
Modellen voor diffuse ontwatering in de toplaag

G. van Drecht

In regionale grondwatermodellen wordt de interactie tussen grondwater en oppervlaktewater gewoonlijk beschreven met een zogenaamde grondwaterstand-afvoer-relatie. Parameters in deze relatie zijn de drainageweerstand en de voedingsweerstand. Formules hiervoor kunnen worden afgeleid uit de oplossing van de stationaire grondwaterstroming in een dwarsprofiel door de toplaag van het grondwatersysteem, die gedraineerd wordt door evenwijdig aan elkaar liggende sloten. Het probleem wordt gecompliceerd door kwel of inzijging door de semi-permeabele laag, die de toplaag van de regionale aquifer scheidt. Oplossingen met en zonder gelijkmatig over de afstand tussen de sloten verdeelde kwel, worden afgeleid. De resultaten van verschillende bestaande oplossingen voor een aantal stromingssituaties worden met elkaar vergeleken.

Inleiding

De meeste laaggelegen landbouwgebieden in Nederland zijn goed ontwaterd. Wateroverlast komt nog maar weinig voor. Dit werd bereikt door de aanleg van drainagestelsels, de kanalisatie van beken en de aanleg van stuwen en gemalen. De drainagestelsels in veengebieden en polders zijn regelmatig opgebouwd met lange rechte sloten. De beekdalen in de hoger gelegen zandgebieden hebben doorgaans een onregelmatig opgebouwd slotenstelsel. Vroeger waren deze gebieden slecht ontwaterd, maar tegenwoordig is de ontwatering meestal goed. De verbeteringen werden bereikt door de aanleg van drainbuizen en de aanleg van stuwen in de waterlopen. Was vroeger het probleem om het overtollig regenwater zo snel mogelijk af te voeren, tegenwoordig is de vraag hoe te voorkomen dat gebieden verdrogen.

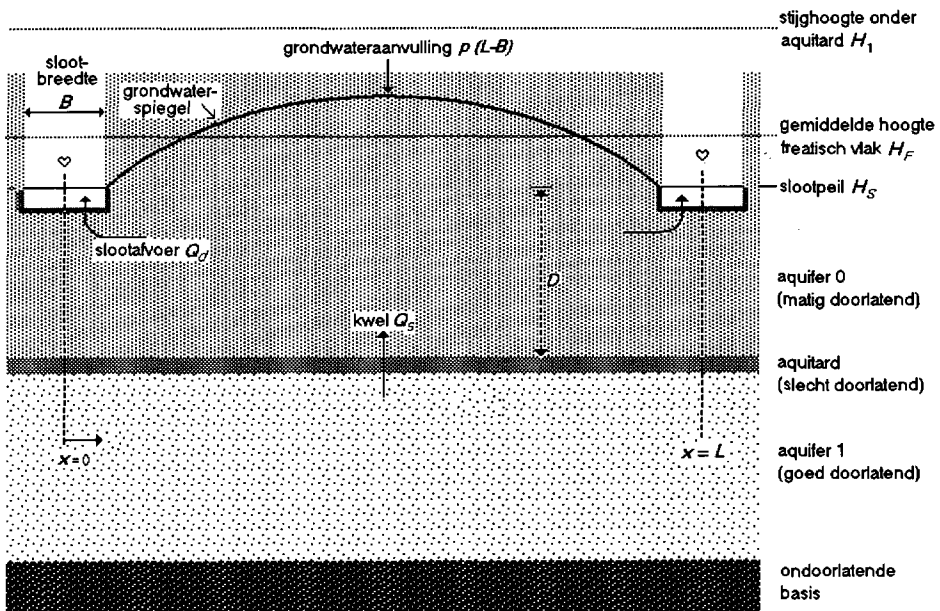
Regionale grondwatermodellen worden ontwikkeld ten behoeve van het waterbeheer. Met deze modellen kunnen waterbeheerders effecten van ingrepen in het grondwater of oppervlaktewater voorspellen. De interactie tussen grondwater en oppervlaktewater wordt gewoonlijk beschreven met een zogenaamde grondwaterstand-afvoer-relatie. Dit artikel gaat over de vorm en parameters in deze relatie.

Het geohydrologische profiel (figuur 1) bestaat uit één of meer watervoerende lagen (aquifers) gescheiden door semi-permeabele lagen (aquitards). Aan de onderkant bevindt zich een ondoorlatende basis en aan de bovenkant een matig doorlatende toplaag met freatisch grondwater. In de toplaag bevindt zich een stelsel van sloten. In regionale grondwatermodellen wordt de grondwaterafvoer naar het oppervlaktewater als een 'diffuse' term

Gerard van Drecht is werkzaam bij het RIVM, Laboratorium voor Bodem- en Grondwateronderzoek, Antonie van Leeuwenhoeklaan 9, Postbus 1, 3720 BA Bilthoven, telefoon (030) 274 33 69.

behandeld. De afvoer wordt niet voor iedere sloot apart maar als gemiddelde voor alle sloten in een gebied berekend. Hiervoor is dus een *gebiedsgemiddelde grondwaterstand-afvoer-relatie* nodig. Deze relatie kan empirisch worden vastgesteld door de gemeten oppervlaktewaterafvoer in een gebied te relateren aan de gemiddelde grondwaterstand in het gebied. Sneller en goedkoper echter is de manier, waarbij de grondwaterstand-afvoerrelatie wordt vastgesteld m.b.v. een eenvoudig model voor stationaire grondwaterstroming in een twee-dimensionale dwarsdoorsnede tussen twee evenwijdige sloten (Ernst, 1956, 1962, 1971, 1978, 1983). In het geval van één aquifer met freatisch grondwater is dat vrij eenvoudig. Bij aanwezigheid van meerdere watervoerende lagen, gescheiden door semi-permeabele lagen, is het een probleem voor specialisten. In de praktijk (omstreeks 1980) werd een semi-permeabele laag dan ook al snel beschouwd als ondoorlatend als het ging om het vaststellen van de grondwaterstand-afvoerrelatie. Het tegenovergestelde kwam ook voor, namelijk dat semi-permeabele lagen compleet genegeerd werden.

Aan een oplossing van de hier geschetste problemen werd gewerkt door modellen te ontwikkelen voor stromingssituaties in de toplaag met kwel en/of wegzijging door een semi-permeabele laag aan de onderkant. Bij het voormalige RID zijn computerprogramma's ontwikkeld, waarmee de coëfficiënten in de grondwaterstand-afvoerrelatie kunnen worden berekend. Rolf en Kovar (1978) beschrijven een methode om de parameters in een lineaire grondwaterstand-afvoerrelatie van een aquifer te berekenen op basis van een analytische oplossing van de *twee-dimensionale stationaire grondwaterstroming* in de toplaag (Bruggeman, 1972). In de analyse van Van Drecht (1983) worden verschillende oplossingen voor dit probleem beschreven en geëvalueerd. Ernst (1983) geeft oplossingen voor situaties van stationaire grondwaterstroming tussen evenwijdige sloten bij kwel of wegzijging door een semi-permeabele laag. Wesseling en Wesseling (1984) analyseren de *niet-stationaire* grondwaterstroming tussen evenwijdige sloten. Daarbij leiden ze ook een analytische



Figuur 1: Geohydrologisch dwarsprofiel loodrecht op twee evenwijdige sloten. De 'toplaag' omvat het gedeelte boven de aquitard.

oplossing af van een stationaire kwelstroming naar evenwijdige drains. Wolters (1986) geeft aan de hand van een literatuuronderzoek een vergelijking van de diverse oplossingen voor dit probleem. De Lange (1996) komt met nieuwe formules voor de grondwaterstand-afvoer-relatie op basis van een analytische oplossing voor de eendimensionale stationaire stroming tussen evenwijdige sloten. Hij toetst zijn oplossing aan de analytische oplossing van Bruggeman (1972), die beschouwd wordt als exact voor de twee-dimensionale stroming tussen evenwijdige sloten.

In de voorliggende bijdrage zal worden gedemonstreerd hoe de oplossing van Wesseling en Wesseling (1984) kan worden gebruikt om een grondwaterstand-afvoer-relatie af te leiden voor situaties met kwel en wegzijging. Dit is op zich zelf niet nieuw, omdat Ernst (1983) dat ook al (uitgebreid) gedaan heeft. Het verschil zit in de bondige aanpak waarmee het stromingsprobleem behandeld en opgelost wordt. Daarmee wordt beoogd om praktizerende hydrologen van dienst te zijn bij hun werk om een geschikte grondwaterstand-afvoer-relatie bij hun probleem te vinden. In deze bijdrage zal na een korte toelichting op het stromingsprobleem, een eenvoudige en snelle oplossing worden afgeleid. Verder zullen de berekeningsresultaten van verschillende oplossingen met elkaar worden vergeleken.

Beschrijving van het stromingsprobleem

Figuur 1 stelt een verticale doorsnede door de bovenste lagen van een geohydrologisch systeem voor. De toplaag (aquifer 0) bestaat uit matig doorlatende zand-, klei- en veenlagen en bevat freatisch grondwater. De gemiddelde verticale doorlatendheid k_v (m/d) verschilt van de gemiddelde horizontale doorlatendheid k_h (m/d) (anisotropie). Aan de onderzijde van de toplaag bevindt zich een aquitard, d.w.z. een slecht doorlatende laag met een weerstand tegen verticale grondwaterstroming. De watervoerende dikte D (m) van de toplaag is de afstand tussen de bovenkant van de slecht doorlatende laag en het slootpeil. Onder de aquitard bevindt zich een tweede aquifer met een goede doorlatendheid. De verticale doorsnede staat loodrecht op twee evenwijdige sloten met een onderlinge afstand (hart-op-hart) van L (m). De sloten hebben een gelijk slootpeil H_s (m), breedte B (m) en een natte omtrek B_w (m). De sloten zijn onvolledig ingesneden en hebben een geringe waterdiepte ($B_w \approx B$). De grondwaterstroming is stationair. De grondwateraanvulling p (m/d), stijghoogte in aquifer 1 H_1 (m) en slootpeil H_s (m) zijn constant.

Overige aannamen zijn:

- Verwaarloosbare stijghoogtegradiënt in horizontale richting in aquifer 1 onder de slecht doorlatende laag.
- De grondwateraanvulling p (m/d) wordt gelijkmatig verdeeld gedacht tussen de sloten. Over de breedte van de sloten vindt geen grondwateraanvulling plaats.
- Altijd watervoerende sloten. Er zijn verticale waterscheidingen in het midden van de sloten ($x = 0$ en $x = L$) en in de kavel midden tussen de sloten ($x = L/2$) op de plaats, waar de grondwaterspiegel het hoogst is.
- De weerstand tegen verticale verzadigde grondwaterstroming in de toplaag boven het horizontale vlak door het slootpeil is te verwaarlozen. De verticale weerstand onder dit

vlak is D/k_v (d). De weerstand van de slecht doorlatende laag is c_1 (d). De totale weerstand tegen verticale verzadigde stroming is

$$c = c_1 + \frac{D}{k_v} \quad (\text{d}) \quad (1)$$

- Tussen de sloten stroomt het grondwater voornamelijk horizontaal. In de nabijheid van de sloten is de stroming radiaal. Ernst (1962, 1983) geeft formules voor de weerstand tegen radiale stroming. Bij de berekening van de weerstand wordt rekening gehouden met anisotropie (Olsthoorn, 1982). Voor brede, ondiepe sloten is de weerstand tegen radiale stroming

$$c_{rad} = \frac{L}{\pi k_{rad}} \ln \frac{4D/a}{\pi B_w} \quad (\text{d}) \quad (2)$$

waarin de radiale doorlatendheid $k_{rad} = \sqrt{k_h k_v}$ (m/d), de anisotropiefactor $\alpha = \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$ (-) en B_w is natte slootomtrek (m).

- De intreeweerstand tegen stroming door de bodem van de sloot c_{intree} wordt gedefinieerd als:

$$c_{intree} = \frac{L}{B_w} \frac{d}{k} = \frac{L}{B_w} c_b \quad (\text{d}) \quad (3)$$

waarin respectievelijk d is dikte (m), k doorlatendheid (m/d) en c_b de weerstand (d) van de slootbodembodem (inclusief sliblaag op de bodem).

- De watervoerende dikte van de toplaag D (m) en de slootbreedte B (m) zijn klein in vergelijking tot de slootafstand L (m). Aangenomen wordt dat boven het horizontale vlak door het slootpeil geen horizontale grondwaterstroming plaatsvindt.
- De grondweraanvulling en de kwel zorgen voor een verschil tussen de hoogte van de grondwaterspiegel $H(x)$ (m) binnen de kavel en het slootpeil H_s (m). Daardoor vindt afvoer van grondwater naar de sloten plaats. Midden tussen de sloten ($x = L/2$) is het verschil ("opbolling") maximaal.

Oplossing van de slootafvoerintensiteit, de gemiddelde kwelintensiteit en de gemiddelde hoogte van het freatisch vlak

Voor het boven beschreven systeem gelden de volgende vergelijkingen (Van Drecht, 1983):

$$\text{Waterbalans: } p(L - B) + Q_s = Q_d \quad (\text{m}^2/\text{d}) \quad (4)$$

$$\text{Kwel: } Q_s = \frac{H_1 - H_F}{c} L \quad (\text{m}^2/\text{d}) \quad (5)$$

$$\text{Slootafvoer: } Q_d = \frac{H_F - H_s}{w} L \quad (\text{m}^2/\text{d}) \quad (6)$$

waarin:

| | | |
|-------|---|---|
| Q_d | = | slootafvoer per meter sloot (m^2/d), |
| Q_s | = | kwel per meter sloot (m^2/d), |
| H_1 | = | stijghoogte (m) onder de slecht doorlatende laag (aquifer 1), |
| H_F | = | gemiddelde hoogte van het freatisch vlak (m) in de toplaag (aquifer 0), |
| H_s | = | slootpeil (m), |
| c | = | totale weerstand (d) tegen verticale stroming (verg. 1), |
| w | = | weerstand (d) tegen de stroming naar de sloten. |

Aanvullend worden de (oppervlaktegemiddelde) slootafvoer- en kwelintensiteit gedefinieerd als:

$$q_d = Q_d/L \quad \text{is slootafvoerintensiteit (m/d) en}$$

$$q_s = Q_s/L \quad \text{kwelintensiteit (m/d).}$$

Het stelsel van drie vergelijkingen (verg. 4–6) heeft vier onbekenden nl. q_d , q_s , H_F en w . Als we de weerstand w weten kan het stelsel worden opgelost d.m.v. eliminatie.

In *eerste benadering* wordt aangenomen dat de *kwel gelijkmatig over de afstand tussen sloten* is verdeeld, met andere woorden: er is sprake van een gelijkmatige kwelintensiteit tussen de sloten. De weerstand w kan in dat geval worden geschat m.b.v. de formule van Hooghoudt (1940) dan wel die van Ernst. Deze formules zijn afgeleid voor grondwaterstroming in een watervoerende laag met aan de onderkant een ondoorlatende basis. Als de aanname van een gelijkmatige kwelintensiteit tussen de sloten ook bij benadering niet opgaat, moet de toplaag met lagen onder de aquitard worden uitgebreid. Wesseling (1973) geeft een uitgebreide analyse van de formules van Hooghoudt en Ernst. Daarvan zal eerst een korte interpretatie worden gegeven. Daarna volgt de oplossing van het vergelijkingstelsel 4–6. In tweede benadering zal rekening worden gehouden met een *niet* gelijkmatige kwelintensiteit tussen de sloten.

De slootafvoer ondervindt een weerstand

$$c_{\text{drain}} = \frac{H(L/2) - H_s}{q_d} = \frac{\Delta H_{\text{tot}}}{q_d} \quad (\text{d}) \quad (7)$$

waarin:

| | | |
|-------------------------|---|---|
| c_{drain} | : | drainageweerstand (d) volgens Ernst, (let op: $c_{\text{drain}} \neq w$!), |
| ΔH_{tot} | : | de maximale opbolling van de grondwaterspiegel midden tussen de sloten (m) en |
| $H(L/2)$ | : | de hoogte van de grondwaterspiegel midden tussen de sloten (m). |

De stroming naar de sloten is te verdelen in een verticaal, een horizontaal en een radiaal gedeelte. Hieraan wordt toegevoegd intreestroming door de slootbodem en de sliblaag op de bodem. Elk traject draagt bij in de maximale opbolling ΔH_{tot} :

$$\Delta H_{tot} = \Delta H_{vert} + \Delta H_{hor} + \Delta H_{rad} + \Delta H_{intree} \quad (m) \quad (8)$$

De weerstand tegen verticale stroming boven het vlak van het slootpeil is te verwaarlozen ($\Delta H_{vert} = 0$). Door de overgebleven termen te delen door de slootafvoerintensiteit wordt duidelijk dat de drainageweerstand c_{drain} opgebouwd is uit een aantal serie-geschakelde deelweerstand:

$$\frac{\Delta H_{tot}}{q_d} = \frac{\Delta H_{hor}}{q_d} + \frac{\Delta H_{rad}}{q_d} + \frac{\Delta H_{intree}}{q_d} \quad (d) \quad (9)$$

of $c_{drain} = c_{hor} + c_{rad} + c_{intree} \quad (d) \quad (10)$

waarin:

$$c_{hor} = \frac{L^2}{8k_h D} \quad (d) \quad (11)$$

- c_{hor} : de weerstand (d) tegen horizontale stroming in de toplaag,
- c_{rad} : weerstand (d) tegen radiale stroming bij de sloot,
- c_{intree} : weerstand (d) tegen intreestroming door de slootbodem.

De gemiddelde hoogte van het freatisch vlak boven het slootpeil $H_F - H_s$ is een vaste fractie van de maximale hoogte van de grondwaterspiegel boven het slootpeil $H(L/2) - H_s$ ofwel in formule (verg. 12):

$$H_F - H_s = f(H(L/2) - H_s) \quad (12)$$

waarin f een vormfactor met een praktijkwaarde tussen 0,65 en 0,85 is (Ernst, 1978). Delen van verg. (12) door de slootafvoerintensiteit q_d en gebruik makend van de vergelijkingen (6) en (7) geeft het verband tussen de weerstand w (verg. 6) en de drainageweerstand c_{drain} (verg. 10):

$$w = f c_{drain} \quad (13)$$

De waarde van vormfactor f is afhankelijk van de verhouding tussen de weerstanden in de verschillende stromingstrajecten en de bijbehorende vormfactoren. In het traject met horizontale stroming is het verloop van de grondwaterspiegel tussen de sloten parabolisch van vorm. Daarvoor geldt een vormfactor f_{hor} met een waarde 2/3. In het traject met radiale stroming is het verloop van de grondwaterspiegel meer elliptisch van vorm. Daarbij hoort een vormfactor f_{rad} met een waarde tussen 0,9 en 1,0 (Ernst, 1983). Voor de intreestroming geldt een vormfactor f_{intree} met de waarde 1. In vergelijking tot de vormfactor f_{hor} heeft de vormfactor f_{rad} weinig invloed. Als we aannemen dat $f_{rad} \approx 1$ dan krijgen we de volgende uitdrukking voor de weerstand w in verg. (6):

$$w = f_{hor} c_{hor} + c_{rad} + c_{intree} \quad (d) \quad (14)$$

Nu w bekend is, kan het stelsel vergelijkingen (4–6) worden opgelost d.m.v. eliminatie (Ernst, 1983, blz. 5). Dit gaat als volgt: substitueer Q_s (verg. 5) in verg. (4). Isoleer daaruit H_F en substitueer die in verg. (6) en los Q_d op. De kwel Q_s wordt gevonden door substitutie van de oplossing voor de slootafvoer Q_d in verg. (4). Daarna volgt de oplossing voor de gemiddelde hoogte van het freatisch vlak H_F door substitutie van de oplossing voor Q_d in verg. (6) of de oplossing voor Q_s in verg. (5). Delen van Q_d en Q_s door de slootafstand L geeft het volgende resultaat:

$$q_d = \frac{(1 - \frac{B}{L})cp + (H_1 - H_s)}{w + c} \quad (\text{m/d}) \quad (15)$$

$$q_s = \frac{-(1 - \frac{B}{L})wp + (H_1 - H_s)}{w + c} \quad (\text{m/d}) \quad (16)$$

$$H_F - H_s = \frac{(1 - \frac{B}{L})wcp + w(H_1 - H_s)}{w + c} \quad (\text{m}) \quad (17)$$

De weerstand, die de gemiddelde kwelintensiteit q_s ondervindt, wordt de *voedingsweerstand* c^* genoemd. Ernst (1983, blz. 29) noemt dit de fictieve c -waarde voor diffuse invoer en uitvoer aan de bovenkant van een watervoerend pakket. Uit verg. 16 blijkt dat deze weerstand gelijk is aan de som van weerstand w (verg. 14) en de totale weerstand tegen verticale stroming c (verg. 1):

$$c^* = w + c \quad (18)$$

Formules voor de voedingsweerstand werden eerder afgeleid door Rolf en Kovar (1978) en zijn gebruikt in het grondwaterplan van de Provincie Drenthe (Provincie Drenthe, 1985, blz. 21). Ook De Lange (1996) leidde formules voor de voedingsweerstand af.

In *tweede benadering* wordt rekening gehouden met een *niet* gelijkmatige kwelintensiteit tussen de sloten. Dit houdt in dat de kwelintensiteit afhankelijk is van de plaats tussen de sloten. Van Drecht (1983) gebruikt daarvoor zowel een analytische als een numerieke methode. Een analytische oplossing van *tweedimensionale* stationaire stroming in de dwarsdoorsnede tussen evenwijdige sloten werd afgeleid door Bruggeman (1972). Deze oplossing wordt vaak als referentie voor andere methoden gebruikt (Van Drecht, 1983; Wolters, 1986; De Lange, 1996). De numerieke oplossing van Van Drecht gaat uit van de schematisering van de horizontale stroming in een aantal trajecten: de afstand tussen de sloten wordt opgedeeld in een aantal stukken. Voor elk stuk wordt de gemiddelde hoogte van de grondwaterspiegel en de gemiddelde kwelintensiteit opgelost. Deze methode leidt zonder veel rekenwerk tot zeer goede resultaten en er kan bovendien rekening worden gehouden met de horizontale stroming in de verzadigde zone *boven* het vlak van het slootpeil of drainbuizen.

Er kan ook een analytische oplossing van de horizontale (eendimensionale) grondwaterstroming worden afgeleid. Wesseling en Wesseling (1984) leiden een oplossing af voor de stationaire horizontale grondwaterstroming tussen evenwijdige drains in de aanwezigheid van kwel. Bij verwaarlozing van de radiale stroming naar de drains worden de drains

geschematiseerd tot volledig ingesneden sloten zonder intreeweerstand en breedte $B = 0$. Hiervoor luidt de differentiaalvergelijking:

$$k_h D \frac{d^2 H}{dx^2} + \frac{H_1 - H}{c} + p = 0 \quad (\text{m/d}) \quad (19)$$

waarin:

$H = H(x)$ is de hoogte (m) van de grondwaterspiegel op afstand x (m) vanaf het hart van de sloot, met de randvoorwaarden $H(x = 0) = H(x = L) = H_s$.

De oplossing van vergelijking (19) luidt:

$$H(x) = H_s + (H_1 - H_s + pc) \left(\tanh(\alpha) \sinh\left(\frac{x}{\lambda}\right) - \cosh\left(\frac{x}{\lambda}\right) + 1 \right) \quad (\text{m}) \quad (20)$$

waarin $\lambda = \sqrt{k_h D c}$ is de spreidingslengte (m) en $\alpha = L/(2\lambda)$ een hulpvariabele (-).

Deze oplossing gebruiken we om de gemiddelde kwelintensiteit q_s te berekenen door integratie van de plaats-afhankelijke kwelintensiteit over de afstand tussen de sloten.

$$\begin{aligned} q_s &= \frac{1}{L} \int_{x=0}^{x=L} \frac{H_1 - H(x)}{c} dx = \\ &= -p + \left(\frac{H_1 - H_s}{c} + p \right) \frac{\tanh(\alpha)}{\alpha} \end{aligned} \quad (\text{m/d}) \quad (21)$$

De slootafvoerintensiteit q_d volgt uit de waterbalans ($q_d = q_s + p$):

$$q_d = \left(\frac{H_1 - H_s}{c} + p \right) \frac{\tanh(\alpha)}{\alpha} \quad (\text{m/d}) \quad (22)$$

De gemiddelde hoogte van het freatisch vlak H_F leiden we af door substitutie van q_s (verg. 21) in verg. (5), met $q_s = Q_s/L$:

$$H_F = H_s + (H_1 - H_s + pc) \left(1 - \frac{\tanh(\alpha)}{\alpha} \right) \quad (\text{m/d}) \quad (23)$$

De hoogte van de grondwaterspiegel midden tussen de sloten $H(L/2)$ wordt berekend door invullen van $x = L/2$ in verg. (20):

$$\begin{aligned} H(L/2) &= H_s + (H_1 - H_s + pc) (\tanh(\alpha) \sinh(\alpha) - \cosh(\alpha) + 1) = \\ &= H_s + (H_1 - H_s + pc) \left(1 - \frac{1}{\cosh(\alpha)} \right) \end{aligned} \quad (\text{m}) \quad (24)$$

Bij een niet gelijkmatig tussen de sloten verdeelde kwel is de opbolling van de grondwaterspiegel niet parabolisch maar afgeplat van vorm (tafelmodel). Daardoor zal de vormfactor (verhouding tussen gemiddelde en maximale opbolling) ook veranderen. We noemen deze

vormfactor f_{par} (van 'parallel'), omdat hierin zowel het effect van horizontale stroming als stroming via de c_L -laag in zit. Ook Ernst leidt deze vormfactor af (Ernst, 1983, verg. 82, blz. 13). De vormfactor wordt gevonden door substitutie van H_F (verg. 23) en $H(L/2)$ (verg. 24) in verg. (12):

$$f_{par} = \frac{H_F - H_s}{H(L/2) - H_s} = \frac{1 - \frac{\tanh(\alpha)}{\alpha}}{1 - \frac{1}{\cosh(\alpha)}} = \frac{\cosh(\alpha) - \frac{\sinh(\alpha)}{\alpha}}{\cosh(\alpha) - 1} \quad (-) \quad (25)$$

De extreme waarden zijn: als $\alpha \downarrow 0$ dan $f_{par} \rightarrow 2/3$ en als $\alpha \rightarrow \infty$ dan $f_{par} \rightarrow 1$.

Vervolgens leiden we een formule voor de drainageweerstand volgens Ernst af door deling van $H(L/2) - H_s$ door q_d (verg. 22). We noemen dit de parallelle weerstand c_{par} (d), omdat deze weerstand opgevat kan worden als de vervangingsweerstand van een parallelle schakeling van horizontale weerstand en de verticale weerstand c . Ook Ernst (1983, verg. 107, blz. 16, 17) leidt deze weerstand af.

$$c_{par} = \frac{H(L/2) - H_s}{q_d} = \left(1 - \frac{1}{\cosh(\alpha)}\right) \frac{\alpha c}{\tanh(\alpha)} = \frac{\alpha c}{\tanh(\alpha/2)} \quad (d) \quad (26)$$

Met de weerstand c_{par} (verg. 26) in plaats van de weerstand c_{hor} (verg. 11) kunnen we de verg. (15-17) geschikt maken voor situaties, waarin de kwelintensiteit niet gelijkmatig tussen de sloten is verdeeld. Daarbij gebruikte men de volgende formule voor de weerstand w (met f_{par} volgens verg. 25):

$$\begin{aligned} w &= c_{intree} + c_{rad} + f_{par} c_{par} = \\ &= c_{intree} + c_{rad} + \alpha c \coth(\alpha) - c \end{aligned} \quad (d) \quad (27)$$

De voedingsweerstand c^* is gelijk aan (zie verg. 18):

$$\begin{aligned} c^* &= w + c = \\ &= c_{intree} + c_{rad} + \alpha c \coth(\alpha) \end{aligned} \quad (d) \quad (28)$$

De Lange (1996) leidt een formule voor de voedingsweerstand langs een andere weg af. Voor de horizontale stroming in de kavel gebruikt hij eveneens verg. (19), maar met een iets andere randvoorwaarde aan de rand van de sloot. Zie zijn proefschrift voor de details.

In de hierna volgende toepassing is de nauwkeurigheid van de verschillende oplossingen voor berekening van de slootafvoerintensiteit onderzocht door vergelijking met de oplossing volgens Bruggeman, die beschouwd wordt als exact voor tweedimensionale stroming tussen evenwijdige sloten.

Toepassing

Tabel 1: Beschrijving van een aantal situaties (nr 1-8) met kwel en infiltratie in de toplaag en berekende slootafvoerintensiteit q_d volgens Bruggeman.

| Situatie nr | L (m) | l (m) | D (m) | B (m) | c_1 (d) | p (mm/d) | H_1-H_s (m) | q_d (mm/d) |
|----------------|------------|------------|------------|------------|--------------|---------------|------------------|-----------------|
| 1 | 100 | 23 | 5 | 2 | 100 | 6 | 0,0 | 2,18 |
| 2 | 20 | 10 | 1 | 0,5 | 100 | 2 | 0,25 | 3,21 |
| 3 | 200 | 23 | 5 | 2 | 100 | 1 | 0,25 | 0,65 |
| 4 | 100 | 5 | 5 | 2 | 0 | 0 | -0,25 | -2,95 |
| 5 | 20 | 10 | 1 | 0,5 | 100 | -1 | -0,25 | -2,51 |
| 6 | 200 | 23 | 5 | 2 | 100 | -1 | -0,25 | -0,65 |
| 7 | 100 | 23 | 5 | 2 | 100 | -1 | 0,25 | 0,55 |
| 8 | 100 | 23 | 5 | 2 | 100 | 2 | 0,75 | 3,46 |

In Tabel 1 zijn voorbeelden gegeven van enkele stromingssituaties, die als toetsing van de kwaliteit van een oplossing zullen worden gebruikt. In deze situaties is k_h en k_v gelijk aan 1 m/d en de bodemweerstand van de sloten $c_b = 0$ d. De situaties met de nummers 2 en 5 zijn enigszins te vergelijken met de grondwaterstroming naar drainbuizen. In de situaties 1, 3 en 4 is er (netto) kwel vanuit aquifer 1. In de andere situaties is er sprake van (netto) voeding van de aquifer 1. Alle situaties worden gekenmerkt door een kleine spreidingslengte λ vergeleken met de slootafstand L . De slootafvoerintensiteit is berekend met de volgende oplossingen:

- 'Ernst' (verg. 15, 11, 14, 2, 1),
- 'Ernst*' (verg. 15, 25, 26, 27, 2, 1),
- 'De Lange' (De Lange, 1996, blz. 147, 148),
- 'Bruggeman' (Bruggeman, 1972; Van Drecht, 1983, blz. 22, 23),
- 'Van Drecht' (Van Drecht, 1983, blz. 18 e.v.).

Bij de laatste (numerieke) oplossing is de afstand tussen midden kavel ($x = L/2$) en de rand van de sloot ($x = B/2$) met een meetkundige reeks verdeeld in stappen. De eerste stap is van $L/2$ tot $sL/2$, de tweede stap is van $sL/2$ tot $s^2L/2$, enzovoort. De laatste stap is van $B/2$ tot 0. Voor de vermenigvuldigingsfactor s is de waarde 0,9 gebruikt. Onder de sloot heerst geen horizontale stroming. Voor de radiale weerstand is verg. (2) gebruikt. De berekeningen zijn uitgevoerd met FORTRAN-77-programma's, die op aanvraag verkrijgbaar zijn bij de auteur.

Uit Tabel 2 blijkt dat de oplossing van Ernst tot onnauwkeurige resultaten leidt voor situaties waarin de slootafstand groter is dan viermaal de spreidingslengte ($L > 4\lambda$). Indien rekening wordt gehouden met een niet-gelijkmatig tussen de sloten verdeelde kwelintensiteit worden veel betere resultaten verkregen. Verder blijkt dat de oplossingen volgens Ernst*, De Lange, Van Drecht en Bruggeman vrijwel gelijke resultaten geven. De verschillen zijn kleiner dan 10 procent. De oplossingen van De Lange en Van Drecht geven een te hoge slootafvoerintensiteit. Dit wordt mogelijk veroorzaakt door een te kleine radiale weerstand.

Tabel 2: Sloopafvoerintensiteit q_d , berekend met de oplossingen van Ernst, Ernst*, De Lange en Van Drecht, in vergelijking tot Bruggeman (= 100) voor de situaties, gedefinieerd in Tabel 1.

| Situatie nr | Ernst | Ernst* | De Lange | Van Drecht |
|-------------|-------|--------|----------|------------|
| 1 | 92 | 104 | 105 | 106 |
| 2 | 99 | 101 | 102 | 102 |
| 3 | 65 | 103 | 105 | 105 |
| 4 | 41 | 98 | 104 | 108 |
| 5 | 99 | 100 | 101 | 102 |
| 6 | 65 | 103 | 105 | 105 |
| 7 | 87 | 98 | 104 | 107 |
| 8 | 90 | 102 | 104 | 105 |

Kanttekening:

Voor situaties met $L \gg 4\lambda$ moet men wel bedenken dat de aanname van de uniforme stijghoogte in de aquifer onder de toplaag niet meer vol te houden is. In dat geval komen al de in dit artikel gegeven oplossingen op losse schroeven te staan. Grote sloten (waterlopen) met een grote onderlinge afstand ($L \gg 4\lambda$) acteren solitair, d.w.z. hebben praktisch geen 'hinder' van elkaar en moeten eigenlijk ieder apart worden gemodelleerd.

Conclusies

De diffuse ontwatering van een toplaag met freatisch grondwater kan worden beschreven met een lineaire grondwaterstand-afvoer-relatie. De weerstand w en de voedingsweerstand $c^* = w + c$, die daarin voorkomen, kunnen worden berekend uit de geohydrologische eigenschappen van de toplaag, de eigenschappen van de sloten en de slootafstand. De formules daarvoor komen voort uit een oplossing van de stationaire grondwaterstroming tussen evenwijdige sloten. De oplossing van Ernst, afgeleid voor een situatie met een ondoorlatende basis, voldoet goed bij een slootafstand kleiner dan viermaal de spreidingslengte ($L < 4\lambda$). De in de oplossing van Ernst gebruikte formule voor de horizontale stromingsweerstand kan worden vervangen door een andere formule van Ernst, waarin rekening wordt gehouden met een niet gelijkmatig tussen de sloten verdeelde kwelintensiteit. Deze oplossing is nauwkeuriger en voldoet ook goed bij een slootafstand $L > 4\lambda$. Andere oplossingen, zoals die van De Lange (1996) en de numerieke oplossing van Van Drecht (1983) voldoen ook goed, maar zijn wat bewerklijker.

Met dank aan E.J.M. Veling, R.A. Feddes, W.H. van der Molen en N.G.J. Straathof voor waardevolle commentaar en suggesties voor dit artikel.

Referenties

- Bruggeman, G.A. (1972)** Tweedimensionale stroming in semi-spanningswater; Bijlage 5, rapport 'De Groeve', RID, Leidschendam (zie RID, 1972).
- Drecht, G. van (1983)** Berekening van de stationaire grondwaterstroming naar sloten; RID-mededeling 83-3, RID, Leidschendam.¹
- Ernst, L.F. (1956)** Calculation of the Steady Flow of Groundwater in Vertical Cross Sections; *Neth. J. of Agrc. Sci.* 4, pag 126-131.
- Ernst, L.F. (1962)** Grondwaterstromingen in de verzadigde zone en hun berekening bij aanwezigheid van horizontale evenwijdige open leidingen; *Versl. Landb. Onderz.* 67-15., Pudoc, Wageningen.
- Ernst, L.F. (1971)** Analysis of groundwater flow to deep wells in areas with a non-linear function for subsurface drainage; in: *Journal of Hydrology* 14, pag 158-180.
- Ernst, L.F. (1978)** Drainage of undulating sandy soils with high groundwater tables; in: *Journal of Hydrology* 39, pag 1-50.
- Ernst, L.F. (1983)** Wegzijging en kwel; de grondwaterstroming van hogere naar lagere gebieden, Rapport 7, Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding, Wageningen.
- Hooghoudt, S.B. (1940)** Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond; *Verslagen van Landbouwkundig Onderzoek*, no. 46, pag 515-707.
- Lange, W.J. de (1996)** Groundwater modeling of large domains with analytic elements; proefschrift, Delft University of Technology, Delft.
- Olsthoorn, T.N. (1982)** Anisotropie, een verwaarloosd verschijnsel bij grondwatervraagstukken; in: *H₂O*, jrg 15, nr 11, pag 262-267 en 273.
- Provincie Drenthe (1985)** Rapport van de technische werkgroep grondwaterplan 2.
- Rolf, H.M. en K. Kovar (1978)** Analytical solution of the recharge of an aquifer from the overlying semi-permeable top-layer with partially penetrating ditches to be used in a numerical model; in: *Quarterly Report*, nr. 15, National Institute for Water Supply, The Netherlands, voormalige RID, Leidschendam.²
- Rolf, H.M. (1981)** Modelonderzoek Over-Betuwe, Model voor grondwaterstroming en verdamping, Deel I: Geohydrologie van de Over-Betuwe en de Zuidelijke Veluwezoom; Basisrapport Commissie Bestudering Waterhuishouding Gelderland.
- RID (1972)** Concept-nota inzake een onderzoek van het voorkomen van droogteschade op het waterwinterrein De Groeve van de N.V. WAPROG.
- Wesseling, J. (1973)** Subsurface flow into drains, in: *Theories of field drainage and watershed runoff. Drainage principles and applications*, Vol. II. Publication 16 of International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen.
- Wesseling, J.G. en J. Wesseling (1984)** The influence of seepage on the depth of water tables in drainage; in: *Journal of Hydrology* 73, pag 289-297.
- Wolters, H.A. (1986)** Evaluation of some formulas for drainage in artesian areas; in: *Journal of Hydrology* 88, pag 117-128.

¹ Kopieën zijn nog beschikbaar (Van Drecht, RIVM, Bilthoven (030-274 33 69)).

² Kopieën zijn nog beschikbaar (Kovar, RIVM, Bilthoven (tel. 030-274 33 60)).