

S-77.060

Berekening wrijvingseigenschappen uit
cel- en triaxiaalproeven m.b.v.
lineaire correlatie.

Centrum Onderzoek Waterkeringen.

Berekening wrijvingseigenschappen uit cel- en triaxiaalproeven
m.bv. lineaire correlatie.

Bij zowel de cel- als triaxiaalproef wordt voor het beschrijven van de wrijvingseigenschappen van een grondmonster de gemeten spanningen σ_v' en σ_H' of daaruit bepaalde rekenkundige grootheden bij (bijna) bezwijken gehanteerd. Doorgaans worden per grondmonster c.q. grondsoort drie of meer metingen verricht, elk bij verschillend spanningsniveau, zodat voor het vaststellen van de wrijvingseigenschappen drie of meer als kritiek beoordeelde spanningscombinaties bekend zijn. De wrijvingseigenschappen worden meestal aangegeven met een hoek van inwendige wrijving ϕ' en een cohesie c' , waardoor een lineaire verband tussen de normaalspanning σ en schuifspanning τ wordt vastgelegd.

De bepaling daarvan kan op enige verschillende manieren gebeuren, zoals

- a) schatting van de raaklijn aan de getekende cirkels van Mohr.
- b) keuze van een raaklijn aan de twee representatief geachte cirkels.
- c) lineaire correlatie van de waarnemingen.

Het is duidelijk dat bij hanteren van de onder a) en b) genoemde methode in de bepaling van de wrijvingseigenschappen een persoonlijke (subjectieve) beoordeling een rol kan spelen; men zal in het algemeen geneigd zijn toe te werken naar "voor het gevoel" aanneembare en aanvaardbare waarden voor de wrijvingseigenschappen ϕ' en c' .

Bij het gebruik van een correlatiemethode, waarbij in principe alle waarnemingen worden meegenomen, wordt een objectiever beoordeling van de resultaten verkregen. Overigens zal ook hierbij soms niet aan een zekere selectie van de resultaten ontkomen kunnen worden. Met name aanwijsbaar foutieve proefresultaten, die bij de bepaling volgens a) of b) "automatisch" eruit vallen, dienen ook hierbij buiten beschouwing te blijven.

Hieronder zal de methode van de lineaire correlatie voor het bepalen van wrijvingseigenschappen van grond nader worden besproken. Daarbij zijn tevens enkele voorbeelden uitgewerkt.

Voor het bewerken van de cel- of triaxiaalproefresultaten met een lineaire correlatie zijn nog een aantal mogelijkheden denkbaar. Zo is er de keuze van de te correleren grootheden en de correlatiemethoden. Voor dit laatste kan namelijk onderscheid gemaakt worden tussen de methode (A) waarbij de afstand van de te correleren punten tot de regressielijn evenwijdig aan één van beide assen wordt genomen en een methode (B) waarbij de loodrechte afstand tussen de punten en de regressielijn wordt bepaald.

Wat betreft de keuze van de te correleren grootheden wordt in het algemeen zoveel mogelijk aangesloten bij de parameters die bij de beproeving van het grondmonster worden bepaald.

Voor de celproef zijn dit σ_v' en σ_H' , bij de triaxiaalproef

$$p = \frac{\sigma_v' + \sigma_H'}{2} \quad \text{en} \quad q = \frac{\sigma_v' - \sigma_H'}{2} .$$

Afhankelijk van het type proef kan, bij gebruik van de correlatiemethode (A) en bij gebruik van σ_v' en σ_H' , die grootte, die bij de proef onafhankelijk was in te stellen als onafhankelijke variabele worden beschouwd. Bij correlatie van p en q lijkt er geen voor de handliggende keuze te maken.

Uitgaande van de wet van Coulomb: $\tau = \sigma \operatorname{tg} \phi' + c'$ kan dat het volgende overzicht worden gegeven

A. correlatiemethode (A) (afstand evenwijdig aan één der assen)*

1. proeven met opgelegde verticale spanning:

σ_v' onafhankelijk variabele

$$\sigma_H' = a \sigma_v' + b, \quad \text{waarin} \quad a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'}$$

$$b = \frac{-2c' \cos \phi'}{1 + \sin \phi'}$$

2. proeven met opgelegde horizontale spanning:

σ_H' onafhankelijk variabele

$$\sigma_v' = c \sigma_H' + d, \quad \text{waarin} \quad c = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'}$$

$$d = \frac{2c' \cos \phi'}{1 - \sin \phi'}$$

* Zie voor de te gebruiken correlatieformules bijlage 1.

3. p als onafhankelijk variabele:

$$q = Ap + B, \text{ waarin}$$

$$A = \sin\phi'$$

$$B = c' \cos\phi'$$

4. q als onafhankelijk variabele:

$$p = cq + D, \text{ waarin}$$

$$C = \frac{1}{\sin\phi'}$$

$$D = -c' \cot\phi'$$

B. correlatiemethode (B) (afstanden loodrecht op regressielijn)

Hierbij gelden dezelfde relaties als onder A aangegeven. De keuze van $\sigma v'$ of $\sigma H'$ als onafhankelijke parameter, resp. p of q doet niet ter zake: de berekende wrijvingseigenschappen zullen gelijk zijn en onafhankelijk van de keus.

Als voorbeeld zijn de resultaten van correlatiebewerking op een tweetal series proeven aangegeven (voor de basisgegevens wordt verwezen naar bijlage 2).

Methode A

		serie 1	serie 2
1	ϕ'	20,13 ⁰	11,42 ⁰
	c'	0,0247 kgf/cm ²	0,0340 kgf/cm ²
2	ϕ'	17,92	10,69 ⁰
	c'	0,0372 "	0,0413 "
3	ϕ'	19,39	11,14 ⁰
	c'	0,0289 "	0,0367 "
4	ϕ'	22,40 ⁰	12,97 ⁰
	c'	0,0119 "	0,0184 "

Methode B

1/2	ϕ'	19,39 ⁰	11,12 ⁰
	c'	0,0289	0,0369
3/4	ϕ'	20,13	11,44 ⁰
	c'	0,0247	0,0338

Uit dit voorbeeld blijkt dat er een aanmerkelijk verschil kan ontstaan in de voor een bepaalde grondsoort representatief geachte ϕ' en c' , afhankelijk van het type toegepaste correlatie. Dit is een onbevredigende situatie en het kunnen aangeven van een meest geschikte correlatie is in feite geboden.

Hiertoe is een poging gedaan: Daarbij is uitgegaan van de gedachte dat voor het bepalen van de sterkte van de grond in de diagrammen van Mohr de raakpunten van de omhullende van Coulomb met de spanningscirkels bepalend zijn. Als daarbij tevens nog wordt aangehouden dat de regressielijn zodanig wordt bepaald dat per normaal-spanningsniveau de afwijking tussen de gemeten schuifweerstandswaarde en de op grond van de regressielijn berekende waarde zo gering mogelijk is dan moet worden vastgesteld dat een correlatie volgens methode (A) van σ_n (als onafhankelijk variabele) en τ de beste oplossing is. Hiervoor geldt dus:

$$\tau = a \sigma_n' + b, \quad \text{waarin } a = \text{tg} \phi'$$
$$b = c'$$

Het probleem dat zich hierbij voordoet, namelijk de bepaling van de raakpunten (σ_n , τ) terwijl ϕ' en c' nog onbekend zijn, kan worden ondervangen door een iteratieve aanpak. Daarbij geeft de steeds nauwkeuriger schatting van ϕ' een steeds betere bepaling van de raakpunten.

Als deze bewerking wordt uitgevoerd op twee reeds eerder gebruikte proefseries wordt als resultaat gevonden:

serie 1	serie 2
$\phi' = 19,35^{\circ}$	$\phi' = 11,05^{\circ}$
$c' = 0,0295 \text{ kgf/cm}^2$	$c' = 0,0376 \text{ kgf/cm}^2$

Opgemerkt kan worden dat dit resultaat het meest aansluit bij de bepaling van ϕ' en c' uit $q = A_p + B$.

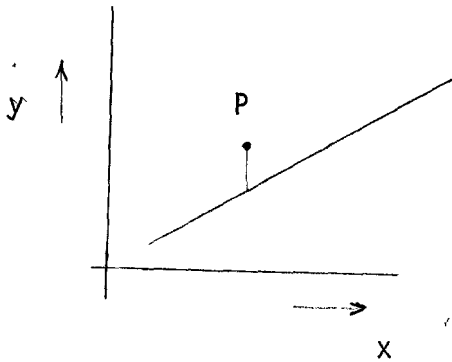
Samenvatting

Voor het bepalen van ϕ' en c' uit cel- en triaxiaalproeven met behulp van lineaire correlatie staan verschillende wegen open.

De voorkeur wordt voorlopig gegeven aan correlatie $\tau = a \sigma_n + b$, waarbij de raakpunten (σ_n , τ) van de cirkels van Mohr, iteratief worden bepaald.

Van de overige mogelijkheden benadert de correlatie
 $q = A p + B$ de waarden voor ϕ' en c' berekend uit
 $\tau = a \sigma_n + b$ het meest.

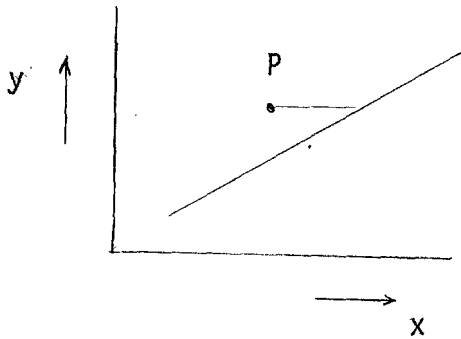
Bijlage 1



$$y = ax + b$$

$$a = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}$$

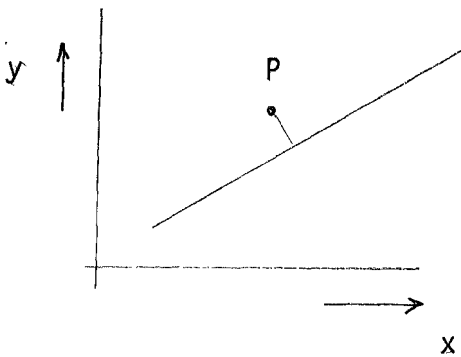
$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$



$$x = cy + d$$

$$c = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}}$$

$$d = \bar{x} - c\bar{y}$$



$$x = ay + b$$

$$a = \frac{\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} + \Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n} + \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}$$

$$b = \bar{x} - a\bar{y}$$

Bijlage 2

Serie 1

Serie 2

bezijken bij spanningscombinatie σ_H'/σ_V'

σ_H'	σ_V'	σ_H'	σ_V'
0,162 kgf/cm ²	0,414 kgf/cm ²	0,282 kgf/cm ²	0,521 kgf/cm ²
0,164	0,436	0,318	0,529
0,144	0,368	0,298	0,520
0,206	0,456	0,570	0,900
0,155	0,411	0,293	0,527
0,148	0,344	0,561	0,925
0,212	0,520	0,553	0,954
0,248	0,576	0,279	0,523
0,198	0,492	0,559	0,873
0,250	0,550	0,504	0,886
0,224	0,544	0,552	0,878
0,230	0,538		