INSTITUUT VOOR CULTUURTECHNIEK EN WATERHUISHOUDING

NOTA nr. 127 dd. 23 februari 1962

De invoering van correcties in hydrohypsenkaarten ten behoeve van de berekening van horizontale en verticale componenten van de stroming bij verschillen in dichtheid van het grondwater

drs. L.F. Ernst

Een hydrohypsenkaart wordt in de praktijk veel gebruikt voor de bepaling van richting en intensiteit van de grondwaterstroming. Heeft de dichtheid onafhankelijk van de plaats eenzelfde waarde (variaties in temperatuur zijn te verwaarlozen; gemiddelde 10^{o}C) en is de grond eventueel wel gelaagd, maar overal isotroop doorlatend, dan is de bepaling zeer eenvoudig. Een anisotrope doorlatendheid kan zekere moeilijkheden geven, die in de praktijk meestal ontweken worden door te veronderstellen, dat in de goed doorlatende lagen de stroming horizontaal is, in slecht doorlatende lagen daarentegen verticaal en dat voor deze lagen respectievelijk de horizontale en verticale doorlatendheden (eventueel kD-waarden en c-waarden) bekend zijn. Van deze veronderstelling wordt in deze nota eveneens gebruik gemaakt.

Bij verschillen in dichtheid veroorzaakt door verschillen in zoutgehalte is voor een berekening van de horizontale stromingsintensiteit de volgende formule nodig:

$$q = \int k(z)\, \frac{d}{dx}\left[\frac{\gamma(z)}{\gamma_{00}}\left\{h(z) - z\right\}\right] dz \qquad (1)$$

k = doorlatendheid voor een horizontale stroming bij 10^{o}Celsius

h = stijghoogte van het grondwater

soortl. gew. ρ — γ = dichtheid van het grondwater

dichtheid δ — γ_{00} = dichtheid van zoet water bij 10^{o} Celsius = 0,9998 g/cm^{3}

$\rho = \delta g$

x = coördinaat in horizontale richting

z = coördinaat in verticale richting

In de praktijk zal men dit vaak vervangen door:

$$q(x_2 - x_1)\cdot\gamma_{00} = \int_1 k(z)\gamma(z)\left\{h(z) - z\right\} dz - \int_2 k(z)\gamma(z)\left\{h(z) - z\right\} dz \qquad (2)$$

Uit geologische profielen kan men k(z) afleiden. Uit metingen van het chloorgehalte of beter nog uit metingen van de dichtheid volgt de functie $\gamma(z)$.

Ook van de stijghoogte h(z) zijn meerdere bepalingen op eenzelfde verticale lijn nodig om van (1) of (2) gebruik te kunnen maken, tenzij verondersteld mag worden, dat in een grof pakket, waarin geen semipermeabele lagen voorkomen de verschillen in potentiaal op een verticale lijn te verwaarlozen zijn. In dat geval kan h(z) bepaald worden na substitutie van de gegevens $h(z_0)$, k(z) en $\gamma(z)$ in de volgende formule:

$$\{h(z) - z\}\,\gamma(z) - \{h(z_0) - z_0\}\,\gamma(z_0) = \int_{z_0}^{z} \gamma(z)\,dz \qquad (3)$$

Uit een groot aantal waarnemingen in het Deltagebied (Prunjepolder) is gebleken, dat onder de gegeven omstandigheden de verschillen in dichtheid op een verticale lijn meestal zo klein zijn, dat nog verder gaande benaderingen ingevoerd kunnen worden. Ten behoeve van het genoemde onderzoek werden in een groot aantal boorgaten telkens filters geplaatst op ongeveer 20 m, 30 m en 40 m diepte. Tussen 20 en 30 m diepte werden geen semipermeabele lagen gevonden. De bepalingen van het chloorgehalte tonen weliswaar verschillen in dichtheid aan, deze verschillen in dichtheid zijn echter betrekkelijk klein en er bestaat weinig bezwaar de gemeten stijghoogten en dichtheden geldig te verklaren voor de niveaux -20 m en -30 m, ook al bevinden zich de waarnemingsfilters op een iets afwijkende diepte en verder een lineair verloop $\gamma(z)$ te veronderstellen (zie als ongunstigste gevallen K71, K72, K76, K81, K85, K90, K91).

Bij een constante potentiaal op een verticale lijn en een lineaire functie $\gamma(z)$ gelden de formules (4) en (5):

$$(h_{11}-z_1)\gamma_{11}+(z_1-z_2)\frac{\gamma_{11}+\gamma_{21}}{2} = (h_{21}-z_2)\,\gamma_{21} \qquad (4)$$

$$(h_{12}-z_1)\gamma_{12}+(z_1-z_2)\frac{\gamma_{12}+\gamma_{22}}{2} = (h_{22}-z_2)\,\gamma_{22} \qquad (5)$$

Aan de hand van bijgevoegde figuur kan men (2) vervangen door de volgende formule en daarin (4) en (5) substitueren:

$$q(x_2-x_1)\gamma_{00} = k_1D_1 \left\{(h_{11}-z_1)\gamma_{11} -(h_{12}-z_1)\gamma_{12}\right\} + k_2D_2 \left\{(h_{21}-z_2)\gamma_{21} - (h_{22}-z_2)\gamma_{22}\right\} = k_1D_1 \left\{(h_{11}-z_1)\gamma_{11} -(h_{22}-z_2)\gamma_{22} + \tfrac{1}{2}(z_1-z_2)(\gamma_{12}+\gamma_{22})\right\} + k_2D_2 \left\{(h_{11}-z_1)\gamma_{11} -(h_{22}-z_2)\gamma_{22} + \tfrac{1}{2}(z_1-z_2)(\gamma_{11}+\gamma_{21})\right\} = k_1D_1 \left\{(h_{11}-z')\gamma_{11} -(h_{22}-z')\gamma_{22} + \tfrac{1}{2}(z_1-z_2)(\gamma_{12}-\gamma_{11})\right\} + k_2D_2 \left\{(h_{11}-z')\gamma_{11} -(h_{22}-z')\gamma_{22} + \tfrac{1}{2}(z_1-z_2)(\gamma_{21}-\gamma_{22})\right\} \qquad (6)$$

Daar z_1-z_2 en $\gamma_{12}-\gamma_{11}$ en $\gamma_{21}-\gamma_{22}$ relatief klein zijn, kan dit met goede benadering vervangen worden door:

$$\frac{q(x_2-x_1)\gamma_{00}}{k_1D_1 + k_2D_2} \approx (h_{11} - z')\gamma_{11} - (h_{22} - z')\gamma_{22} =$$

$$= h_{11}\gamma_{11} - h_{22}\gamma_{22} - z'(\gamma_{11} - \gamma_{22}) \qquad (7a)$$

Deze formule kan nog in een andere vorm worden geschreven als het van praktisch belang geacht wordt de gewenste correcties te berekenen ten opzichte van een gegeven dichtheid γ_0 (bijv. dichtheid van zeewater of dichtheid van zoet water). Voor γ_0 de dichtheid van zeewater te kiezen, brengt als voordeel met zich mee, dat de randvoorwaarde buiten de zeedijk bij alle bewerkingen een waarde nul behoudt.

$$\frac{q(x_2-x_1)\gamma_{00}}{k_1D_1 + k_2D_2} = (h_{11}-h_{22})\gamma_0 + (h_{11}-z')(\gamma_{11}-\gamma_0) - (h_{22}-z')(\gamma_{22}-\gamma_0) \qquad (7b)$$

Een splitsing van het rechterlid van deze formule in twee termen, zodanig dat de eerste term alleen afhankelijk van de eerste waarneming en de tweede term alleen afhankelijk is van de tweede waarneming, is niet mogelijk. Daarom kan het aanbeveling verdienen z' te vervangen door een bijzonder niveau z, dat als een gemiddelde van de diepten van

van de betrokken waarnemingsfilters niet te veel van z' mag afwijken. In de isohypsenkaart wordt h_i dus vervangen door $h_i\gamma_0+(h_i-z)(\gamma_i-\gamma_0)$.

Laatstgenoemde benadering kan minder goed zijn, daar noch $z-z'$ noch $\gamma_{11}-\gamma_{22}$ zeer klein behoeven te zijn. Een minder gunstig geval vindt men bijvoorbeeld bij de diepste filters van K90 en K91 ($z' = 38,5$ m; $z = 40$ m; $\gamma_{11} = 1,0165$; $\gamma_{22} = 1,0115$), maar ook dan is $(z-z')(\gamma_{11}-\gamma_{22})/\gamma_{00}$ in absolute waarde nog kleiner dan 1 cm.

Voor de verticale stroming in slecht doorlatende lagen kan de volgende formule gebruikt worden:

$$q(\text{vert}) = \frac{1}{c\gamma_{00}}\left\{(h_1-z_1)\,\gamma_1 - (h_2-z_2)\gamma_2 + \int_{z_2}^{z_1}\gamma(z)\,dz\right\} \qquad (8)$$

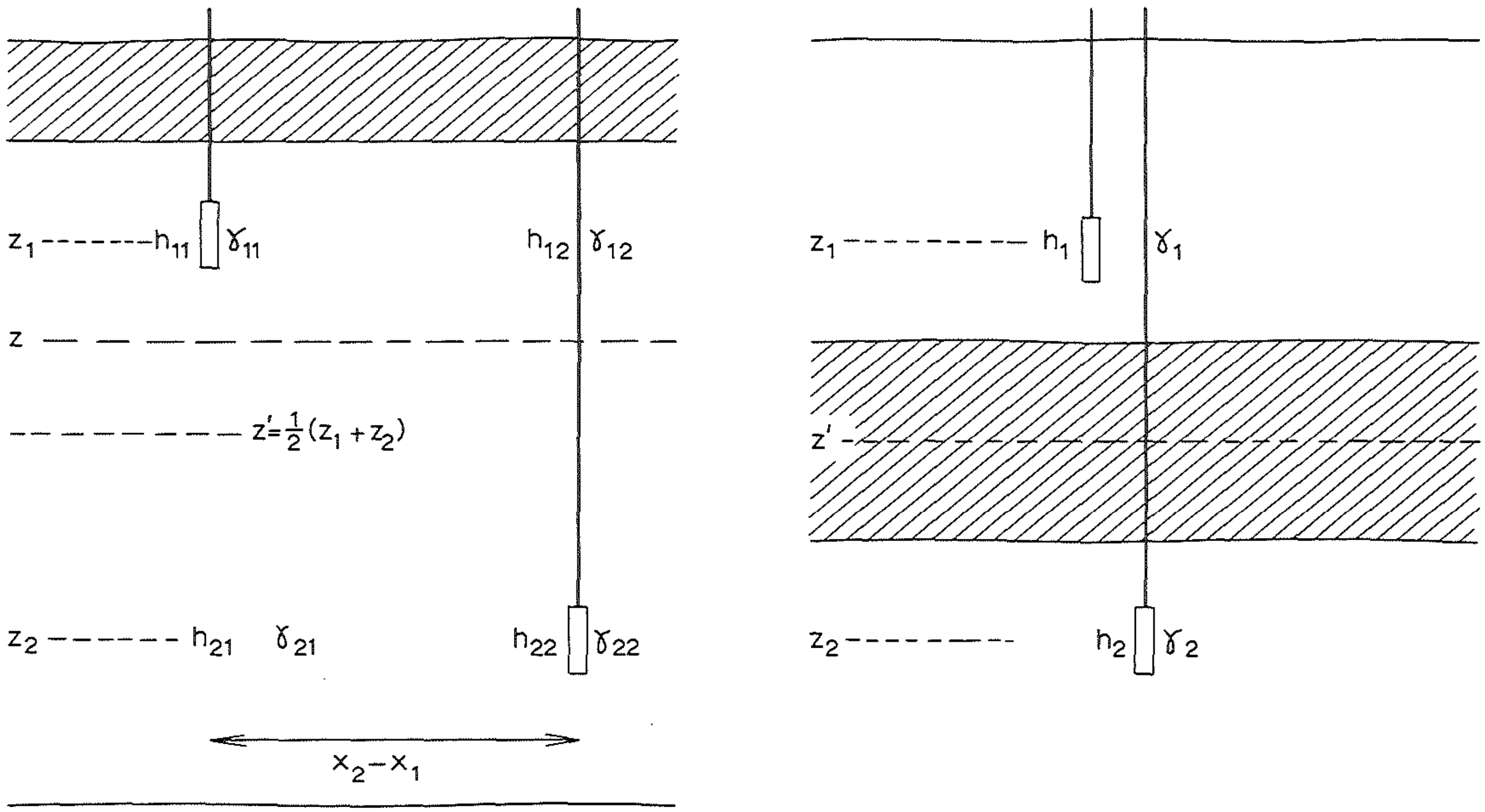
In de praktijk zal men het gemiddelde van $\gamma(z)$ veelal vervangen door het gemiddelde van de waarnemingen. Formule (8) gaat dan over in:

$$q(\text{vert})\,c\gamma_{00} \approx (h_1-z_1)\gamma_1 - (h_2-z_2)\gamma_2 + \frac{1}{2}(\gamma_1+\gamma_2)(z_1-z_2) =$$

$$= (h_1-h_2)\gamma_0 + (h_1-z')(\gamma_1-\gamma_0)-(h_2-z')(\gamma_2-\gamma_0) \qquad (9)$$

Hieruit blijkt dus, dat de correctie welke op de waargenomen stijghoogten nodig is, gelijksoortig is aan het vorige geval. Alleen dient men nu de gecorrigeerde stijghoogten te betrekken op een ander gemiddeld niveau. Het is duidelijk, dat het nu geen zin heeft om op een vast niveau z te corrigeren, maar dat voor elk stel van twee buizen h_{1i} en h_{2i} een andere gemiddelde waarde z'_i mag worden toegelaten.
Neemt men tenslotte $\gamma_0 = \frac{1}{2}(\gamma_1+\gamma_2)$, dus $\gamma_1-\gamma_0 = \gamma_0-\gamma_2 = \frac{1}{2}\Delta\gamma$, dan gaat (9) over in:

$$q(\text{vert})c\,\gamma_{00} = (h_1-h_2)\,\gamma_0 + \frac{1}{2}(h_1+h_2)\Delta\gamma - z'\Delta\gamma \qquad (10)$$



z1 h11 γ11
h12 γ12
z
z'=1/2(z1+z2)
z2 h21 γ21
h22 γ22
x2−x1
z1 h1 γ1
z'
z2 h2 γ2

62C/37