

INSTITUUT VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING

NOTA 343 d. d. 27 juli 1966

ALTERRA

Wageningen Universiteit & Research center
Omgevingswetenschappen
Centrum Water & Klimaat
Team Integraal Water

Het doorrekenen van een netwerk bestaande
uit open waterlopen

W. van Doorne

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.

Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.

Aan gebruikers buiten het Instituut wordt verzocht ze niet in publikaties te vermelden.

Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking.

INHOUD

	pag.
I. PROBLEEMSTELLING	1
II. GEGEVENS EN FORMULES	2
III. NETWERKBEREKENINGEN, METHODE HARDY-CROSS	5
IV. HET REKENSHEMA BIJ EENPARIGE SNELHEDEN IN OPEN LEIDINGEN	9
V. HET COMPUTERPROGRAMMA: GEGEVENS, SCHEMA VAN HET PROGRAMMA, REKENRESULTATEN	11
VI. PROEFBEREKENINGEN	14

I. PROBLEEMSTELLING

In deze nota worden een rekenschema en computerprogramma besproken, die betrekking hebben op de volgende situatie:

Men heeft te maken met een netwerk van leidingen waarin een eenparige stroomsnelheid heerst. Dit houdt in dat bodem- en waterspiegelverhang gelijk zijn. In verband met de berekeningen wordt het systeem op de volgende wijze geschematiseerd:

1. de leidingen zijn open leidingen
2. de dwarsdoorsneden zijn per leiding constant en trapeziumvormig; ook de wandruwheid is per leiding constant
3. de leidingen kunnen onderling verschillende lengten, bodemhoogten en wandruwheden hebben
4. in elke leiding kan een extra hoeveelheid water worden toegevoerd of onttrokken (bijvoorbeeld door kwel of wegzijging)
5. in elke leiding kunnen zich een of meer kunstwerken (duikers en/of stuwen) bevinden; vorm en ligging hiervan komen in paragraaf II ter sprake
6. bij het inlaatpunt I van het netwerk is het waterpeil bekend, alsmede de hoeveelheid water Q die per tijdseenheid aan het netwerk wordt toegevoerd.

Bovenstaande punten vormen het uitgangspunt voor het computerprogramma. Voor een netwerk van bovenomschreven structuur zal de belangstelling uitgaan naar de evenwichtssituatie waarin het leidingstelsel zal komen te verkeren. Men zal dan de volgende informatie wensen.

1. een overzicht van hoe de totale hoeveelheid Q zich over de leidingen verdeelt
2. het waterpeil t. o. v. het N. A. P. -vlak bij het begin- en het eindpunt van elke leiding, gerekend volgens de richting van de stroom
3. als onder 1. en 2., rekening houdend met extra toe- of afvoer in één of meer leidingen van het stelsel.

Het zal de bedoeling zijn, in verband met de eenvoud der rekenmethode, met eenparige stroomsnelheden te werken, ook als er sprake is van eenparig versnelde waterbewegingen. Dit betekent dat de waterspiegel van elk der leidingen, die de vorm van een valkromme heeft, wordt benaderd door een eenvoudiger model waarbij wordt uitgegaan van een constante waterkolom per leiding. Hierbij wordt de invloed die bodemsprongen bij knooppunten op de grootte van de waterkolom hebben wel in rekening gebracht, de invloed van bodemsprongen op de vorm van de waterspiegel echter niet (figuur 6).

II. GEGEVENS EN FORMULES

Aangezien de gegevens per leiding bekend moeten zijn, ligt het voor de hand eerst een dwarsdoorsnede te beschouwen, zoals aangegeven in de figuren 1, 2 en 3, waarin, uitgezonderd de lengte L van de betreffende leiding, de volgende gegevens zijn aangeduid:

t = taludhelling leiding

b = breedte leiding

b_d = breedte duiker met rechthoekige dwarsdoorsnede

d = diameter duiker met cirkelvormige dwarsdoorsnede

b_s = breedte stuw

H = hoogte bodem, uitgedrukt in lengte-eenheden beneden N. A. P.

H_d = hoogte bovenkant rechthoekige duikeropening, t. o. v. N. A. P.

H_s = hoogte bovenkant stuw, t. o. v. N. A. P.

L = lengte leiding

De hoogte h van de waterkolom wordt per leiding constant genomen en wordt afgeleid uit het per leiding gegeven gemiddeld bodempeil.

h = hoogte waterkolom

A = natte doorsnede; deze oppervlakte is in de figuren 1, 2 en 3 dik-omlijnd

O = natte omtrek van een leiding; deze is per definitie gelijk aan $DA + AB + BC$

R = hydraulische straal van een leiding en wordt gedefiniëerd door de gelijkheid $R = F/O$

Zoals reeds aangegeven worden er twee soorten kunstwerken onderscheiden, namelijk duikers en stuwen. Bovendien wordt de mogelijkheid open gehouden, dat een duikeropening rechthoekig of rond is. Verder is steeds verondersteld dat de onderkant van de opening in een kunstwerk zich ter hoogte van de bodem van de leiding bevindt. Andere veronderstellingen omtrent vorm en ligging van de kunstwerken kunnen op een oudige wijze in het computer-programma worden opgenomen.

Aan de figuren 1, 2 en 3 kunnen direct een aantal benodigde formules worden ontleend. Deze volgen hierna

$$\text{Natte doorsnede leiding} : A = h \cdot (b + th) \quad (2.1)$$

$$\text{Natte omtrek leiding} : O = b + 2h\sqrt{1+t^2} \quad (2.2)$$

$$\text{Hydraulische straal leiding} : R = F/O \quad (2.3)$$

$$\text{Natte doorsnede rechth. duiker} : A = b_d \cdot h \quad \text{als } h \leq H - H_k \quad (2.4)$$

$$A = b_d \cdot (H - H_d) \quad \text{als } h > H - H_k \quad (2.4)$$

$$\text{Natte doorsnede ronde duiker} : A = \frac{d^2}{2} \cdot \arctg \sqrt{\frac{h}{d-h}} - \left(\frac{1}{2}d-h\right)\sqrt{h(d-h)} \quad \text{als } h < d \quad (2.5)$$

$$A = \frac{1}{4}\pi d^2 \quad \text{als } h \geq d \quad (2.5)$$

$$\text{Natte doorsnede stuw} : V = H - H_s \quad (\text{per definitie})$$

$$A = b_s \cdot h \quad \text{als } h \leq V \quad (2.6)$$

$$A = b_s \cdot V + (h - V)(b_s + tVh) \quad \text{als } h > V \quad (2.6)$$

Het verval z in een leiding of kunstwerk wordt bij een gegeven afvoer Q berekend volgens

$$z = c \cdot Q^2 \quad (2.7)$$

Het berekenen van de hierin benodigde factor c verloopt bij leidingen of kunstwerken op verschillende wijze.

Voor kunstwerken geldt namelijk

$$c = \frac{1}{2g\mu^2 A^2} \quad (2.8)$$

waarin g de zwaartekrachts-versnelling ($= 9.81 \text{ m/sec}^2$) voorstelt en A de natte doorsnede; de coëfficiënt μ is in navolging van "Richtlijnen voor het ontwerpen van open waterlopen en van sommige bijbehorende kunstwerken", pag. 23 gesteld op 0.8. Door formule (15) uit de Richtlijnen te kwadrateren wordt (2.8) verkregen.

Voor leidingen gelden in het computerprogramma de formules van Bazin (2.9) en (2.10); ze zijn van toepassing bij eenparige stroomsnelheden en luiden als volgt:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\chi}{VR}} \quad (2.9)$$

en

$$c = \frac{L}{R(A \cdot C)^2} \quad (2.10)$$

waarin γ ($= 1.3$) een coëfficiënt voor wand-oneffenheid voorstelt, zoals aangegeven op pag. 50 en 51 van "Hydraulica", door J. L. den Daas; de grootte L is de lengte van de betreffende leiding. Door formule (1) uit de Richtlijnen te kwadrateren en daarbij in te vullen $v = Q/A$, wordt het verhang S gevonden; na vermenigvuldigen met L verkrijgt men het verval z , waarna in verband met (2.7) blijkt dat (2.10) geldt.

III. NETWERKBEREKENINGEN, METHODE HARDY-CROSS

Figuur 4A stelt het eenvoudigst denkbare netwerk voor, bestaande uit één ring met twee leidingen. De totale toevoer Q (liters per seconde) wordt gesplitst in de hoeveelheden Q_1 en Q_2 , die moeten worden berekend en die onder meer afhangen van de afmetingen van de leidingen en van de waterstand bij het inlaatpunt I. Omdat het water in U samenkomt is $z_1 = z_2$, en dus gelden de voorwaarden:

$$Q_1 + Q_2 = Q$$

$$c_1 Q_1^2 - c_2 Q_2^2 = 0$$

Beschouw nu figuur 4B. De wijze waarop de stromen zich bij de knooppunten splitsen levert de eerstvolgende drie voorwaarden, terwijl per ring nog een voorwaarde is af te leiden door beschouwing van de vervallen. Er geldt dus in netwerk 4B

$$\begin{array}{rcll} Q_1 + Q_2 & = & Q & \text{in knooppunt 1} \\ Q_2 - Q_3 - Q_4 & = & 0 & \text{in knooppunt 2} \\ Q_1 + Q_3 + Q_4 & = & Q & \text{in knooppunt 3} \\ c_1 Q_1^2 - c_2 Q_2^2 - c_3 Q_3^2 & = & 0 & \text{in ring 1} \\ c_3 Q_3^2 - c_4 Q_4^2 & = & 0 & \text{in ring 2} \end{array}$$

Hierin moet echter de derde vergelijking worden geschrapt omdat deze de som is van de twee voorgaande vergelijkingen. Is, algemeen gesteld, het aantal ringen r en het aantal knooppunten k , dan moet worden voldaan aan een stelsel van $k-1$ lineaire en r zuiver kwadratische vergelijkingen in de onbekenden $Q_1, Q_2, \dots, Q_{r+k-1}$. Heeft men, zoals in het computerprogramma, te maken met open leidingen, dan zijn de coëfficiënten c_i alleen constant wanneer een eenparige stroomsnelheid wordt aangenomen.

Een ander voorbeeld van een netwerk is een stelsel van stroomvoerende draden, waarin sprake is van stromen Q_i en weerstanden c_i . De spanningsverschillen (vervallen) bedragen dan $z_i = c_i \cdot Q_i$ en in een netwerk als in fig. 4B geldt onderstaand stelsel lineaire vergelijkingen (in het algemeen $r+k-1$ vergelijkingen met evenzoveel onbekenden):

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= Q \\ Q_2 - Q_3 - Q_4 &= 0 \\ c_1 Q_1 - c_2 Q_2 - c_3 Q_3 &= 0 \\ c_3 Q_3 - c_4 Q_4 &= 0 \end{aligned}$$

welk stelsel direct kan worden opgelost naar Q_1 door het ontbreken van de tweede-graadstermen.

Bij open waterleidingen waar deze wel voorkomen zal echter een iteratieve rekenwijze ter oplossing van de Q_i 's moeten worden toegepast. De methode die in het computer-programma wordt gebruikt is de methode Hardy-Cross, waarvan de werking aan de hand van figuur 4A wordt uiteengezet.

Veronderstel, dat bij gegeven inlaat-hoeveelheid Q een eerste schatting van de verdeling van het water over de leidingen in het eerste knooppunt wordt voorgesteld door Q_1 en Q_2 , dan moet gelden

$$Q_1 + Q_2 = Q, \quad (3.1)$$

en bovendien moet wegens (2.7) worden voldaan aan

$$c_1 Q_1^2 - c_2 Q_2^2 = 0, \quad (3.2)$$

wat in het algemeen voor gekozen Q_1 en Q_2 niet het geval zal zijn. Daarom probeert men Q_1 en Q_2 te verbeteren en nieuwe waarden te bepalen volgens

$$\begin{aligned} Q_1^* &= Q_1 + \Delta \\ Q_2^* &= Q_2 - \Delta \end{aligned}$$

Door deze werkwijze wordt ook door de nieuwe Q -waarden voldaan aan (3.1). De waarden van Q_1^* en Q_2^* moeten ook voldoen aan (3.2), dus

$$c_1 \cdot (Q_1 + \Delta)^2 - c_2 \cdot (Q_2 - \Delta)^2 = 0$$

waaruit volgt

$$[c_1 Q_1^2 - c_2 Q_2^2] + (2c_1 Q_1 - 2c_2 Q_2) \cdot \Delta + (c_1 - c_2) \cdot \Delta^2 = 0$$

Aangezien er altijd wel een correctie (hoe klein ook) mogelijk is, kunnen uit deze vergelijking twee wel of niet gelijke waarden van Δ worden opgelost. Er is echter geen criterium om vast te stellen met welke Δ de waarden van Q_1^* en Q_2^* moet worden berekend. Om deze keuze te vermijden wordt de kwadratische term van de vergelijking geschrapt in de veronderstelling dat Δ^2 klein is ten opzichte van Δ , waarna blijkt

$$\Delta = - \frac{c_1 Q_1^2 - c_2 Q_2^2}{2c_1 Q_1 + 2c_2 Q_2} \quad (3.3)$$

De waarden Q_1^* en Q_2^* voldoen weer wel aan (3.1) maar waarschijnlijk nog niet aan (3.2). Ze worden daarom zò vaak achtereenvolgens gewijzigd volgens (3.3) totdat bij benadering $\Delta = 0$.

Is dat het geval, dan is volgens (3.3) ook aan (3.2) voldaan, terwijl (3.1) nog steeds geldt; de eindoplossing van Q_1 en Q_2 is dus bereikt. Ter illustratie van een en ander wordt in bijlage 1 een netwerk als in figuur 4A doorgerekend, waarbij gegeven is: $c_1 = 2$; $c_2 = 1$; $Q = 200$ l/sec.

Wat in bijlage 1 op één ring werd toegepast, kan ook worden gebruikt bij het doorrekenen van een uitgebreider leidingnet, mits dit wordt gesplitst in een aantal ringen, zoals is aangegeven in figuur 4B. Hiertoe wordt de geschatte hoeveelheid water die door de leidingen stroomt per ring gecorrigeerd, waarna een volgende ring aan de beurt komt voor correctie, totdat het gehele net doorlopen is. Wanneer hierna in één of meer ringen nog te grote waarden van Δ optreden wordt het leidingnet aan een volgende correctie-ronde onderworpen, enz.

Telkens als één ring is afgewerkt gelden alle lineaire betrekkingen nog steeds: wanneer bijvoorbeeld ring 1 in figuur 4B is gecorrigeerd, geldt er

$$Q_2 = Q_3 + Q_4 \quad (\text{vóór correctie ring 1})$$

dus

$$Q_2 - \Delta = Q_3 - \Delta + Q_4$$

m. a. w.

$$Q_2^* = Q_3^* + Q_4 \quad (\text{nà correctie ring 1})$$

Het rekenschema kan nog wat worden gestroomlijnd door de grootheden c en Q per ring van een teken te voorzien. Dit kan door te stellen dat $c > 0$ en $Q > 0$ bij stromen in tegenwizerrichting, terwijl deze grootheden anders negatief zijn. Hierdoor kunnen de correctietermen Δ steeds bijgeteld worden. In bijlage 2 wordt als voorbeeld een netwerk als in figuur 4B doorgerekend, waarbij $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 \equiv 1$. De resultaten, bereikt na vijf berekeningsronden zijn in figuur 5 weergegeven. Door het toekennen van tekenen kan de correctie per ring eenvoudig als volgt worden samengevat.

$$\Delta = \frac{\sum c_i Q_i^2}{2 \sum c_i Q_i} \quad \text{en } Q_i^* = Q_i + \Delta \quad (3.4)$$

De in bijlage 2 uitgevoerde berekening volgt niet de oorspronkelijke methode Hardy-Cross. Bij laatstgenoemde rekenwijze worden namelijk de correcties pas dan aangebracht wanneer alle ringen zijn bewerkt. De methode van bijlage 2 is verwerkt in het computerprogramma. Ze convergeert in het algemeen niet alleen sneller dan de oorspronkelijke methode, maar is ook eenvoudiger te hanteren, doordat het berekenen en het toepassen van een correctieterm direct na elkaar komen. Dit is ook programmeer-technisch van voordeel. In bijlage 3 wordt de originele Hardy-Cross methode getoond; de leidingen op de grens van twee ringen ontvangen twee correcties. Eerst na acht berekeningsgangen zijn de Q_i -waarden bereikt die in bijlage 2 in slechts vijf ronden werden verkregen.

IV. HET REKENSHEMA BIJ EENPARIGE SNELHEDEN IN OPEN LEIDINGEN

In de berekeningen in de bijlagen 1, 2 en 3 is gewerkt met constante weerstands-coëfficiënten c_i per leiding. In een open leiding gelden echter volgens paragraaf II de volgende formules:

$$A = (b + th) \cdot h \quad (4.1)$$

$$O = b + 2h \sqrt{1 + t^2} \quad (4.2)$$

$$R = A/O \quad (4.3)$$

$$C = 87 / (1 + \frac{1}{\sqrt{R}}) \quad (4.4)$$

$$c = L / (A^2 C^2 R) \quad (4.5)$$

$$z = cQ^2 \quad (4.6)$$

Hieruit blijkt dat het verval z afhankelijk is van de waterhoogte h en het debiet Q . In het leidingnet-model met eenparige snelheden, waarvoor deze formules van toepassing zijn, is de grootte h per leiding constant; dit is dus ook het geval met de coëfficiënt c . Wat bij de berekening in feite gebeurt is, dat een bepaald verval per leiding wordt berekend en dat achteraf aan de bodem van de leiding eenzelfde verval wordt toegekend (figuur 6). Dit is strikt genomen niet in overeenstemming met het aannemen van een gemiddeld bodempeil per leiding; het geeft echter op eenvoudige wijze een methode om een indruk te krijgen van hoe de totaal toegevoerde hoeveelheid water zich verdeelt over de leidingen van het systeem. Een meer exacte benadering zou zijn, per leiding een waterspiegel in de vorm van een valkromme te berekenen (bijlage 4, figuur 7).

Hiertoe moet echter een wat ingewikkelder rekenmethode worden gebruikt, waarbij per leiding een differentiaalvergelijking wordt geïntegreerd.

De praktijk zou nu kunnen zijn, dat een netwerk waarin eenparig versnelde stroomsnelheden heersen, wordt doorgerekend alsof men met eenparige snelheden te doen had. In alle leidingen wordt aldus gebruik gemaakt van te grote dwarsdoorsneden, wat reden is om voorlopig aan te nemen dat de onderlinge verhoudingen van de leidingdebieten (en dus de debieten zelf) vrij nauwkeurig kunnen worden berekend; hierbij wordt uiteraard uitgegaan van de juistheid van de gebruikte formules.

De vervallen ten gevolge van het voorkomen van kunstwerken worden berekend met behulp van de in de leiding aangenomen waterhoogte ten opzichte

van de bodem.

Verdere vereenvoudigingen zijn onder andere dat de invloed van krommingen in de leidingen is verwaarloosd. Bovendien is het effect van bodemhoogteverschillen tussen leidingen slechts bij benadering in rekening gebracht, namelijk door bij het bepalen van de hoogte van de waterkolom de bodemsprong te verdisconteren.

V. HET COMPUTERPROGRAMMA:

GEGEVENS, SCHEMA VAN HET PROGRAMMA, REKENRESULTATEN

Het rekenschema is verwerkt tot een programma in de FORTRAN-II code en is momenteel geschikt voor de computer I. B. M. -1620 met een geheugencapaciteit van 40 000 decimale posities, die voorzien is van een toegevoegd schijvengeheugen. Het programma kan op het ogenblik een stelsel van maximaal 75 leidingen verwerken.

Een netwerk bestaande uit vier ringen met leidingen van gelijke afmetingen en zonder kunstwerken werd doorgerekend. Men zie figuur 8, waarin de aangenomen stroomrichtingen zijn aangegeven. In bijlage 5 zijn de in het computer-programma benodigde vaste gegevens vermeld en is tevens de indeling van de gebruikte ponskaarten aangeduid. De A-gegevens hebben betrekking op de kenmerken van de leidingen en de eventueel daarin voorkomende duikers en/of stuwen. De kenmerken van een leiding zijn op één ponskaart vermeld; na deze kaart volgt er één kaart voor elk in de leiding voorkomend kunstwerk. Hierdoor is het eenvoudig, in een berekening kunstwerken toe te voegen of weg te laten en het effect hiervan op de doorstroming te bestuderen.

De B-gegevens geven de volgorde van verwerking der leidingen en de veronderstelde stromingsrichtingen aan.

De Q-gegevens zijn de waarden van de beginschattingen van de debieten $Q_1, Q_2, \dots$; de bijbehorende stroomrichtingen worden door het rekenprogramma ontleend aan de plus- en mintekens die in de B-gegevens voorkomen. De C-gegevens tenslotte geven de mogelijkheid de weerstandsfactor c die per leiding wordt berekend met een gegeven bedrag Δc (eveneens per leiding verschillend) te vermeerderen. Door het invoeren van deze extra weerstand kan de waterloop tot op zekere hoogte worden beïnvloed. Hierbij kan achteraf worden bepaald met welke hulpmiddelen deze weerstand zal moeten worden gerealiseerd; wordt daarbij gebruik gemaakt van duikers of stuwen dan kan met behulp van de formules (2.4), (2.5), (2.6) de grootte van de opening worden bepaald omdat de grootte van h bekend is.

Het rekenprogramma dat bovenstaande gegevens verwerkt bestaat uit een aantal delen die onafhankelijk van elkaar in werking kunnen worden gesteld. Dit geschiedt doordat men aan de rekenmachine een cijferaanduiding verstrekt door middel van de met de computer verbonden schrijfmachine.

Het programma omvat het volgende:

1. invoeren inlaatpeil in cm beneden N. A. P. via typemachine
2. invoeren Q-gegevens op ponskaarten
3. invoeren A-gegevens op ponskaarten
4. invoeren B-gegevens op ponskaarten
5. invoeren C-gegevens op ponskaarten
6. verwijderen C-gegevens
7. doorrekenen van het net
8. herstellen Q-gegevens volgens 2.

Het is dus eenvoudig een berekening met gewijzigde gegevens te herhalen; bijvoorbeeld met een ander inlaatpeil of met een gewijzigd netwerk. De Q-gegevens worden in het programma in tweevoud gebruikt: één stel wordt als vast gegeven in het computergeheugen bewaard, een ander stel ondergaat correcties. Hierdoor wordt het mogelijk het oorspronkelijke stel Q-waarden via programma-deel 8 steeds opnieuw te gebruiken als uitgangspunt voor nieuwe berekeningen. In punt 6 worden de eventueel ingevoerde Δc -waarden (punt 5) ongedaan gemaakt door ze gelijk aan nul te stellen.

Door het instellen van vier schakelaars kan worden gekozen welke rekenresultaten gepresenteerd zullen worden; de keuze is als volgt:

- schakelaar 1 aan: typen uitkomsten per ring; direkt na correctie
- | | |
|---|--|
| 2 | : typen Q, z, leidingnr; na één volledige berekeningsronde |
| 3 | : typen z, leidingnr per ring; direkt na correctie |
| 4 | : beëindig berekeningen. |

Bij schakelaar 1 worden de volgende resultaten naast elkaar op één regel getypt:

nummer van de ring;
nummer van de leiding;
nummer beginpunt leiding;
nummer eindpunt leiding;
Q per leiding (m^3 /etmaal);
z per leiding, incl. kunstwerken (mm);
peil in eindpunt leiding (mm boven bodem);
peil in eindpunt leiding (mm beneden N. A. P.).

Bovenstaande uitkomsten worden steeds in ponskaart verstrekt. Door schakelaar 2 aan te zetten kunnen tijdens de berekening een aantal opeenvolgende Q-rijen worden vergeleken en kan worden beslist of de uitkomsten voldoende stabiel zijn geworden. Is dit het geval, dan wordt de berekening beëindigd door schakelaar 4 aan te zetten, waarna men, indien gewenst, met één of meer van de programmadelen 1 t/m 8 kan vervolgen.

VI. PROEFBEREKENINGEN

Met behulp van de gegevens uit bijlage 5 werden enkele berekeningen met de computer uitgevoerd.

Hierbij werd uitgegaan van een inlaatpeil van 40 cm beneden N. A. P. Uit de gegevens in bijlage 5 blijkt dat bij alle leidingen de bodem op 100 cm beneden N. A. P. ligt. De waterkolom is dus 60 cm hoog. Om het convergeren naar vaste eindwaarden na te gaan werden onder andere drie verschillende beginschattingen als Q-gegevens gebruikt. Men vindt voor deze gevallen dezelfde eindoplossingen voor Q en z. Begin- en eindwaarden zijn in figuur 9 vermeld. Het éénmaal doorlopen van het net vergde ongeveer 2 minuten. De vermelde eindoplossing van Q is constant tot op kubieke meters per etmaal, z is in millimeters constant: dit is ook bij de volgende berekeningen het geval.

Een drietal andere berekeningen werd uitgevoerd om de mogelijkheid aan te geven, dat ook de kwel in rekening kan worden gebracht.

In figuur 10 is een voorbeeld gegeven hoe een totale hoeveelheid kwel van 30 l/sec over de leidingen kan zijn verdeeld. Wordt deze kwel per leiding bijgeteld bij de Q-gegevens uit figuur 9 (hierbij uiteraard cumulatief, in de richtingen van de stromen werkend), dan ontstaan de gegevens van figuur 10. Hiermee is een kwel in rekening gebracht die in het begin-knoop-punt van de leiding geconcentreerd is gedacht. De verdeling van de kwel over de leiding komt hierbij niet nauwkeurig ter sprake; dit aspect is wel vluchtig aangeduid in de leidingen 5 en 6 (fig. 8), die in feite één leiding vormen maar niettemin verschillende hoeveelheden kwel kregen toegemeten. Dit uit zich bij de einduitkomsten van de leidingen 5 en 6. Door elke leiding in kleine stukjes op te delen kan een meer continue kwelverdeling worden nagebootst.

Vervolgens werd een aantal berekeningen uitgevoerd om de invloed van een extra weerstand in een leiding na te gaan. In figuur 11 zijn de eindresultaten opgenomen bij verschillende waarden van Δc in leiding 1. Hierbij werd uitgegaan van de beginwaarden uit figuur 9, die per Δc -waarde dezelfde oplossing leverden.

Om een oplossing te verkrijgen die stabiel is in kubieke meters per etmaal waren steeds ongeveer 5 à 7 berekeningsronden nodig; dit geldt zowel voor de Q als voor de z. In figuur 11 blijkt dat het debiet in een zekere lei-

ding (in het voorbeeld leiding 1) eenvoudig is te beïnvloeden door een extra weerstand, maar dat hierdoor ook de stromen in andere leidingen van grootte veranderen.

Tenslotte werden de eerstgenoemde berekeningen (figuur 9) op een iets andere wijze nogmaals uitgevoerd. Nu werd niet gerekend met een constante waterkolom, maar werd per leiding het berekende verval in mindering gebracht op het beginpeil (t. o. v. de bodem) van de betrokken leiding. Hierbij werd dus als het ware één gemiddelde stroomsnelheid per leiding aangenomen, hoewel in dit model de stroomsnelheid eenparig versneld is. De uitkomsten van de berekeningen zijn in figuur 12 aangegeven; ze zijn een bevestiging van het vermoeden dat in de derde alinea van paragraaf IV werd geuit, namelijk dat de Q-waarden niet veel veranderen ten opzichte van die in figuur 9, met andere woorden dat ongeveer dezelfde verdeling van de beschikbare hoeveelheid water over de leidingen wordt gevonden. De waarden van z lijken echter gevoeliger voor de gevolgde rekenwijze.

Bijlage 1: het doorrekenen van een netwerk bestaande uit één ring; zie figuur 4A.

leiding	c	Q	$z = cQ^2$	$2cQ$	Δ	Q(1/sec)
1	2	50	5000	200	35	85
2	1	150	22500	300	35	115
			<u>-17500</u>	<u>500</u>		
1	2	85	14450	340	-2	83
2	1	115	13225	230	-2	117
			<u>1225</u>	<u>560</u>		
1	2	83	13778	332	-0.2	82,8
2	1	117	13689	234	-0.2	117.2
			<u>89</u>	<u>566</u>		
1	2	82,8	13711	331	-0.0	82.8
2	1	117,2	13735	234	-0.0	117.2 geaccepteerde oplossing
			<u>-24</u>	<u>565</u>		

Als Q in m³/sec is gegeven, dan wordt z uitgedrukt in meters. De vervallen in de leidingen 1 en 2 bedragen dus achtereenvolgens 13711×10^{-6} en 13735×10^{-6} meters dat wil zeggen

$$z_1 = z_2 = 1,4 \text{ cm}$$

Bijlage 2: het doorrekenen van een netwerk, bestaande uit twee ringen;
zie figuur 4B

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	Q (1/sec)	I
ring 1	1	1	+50	+2500	100	45	+95	
	2	-1	-150	-22500	300	45	-105	
	3	-1	-50	-2500	100	45	-5	
				<u>-22500</u>	<u>500</u>			
ring 2	3	1	+5	25	10	48	+53	
	4	-1	-100	-10000	200	48	-52	
				<u>-9975</u>	<u>210</u>			

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	Q	II
ring 1	1	1	+95	+9025	190	10	+105	
	2	-1	-105	-11025	210	10	-95	
	3	-1	-53	-2809	106	10	-43	
				<u>-4809</u>	<u>506</u>			
ring 2	3	1	+43	+1849	86	4	+47	
	4	-1	-52	-2704	104	4	-48	
				<u>-855</u>	<u>190</u>			

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	Q	III
ring 1	1	1	+105	+11025	210	0.4	+105.4	
	2	-1	-95	-9025	190	0.4	-94.6	
	3	-1	-47	-2209	94	0.4	-46.6	
				<u>-209</u>	<u>494</u>			
ring 2	3	1	+46.6	+2172	93	0.7	+47.3	
	4	-1	-48	-2304	96	0.7	-47.3	
				<u>-132</u>	<u>189</u>			

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	Q	IV
ring 1	1	1	+105.4	+11109	211	0.2	+105.6	
	2	-1	-94.6	-8949	190	0.2	-94.4	
	3	-1	-47.3	-2237	95	0.2	-47.1	
				<u>-77</u>	<u>496</u>			
ring 2	3	1	+47.1	+2218	94	0.1	+47.2	
	4	-1	-47.3	-2237	95	0.1	-47.2	
				<u>-19</u>	<u>189</u>			
	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	Q	V
ring 1	1	1	+105.6	+11151	211	-0.0	+105.6	
	2	-1	-94.4	-8911	190	-0.0	-94.4	
	3	-1	-47.2	-2228	94	-0.0	-47.2	
				<u>+12</u>	<u>495</u>			
ring 2	3	1	+47.2	+2228	94	0.0	+47.2	
	4	-1	-47.2	-2228	94	0.0	-47.2	eindoplossing
				<u>0</u>	<u>188</u>			

Bijlage 3: het doorrekenen van een netwerk bestaande uit twee ringen met de methode Hardy-Cross: zie figuur 4B

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	I
ring 1	1	1	+50	+2500	100	45	
	2	-1	-150	-22500	300	45	
	3	-1	-50	-2500	100	45	
				<u>-22500</u>	<u>500</u>		
ring 2	3	1	+50	+2500	100	25	
	4	-1	-100	-10000	200	25	
				<u>-7500</u>	<u>300</u>		
	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	II
ring 1	1	1	+95	+9025	190	5	
	2	-1	-105	-11025	210	5	
	3	-1	-30	- 900	150	5	
				<u>-2900</u>	<u>550</u>		
ring 2	3	1	+30	+900	60	23	
	4	-1	-75	-5625	150	23	
				<u>-4725</u>	<u>210</u>		
	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	III
ring 1	1	1	+100	+10000	200	5	
	2	-1	-100	-10000	200	5	
	3	-1	-48	-2304	96	5	
				<u>-2304</u>	<u>496</u>		
ring 2	3	1	+48	+2304	96	2	
	4	-1	-52	-2704	104	2	
				<u>-400</u>	<u>200</u>		

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	IV
ring 1	1	1	+105	+11025	210	0.1	
	2	-1	-95	-9025	190	0.1	
	3	-1	-45	-2025	90	0.1	
				<u>-25</u>	<u>490</u>		
ring 2	3	1	+45	+2025	90	2.5	
	4	-1	-50	-2500	100	2.5	
				<u>-475</u>	<u>190</u>		
	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	V
ring 1	1	1	+105.1	+11046	210	0.4	
	2	-1	-94.9	-9006	190	0.4	
	3	-1	-47.4	-2247	95	0.4	
				<u>-207</u>	<u>495</u>		
ring 2	3	1	+47.4	+2247	95	0.0	
	4	-1	-47.5	-2256	95	0.0	
				<u>-9</u>	<u>190</u>		
	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	VI
ring 1	1	1	+105.5	+11130	211	0.0	
	2	-1	-94.5	-8930	189	0.0	
	3	-1	-47.0	-2209	94	0.0	
				<u>-9</u>	<u>494</u>		
ring 2	3	1	+47.0	+2209	94	0.2	
	4	-1	-47.5	-2256	95	0.2	
				<u>-47</u>	<u>189</u>		

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	VII
ring 1	1	+1	+105.5	+11130	211	0.1	
	2	-1	-94.5	-8930	189	0.1	
	3	-1	-47.2	-2228	94	0.1	
				<u>-28</u>	<u>494</u>		
ring 2	3	+1	+47.2	+2228	94	0.1	
	4	-1	-47.3	-2237	95	0.1	
				<u>-9</u>	<u>189</u>		

	leiding	c	Q	$z=cQ^2$	$2cQ$	Δ	$Q(1/sec)$	VIII
ring 1	1	+1	+105.6	+11151	211	-0.0	+105.6	
	2	-1	-94.4	-8911	190	-0.0	-94.4	
	3	-1	-47.2	-2228	94	-0.0	-47.2	
				<u>+12</u>	<u>495</u>			
ring 2	3	+1	+47.2	+2228	94	0.0	+47.2	
	4	-1	-47.2	-2228	94	0.0	-47.2	
				<u>0</u>	<u>188</u>			eind- oplos- sing

Bijlage 4: de valkromme.

De hydraulische straal R is een toenemende functie van de hoogte h van de waterkolom; dit blijkt als volgt:

$$R = \frac{A}{O} = \frac{(b + th)h}{b + 2h\sqrt{1+t^2}} = \frac{b + th}{b/h + 2\sqrt{1+t^2}}$$

Het laatste lid van de gelijkheid levert dadelijk de conclusie dat R kleiner wordt bij dalende h.

Wordt h kleiner, dan is dat ook met A het geval; bovendien neemt dus R af en C ook. Daardoor wordt z groter bij afnemende h wat gemakkelijk uit de formules (4.1) t/m (4.6) nagegaan kan worden.

Men kan zich nu een leiding in een aantal zeer kleine stukken verdeeld denken. In elk stukje leiding kan zonder grote fout de stroomsnelheid eenparig worden verondersteld. Hoe meer stroomafwaarts een dwarsdoorsnede is gelegen, hoe kleiner h zal zijn en des te groter het berekende verhang; zo ontstaat het beeld van de valkromme, welke in het rekenprogramma niet exact wordt gebruikt.

Biilage 5: gegevens en ponskaartindeling

Gegevens A (ontleend aan figuur 9)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	kaartveld no
1 3	4 6	7 8	9 11	12 14	15 19	20 24	25 29	30 34	35 39	kaartkolom no
1	1	0	1	2	75	100	100			kaart no. 1
1	4	0	4	1	75	100	100			2
1	3	0	3	4	75	100	100			3
1	2	0	2	3	75	100	100			4
2	3	0	4	3	75	100	100			5
2	5	0	5	4	75	100	100			6
2	6	0	6	5	75	100	100			7
2	7	0	3	6	75	100	100			8
3	7	0	6	7	75	100	100			9
3	10	0	3	8	75	100	100			10
3	8	0	7	6	75	100	100			11
3	9	0	8	7	75	100	100			12
4	2	0	3	2	75	100	100			13
4	12	0	2	9	75	100	100			14
4	10	0	8	3	75	100	100			15
4	11	0	9	8	75	100	100			16
999										sluitkaart A-geg.

kaartveld 1 = nummer van de ring

2 = nummer van de leiding

3 = 0 als het een leiding betreft

= 1 als het een duiker betreft

= 2 als het een stuw betreft

4 = beginpunt leiding (in tegenwijzer-zin, per ring)

5 = eindpunt leiding (in tegenwijzer-zin, per ring)

6 = bodembreedte leiding als veld 3 nul is;

= breedte of doorsnede van het kunstwerk volgens kaartveld 3 en kaartveld 7

7 = boderndiepte leiding in cm beneden N. A. P. als veld 3 nul is;

= hoogte opening rechthoekige duiker of stuw in cm beneden N. A. P.

8 = lengte leiding in meters

- 9 = taludhelling t ; indien niet vermeld op 1.5 te stellen
 10 = wandruwheidscoëfficiënt γ ; indien niet vermeld op 1.3 te stellen.

In het geval van een kunstwerk moeten de kaartvelden 1, 2 en 3 worden ingevuld, en de velden 6 en 7 voorzover ze van toepassing zijn. De ringen moeten worden genummerd met 1, 2, 3, ... in de volgorde waarin ze door het programma worden behandeld. De kunstwerk-kaarten dienen direkt na de betreffende leidingkaart te komen. De leidingkaarten mogen per ring in een willekeurige volgorde liggen, maar de ringen moeten in volgorde van bewerking liggen.

De in de A-gegevens gebruikte begin- en eindpunten van de leidingen hebben niets met de stroomrichtingen te maken, maar worden eenvoudig per ring vastgesteld door in deze ring elke leiding in tegenwijzer-zin te doorlopen.

Gegevens B

1	2	3	4	kaartkolom nō
+		1		kaart no 1
-		4		2
-		3		3
-		2		4
		0		sluitkrt ring 1
+		3		
-		5		
-		6		
-		7		
		0		
+		7		
+	1	0		
-		8		
-		9		
		0		
+		2		
+	1	2		14
-	1	0		15
-	1	1		kaart no 16
		0		sluitkrt ring 4
9	9	9	9	sluitkaart B-geg.

De B-gegevens duiden aan, dat eerst in leiding 1 het verval wordt berekend en dat de stroomrichting positief is, dus van knooppunt 1 naar knooppunt 2. Vervolgens komt leiding 4 aan de beurt, in negatieve richting, dus van knooppunt 1 naar knooppunt 4. Hierbij worden door het programma de gegeven knooppunten 4 en 1 eenvoudig verwisseld omdat de tweede kaart van de B-gegevens een negatief getal bevat. Het einde van een ring wordt in de berekening gesignaleerd door een nul-kaart in de B-gegevens. Een geheel netwerk is doorlopen wanneer de computer een kaart bevattende 9999 waarneemt.

Gegevens Q

1				2				kaartveld no kaartkolom no
1	2	3	4	5	6	7	8	
		8	5				1	kaart no 1
		5	0				2	2
		7	0				3	3
1	6	5					4	
		9	5				5	
		9	5				6	
		5	0				7	
		4	5				8	
		4	5				9	
		7	0			1	0	
1	1	5				1	1	11
1	3	5				1	2	kaart no 12
9	9	9	9	9	9	9	9	sluitkaart Q-geg.

In een ponskaart is in het eerste veld de beginschatting van een debiet Q vermeld en in het tweede kaartveld het nummer van de betreffende leiding. Het geheel wordt gevolgd door een vaste sluitkaart. De Q-gegevens mogen in een willekeurige volgorde liggen. De nummers van de leidingen behoeven geen aaneensluitende rij te vormen; ze mogen echter niet hoger dan 75 zijn.

Links is een voorbeeld gegeven van hoe de totale hoeveelheid van 250 l/sec zich over de leidingen zou kunnen verdelen (zie fig. 9).

Gegevens C

1				2				kaartveld no kaartkolom no
1	2	5	6	10	11	12	15	
		1					1	kaart no 1
		1	6				4	2
9	9	9	9	9	9	9	9	sluitkaart

In kaartveld 1 is Δc aangegeven, in kaartveld 2 de betreffende leiding. De leidingen 1 en 4 krijgen dus bij deze C-gegevens de extra weerstanden die opvolgend 1 en 16 bedragen. Bij leidingen, waarvoor geen waarde van Δc wordt ingevoerd, is per definitie $\Delta c = 0$

fig 1

Dwarsdoorsnede leiding (par II)

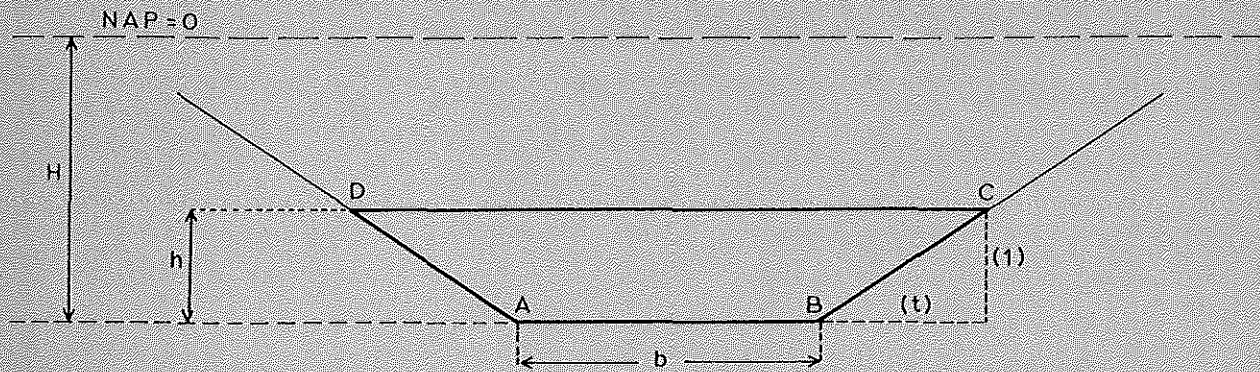


fig 2

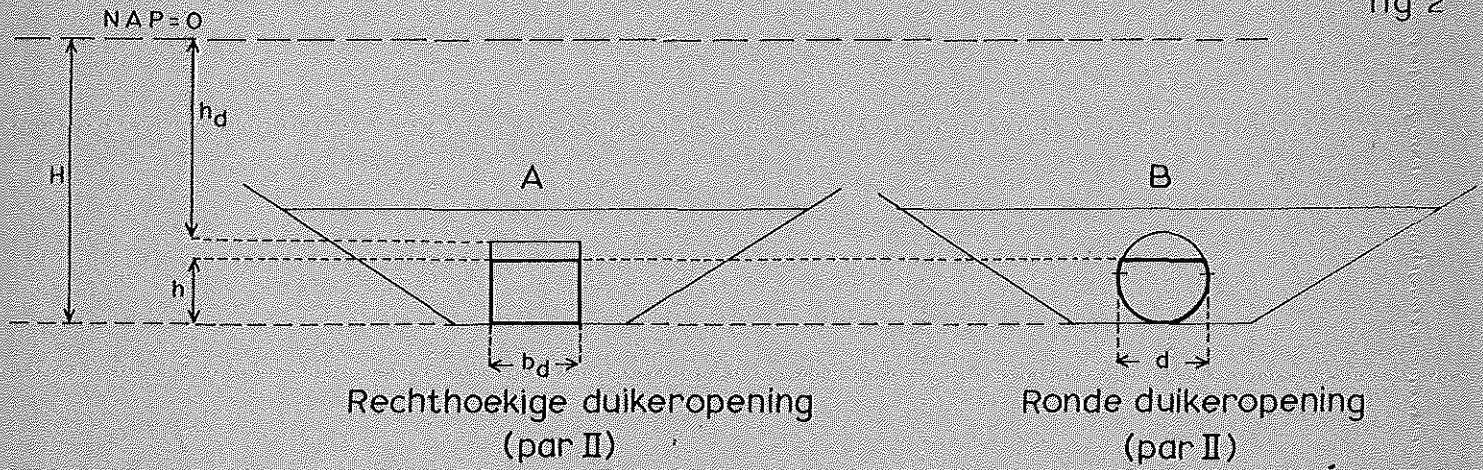


fig 3

Stuw (par II)

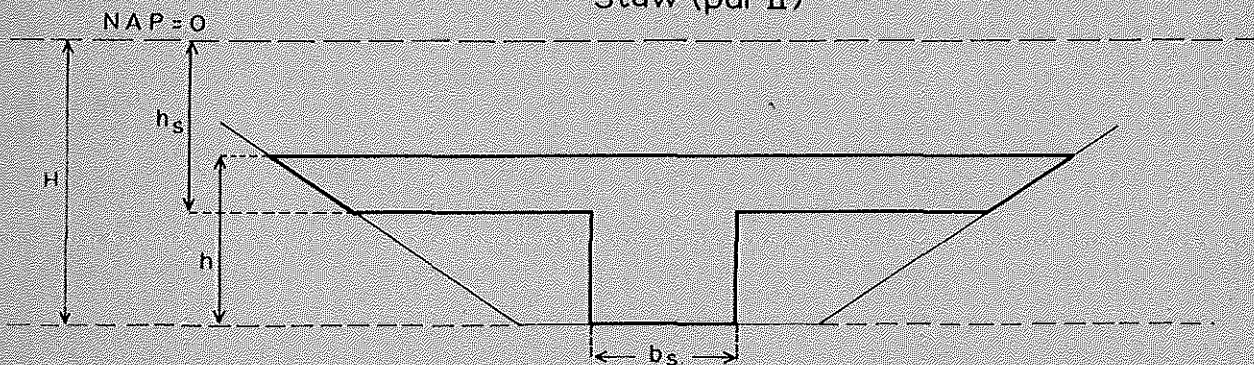


fig 4

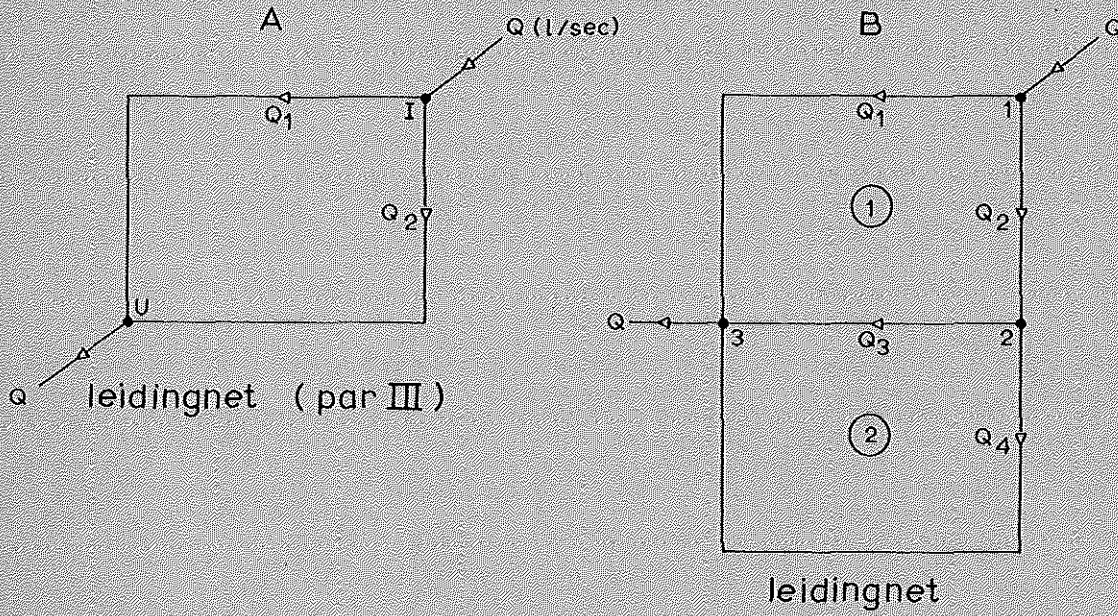


fig 5

Doorrekenen leidingnet (par III)

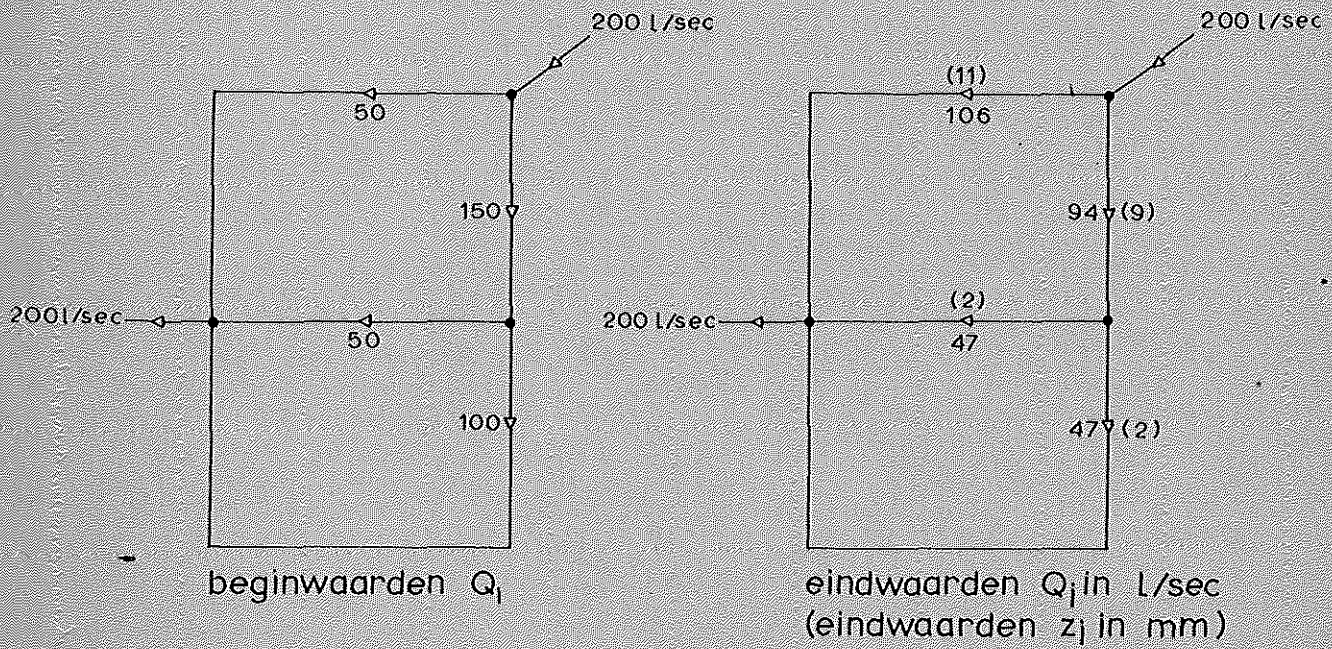


fig 6

Het verval per leiding (par IV)

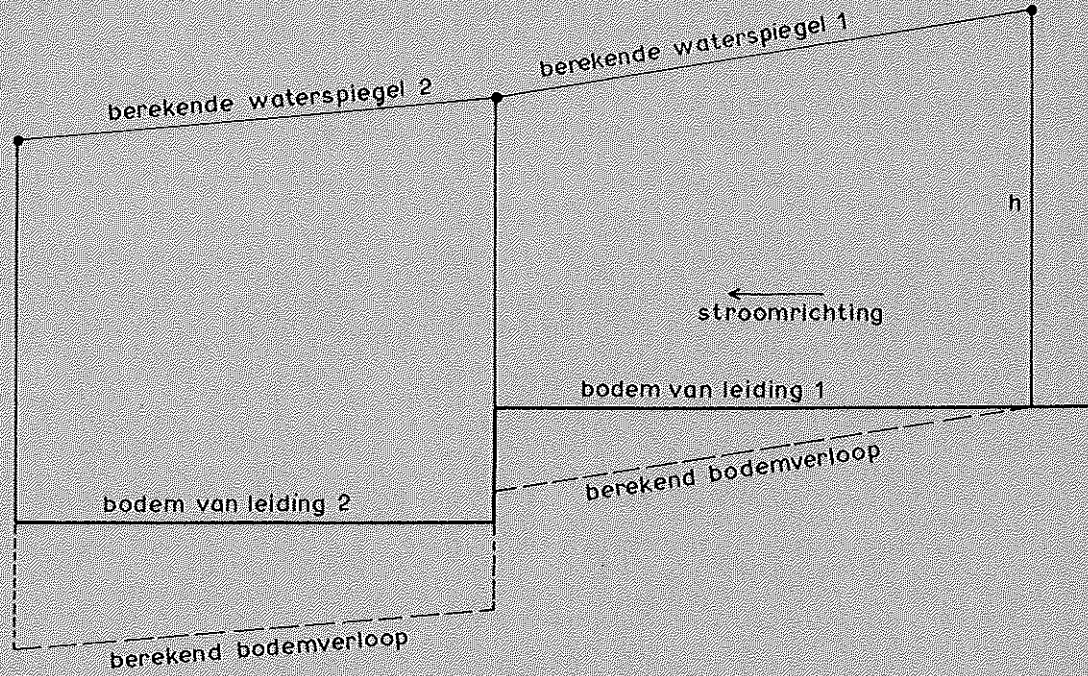
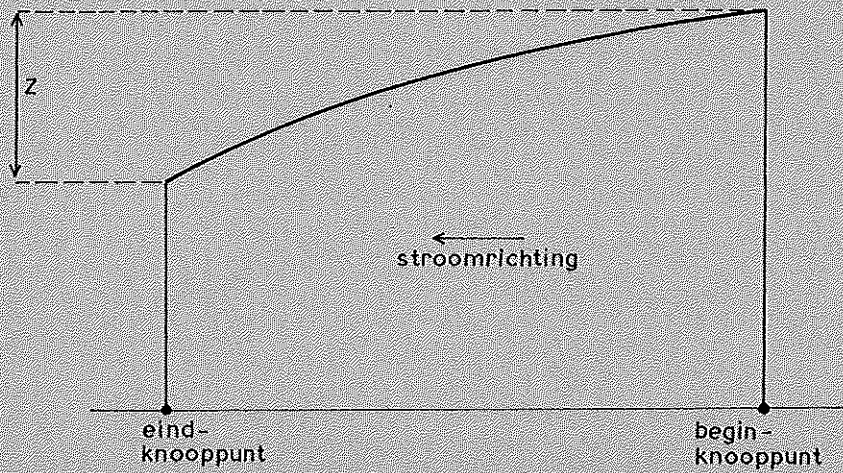


fig 7

Valkromme (par IV)





The diagram illustrates the iterative calculation of flow rates and water levels in a sewer network. It starts with a 'beginnw. Q (l/sec)' diagram and branches into two paths. The top path shows iterations for a 100% pipe, leading to 'eindw. Q (l/sec)' and 'eindw. Q (m³/etm)'. The bottom path shows iterations for a 100% pipe, leading to 'eindw. z (mm)'.

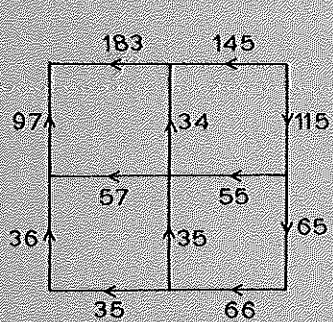
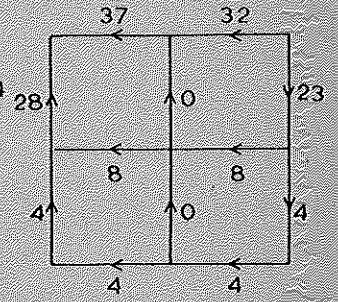
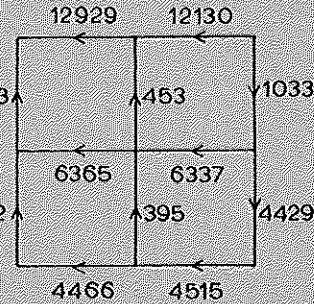
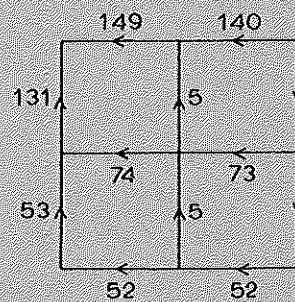
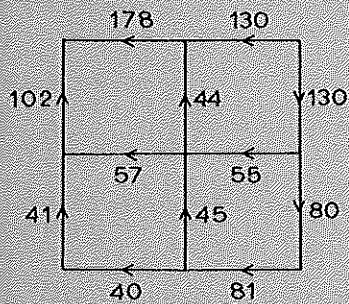
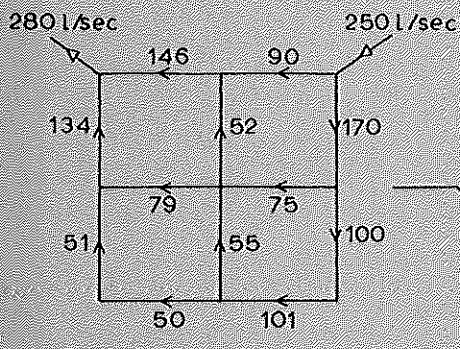
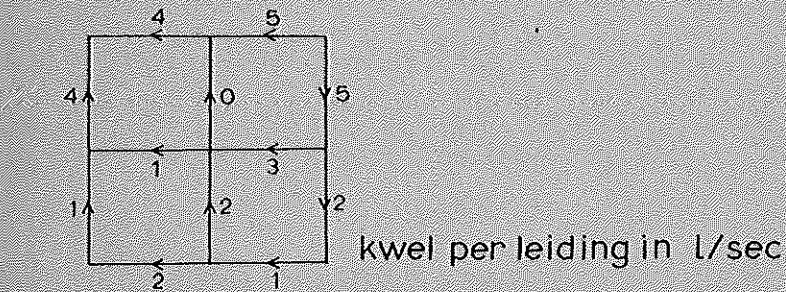
beginnw. Q (l/sec)

eindw. Q (l/sec)

eindw. Q (m³/etm)

eindw. z (mm)

Proefberekening, met kwel (par VI)



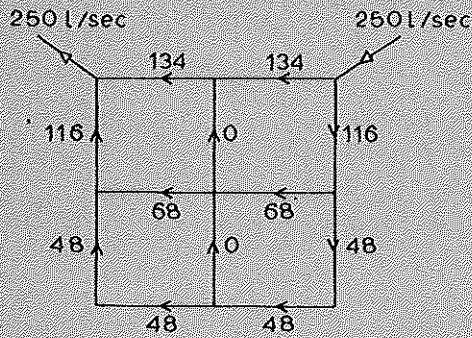
beginw. Q (l/sec)

eindw. Q (l/sec)

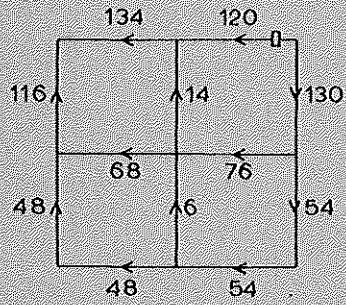
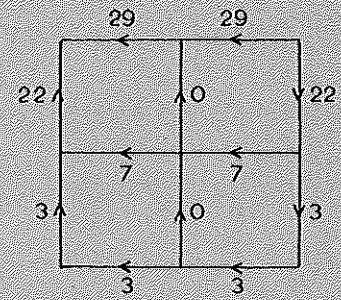
eindw. Q (m³/etm)

eindw. z (mm)

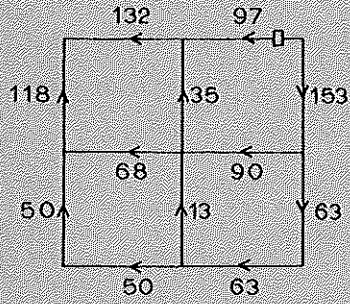
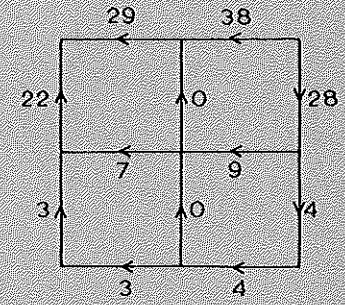
Extra weerstanden in leiding 1 (par VI)



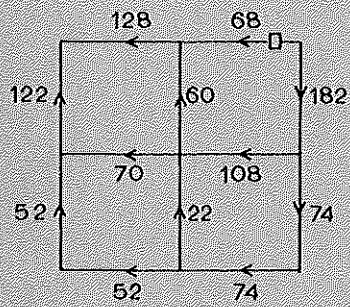
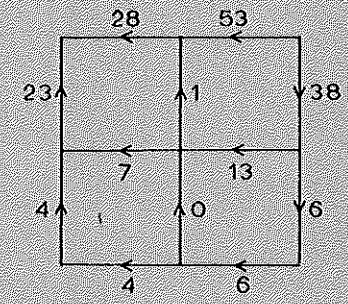
$$\Delta C_1 = 0$$



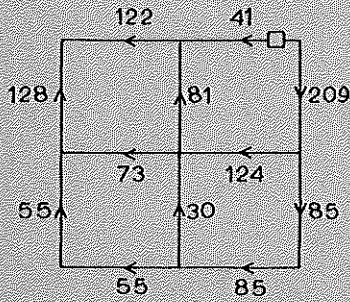
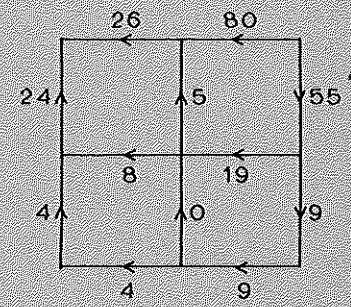
$$\Delta C_1 = 1$$



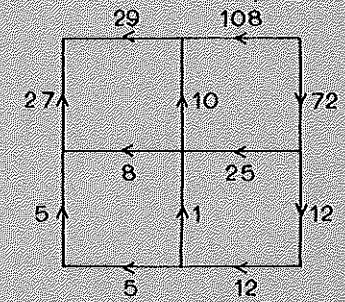
$$\Delta C_1 = 4$$



$$\Delta C_1 = 16$$



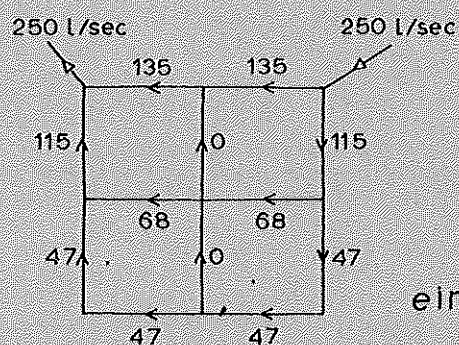
$$\Delta C_1 = 64$$



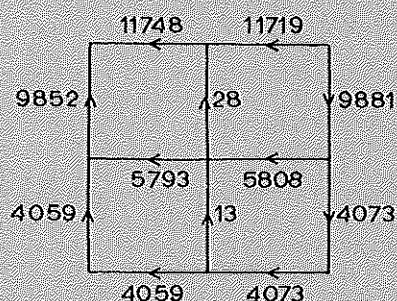
eindoplossingen Q (l/sec)

eindoplossingen z (mm)

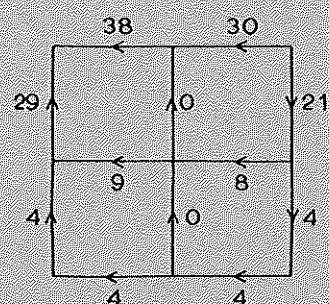
Proefberekeningen zonder kwel en niet-constante
waterkolom (par VI)



eindwaarden Q (l/sec)



eindwaarden Q (m^3/etm)



eindwaarden z (mm)