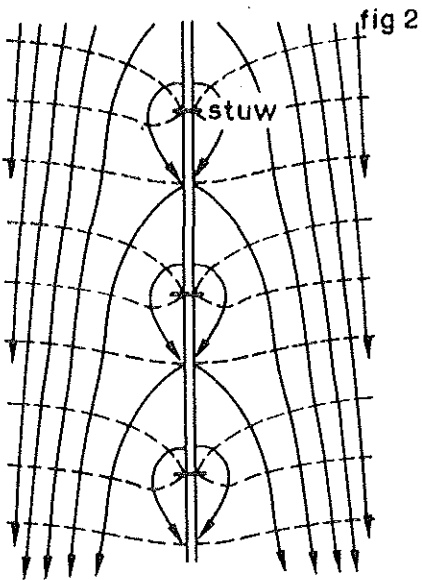
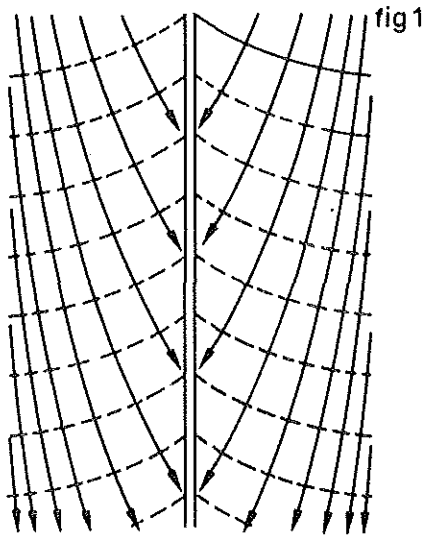
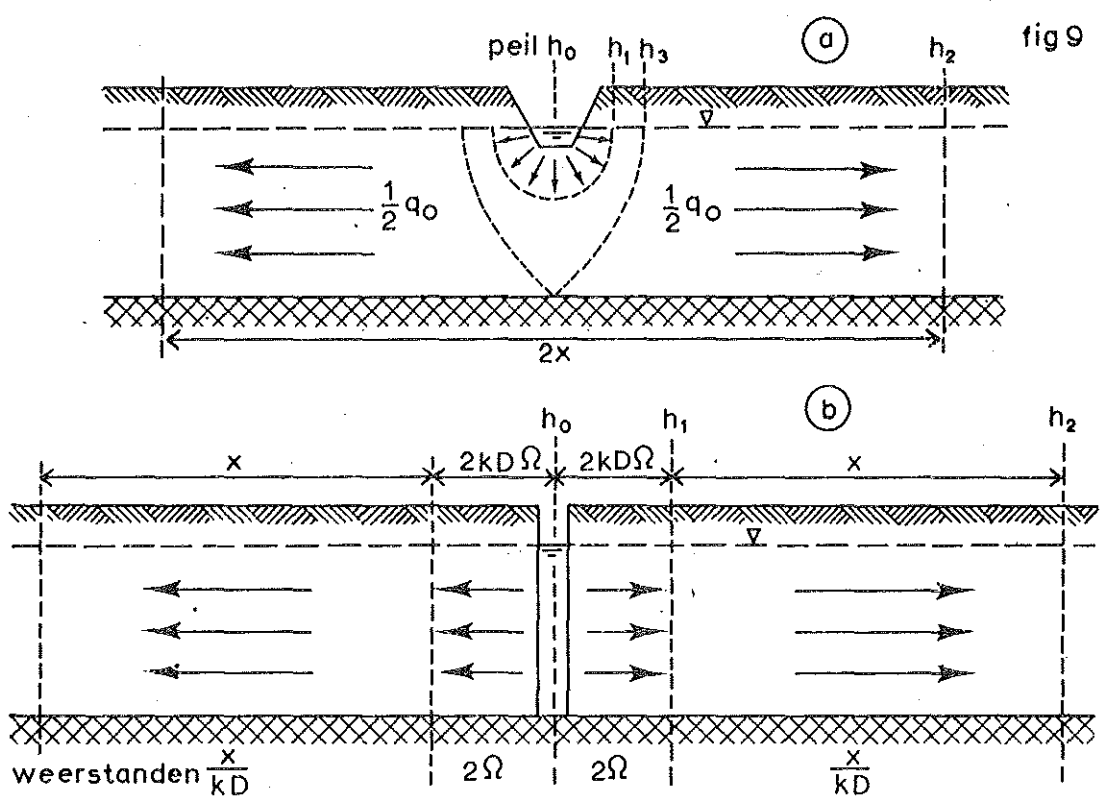
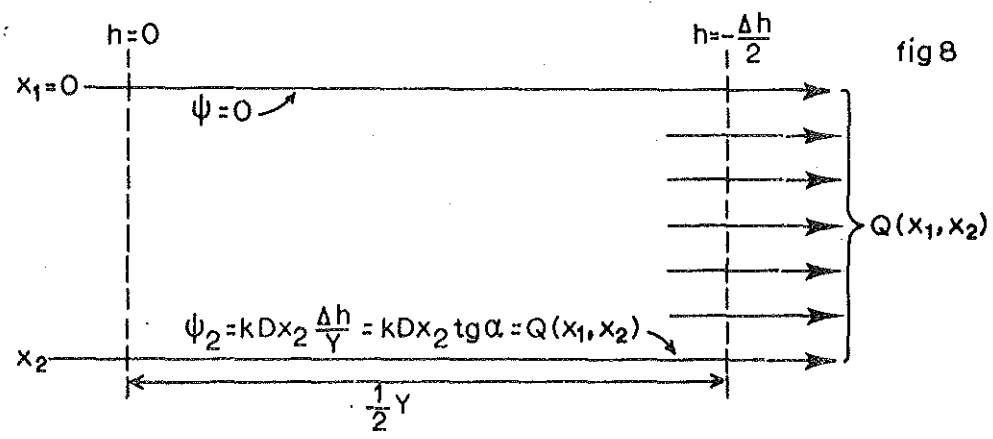
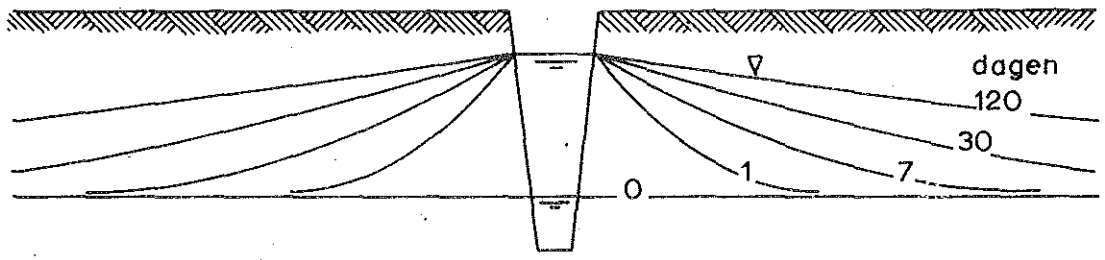


fig 7



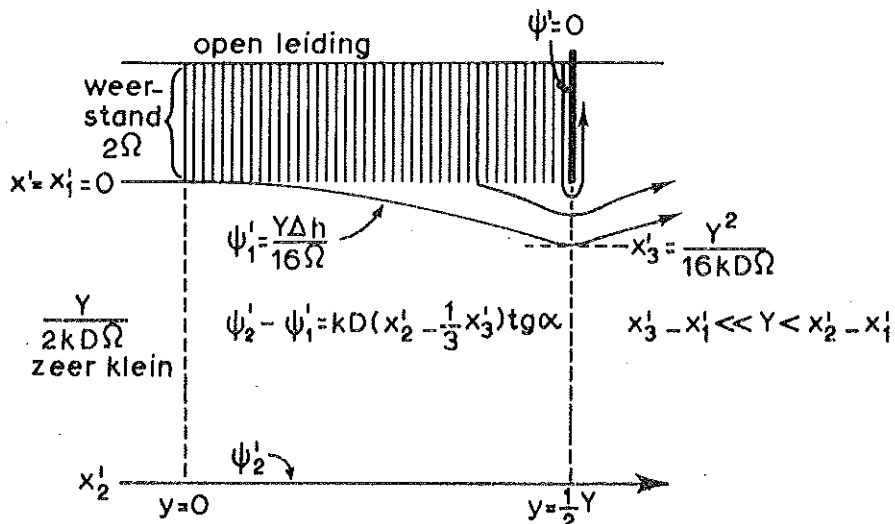


fig 10

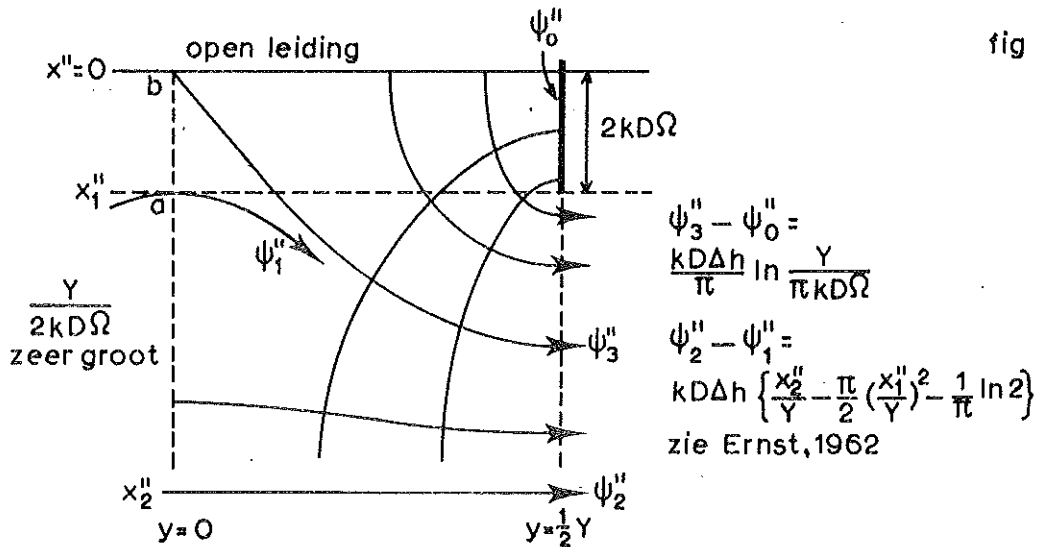


fig 11

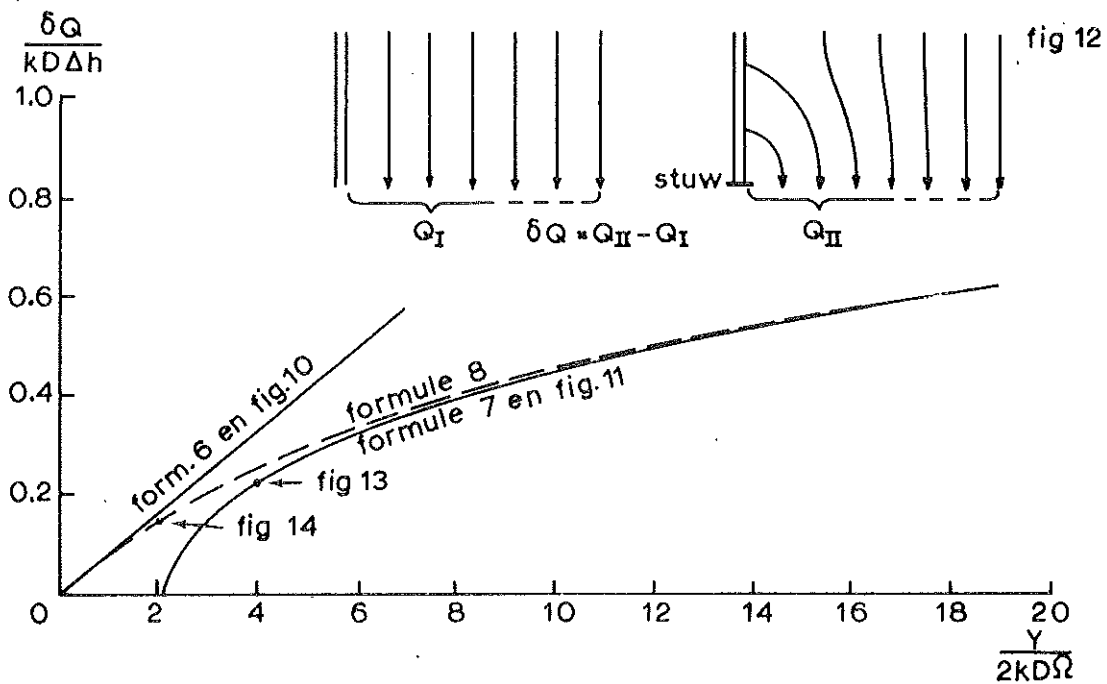
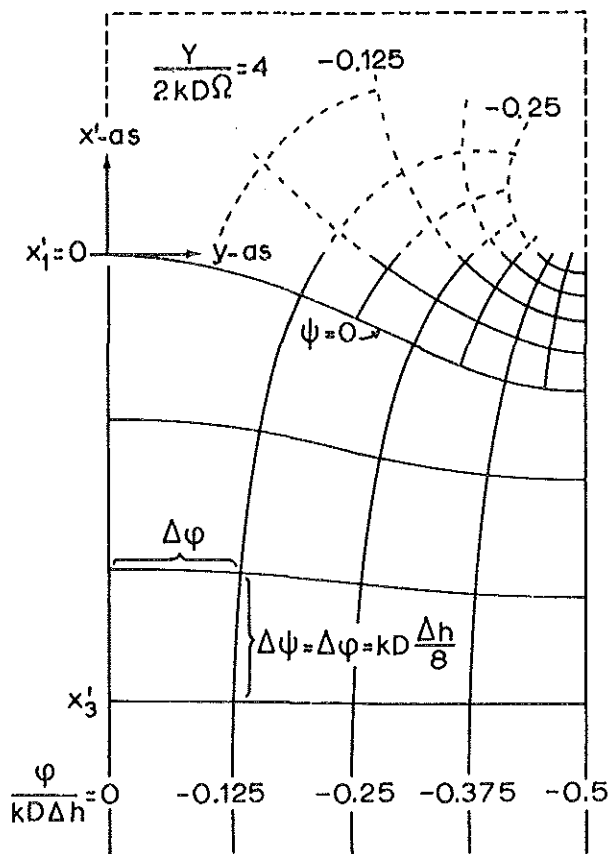


fig 12

fig 13

waarden van $\frac{100\varphi}{kD\Delta h}$ en $\frac{100\psi}{kD\Delta h}$ op de y-as

$\psi = 0$	0.3	1.3	3.2	6.2	10.3	15.5	22.4	31.8
$\delta\psi =$	0.3	1.0	1.9	3.0	4.1	5.2	6.9	9.4
$\varphi =$	1	4	7.5	12	16.5	21	27.5	37.5



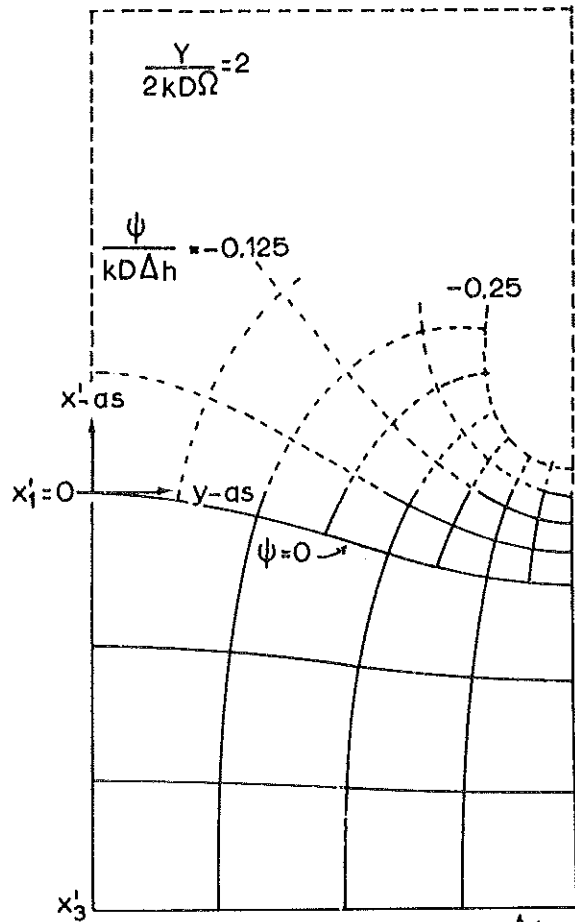
$$\delta Q = 3\Delta\psi + 0.318 kD\Delta h - kDx'_3 \frac{\Delta h}{Y}$$

$\varphi = \text{potentiaalfunctie} = kDh$
 $\psi = \text{stroomfunctie}$ } m^3/dag

fig 14

waarden van $\frac{100\varphi}{kD\Delta h}$ en $\frac{100\psi}{kD\Delta h}$ op de y-as

$\psi = 0$	0.2	1.0	2.3	4.1	6.5	9.6	13.5	18.8
$\delta\psi =$	0.2	0.8	1.3	1.8	2.4	3.1	3.9	5.3
$\varphi =$	2	6	10.5	14.5	19.5	25	31.5	42.5



$$\delta Q = 3\Delta\psi + 0.188 kD\Delta h - kDx'_3 \frac{\Delta h}{Y}$$

