

---

# Nieuwe inzichten in het gebruik van voedingsweerstand of drainageweerstand in de randvoorwaarde van een grondwatermodel

## Deel 3: Het parametriseren van de randvoorwaarde

Wim de Lange

---

### Inleiding

Deze serie artikelen behandelt het modelleren van de interactie tussen oppervlaktewater en grondwater in de bovenrand van een computermodel. In het eerste deel van deze serie zijn de formules voor het gebruik van de voedingsweerstand en drainageweerstand formeel wiskundig afgeleid. De basisvergelijkingen (Cauchy-randvoorwaarde) herhalen we nog even (zie deel 1):

$$\begin{aligned} \text{Voor de voedingsweerstand:} \quad s &= \frac{(p^* - \phi)}{c^*} \\ \text{Voor de drainageweerstand:} \quad q &= \frac{(h_{\text{gem}} - p_{\text{drain}})}{c_{\text{drain}}} \end{aligned}$$

Alle symbolen staan in de lijst aan het einde van dit artikel. In het tweede artikel is de bestaande praktijk van het gebruik in randvoorwaarden van computermodellen tegen het licht gehouden. We gaan er vanuit dat de lezer de beide vorige delen hier bij de hand heeft.

In dit derde deel gaan we in op het bepalen van de parameters in de Cauchy-randvoorwaarde. Daarbij ligt de aandacht niet zo zeer op het meten ervan of op de gegevensbestanden van de verschillende parameters (of het ontbreken ervan), maar op de methoden om uit metingen en gegevensbestanden de parameters te verkrijgen die aan een element in een model moeten worden toegekend.

---

Wim J. de Lange is werkzaam bij het RIZA, Postbus 17, 8200 AA Lelystad, telefoon: (0320) 29 87 38, e-mail: w.dlange@riza.rws.minvenw.nl

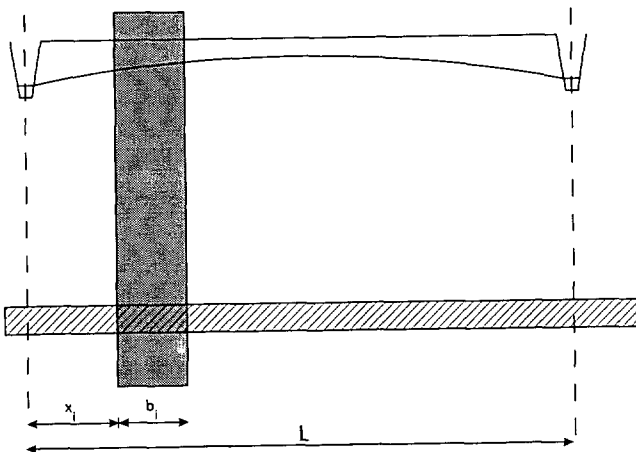
## Bepaling van parameters afhankelijk van elementgrootte

Het gebruik van voedingsweerstand en drainageweerstand in de bovenrand van een model gaat uit van gemiddelde fluxen over het gebied tussen twee oppervlaktewateren (zie figuur 2 deel 1 en ook figuur 1 deel 2). De eerder afgeleide formules zijn dan ook alleen geldig als het beschouwde gebied tenminste een compleet topsysteem tussen waterscheiding en waterloop omvat. In modellen is het beschouwde gebied steeds gelijk aan een element. Daarom moet de variatie van de flux van het topsysteem naar het onderliggende watervoerend pakket compleet binnen het element aanwezig zijn. De gewoonlijk bepaalde parameters gelden dan ook alleen voor deze gevallen.

Het komt regelmatig voor dat een element niet een volledige stromingsverdeling van het topsysteem omvat. Het meest bekende voorbeeld hiervan is het zogeheten 'kanaalelement' zoals dat algemeen in grid-gebaseerde modelleertechnieken (bijvoorbeeld MODFLOW) gebruikt wordt. Ook komt deze situatie voor bij het modelleren van gebieden met grote afstanden tussen de ontwateringseenheden (bijvoorbeeld heuvelachtige gebieden in hoog Nederland), waar elementen soms weinig of geen oppervlaktewater bevatten. Om ook in deze gevallen weer de Cauchy-randvoorwaarde te kunnen gebruiken zullen nieuwe uitdrukkingen voor de constanten moeten worden afgeleid.

## Afleiding van de correctieterm voor elementen met niet-volledige stromingsverdeling

Voor de afleiding kijken we weer naar het basisschema van figuur 2 uit deel 1 en onderzoeken wat er gebeurt in een element dat slechts een gedeelte van het topsysteem beslaat. Dit is aangegeven in figuur 1. In dit element willen we de Cauchy-randvoorwaarde gaan gebruiken. De Cauchy-randvoorwaarde voor de voedingsweerstand geeft de relatie aan tussen de flux van of naar het onderliggende watervoerend pakket binnen het element en het op die plaats geldende verschil tussen oppervlaktewater peil en stijghoogte. De beide laat-



Figuur 1: Een element binnen een topsysteem met niet-volledige stromingsverdeling

ste zijn in het gebied tussen de oppervlaktewateren constant. De flux varieert echter met de plaats en daarmee zal de weerstand die voor het element geldt ook variëren met de plaats. We kijken naar het geval dat het element  $i$  met breedte  $b_i$  op afstand  $x_i$  naast het oppervlaktewater ligt (zie figuur 1). Voor dit element geldt nu:

$$s_i = \frac{p_i^* - \phi}{c_i^*} \quad (1)$$

Op basis van de oplossing voor de grondwaterstand ( $h$ ) gegeven in deel 1 kunnen we binnen het element  $i$  de gemiddelde grondwaterstand  $h_i$  berekenen. Met behulp van  $s_i = (h_i - \phi)/c_i^*$  bepalen we de gemiddelde flux van/naar het onderliggende watervoerende pakket. Na wat algebra volgen dan uitdrukkingen voor  $p_i^*$  en  $c_i^*$ .

$$p_i^* = p^* \quad (2a)$$

$$c_i^* = c^* E \quad (2b)$$

met:

$$E = \frac{2b_i [\exp(L/\lambda_L) - 1]}{L \{ \exp(x_i/\lambda_L) [\exp(b_i/\lambda_L) - 1] + \exp[(L - x_i)/\lambda_L] [1 - \exp(-b_i/\lambda_L)] \}} \quad (3)$$

De factor  $E$  is ook te interpreteren als de verhouding tussen de gemiddelde flux tussen de oppervlaktewateren ( $s$ ) en de gemiddelde flux in het element ( $s_i$ ).

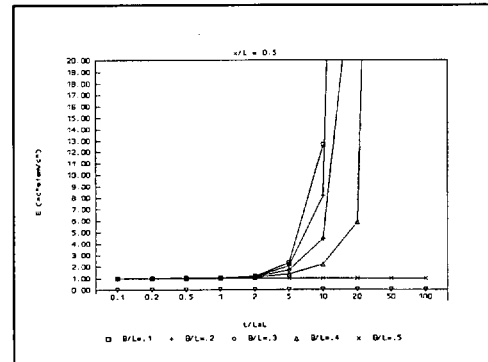
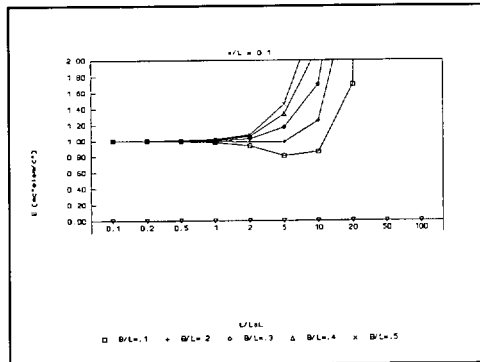
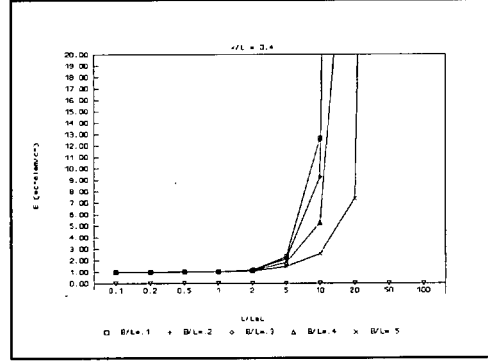
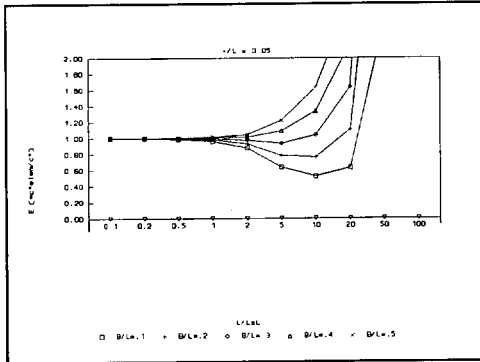
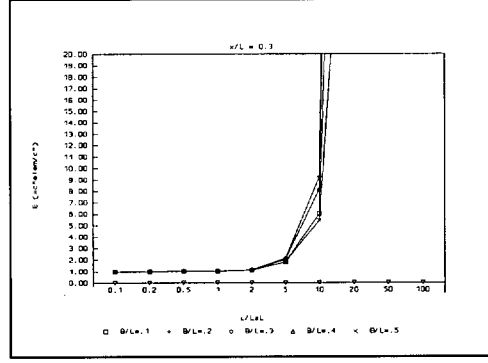
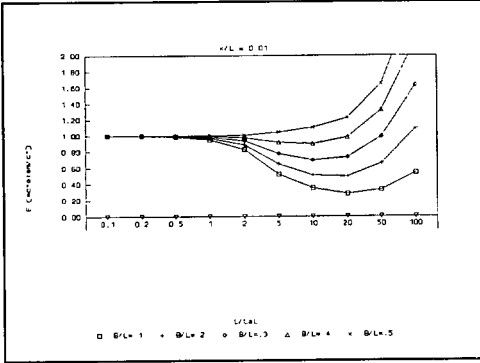
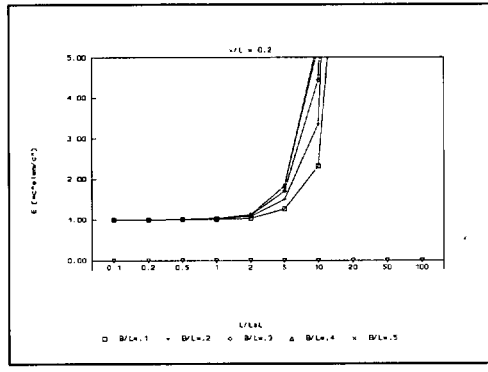
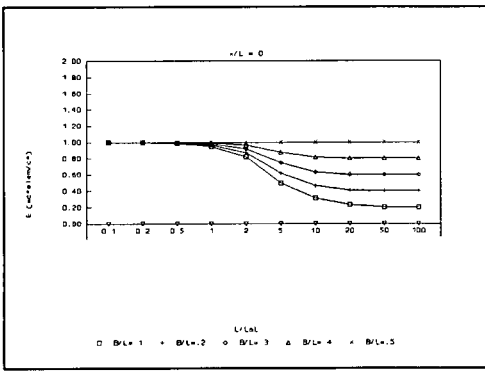
### Het gedrag van de correctieterm voor elementen met niet-volledige stromingsverdeling

In figuur 2 is weergegeven hoe het gedrag van  $E$  is bij verschillende verhoudingen van  $x_i/L$  en  $b_i/L$  bij continue variatie van  $L/\lambda_L$ .

Het valt eenvoudig na te gaan dat  $E = 1$  als  $x_i/L = 0$  en  $b_i/L = 0,5$  (figuur links boven) of als  $x_i/L = 0,5$  en  $b_i/L = 0,5$  (figuur rechtsonder). In deze gevallen omvat het element het halve gebied tussen de oppervlaktewateren, waarin de complete verdeling van de verticale flux plaats vindt.

Het systeem wordt ongevoelig voor variatie in  $x_i/L$  en  $b_i/L$  als  $L/\lambda_L$  klein wordt, hetgeen overeenkomt met het geval dat de flux tussen de oppervlaktewateren vrijwel constant wordt (dus de gevallen waarin de formules van Ernst kunnen worden gebruikt, zie deel 2). Des te groter  $L/\lambda_L$  des te groter het effect van  $E$ .

Voor elementen vlakbij het oppervlaktewater ( $x/L < 0,1$ ) zal  $E$  kleiner zijn dan 1, omdat de verticale flux komend vanuit het oppervlaktewater binnen het element groter is dan de gemiddelde flux tussen de oppervlaktewateren (de figuren in de linker kolom). Op grotere afstand ( $x/L > 0,1$ ) zal  $E$  (veel) groter zijn dan 1 omdat de verticale flux komend vanuit het oppervlaktewater daar (veel) kleiner wordt dan de gemiddelde (de figuren in de rechter kolom).



**Figuur 2:** Waarden voor de correctieterm voor elementen met niet-volledige stromingsverdeling ( $LdL = \lambda_i$ )

Voor het berekenen van parameterwaarden in een grid van elementen kunnen we dus gewoon de normale benadering blijven toepassen in combinatie met de hierboven gepresenteerde correctiefactor  $E$ . We kunnen nu ook de benadering voor de Cauchy-randvoorwaarde met de drainageweerstand afleiden door vergelijking (12) uit deel 1 toe te passen:

$$c_{dr,i} = c_i^* - c_1^* = c^* E - c_1^* = c^* (E - 1) + c_{dr} \quad (4)$$

ofwel

$$c_{dr,i} - c_{dr} = c^* (E - 1)$$

En met

$$c_{dr,i} = c_{dr}^* E_{dr} \quad (5)$$

volgt dan

$$E_{dr} = 1 + (E - 1) c^* / c_{dr} \quad (6)$$

De factor  $E_{dr}$  is ook te interpreteren als de verhouding tussen de gemiddelde flux naar het oppervlaktewater geldig tussen de oppervlaktewateren ( $q$ ) en die geldig voor het element ( $q_i$ ). Als  $c_{dr} \gg c_1^*$  volgt  $c_{dr} = c^*$  krijgen we  $E_{dr} = E$ .

### **Het modelleren van een element met niet-volledige stromingsverdeling (weinig oppervlaktewater binnen element)**

We kunnen nu dus voor elementen op elke willekeurige plaats in een drainagesysteem de voedingsweerstand of drainageweerstand bepalen door de 'klassieke' weerstand te vermenigvuldigen met de correctieterm. Uit de praktijk (NAGROM) blijkt dat voor elementen die helemaal tussen oppervlaktewateren in liggen meestal hoge weerstandswaarden worden berekend. Deze elementen kunnen dan ook meestal vervangen worden door infiltratie-elementen, omdat de interactie met het oppervlaktewater via die elementen geen rol van betekenis meer speelt in het model.

In het geval van de drainageweerstand gebruiken we de gemiddelde freatische grondwaterstand en die is afhankelijk van plaats en grootte van het element. In dat geval mag dus niet de 'gebiedsgemiddelde' grondwaterstand worden gebruikt maar moet de 'element-gemiddelde' grondwaterstand worden gebruikt. Deze laatste wordt dan ook in het model zelf berekend, omdat bij gebruik van drainageweerstand het freatische pakket de bovenste modellaag is. Het gebruik van de maximale grondwaterstand (opbolling) tussen de oppervlaktewateren is dus niet juist.

De representatieve afstand tussen oppervlaktewateren kan voor elk element (dus ook de in figuur 1 aangegeven typen) met behulp van bijvoorbeeld GIS-manipulaties worden berekend. Daarop wordt in een volgend deel ingegaan.

## Het kanaalelement

Voor het geval van een kanaalelement geldt dat  $x_i = 0$  (het kanaal ligt in het element).

Als de kanaalbreedte klein is ten opzichte van de breedte van het element wordt de verspreiding van het kanaalwater binnen het element relevant. Binnen het element wordt het kanaalwater egaal uitgespreid over het watervoerend pakket. Eigenlijk wordt dan een topsysteem gebruikt dat voor de verspreiding zorgt.

Om te laten zien wat het verschil is tussen de topsysteembenadering en de algemeen gebruikte formule voor de omrekening van de kanaalweerstand naar elementweerstand, gebruiken we een geval waarin het kanaal in een watervoerend systeem ligt waarbinnen het topsysteem nauwelijks te onderscheiden valt. In dat geval is de weerstand van de scheidende laag tussen het topsysteem en het watervoerend pakket dus klein.

Meestal wordt—als het kanaal even lang is als het element—de bodemweerstand van het kanaal omgerekend met behulp van:

$$c_{\text{kanaal,element}} = c_{\text{kanaal}}^* B_{\text{element}} / B_{\text{kanaal}} \quad (7)$$

We kunnen vergelijking (7) uitdrukken in de parameters van vergelijking (3):

$$c_{\text{elem}} = b_i c_{\text{kanaal}}^* / B \quad (8)$$

Als de scheidende laag een lage weerstand  $c_1$  (enkele dagen) heeft, geldt dat de spreidingslengte  $\lambda_L$  klein (enkele meters) is en vaak dan ook dat  $L \gg \lambda_L$  en zelfs  $b_i \gg \lambda_L$ . Dan reduceert  $E$  uit (3) tot:

$$E = 2b_i/L \text{ voor } x_i = 0 \text{ en } L \gg \lambda_L \text{ en } b_i \gg \lambda_L \quad (9)$$

Deze vergelijking beschrijft het gedrag voor grote  $L$  in het figuurtje linksboven in figuur 2 (de horizontale lijnen). Bij een dergelijke scheidende laag geldt in het algemeen ook dat  $B \gg \lambda_B$  en  $L \gg \lambda_L$  en wordt  $c^*$  gereduceerd tot (zie deel 1 in tekst na vergelijking (15)):

$$c^* = L \left[ c_0 / 2\lambda_B + (c_0 + c_1) / 2\lambda_L \right] \quad (10)$$

Dan krijgen we voor de  $c^*$ -waarde van het kanaalelement:

$$c_i^* = b_i \left[ c_0 / \lambda_B + (c_0 + c_1) / \lambda_L \right] \quad (11)$$

waarin  $c_i^*$  onafhankelijk van  $L$  is geworden. Dit betekent dat het er bij een kanaaltype-element niet meer toe doet (onder de gegeven voorwaarden) hoever de oppervlaktewateren uit elkaar liggen. Dit is van groot belang bij het automatisch (met GIS) bepalen van drainage- en voedingsweerstand.

Is het oppervlaktewater relatief smal zodat  $B < \lambda_B$  dan wordt  $\lambda_B$  in (10) vervangen door  $B$  (zie deel 1 tekst na vergelijking (15) en krijgen we voor de weerstand van het element de volgende uitdrukking:

$$c^*_i = b_i \cdot c_0 / B + b_i (c_0 + c_1') / \lambda_L \text{ voor } x_i = 0 \text{ en } b_i \gg \lambda_L \text{ en } L \gg \lambda_L \text{ en } B < \lambda_B \quad (12)$$

De eerste term van het rechterlid is identiek aan dat in (8). Nu kunnen we dus concluderen wanneer (8) bruikbaar is: Naast de voorwaarden in (12) moet ook nog gelden dat  $B > \lambda_L$  en  $c_1' \ll c_0$ . Ofwel: een vrijwel afwezige scheidende laag omdat  $\lambda_L \ll L$  en  $\lambda_L \ll b_i$ , maar wel een aanwezige entreeweerstand ( $c_1' < c_0$ ) zodanig dat  $B < \lambda_B$ . Vaak wordt echter niet aan de voorwaarde  $B < \lambda_B$  voldaan.

Wat het gevolg is van de verschillen tussen (8) en (11) en (12) bekijken we in het geval van een kanaal in een fijnzandige toplaag. Bij een kanaalelement is  $b_i$  de afstand dat het element breder is dan het kanaal (zie figuur 1). Neem voor het kanaal  $c_0 = 100$  en  $B = 25$  m voor (11) en  $B = 2,5$  m voor (12). Neem  $b_i = 100$  m (dus elementbreedte = 125 m) en voor het topsysteem  $kH = 10 \text{ m}^2/\text{d}$  en  $c_1' = 10$  d, dan volgt met  $c_{\text{kanaal}} = c_0$ :

Voor  $B = 25$  m ( $B > \lambda_B$ ):

$$c^*(11) = 2100 \text{ d}$$

$$c_{\text{elem}}(8) = 400 \text{ d}$$

en voor  $B = 2,5$  m ( $B < \lambda_B$ ):

$$c^*(12) = 5100 \text{ d}$$

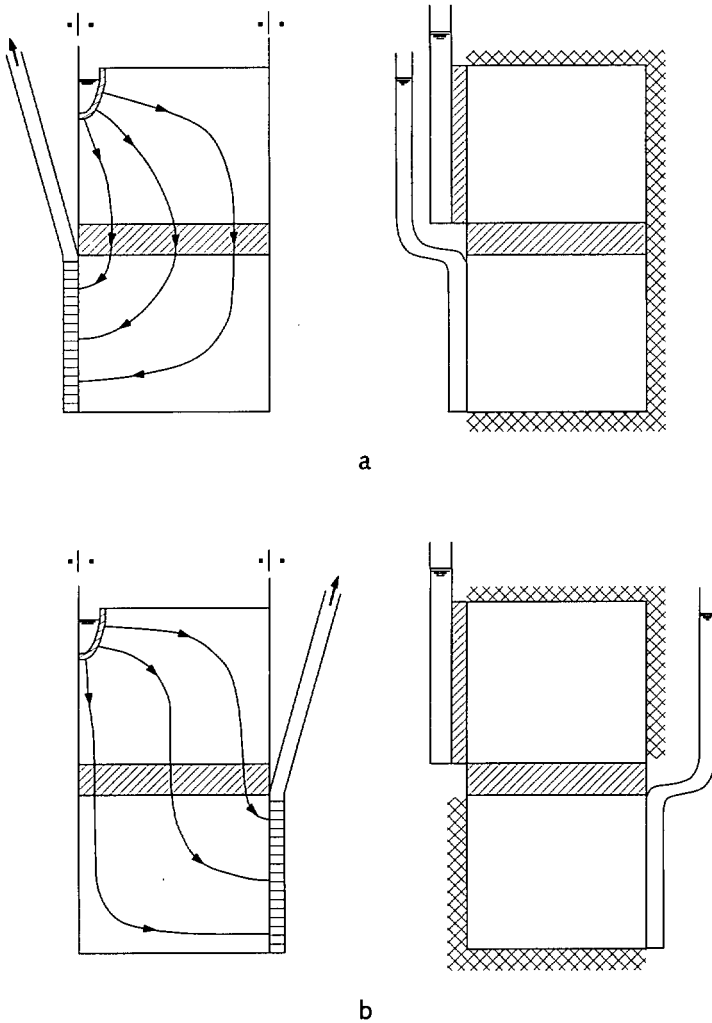
$$c_{\text{elem}}(8) = 4000 \text{ d}$$

Het verschil tussen beide waarden is relevant zodra  $B < \lambda_B$  niet meer geldt. De in het algemeen gebruikte benadering voor het omrekenen van kanaalweerstand naar elementweerstand geeft dus vaak (veel) te lage waarden. Het gebruik van het kanaalelement in numerieke modellen met de klassieke formule voor de omrekening van de weerstand leidt in dergelijke gevallen tot een te sterke interactie tussen oppervlaktewater en grondwater in het model en overdrijft de effecten van het 'kanaal'.

## Bepaling van parameters met behulp van een numeriek model

In plaats van formules worden ook numerieke modellen van het topsysteem vaak gebruikt voor het bepalen van drainageweerstand en voedingsweerstand. In het regionale grondwater model wordt de uit deze detail-modellen bepaalde waarde weer in de Cauchy-randvoorwaarden uit de inleiding gestopt. Het in deel 2 beschreven gevaar van verkeerd gebruik van  $p$  in plaats van  $p_{\text{drain}}$  en  $p^*$  blijft daarbij bestaan.

Hier gaan we verder in op de eisen die aan het model te stellen zijn en de mogelijke fouten die kunnen optreden bij het afleiden van de parameterwaarden.



·|· symmetrie as

**Figuur 3:** Symmetrische conceptuele modellen

### Opbouw van het model

Het model moet tenminste twee watervoerende lagen beschrijven: een in het topsysteem en een voor de onderliggende regionale aquifer. Normaliter worden dan ook twee watervoerende lagen in het model aangebracht.

Bij gebruik van een enkellaags-model kan op de onderrand een Cauchy-randvoorwaarde worden gedefinieerd met weerstand gelijk aan de weerstand van de scheidende laag en peil gelijk aan de (constant veronderstelde) stijghoogte in het regionale watervoerende pakket



(zie schematisatie in deel 2). Dit model werkt goed zolang de stijghoogte in het regionale watervoerende pakket relatief constant is ten opzichte van de ondiepe grondwaterstand nabij het oppervlaktewater (zie ook deel 2). Hier gaan we verder uit van een tweelaags model.

Het model moet de complete variatie in de stroming over de scheidende laag beschrijven en dus tenminste twee oppervlaktewateren bevatten (zie onder "randvoorwaarden van het model"). Zodra dat niet het geval is worden randvoorwaarden lastig, omdat aannames van symmetrie of constante grondwaterstand dan niet gelden. De afstand tussen de oppervlaktewateren is dus direct in het model verwerkt.

### **Randvoorwaarden van het model**

Bij een tweelagenmodel wordt een ondoorlatende basis gebruikt, vindt infiltratie plaats tussen de oppervlaktewateren en worden de oppervlaktewateren met een Cauchy-randvoorwaarde (bodemweerstand en oppervlaktewaterpeil) gedefinieerd.

In het bovenste watervoerend pakket mag meestal verticale stroming onder het oppervlaktewater en midden tussen de oppervlaktewateren worden aangenomen. Op deze plaatsen kunnen ondoorlatende randen in het model worden aangebracht.

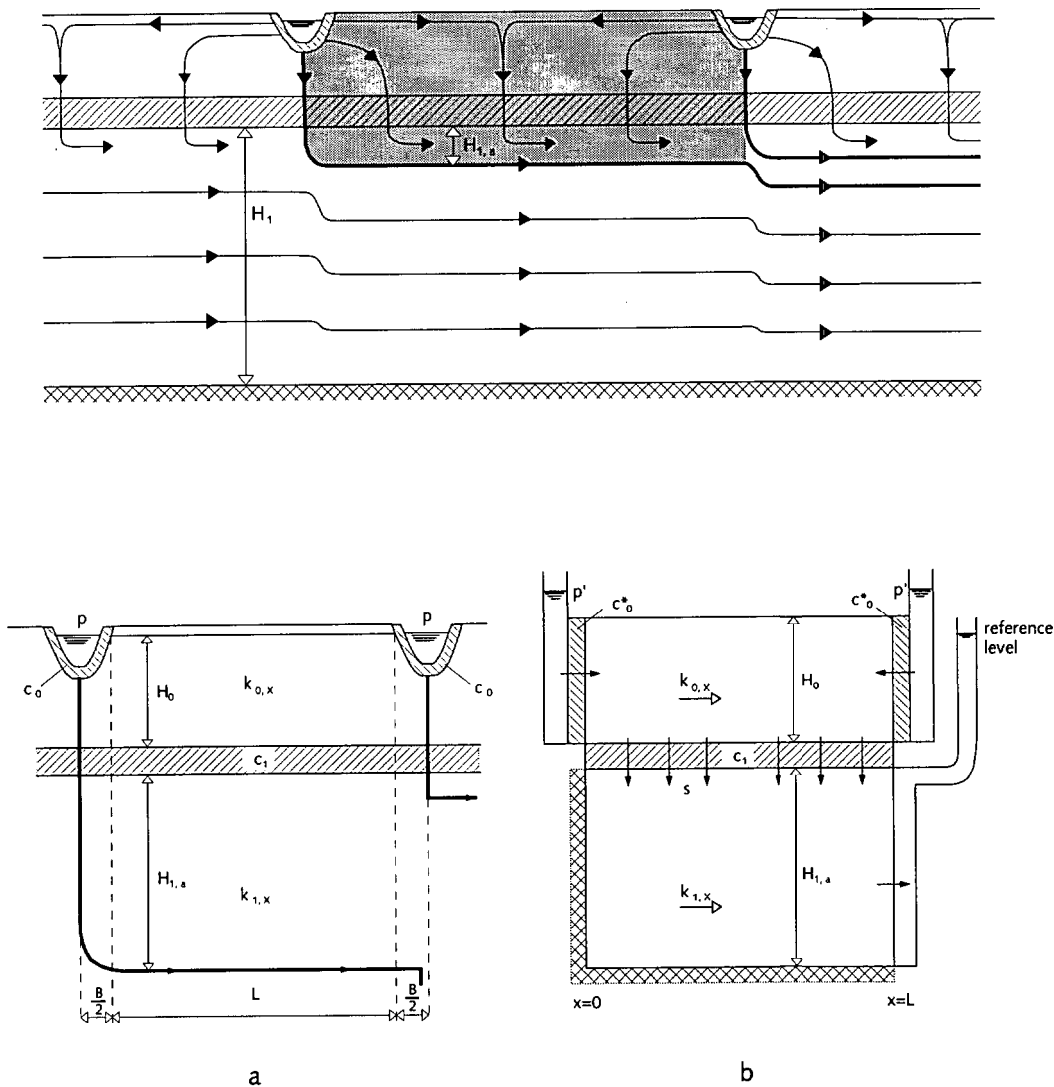
In het diepe watervoerende pakket moet het model de interactie tussen de stroming in het topsysteem en de regionale stroming beschrijven. Een volledige bovenrand van een model wordt opgebouwd door het naast elkaar zetten van (eventueel gespiegelde) modellen.

Een model met twee ondoorlatende randen in het diepe watervoerend pakket, zoals in (Ernst, 1983, pagina 8–10), is niet bruikbaar voor de bepaling van voedingsweerstand of drainageweerstand. Er bestaat in zo'n geval geen mogelijkheid om met behulp van superpositie van stroming in het regionale watervoerend pakket een werkelijke stroming tussen topsysteem en regionale systeem te genereren. Het systeem blijft een gesloten boven het regionale systeem. Tenminste een van de randen in het diepe watervoerende pakket moet dus 'open' (= niet-ondoorlatend) zijn.

Modellen die slechts het gedeelte tussen het midden van een oppervlaktewater en het midden tussen twee oppervlaktewateren beschrijven zijn eveneens niet bruikbaar. In figuur 3 geven we de twee mogelijke situaties weer. Een complete bovenrand van een model kan alleen worden opgebouwd door elk van deze situaties te spiegelen rond de rand (we kunnen immers alleen een complete bovenrand opbouwen als 'slootmidden'-'landmidden'-'slootmidden'-'landmidden'-'slootmidden'-etc.). We moeten dan ook kijken naar de situatie inclusief deze spiegelingen.

In het geval dat de open rand midden onder het oppervlaktewater ligt (figuur 3a), modelleren we een oneindig lange (dwars op richting van tekening) lijn van onttrekkingen op die plaats. (De andere rand is gesloten.) De stroming wordt als het ware kortgesloten tussen oppervlaktewater en puttenrij en aan beide zijden afgesloten door de ondoorlatende rand onder het midden tussen de oppervlaktewateren. Er bestaat ook nu geen werkelijke interactie met de regionale stroming: het is een volledig gesloten stromingssysteem. De weerstand die we berekenen zal te klein zijn omdat de stroming zich over slechts een klein gedeelte van het systeem concentreert.

In het geval dat de open rand midden tussen de oppervlaktewateren ligt (figuur 3b) modelleren we opnieuw een oneindig lange (dwars op richting van tekening) lijn van onttrekkingen. We krijgen nu een soortgelijk geval, maar nu wordt de stroming geforceerd om



**Figuur 4:** Conceptueel model voor de bepaling van voedingsweerstand en drainageweerstand

naar het midden tussen de oppervlaktewateren te gaan. Ook dit systeem is gesloten en daarom niet bruikbaar. De weerstand die wordt berekend is te groot, vooral als  $L > \lambda$ .

Het geval met twee open randen (dus twee gedefinieerde stijghoogtes) is terug te brengen tot een combinatie van twee onttrekkingslijnen. Ook dit systeem moet worden gespiegeld om een complete bovenrand te krijgen. Onder het oppervlaktewater blijft de stijghoogte constant en daarom kan er feitelijk geen regionale stroming in het diepe pakket plaatsvinden. Verschillende stijghoogtes op de rand genereren alleen maar stroming tussen de onttrekkingslijnen.

Om een lang verhaal kort te maken: we moeten dus een systeem modelleren waarin twee oppervlaktewateren zijn opgenomen (dus een volledig topsysteem en niet een gehalveerd) met tenminste één open rand in het diepe watervoerend pakket.

Het is logisch om te veronderstellen dat de stroming zich voltrekt als in figuur 4a is weergegeven. Het systeem kan steeds opnieuw naast elkaar worden herhaald om een complete bovenrand te maken. Daarbij hoeft geen spiegeling meer plaats te vinden. Verwaarlozen we de lokaal als uniform te beschouwen regionale stroming dan kunnen we het schema uit figuur 4b hanteren. In feite zou in plaats van de dichte rand (stroming = 0) ook een vaste flux kunnen worden opgelegd op die rand, maar dat geeft weer een mogelijke bron van fouten bij de bepaling van de weerstanden (zie onder). De andere rand in het diepe watervoerende pakket heeft een gegeven stijghoogte. Naast elkaar liggende blokken zijn min of meer onafhankelijk en de stijghoogtes in het diepe pakket kunnen variëren.

### **Celgrootte binnen model**

Omdat  $c_0$  en  $c_1$  nogal klein kunnen worden, kunnen  $\lambda_B$  en  $\lambda_L$  ook klein worden. Omdat de effecten van een willekeurige ingreep worden uitgedempt evenredig met  $\lambda$  zal een element ter grootte van  $3\lambda$  of meer geen goede relatie tussen zijn beide buur-elementen kunnen beschrijven. Alle variatie in stroming wordt over het hele element uitgemiddeld, terwijl de belangrijkste variatie al binnen een gebied ter grootte van  $\lambda$  plaatsvindt. Vooral de stroming aan de rand van de oppervlaktewateren (zowel door de bodem van het oppervlaktewater als door de scheidende laag) zal bij gebruik van te grote elementen onjuist worden beschreven. De stroming wordt teveel uitgesmeerd en de drainageweerstand of voedingsweerstand zal (veel) te groot worden berekend. Het is daarom belangrijk om de elementen niet groter dan ongeveer  $\lambda$  te laten zijn. Dit blijkt meestal nabij de oppervlaktewateren tot verfijning van het elementennetwerk te leiden.

### **Het bepalen van de weerstand uit het model**

Bij het berekenen van de voedingsweerstand en drainageweerstand moeten de vergelijkingen uit de inleiding gebruikt worden.

Voor de bepaling van de drainageweerstand is van belang dat  $p$  en  $p_{\text{drain}}$  meestal niet veel zullen afwijken (zie deel 2). Echter moet wel  $h_{\text{gem}}$  worden gebruikt in plaats van bijvoorbeeld  $h_{\text{max}}$  (waar dat ook moge optreden, maar waarschijnlijk niet in het midden tussen de oppervlaktewateren). Vooral als  $L \geq \lambda$  zal de klassieke regel dat  $(h_{\text{max}} - p) = 3/2(h_{\text{gem}} - p)$  niet meer opgaan (dan geldt de Ernst-achtige constante stroming over de scheidende laag niet meer). De met  $h_{\text{max}}$  berekende drainageweerstanden zullen dan zeker niet juist zijn.

Het bepalen van de voedingsweerstand vraagt eveneens om een gemiddelde, maar nu van de stijghoogte in het diepe watervoerend pakket. Meestal is dit relatief constant en eenvoudig uit de model resultaten af te lezen. Omdat  $p^*$  en  $p$  meestal sterk verschillen moet met de factor  $p^* - p = P_n(c^* - c_{\text{drain}})$  rekening worden gehouden bij de bepaling van  $c^*$ .

Een door randvoorwaarden gedefinieerde (uniforme) stroming in het diepe watervoerende pakket beïnvloedt de stijghoogte en ook de grondwaterstand in het bovenste watervoerende pakket. Omdat we alleen het potentiaalverschil in relatie met de voedingsweerstand

stand of drainageweerstand zoeken, leidt deze stroming tot nodeloze complicaties. Een model met een dichte rand in het diepe watervoerend pakket ligt daarom voor de hand.

### Slotopmerkingen

Een goed gedefinieerd model met twee watervoerende pakketten kan toch tot andere waarden voor de voedingsweerstand en drainage weerstand leiden dan uit de formules volgt. Natuurlijk zal het verschil tussen 1-d en 2-d stroming (oplossing De Lange, deel 2) of tussen de constante versus de variabele flux door de bodem van het oppervlaktewater (oplossing Bruggeman, deel 2) naar boven komen. Maar ook zal het niet-constant zijn van de stijghoogte tot verschillen kunnen leiden. Uit analyses in mijn proefschrift blijkt echter dat deze laatste verschillen (in termen van  $c^*$ ) alleen belangrijk worden als het diepe watervoerend pakket kleiner wordt dan het bovenste watervoerend pakket.

Met het model kunnen meer variaties worden doorgerekend dan met de analytische formules. Bijvoorbeeld kunnen diep-insnijdende beken en gelaagdheid van het bovenste watervoerend pakket indirect in de formules worden opgenomen, maar niet de bijkomende 2-dimensionale effecten op de weerstand.

Het model kan goed de haken en ogen bij bepaling van parameters uit lokale meetresultaten (stijghoogtes, grondwaterstanden, fluxen) naar voren brengen. De aanwezigheid van lokale scheidende lagen of van variatie in dikte door het freatisch zijn van het bovenste watervoerende pakket kunnen expliciet uit het model worden afgeleid. Het is volgens mij onjuist om in zo'n geval dit soort oorzaken van weerstand weg te werken bijvoorbeeld in gelumpde parameters zoals radiale weerstand en bodemweerstand, zonder eerst de werkelijke oorzaak te hebben gemodelleerd. Dit omdat bodemweerstand  $c_0$ , radiale weerstand  $c_{rad}$ , weerstand van scheidende laag  $c_1$ , verticale weerstand  $H/k_v$ , niet allemaal op dezelfde manier gerelateerd zijn met bijvoorbeeld de breedte  $B$  van en de afstand  $L$  tussen de oppervlaktewateren.

Wordt het model niet gebruikt voor dit soort toegevoegde inzichten, dan kan beter (minder inspanning) met een simpele analytische formule worden gewerkt.

**Bijlage 1:** Samenvatting van de in deel 1 afgeleide formules

Overzichtstabel met de formules

| Beschrijving                                     | Formules   | Aanvullingen   |
|--|--|--|
| Cauchy-randvoorwaarden                           | $s_{gem} = (\rho^* - \phi)/c^*$<br>$q = (\rho_{drain} - h_{gem})/c_{drain}$  | $s_{gem} = (h_{gem} - \phi)/c_1'$  |
| Algemeen   | $\rho^* = \rho + P_n(c^* - c_1' - c_0)$<br>$\rho_{drain} = \rho - P_n Q_0$<br>$c_{drain} = c^* - c_1'$                     | $\lambda_L = \sqrt{[c_1' k_{0,x} H_0]}$<br>$\lambda_B = \lambda_L \sqrt{[c_0 / (c_1' + c_0)]}$ |
| Voedingsweerstand indien onderrandflux variabeel | $c^* = (c_0 + c_1') F_L + (c_0 L / B) F_B$<br>$F_B = X_B \operatorname{ctnh}(X_B)$<br>$F_L = X_L \operatorname{ctnh}(X_L)$ | $X_B = B / 2 \lambda_B$<br>$X_L = L / 2 \lambda_L$   |
| Voedingsweerstand indien onderrandflux constant  | $c^* = (c_0 + c_1') G_L + (c_0 L / B) G_B$<br>$G_B = 1 + X_B^2 / 3$<br>$G_L = 1 + X_L^2 / 3$                               | $X_B = B / 2 \lambda_B$<br>$X_L = L / 2 \lambda_L$   |
| Voedingsweerstand Bruggeman, 1972                | $c^* = c_0 L / B + c_0 + c_1' + \kappa_3 (B + L) / k_{0,z}$  | $\kappa_3 = \text{zie De Lange, 1996, pag 150-1972}$<br>151                                    |

**Lijst van symbolen**

|             |   |  |
|-------------|---|--|
| $b_i$       | = | breedte van het element [L]  |
| $B$         | = | breedte van het oppervlaktewater [L]   |
| $c_0$       | = | weerstand van de bodem van het oppervlaktewater [T]  |
| $c_1$       | = | weerstand van de scheidende laag [T]   |
| $c^*$       | = | voedingsweerstand [T]  |
| $c_{drain}$ | = | drainageweerstand  |
| $h$         | = | grondwaterstand in het watervoerend pakket in het topsysteem [L]                                     |
| $h_{gem}$   | = | gemiddelde van $h$ over $-B/2 \leq x \leq L/2$ [L]   |
| $H$         | = | representatieve dikte van het watervoerend pakket in het topsysteem [L]                              |
| $k$         | = | doorlatendheid van het watervoerend pakket in het topsysteem [L/T]                                   |
| $L$         | = | afstand tussen de oppervlaktewateren [L]   |
| $p$         | = | oppervlaktewaterpeil [L]   |
| $p^*$       | = | gemodificeerde oppervlaktewaterpeil behorend bij $c^*$ [L]   |
| $p_{drain}$ | = | gemodificeerde oppervlaktewaterpeil behorend bij $c_{drain}$ [L]                                     |
| $P_n$       | = | grondwateraanvulling [L/T]   |
| $s$         | = | flux (volume per oppervlakte per tijd) [L/T]   |
| $x_i$       | = | afstand tussen element en oppervlaktewater   |
| $\phi$      | = | (constante) stijghoogte in het regionale watervoerend pakket [L]                                     |
| $\lambda_B$ | = | $\sqrt{[k_{0,x} H_0 c_1 / (c_1 + c_0)]}$ = de spreidingslengte behorend bij $-B/2 \leq x \leq 0$ [L] |
| $\lambda_L$ | = | $\sqrt{[c_1 k_{0,x} H_0]}$ = de spreidingslengte behorend bij $0 \leq x \leq L/2$ [L]                |

## Literatuur

- Bruggeman, G.A. (1972)** Twee-dimensionale stroming in een semi-afgesloten watervoerend pakket; Bijlage 5 van: Onderzoek voor onttrekkingen nabij "De Groeve", RIVM, Leidschendam.
- Ernst, L.F. (1961)** Grondwaterstromingen in the verzadigde zone en hun berekening bij aanwezigheid van horizontale evenwijdige open leidingen; Versl. Landbouwk Onderz. 67.15, Pudoc, Wageningen.
- Ernst, L.F. (1978)** Drainage of undulating sandy soils with high groundwater tables; in: Journal of Hydrology, jrg 39, nrs 1/2, pag 1-50.
- Ernst, L.F. (1983)** Infiltratie en kwel: de grondwaterstroming van hogere naar lagere gebieden; Rapport 7, Staring Centrum, Wageningen,
- Lange, W.J. de (1991)** A groundwater model of the Netherlands; RIZA note 90.066, RIZA Lelystad.
- Lange, W.J. de (1996)** Groundwater modeling of large domains with ananalytic elements; proefschrift, TU-Delft, ook RIZA nota 96.028.