

Spanningsverdeling onder een kade volgens
elastische berekening

5.71.053

CENTRUM VOOR ONDERZOEK
WATERKERINGEN

Spanningsverdeling onder een kade volgens
elastische berekening

C 71.053

CENTRUM VOOR ONDERZOEK WATERKERINGEN

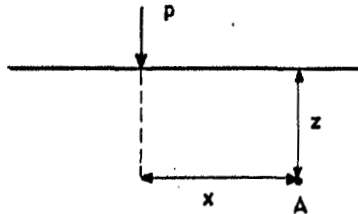
Spanningsverdeling onder een kade volgens elastische berekening

Doel van de berekening: Na te gaan, welke spanningsverdeling in het korrelskelet van de ondergrond onder een kadelichaam voorkomt en te zien, waar deze niet meer voldoet aan het criterium van Coulomb dus plastisch wordt.

Beschikbare methode:

In principe is de spanningsverdeling in een half oneindig medium t.g.v. een bepaalde belasting door Boussinesq gegeven.

Fig. 1

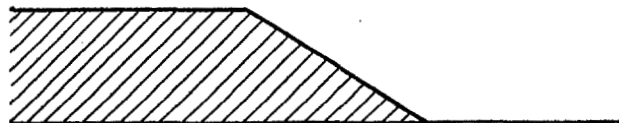


$$\sigma_z = \frac{-2 x^2 z}{\Pi (x^2 + z^2)^2} p \quad \sigma_x = \frac{-2 z^3}{\Pi (x^2 + z^2)^2} p$$

Door integreren is voor elke willekeurige belasting de spanningsverdeling te vinden.

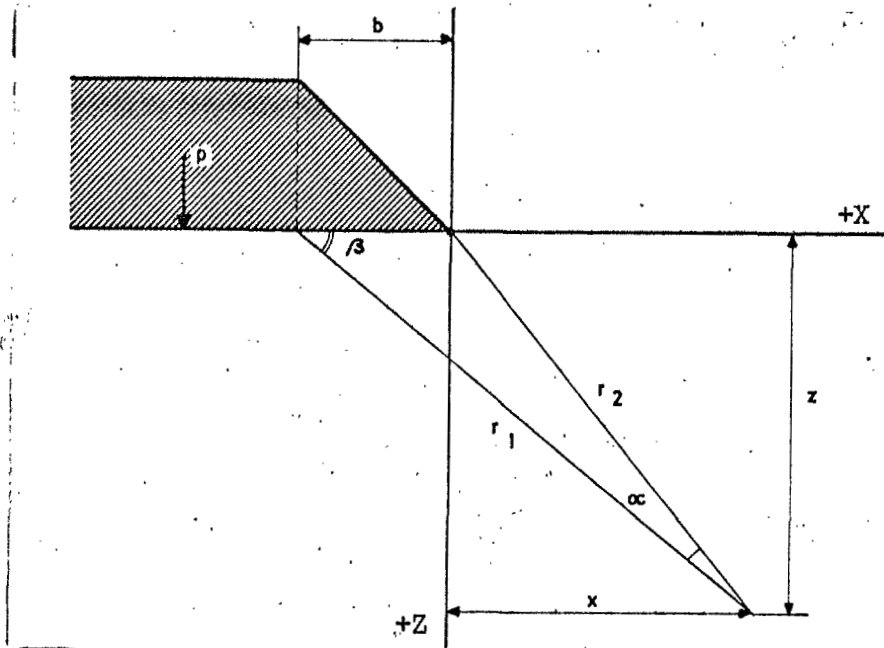
Jürgenson 1) geeft tabellen voor spanningsverdelingen zoals fig. 2

Fig. 2



1) L. Jürgenson "The Application of Theories of Elasticity and Plasticity to Foundation problems"
Contribution to Soil Mechanics 1925 - 1940
Boston Society of Civil Engineers.

Deze tabellen berusten op de volgende formules:



$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left(\beta - \frac{x}{b} \alpha \right)$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \left(\beta - \frac{x}{b} \alpha - \frac{2z}{b} \ln \frac{r_2}{r_1} \right)$$

$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \cdot \frac{z}{b} \alpha$$

Voor punten die niet in de tabellen voorkomen kunnen ook zonder bezwaar deze formules worden toegepast.

Commentaar:

Voor $z = 0$ zijn in bovenstaande formules σ_x en σ_z gelijk. Beide zijn hoofdspansingen.

Nu geldt voor vlakke vormveranderingstoestand:

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} (\sigma_3 - \nu\sigma_1 - \nu\sigma_2) = 0$$

$$\rightarrow \sigma_3 = \nu\sigma_1 + \nu\sigma_2$$

Wij kunnen aannemen dat $\sigma_3 \approx \sigma_2$

$$\rightarrow \sigma_2 = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_1$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \text{ voor } \nu = \frac{1}{2}$$

Dit geldt bij plastische vervorming, dus Jürgenson blijkt van deze veronderstelling te zijn uitgegaan.

Voor geconsolideerde grond zal ν kleiner dan $\frac{1}{2}$ zijn.

Dit geeft dan grotere schuifspanningen !

Bij de spanningsverdeling t.g.v. de bovenbelasting moet nog opgeteld worden de spanningen t.g.v. het eigen gewicht van de grond. σ_z is daarbij gelijk aan het gewicht van de bovengelegen grond en in analogie moet ook hier $\sigma_x = \sigma_z$

Berekeningsvoorbeeld

Als voorbeeld van een berekening is een profiel aangenomen met maten die b.v. in Delfland veel voorkomen en voldoen aan het reglement. Zie bijlage 1.

Dit profiel is voor de berekening gezien als superpositie van een aantal belastingen zoals in fig.2. Zie bijlage 2.

Voor de berekening van de spanningen bij de afzonderlijke belastingen, zie bijlage 3.

Berekend zijn nu de spanningen in de punten zoals in bijlage 1 zijn getekend, de "hoofdpunten". Dit waren de punten voor welke uit Jürgenson bij belasting ① direkt de spanningen bekend waren. Voor andere belastingen dan ① zijn de spanningen in de "hoofdpunten" berekend door interpolatie of, als dit niet mogelijk was, door direkte berekening met behulp van de formules. Zie voor dit laatste bijlage 4. De optelling van de diverse spanningen is gegeven in bijlage 5. Hierbij is ook het eigen gewicht van de grond in rekening gebracht. Daarna is van de normaalspanningen een waterspanning afgetrokken. Deze waterspanning is berekend als hydrostatische druk onder een freatische lijn, die recht is getrokken tussen boezem- en polderwater. De resultaten zijn getekend in cirkels van Mohr in bijlage 6. Het blijkt dat punt O1 het ongunstigst resultaat geeft wanneer men ziet naar de helling van de lijn door de oorsprong die aan de cirkel raakt. Deze blijft nog juist onder de lijn volgens $\psi = 30^\circ$ ($C = 0$).

Voor bijlagen 3,4 en 6, zie rapport bibliotheek 718

pnt.		1 +	2 -	3 +	4 +	5 +	6 -	grond	totaal
E0	σ_z	5,8000	0,4000	0	0,0500	0	0	-	5,45
	σ_x	5,8000	0,4000	0	0,0500	0	0	-	5,45
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
E1	σ_z	5,6857	0,8184	-0,0002	0,3267	0,0010	-0,0080	2,90	8,10
	σ_x	4,5025	1,1271	0,1065	0,4884	0,0666	0,0449	2,90	6,89
	τ_{xz}	0,2674	0,6577	0,0155	0,2811	0,0072	0,0061	-	-0,09
E2	σ_z	5,4329	0,9684	0,0120	0,3900	0,0068	-0,0100	5,80	10,68
	σ_x	3,8106	1,1452	0,4035	0,4995	0,1238	0,0833	5,80	9,41
	τ_{xz}	0,6711	0,7057	0,0635	0,3145	0,0255	0,0215	-	0,35
D0	σ_z	5,8000	0	0	0	0	0	-	5,80
	σ_x	5,8000	0	0	0	0	0	-	5,80
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
D1	σ_z	5,3476	0,1531	0,0016	0,0664	0,0024	-0,0039	2,90	8,16
	σ_x	4,0443	0,8377	0,1503	0,3626	0,0838	0,0652	2,90	6,64
	τ_{xz}	0,6119	0,2911	0,0155	0,1270	0,0116	0,0099	-	0,47
D2	σ_z	4,9439	0,4204	0,0255	0,17	0,0128	-0,0010	5,80	10,53
	σ_x	3,4580	1,0631	0,4669	0,46	0,1484	0,1110	5,80	9,16
	τ_{xz}	1,0220	0,5242	0,0868	0,23	0,0381	0,0330	-	0,82
C0	σ_z	4,3500	0	0	0	0	0	-	4,35
	σ_x	4,3500	0	0	0	0	0	-	4,35
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
C1	σ_z	4,2671	0,0356	0,0066	0,0124	0,0046	0,0001	2,90	7,16
	σ_x	3,5241	0,5716	0,3055	0,2438	0,1014	0,0855	2,90	6,42
	τ_{xz}	0,9390	0,1306	0,0379	0,0545	0,0176	0,0137	-	0,90
C2	σ_z	4,0472	0,1723	0,0388	0,0777	0,0299	0,0080	5,80	9,81
	σ_x	3,1651	0,8876	0,5518	0,3914	0,1827	0,1388	5,80	9,06
	τ_{xz}	1,3352	0,3302	0,1310	0,1394	0,0591	0,0447	-	1,29

pnt		1 +	2 -	3 +	4 +	5 +	6 -	grond	totaal
B0	σ_z	2,9000	0	0	0	0	0	-	2,90
	σ_x	2,9000	0	0	0	0	0	-	2,90
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
B1	σ_z	2,9000	0,0140	0,0181	0,0074	0,0175	0,0042	2,90	5,82
	σ_x	2,9000	0,4230	0,3978	0,1848	0,1566	0,1058	2,90	6,01
	τ_{xz}	1,0220	0,0687	0,0666	0,0283	0,0453	0,0175	-	1,08
B2	σ_z	2,9000	0,0757	0,0832	0,0335	0,0625	0,0170	5,80	8,79
	σ_x	2,9000	0,7249	0,6748	0,3189	0,2245	0,1666	5,80	9,03
	τ_{xz}	1,4500	0,2069	0,1963	0,0876	0,0995	0,0564	-	1,57
A0	σ_z	1,4500	0	0	0	0	0	-	1,45
	σ_x	1,4500	0	0	0	0	0	-	1,45
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
A1	σ_z	1,5329	0,0056	0,0400	0,0028	0,0902	0,0120	2,90	4,55
	σ_x	2,2759	0,3290	0,5437	0,1435	0,2282	0,1461	2,90	5,62
	τ_{xz}	0,9390	0,0401	0,1361	0,0166	0,1114	0,0370	-	1,13
A2	σ_z	1,7533	0,0364	0,1897	0,0159	0,1575	0,0290	5,80	7,85
	σ_x	2,6355	0,5977	0,8274	0,2624	0,2505	0,2095	5,80	8,97
	τ_{xz}	1,3352	0,1341	0,3236	0,0586	0,1480	0,0710	-	1,66
00	σ_z	0	0	0	0	0,5000	0	-	0,50
	σ_x	0	0	0	0	0,5000	0	-	0,50
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
01	σ_z	0,4524	0,0024	0,1987	0,0003	0,3464	0,0571	2,90	3,84
	σ_x	1,7597	0,2685	0,8141	0,1163	0,2565	0,2194	2,90	5,36
	τ_{xz}	0,6119	0,0261	0,3244	0,0144	0,1392	0,0935	-	0,97
02	σ_z	0,8561	0,0201	0,4480	0,0115	0,3150	0,0383	5,80	7,37
	σ_x	2,3420	0,5050	0,9550	0,2241	0,2525	0,1535	5,80	8,92
	τ_{xz}	1,0220	0,0928	0,4995	0,0393	0,1550	0,1356	-	1,49

pnt		1 +	2 -	3 +	4 +	5 +	6 -	grond	totaal
a0	σ_z	0	0	0,9000	0	0,5000	0,4500	-	0,95
	σ_x	0	0	0,9000	0	0,5000	0,4500	-	0,95
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
a1	σ_z	0,0934	-0,0003	0,9620	-0,0004	0,4726	0,2935	2,90	4,13
	σ_x	1,2766	0,2265	0,9976	0,0981	0,3211	0,2516	2,90	5,12
	τ_{xz}	0,2714	0,0192	0,6076	0,0081	0,0578	0,1544	-	0,77
a2	σ_z	0,3671	0,0158	0,9776	0,0054	0,4166	0,2723	5,80	7,28
	σ_x	1,9894	0,4377	0,9990	0,1889	0,2709	0,2505	5,80	8,56
	τ_{xz}	0,6711	0,0668	0,6310	0,0295	0,1101	0,1585	-	1,22
b0	σ_z	0	0	2,0000	0	0,5000	0,5000	-	2,00
	σ_x	0	0	2,0000	0	0,5000	0,5000	-	2,00
	τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	-	0
b1	σ_z	0,0296	-0,0012	1,7857	-0,0004	0,4923	0,4647	2,90	4,74
	σ_x	0,9524	0,1928	1,1861	0,0851	0,3772	0,3074	2,90	5,00
	τ_{xz}	0,1375	0,0138	0,3362	0,0060	0,0245	0,0685	-	0,42
b2	σ_z	0,1659	0,0069	1,5252	0,0025	0,4653	0,4014	5,80	7,55
	σ_x	1,6513	0,3754	1,0356	0,1646	0,3087	0,2651	5,80	8,32
	τ_{xz}	0,4280	0,0500	0,5022	0,0228	0,0672	0,1209	-	0,85

		E	D	C	B	A	0	a	b
σ_z	0	5,45	5,80	4,35	2,90	1,45	0,50	0,95	2,00
	1	8,10	8,16	7,16	5,82	4,55	3,84	4,13	4,74
	2	10,68	10,53	9,81	8,79	7,85	7,37	7,28	7,55
σ_x	0	5,45	5,80	4,35	2,90	1,45	0,50	0,95	2,00
	1	6,89	6,64	6,42	6,01	5,62	5,36	5,12	5,00
	2	9,41	9,16	9,06	9,03	8,97	8,92	8,56	8,32
τ_{xz}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,09	0,47	0,90	1,08	1,13	0,97	0,77	0,42
	2	0,35	0,82	1,29	1,57	1,66	1,49	1,22	0,85