
Brieven

Over discrete en continue transfer/ruis-modellen

1 Inleiding

In *Stromingen*, jaargang 7, nr 4 en jaargang 8, nr 1 hebben Jos von Asmuth, Kees Maas en Marc Bierkens twee artikelen geschreven over de vergelijking van het discrete Box-Jenkinsmodel met het continue PIRFICT-tijdreeksmodel (Von Asmuth e.a., 2001, 2002). In *Stromingen* 8 (2002), nr 1, staat bovendien een verslag van Paul Baggelaar over de workshop die aan grondwatertijdreeksmodellen was gewijd. De artikelen en de workshop bevatten interessante discussiepunten, die uitnodigen om verder op door te filosoferen. In deze reactie wil ik wat nader ingaan op een paar van die aspecten.

Als ik de strekking van de beide artikelen kort door de bocht in eigen woorden zeg, komt het erop neer dat de auteurs stellen dat een continue modellering in principe beter is dan een discreet Box-Jenkinsmodel. De belangrijkste redenen hiervoor zijn:

- 1 Met een continue responsfunctie kun je in principe het verband tussen neerslag en grondwaterstand beter beschrijven. Als

fysische kennis bij de modellering wordt gebruikt, kun je ook de kennis over het systeem in de modellen kwijt. Bij een puur statistisch model kan dit niet.

- 2 De fysische processen die je beschrijft zijn continu en niet discreet. Hierdoor is een discreet model altijd een benadering.

2 Hoe gebruiken wij ons fysisch inzicht bij de tijdreeksmodellering?

Paul Baggelaar stelt het altijd heel fraai: "de reden om tijdreeksanalyse toe te passen is om de data te laten spreken". Bovendien heeft een statistische modellering het voordeel dat bij de resultaten ook een onzekerheid kan worden meegegeven. Pauls stelling klinkt ontzettend logisch, immers we meten het werkelijke systeem (grondwaterstanden, neerslagen enz.) en de statistische tijdreeksmodellering vertelt ons precies hoe de verbanden in elkaar zitten, zonder dat wij door onze vooringenomenheid de resultaten kunnen beïnvloeden. Toch vertrouwen wij de tijdreeksmodellering pas als we de resultaten ook begrijpen en in fysische termen kunnen vertalen. Voordat ik wat uitgebreider op het gebruik van fysische of deterministische kennis in ga, eerst een paar opmerkingen ten aanzien van statistische tijdreeksmodellen.

Beschouw als voorbeeld een veel voorkomend model (bij een modelleringsfrequentie van 24 maal per jaar) voor de relatie tussen het neerslagoverschot en de grondwaterstand:

$$h_t = h_{1,t} + n_t$$

met:

$$h_{1,t} = \delta_1 h_{1,t-1} + \omega_0 N_t - \omega_1 N_{t-1}$$

en

$$n_t = \phi_1 h_{1,t-1} + a_t$$

Hierin is:

h_t	=	de grondwaterstand op het tijdstip t
$h_{1,t}$	=	de component ten gevolge van het neerslagoverschot op tijdstip t
n_t	=	de ruiscomponent of residureeks op tijdstip t
N_t	=	het neerslagoverschot op tijdstip t
δ_t	=	autoregressieve parameter van het transfermodel
ω_0 en ω_t	=	moving-average-parameters van het transfermodel
ϕ_t	=	autoregressieve parameter van het ruismodel
a_t	=	de innovatiereeks

2.1 Significantie

De tijdreeksmodellering geeft de meest waarschijnlijke waarde van de te schatten modelparameters, inclusief een bijbehorende standaardfout (en correlatiematrix). Bovendien levert het model een innovatiereeks op. In feite zegt de modellering: *als* de gekozen modelvorm overeenkomt met de werkelijke respons, *dan* zijn de resulterende parameterwaarden de meest waarschijnlijke. Voorts is één van de basisaannamen dat de innovatiereeks Gaussisch is. Dit dient met de innovatiereeks te worden gecontroleerd. Als uit de controle blijkt dat de innovatiereeks niet significant afwijkt van witte ruis, dan wordt het model acceptabel geacht. De modellering doet *geen* uitspraak of de gekozen modelvorm de werke-

lijke respons beschrijft. Omdat we met een beperkte dataset werken, zijn er meerdere modelvormen die acceptabel zijn, en waaruit gekozen moet worden. In het algemeen zal de innovatievariantie (een maat voor hoe goed het model aansluit bij de waarnemingen) kleiner worden als het tijdreeksmodel meer parameters bevat. Echter, de standaardfout van de individuele parameters neemt dan toe. Kortom, de historische reeks wordt met meer parameters beter benaderd, maar dit kan ten koste gaan van het voorspellend vermogen van het model. De modelleur zal de keuze laten hangen van gebruiksdoel en van zijn/haar fysisch inzicht in het hydrologisch proces.

Een punt dat hiermee samenhangt is het gebruik van betrouwbaarheidsintervallen. Maar al te vaak wordt een 95% betrouwbaarheidsinterval als een soort absolute maat gezien of de modellering deugt of niet. Alles wat binnen het betrouwbaarheidsinterval ligt is goed, en alles wat erbuiten ligt is fout. In de eerste plaats dient te worden bedacht dat de keuze voor 95% in wezen volstrekt arbitrair is. Een andere keuze (90% of 99%) kan een wereld van verschil uitmaken. In de tweede plaats wordt vaak getoetst of een parameterwaarde 'significant' verschilt van 0. Als het betrouwbaarheidsinterval de waarde 0 bevat is de parameterwaarde niet significant. Het is de vraag of zo'n toets zinvol is, immers of een parameterwaarde nu wel of niet significant verschilt van 0, het is – gegeven de data – nog steeds de meest waarschijnlijke waarde. Wel kun je op grond van een fysische beschouwing parameterwaarden uitsluiten. Zo is het fysisch uitgesloten dat als gevolg van neerslag de grondwaterstand daalt.

Tenslotte wordt vaak vergeten dat als je een 95% betrouwbaarheidsinterval gebruikt, het niet alleen zo is dat er 95% kans is dat de werkelijke waarde er binnen valt, maar ook dat er 5% kans is dat die erbuiten ligt. Dit

betekent dat in één op de twintig gevallen de werkelijke waarde buiten het interval zal liggen. Dus als alle waarden van bijvoorbeeld de autocorrelatiecoëfficiënten van de innovaties netjes binnen de 95% betrouwbaarheidsband blijven, deugt deze betrouwbaarheidsband in feite niet. Een resultaat als in figuur 4 van Von Asmuth e.a. (2002) hoort dan ook bij het normale statistische patroon. Als het experiment een groot aantal keren herhaald zou worden, zou de gemiddelde respons wel overeen moeten komen met de werkelijke responsfunctie (gesteld dat de responsfunctie ook werkelijk met het gekozen Box–Jenkins-model beschreven kan worden).

2.2 *Fysica versus statistiek?*

Puur statistische modellen geven alleen mogelijkheden of onmogelijkheden aan, op basis van de waarnemingsreeksen. Voor elke tijdreeksmodellering is het dan ook noodzakelijk om de resultaten met hydrologische ogen te beoordelen. De vraag is echter hoe ver je moet gaan om niet de voordelen van de tijdreeksmodellering verloren te laten gaan. Neem nu weer het voorbeeld in de vorige paragraaf, waarin een relatie is gelegd tussen het neerslagoverschot en de grondwaterstand. Vanuit onze hydrologische achtergrond denken wij daarbij bijna onbewust aan een waterbalans (zie bijvoorbeeld het proefschrift van Martin Knotters, 2001). Immers, aan het oppervlak hebben we te maken met neerslag en verdamping. Het neerslagoverschot wordt vervolgens via de onverzadigde zone grondwateraanvulling. Het is dan heel verleidelijk om het transfer/ruis model te zien in termen van waterbalansen.

Stel nu dat het doel van het tijdreeksmodel een correctie voor weersvariatie is. Deze variaties zijn als 'natuurlijk' aan te merken, en zijn vaak dominant aanwezig. De voor weersvariaties gecorrigeerde grondwater-

stand bevat allerlei andere invloeden waar we naar op zoek zijn (winningen, veranderingen in waterbeheer, verdroging, enz.). Om de grondwaterstand te corrigeren voor weersvariatie dient er een variabele (als tijdreeks) beschikbaar te zijn die representatief is voor het weer. Nu liggen de reeksen van het KNMI natuurlijk voor de hand, maar methodisch gezien kunnen allerlei andere reeksen ook worden gebruikt. Bijvoorbeeld het aantal badgasten op het strand bij Scheveningen is ook een indicatie voor het weer. Ongetwijfeld levert het neerslagoverschot een veel beter transfer model op dan de badgasten, maar de parameters in het transfermodel zijn niet zonder meer te interpreteren als fysische termen in een waterbalans. Om dit wel te kunnen doen moet een volledige beschrijving van het grondwaterstromingssysteem worden meegenomen.

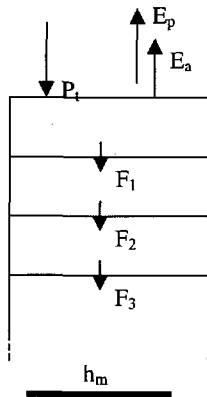
De wens om fysische informatie mee te nemen in de modellering komt naar boven in de gevallen dat er een deel van de grondwatervariatie in de ruiscomponent 'blijft zitten', terwijl er uit fysisch oogpunt sterke vermoedens zijn dat de variatie door weersvariatie is veroorzaakt. In 1991 hebben wij eens geëxperimenteerd met het gebruik van een onverzadigde zone model als voorwerking van het neerslagoverschot voor grondwaterstandsreeksen met een dikke onverzadigde zone (Van Geer, 1991). De redenering was, dat het probleem werd veroorzaakt doordat wij steeds uitgingen van potentiële verdamping en geen rekening hielden met de processen in de onverzadigde zone.

In het eerder gegeven tijdreeksmodel (vergelijking 1 tot 3) is het neerslagoverschot N_t berekend uit de neerslag P_t en de potentiële verdamping $E_{p,t}$ volgens:

$$N_t = P_t - f E_{p,t}$$

Hierin is f een gewasfactor.

Om rekening te houden met de processen in de onverzadigde zone, is het model SWA-CROP gebruikt. In onze toepassing ging het om zogenaamde 'Veluwe-reeksen' met een dikke onverzadigde zone, zodat de grondwaterstand zelf niet als onderrandvoorwaarde in het model is meegenomen. Zonder op alle details van dit model in te gaan, zijn de belangrijkste elementen van het onverzadigde zone model in figuur 1 schematisch weergegeven.



Figuur 1: Schematische weergave van de belangrijkste elementen van het onverzadigde-zone-model.

In figuur 1 zijn de tijdindices weggelaten. Het model wordt gevoed met neerlag en potentiële verdamping en berekent de actuele verdamping E_a . Verder rekt het model met een aantal fluxen (F_i t/m F_a) op verschillende dieptes. Ten slotte is het resultaat van de berekening een berekende grondwaterstand (h_m). De actuele verdamping, de fluxen en de berekende grondwaterstand zijn mogelijke invoerreeksen voor het tijdreeksmodel in plaats van het neerslagoverschot. Het onverzadigde zone model kent een groot aantal vrijheidsgraden, zoals type vegetatie, bedekkingsgraad, bodemeigenschappen en

discretisatie in de verticaal. Dit levert dus in totaal een grote hoeveelheid mogelijkheden als de invoer in het transfer/ruis-model. Door variatie van parameters in het onverzadigde zone model, hebben we voor de actuele verdamping, de fluxen en de berekende grondwaterstand de 'beste' waarden geselecteerd. De beste is hier de invoerreeks die het grootste deel van de grondwaterstand verklaart en een zo klein mogelijke variantie in de residureeks overhoudt.

Alhoewel de langjarige variatie in de residureeks aanwezig bleef, werden de modellen duidelijk 'beter'. Het is alleen de vraag of we daar veel aan hebben. Immers, in het ideale geval geeft het onverzadigde-zone-model exact de gemeten grondwaterstand weer. Het transfermodel wordt dan:

$$h_t = h_{1,t} + n_t$$

met

$$h_{1,t} = h_{m,t} \quad \text{en} \quad n_t = a_t = 0$$

zodat we overhouden:

$$h_t = h_{m,t}$$

We hebben dus een perfect gekalibreerd onverzadigde-zone-model, maar we kunnen in feite geen enkele uitspraak meer doen over de kans dat de variatie in de grondwaterstand veroorzaakt is door variatie in het weer.

Stelling 1: Deterministische en statistische modellen zijn niet elkaars tegengestelde, maar lopen vloeiend in elkaar over. Het is aan de modelleur om hier een juiste balans in te vinden.

Stelling 2: Een betere fit van een transfer/ruis-model door manipulatie van de invoerreeksen leidt niet auto-

matisch tot een grotere bruikbaarheid van de resultaten.

Recent is het idee om de processen in de onverzadigde zone op een zuivere manier mee te nemen in de tijdreeksmodellering opgepakt door Wilbert Berendrecht in zijn promotiestudie. In de tweede helft van 2002 zal hij hierover ongetwijfeld publiceren.

3 *Discreet versus continu*

3.1 *Veertiendaagse reeksen zijn niet vanzelfsprekend*

Op het eerste lijkt het logisch om aan te nemen dat de tijdreeksen die wij in de Box-Jenkins-modellen gebruiken, bestaan uit een beperkt aantal discrete waarden (waarnemingen) van een continu proces. Voor de fluctuatie in de grondwaterstand is dit een heel redelijke aanname, maar voor het neerslagoverschot is het de vraag of dat werkelijk zo is. Weliswaar is het te beargmenteren dat de neerslag op microniveau een continu proces is, maar voor de schaal die voor ons relevant is, bestaat de neerslag uit discrete druppels. Daar kunnen wij niet zo veel mee, dus definiëren wij een *intensiteit*. Deze intensiteit is geen rechtstreeks meetbare fysieke grootte. Dit probleem wordt opgelost door totale neerslag hoeveelheden in een bepaalde tijdsperiode (één dag) te meten. Dit zijn dus geen puntmetingen van een continu proces, maar sommaties.

Nu eisen de meeste programma's voor tijdreeksanalyse een vaste frequentie van invoer- en uitvoerreeksen. Let wel: dit is in wezen een beperking van de programma-tuur, en is geen noodzakelijk gevolg van de discrete beschrijving! Voor de komst van automatische loggers was de standaardmeetfrequentie van grondwaterstanden 24 maal per jaar. De neerslag en verdampingsgegevens kennen een hogere frequentie, dus

moet een representatieve neerslagoverschotreeks worden geconstrueerd als invoer op de frequentie van de grondwaterstanden. Standaard wordt vaak de gemiddelde intensiteit over veertien dagen gebruikt. Dit komt overeen met de gemiddelde intensiteit tussen twee meettijdstippen van de grondwaterstand. Wij hebben er in de jaren tachtig wat onderzoek naar gedaan en het bleek dat dit in veel gevallen een bevredigend resultaat gaf. Je zou kunnen zeggen dat de modellering het beste gaat als de dynamiek van de invoerreeks dezelfde orde van grootte heeft als de uitvoerreeks. In principe zou je dus bij ondiepe snelreagerende grondwaterstanden de intensiteit over een paar dagen moeten nemen, en bij een diepe traag reagerende reeks de intensiteit over vele weken.

In 1987 hebben we geëxperimenteerd met tijdreeksmodellen waarbij de oppervlaktewaterstand in de IJssel als verklarende variabele is meegenomen (Van Geer en Defize, 1987). Als de momentane metingen van de oppervlaktewaterstand op de meettijdstippen van de grondwaterstand worden gebruikt als invoer, lukt het niet om een goed model te maken. Dit komt doordat de grondwaterstand niet onmiddellijk reageert op (extreme) waarden in de IJssel, maar op een gemiddelde verhoging of verlaging van de rivierstand over een langere periode. Het optimum bleek te liggen rond de drie dagen. Dit is overigens sterk afhankelijk van de afstand tussen de IJssel en het grondwatermeetpunt. Naarmate de afstand groter is, treedt er meer demping op en wordt de respons meer 'uitgesmeerd'. Een soortgelijk effect treedt ook op bij modellen, waarbij grondwateronttrekkingen als invoerreeks gebruikt worden.

3.2 Parameterreductie en continue respons functies

Theoretisch kan een discrepantie tussen de dynamiek van een invoerreeks en een uitvoerreeks ook worden opgevangen met een andere modelvorm, waarbij meer 'geheugen' in het tijdreeksmodel wordt ingebouwd (bijvoorbeeld meer autoregressieve of moving average termen). Daarbij kan de basis van de discrete tijdreeksmodellering willekeurig klein worden gekozen, zolang de meettijdstippen samenvallen met een veelvoud van het modelinterval (Bierkens e.a., 1999). Het nadeel daarvan is echter, dat daarmee ook het aantal vrijheidsgraden in het tijdreeksmodel omhoog gaat. Daardoor wordt de bepaling van de modelparameters weer moeilijker, zeker als de reeksen enige traagheid bezitten. Vandaar dat linksom of rechtsom een vorm van parameterreductie wordt toegepast. Dit kan door de modelparameters aan elkaar te relateren middels een vooraf gedefinieerde functie. In de artikelen van Von Asmuth e.a. (2000, 2001) is parameterreductie toegepast door een bepaalde continue verdeling aan te nemen voor de respons, de Pearson type III verdelingsfunctie.

Ook in het discrete geval is dit mogelijk en in de praktijk doet iedere modelleur dat bewust of onbewust. Het neerslagoverschot wordt bepaald door de gemiddelde intensiteit te nemen tussen twee grondwatermeettijdstippen met een meetinterval Δt .

$$N_t = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t N(t) dt \quad (8)$$

Hierin is $N(t)$ de continue neerslagintensiteit.

In de praktijk hebben we de neerslagintensiteit niet continu, maar als gemiddelde over een dag. Stel dat het interval tussen de

meettijdstippen van de grondwaterstand m dagen omvat, dan wordt (8) benaderd met:

$$N_t \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m N_{t-i}^*$$

Hierin is N_{t-i}^* de gemiddelde intensiteit over dag $t-i$.

Zoals in de voorgaande paragraaf al is aangegeven, is er geen dwingende reden om voor de berekening van de invoerreeks precies de periode te nemen tussen twee waarnemingen van de grondwaterstand. Er kan gekozen worden voor een kortere of langere periode. Bovendien kan er aanleiding zijn om niet het ongewogen gemiddelde te nemen, maar een gewogen gemiddelde. In plaats van (9) gaan we dan uit van:

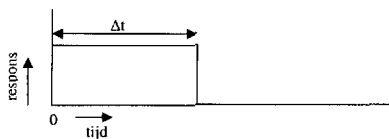
$$N_t \approx \sum_{i=1}^{m_t} c_i N_{t-i}^*$$

Hierin is $c_{i,i}$ het gewicht van de dag $t-i$ en m_t het aantal dagen voor t dat wordt gebruikt voor het berekenen van de intensiteit.

Als we (9) substitueren in (2) volgt:

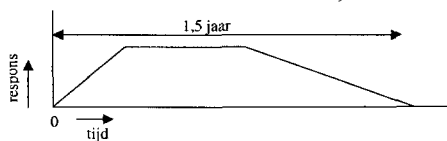
$$h_{1,t} = \delta_1 h_{1,t-1} + \omega_0 \sum_{i=1}^{m_1} c_i N_{t-i}^* - \omega_1 \sum_{i=1}^{m_1} c_i N_{(t-1)-i}^*$$

Het aantal vrijheidsgraden van de bijbehorende responsfunctie is $(3+m_1)$. In de gangbare praktijk nemen we alle gewichten gelijk aan $1/m_1$, waarmee het aantal vrijheidsgraden is teruggebracht tot drie. In feite nemen we de responsfunctie aan die gegeven is in figuur 2.



Figuur 2: Responsfunctie die in de praktijk vaak gebruikt wordt.

In een nooit gepubliceerd onderzoek, samen met Peter Defize, hebben wij geëxperimenteerd met het gebruik van gewogen gemiddelden, voor een traag reagerende grondwaterstand. De neerslag en verdamping waren gegeven als decadedcijfers. We hebben de voorbewerking (10) met verschillende responsfuncties uitgevoerd, zoals bijvoorbeeld de responsfunctie gegeven in figuur 3.



Figuur 3: Responsfunctie voor een traag reagerende grondwaterstand.

Het tijdreeksmodel dat we gebruikten was:

$$h_{1,t} = \delta_1 h_{1,t-1} + \omega_0 N_t \quad (12)$$

De parameter ω_0 is nu in feite alleen een schalingsparameter voor de vaste vorm van de responsfunctie, terwijl met de parameter δ_1 nog wat extra traagheid (langere staart) gemodelleerd kan worden.

Het voert hier te ver om de vergelijking met het PIRFICT-model van Von Asmuth volledig uit te werken, maar als we nu net als Von Asmuth e.a. (2001, 2002) veronderstellen dat de werkelijke respons beschreven kan worden met een Pearson type III

verdelingsfunctie, kunnen de coëfficiënten c_i uit die verdelingsfunctie worden afgeleid. Gebruiken we de aldus verkregen invoerreeks in (12), waarbij de parameter δ_1 gelijk aan nul wordt verondersteld, dan wordt de vergelijking (12) equivalent met het PIRFICT-model. Wel zal de parameter n van de Pearson type III verdelingsfunctie bij het gebruik van een standaard programma met een externe loop geschat moeten worden. De parameter ω_0 in (12) heeft dezelfde functie als de parameters A van het PIRFICT-model.

Uit het bovenstaande kan geconcludeerd worden dat een willekeurige (continue of discrete) responsfunctie in het raamwerk van de Box–Jenkins-modellen gebruikt kan worden. Net als bij het gebruik van fysieke informatie is het in de praktijk lang niet altijd mogelijk om een ‘puur’ discrete of een ‘puur’ continue benadering toe te passen. Enerzijds zijn – bij gebrek aan werkelijk continue metingen – ook Von Asmuth e.a. genoodzaakt om in de berekeningen een gediscretiseerd verloop voor de intensiteit van het neerslagoverschot aan te nemen. Anderzijds worden er bij ‘klassieke’ Box–Jenkins modellen voorbewerkingen gedaan, die voortkomen uit een continue benaderingswijze. Ik ben dan ook geen voorstander van de tegenstelling die in de titel van de artikelen van Von Asmuth e.a. wordt gesuggereerd: ‘Het discrete Box–Jenkins-versus het continue PIRFICT-tijdreeksmodel’.

Stelling 3: Continue tijdreeksmodellen leveren niet noodzakelijkerwijs een beter resultaat op dan discrete tijdreeksmodellen.

Stelling 4: Veel beperkingen in het raamwerk van Box–Jenkins-modellen worden ten onrechte toegeschreven aan de discrete benaderingswijze, terwijl de beperkingen meestal voortko-

men uit de beperkingen van de gebruikte programmatuur en de wijze waarop de modellen worden gebruikt.

Bij de (noodzakelijke) parameterreductie worden verbanden aangelegd om vrijheidsgraden te verkleinen. Met parameterreductie 'stuurt' de modelleur het model een bepaalde richting op en zal dus subjectieve elementen bevatten. Of dit nu gebaseerd is op fysisch inzicht of op een verdelingsfunctie maakt geen verschil.

Stelling 5: Een modelleur moet de balans vinden tussen de mate en vorm van parameterreductie en de objectiviteit van de modellering.

4 Tot slot

Het moge duidelijk zijn dat tijdreeksanalyse geen wondermiddel is. Toch heeft tijdreeksanalyse een eigen plaats in de gereedschapskist van de hydrologische modelleur. Voor bijvoorbeeld de evaluatie van maatregelen zullen we altijd weer terug moeten naar gemeten tijdreeksen om zo objectief mogelijk vast te stellen of bepaalde veranderingen nu wel of niet opgetreden zijn. Ook een 'puur' statistische analyse van grote hoeveelheden tijdreeksen kan snel en relatief goedkoop inzicht geven in gewenste of ongewenste effecten. Uiteindelijk willen wij, in de geest van de uitspraak van Paul Bagelaar dat we "de data moeten laten praten", graag onze data zo goed mogelijk horen.

Stelling 6: Metingen liegen niet!

5 Referenties

Asmuth, J.R. von, M.F.P. Bierkens en C.

Maas (2001) Waarom doen alsof de neerslag eens per maand valt? Het discrete Box-Jenkins- versus het continue PIRFICT transferruis-model, in theorie; in: *Stromingen*, jrg 7, nr 4, pag 33–44.

Asmuth, J.R. von, M.F.P. Bierkens en C.

Maas (2001) Soms is weten beter dan meten (tenzij je verkeerd zit natuurlijk). Het discrete Box-Jenkins- versus het continue PIRFICT transferruis-model, in praktijk; in: *Stromingen*, jrg 8, nr 1, pag 5–14.

Bierkens, M.F.P., M.Knotters en F.C.

van Geer (1999) Tijdreeksanalyse nu ook toepasbaar bij onregelmatige meetfrequenties; in: *Stromingen*, jrg 5, nr 2, pag 43–45.

Geer, F.C. van en P.K. Defize (1987)

Detection of natural and artificial causes of groundwater fluctuations; in: *The Influence of Climate Change and Climate variability on the Hydrologic Regime and Water Resources*, IAHS Publication no 168, pag 597–606.

Geer, F.C. van (1991) Gebruik van een onverzadigde zone model voor 'weerscorrectie' van stijghoogtereeksen met tijdreeksanalyse; TNO-rapport OS 91-36B, TNO, Delft.

Knotters, M. (2001) Regionalised time series models for water table depths; proefschrift Wageningen Universiteit, Wageningen.

Frans van Geer

Nederlands Instituut voor Toegepaste
Geowetenschappen TNO
Postbus 6012
2600 JA Delft
f.vangeer@nitg.tno.nl