
Hatsi-kD

In *Stromingen*, jrg 2, nr 4, besprak ik drie vuistregels, die kunnen helpen om in te schatten waar men de randen van een grondwatermodel moet kiezen. De achterliggende gedachte was dat de randen zover weg moeten liggen, dat eventuele fouten in de randvoorwaarden niet hinderlijk doorwerken in het interessegebied. Op twee van de drie vuistregels kwam zulk gedetailleerd commentaar binnen, dat de rubriek Hatsi-kD deze keer de omvang van een artikel heeft. De opzet van deze rubriek maakt het noodzakelijk dat ik de binnengekomen reacties enigszins redigeer. Mochten zé vragen oproepen, dan is het niet uitgesloten dat ik daaraan mede schuldig ben, maar ik doe mijn best.

Om te beginnen herhaal ik vuistregel 16: De slootweerstand (in dagen) is gelijk aan de slootafstand (in meters).

Omdat ik er geen goede verklaring kende, vroeg ik of lezers wisten waarom deze regel (als vuistregel!) zo goed werkt. Harm Jansen schreef me dat ook destijds bij de TCGB de slootafstand als maat voor de

slootweerstand werd aangehouden, al spraken men daar liever over *drainageweerstand*. Deze praktijk was gegroeid vanuit het toepassen van analytische formules ter controle van berekeningen, en in discussies over de invoer van modellen. Harm beroept zich op een formule van Ernst:

$$W = \frac{\ell^2}{8kD} + \ell w \quad (1)$$

waarin

W = drainageweerstand [T]

ℓ = slootafstand [L]

kD = doorlatendheid [L²T⁻¹]

w = radiale slootweerstand [L⁻¹T]

Ik heb het even nagezocht; het is een variant op formule 33 uit Ernsts proefschrift. In de praktijk blijkt de eerste term aan de rechterkant steeds klein te zijn ten opzichte van de tweede term, de radiale slootweerstand. (Dat is de weerstand die ontstaat doordat de stroombanen nabij de sloot moeten samenkomen). Voor de radiale slootweerstand geeft Harm de volgende

Vuistregel 18:

De radiale weerstand heeft een waarde tussen 0,5 en 1,5 d/m (wat hoger in infiltratiegebieden; wat lager in kwelgebieden).

Zodoende komt de tweede term in het rechterlid van vergelijking (1) — en daarmee de drainageweerstand — uit op 0,5 à 1,5 ℓ .

Ik ontving ook een reactie van prof. Co de Vries (Faculteit der Aardwetenschappen, VU) die dieper ingaat op de radiale slootweerstand. Hij gaat er eveneens vanuit dat alleen de tweede term in het rechterlid van vergelijking (1) belangrijk is, dus daar begin ik vertrouwen in te krijgen. (Sommige mensen — alfa's, meestal — beweren dat wetenschap een kwestie is van stemmen tellen). Co de Vries onderscheidt twee lagen: een

bovenste 'afdekkend' pakket en een onderste 'watervoerend' pakket. Voor Nederlandse verhoudingen houdt hij aan:

$$\begin{aligned} k_1 : k_2 &= 1 : (10 \text{ à } 50) \\ D_1 : D_2 &= 1 : (5 \text{ à } 25) \end{aligned} \quad (2)$$

Onder die omstandigheden kan de radiale weerstand benaderd worden door

$$w = \frac{\ell}{\pi k_1} \ln \frac{6D_1}{B} \quad (3)$$

Hierin is

B = natte omtrek van de sloot [L]

Deze formule leidt Co af door een aantal formules uit het proefschrift van Ernst te combineren (om precies te zijn: formules 41, 47 en 53). Om op vuistregel 6 uit te komen zou dus

$$\frac{1}{\pi k_1} \ln \frac{6D_1}{B} \approx 1 \quad (4)$$

moeten zijn. Co de Vries stelt voor om de term

$$\frac{1}{\pi} \ln \frac{6D_1}{B} \quad (5)$$

gelijk aan 1 te stellen. (Als voorbeeld noemt hij B = 3 m en D₁ = 10 m). In dat geval neemt de intreeweerstand de vorm ℓ/k_1 aan. Vuistregel 16 zou daarmee nader gepreciseerd kunnen worden tot

Vuistregel 16a:

De slootweerstand (in dagen) is gelijk aan de slootafstand (in meters) gedeeld door de doorlaatfactor (in m/d).

Een nadeel is dat je nu de doorlaatfactor moet inschatten (maar die zou dan ongeveer 1 m/d moeten zijn). Het voordeel is dat de dimensies kloppen, zodat we geen appelen

meer met peren vergelijken (ofwel: meters met dagen).

Wanneer de ondergrond niet gelaagd is (dat is wat mij bij vuistregel 16 voor ogen stond) en het pakket erg dik, dan kan de radiale weerstand benaderd worden door

$$w = \frac{\ell}{\pi k} \ln \frac{\ell}{B} \quad (6)$$

(formule 51 uit het proefschrift van Ernst). Een proef op deze som leert dat w varieert tussen 22/k en 440/k als we de slootafstand laten variëren tussen 30 en 300 meter. Voor k-waarden in de buurt van 1 m/d blijkt vuistregel 16 dus weer op te gaan; voor andere k-waarden biedt vuistregel 16a wat meer flexibiliteit.

Tot zover vuistregel 16. Kick Hemker reageerde uitgebreid op vuistregel 17, die ik hier eveneens herhaal. Hij luidde: Kies de modelrand verder weg dan

$$3\text{ à }4 \cdot \sqrt{\frac{kD_{\min} c_{\min} + kD_{\max} c_{\max}}{4 - 4 \cos \frac{\pi}{2n+1}}} \quad (7)$$

Hierin is n het aantal aquifers, kD_{\min} is de kleinste voorkomende kD-waarde, c_{\min} is de kleinste voorkomende c-waarde, etc.

Kick gebruikt op grond van zijn ervaring voor precies hetzelfde vraagstuk een eenvoudiger vuistregel, die ik rubriceer als

Vuistregel 17a:

Kies de modelrand verder weg dan

$$3\sqrt{kD_{\text{totaal}} c_{\text{boven}}} \quad (8)$$

Hierin is kD_{totaal} de som van de kD-waarden van alle gemodelleerde pakketten en c_{boven} de som van de verticale weerstanden van de deklaag (inclusief een eventuele drainage-

weerstand) en alle andere slechtdoorlatende lagen *boven het pakket van de geplande ingreep*.

Net als vuistregel 17 reduceert deze vuistregel bij één watervoerende laag tot de algemeen bekende vuistregel 15. Het resultaat is bij meerlagen-modellen echter afhankelijk gemaakt van de diepte van de ingreep. Wanneer het model niet gebruikt zal worden om verschillende (bijvoorbeeld toekomstige) stromingssituaties door te rekenen, dan kan een veilige afstand tot de rand geschat worden met $c_{\text{boven}} = c_{\text{totaal}}$, maar de benodigde afstand is dan vooral ook afhankelijk van de nauwkeurigheid waarmee de vaste-rand-stijghoogten van het diepe pakket kunnen worden bepaald.

Kick voert verschillende redenen aan waarom hij de voorkeur geeft aan vuistregel 17a boven vuistregel 17:

- 1 Vuistregel 17a is gemakkelijker te onthouden en eenvoudiger te berekenen;
- 2 De diepte van de gemodelleerde ingreep komt in vuistregel 17 niet voor, maar deze is wel van belang bij de berekening. Wanneer bijvoorbeeld in een vierlagen-model de invloed van een onttrekking in het tweede pakket moet worden berekend, dan mag de modelrand dichterbij gekozen worden dan voor een situatie waarbij dezelfde onttrekking in het diepste pakket is gepland. In elk model (met een ondoorlatende basis) is de fout van de berekende stijghoogteverlaging ten gevolge van de modelrand bij een diepe winning namelijk groter dan bij een even grote ondiepe winning.
- 3 Vuistregel 17 is te gevoelig voor de manier waarop in het model de pakketten worden geschematiseerd. Bij meerlagen-systemen is het namelijk niet altijd vanzelfsprekend hoe de indeling in pakketten gekozen moet worden. Zo kan ter plaatse van een wingebed een relatief dunne scheidende laag (relatief lage c-

waarde) voorkomen, die in grote delen van het model ontbreekt. Het al dan niet modelleren van deze laag kan in vuistregel 17 heel verschillend uitwerken. Met de extra laag krijgt de noemer van de breuk een wat lagere waarde (n wordt groter), maar het effect op de teller kan sterk variëren: in bepaalde gevallen bijvoorbeeld halveren (als kD_{max} en c_{min} halveren), in andere gevallen vrijwel onveranderd blijven (als de dunne laag zich niet in het kD-pakket bevindt). De benodigde afstand tot de modelrand wordt door een dunne scheidende laag echter nauwelijks beïnvloed.

- 4 De keuze van de ondoorlatende basis krijgt bij de nieuwe vuistregel minder invloed. Ook bij modellering van meerlagen-systemen wordt ergens een ondoorlatende basis gekozen. Soms ligt de keuze voor de hand, soms moet experimenteren met modellen uitkomst bieden, en soms zijn er verschillende mogelijkheden zonder speciale voorkeur. In geval van twijfel zal het 'meenemen' van een extra laag aan de onderzijde van het model altijd meer rekenwerk betekenen, maar in het algemeen ook tot (iets) betere resultaten leiden. Wanneer zich onder een onttrekking een slechtdoorlatende laag bevindt met een relatief grote weerstand, dan maakt het voor vuistregel 17 veel uit of de basis hier, of op een dieper niveau gekozen wordt.

Kick sluit niet uit dat in bepaalde gevallen met vuistregel 17 een betere oplossing wordt gekregen, dat wil zeggen dat een kleinere afstand wordt berekend die toch voldoende groot is. Op grond van bovengenoemde overwegingen lijkt hem de nieuwe vuistregel echter eenvoudiger en ook algemener toepasbaar.

Kicks reactie gaat nog verder, maar ik denk dat het overzichtelijk is als ik eerst op de bovengenoemde punten 1 t/m 4 reageer. Met

punt 1 ben ik het, om te beginnen, van harte eens. Vuistregel 17 is wel wat gecompliceerd om nog voor vuistregel door te kunnen gaan. Voor wat de punten 2 t/m 4 betreft: dat zie ik toch anders. Kick redeneert vanuit een te modelleren ingreep, en kijkt hoever het effect daarvan zich uitstrekt: als het effect niet tot aan de rand van het model komt, dan kan de rand ook geen invloed hebben op de rekenresultaten. Maar ook al reikt het effect van een ingreep niet tot aan de rand van het model, dan kan een fout in de randvoorwaarden wel degelijk de rekenresultaten in het interessegebied verstoren. De enige uitzondering die ik bedenken kan, is als het model maar één watervoerend pakket kent. Overigens zijn fouten in de randvoorwaarden - in tegenstelling tot ingrepen - niet opzettelijk, dus je weet niet in welk pakket ze optreden. Daardoor lukt het niet om de waarde c_{boven} uit vuistregel 17a vast te stellen. Wat de gevoeligheid van vuistregel 17 aangaat (punt 3): die is minder ernstig dan het lijkt. Kick suggereert een factor 1/2, maar die staat onder het wortelteken, zodat het feitelijk gaat om een factor 0,7. Dat lijkt me voor een vuistregel wel acceptabel, zeker als men in aanmerking neemt dat er al een onzekere factor (3 à 4) vóór het wortelteken staat. Met een slecht doorlatende laag onder een onttrekking (punt 4) zou ik — redenerend vanuit de rand — toch wel rekening willen houden, want ik ga er vanuit dat er ook ónder die laag een fout in de randvoorwaarden kan voorkomen. Juist als de laag veel weerstand biedt, plant zo'n fout zich ver in het modelgebied voort. Aan de andere kant: je moet natuurlijk ergens ophouden. Weet iemand een handige regel om in te schatten hoe *diep* een model moet gaan?

Terug naar de brief van Kick. Die bevat nog een aantal nuttige tips van een ervaren modéller, die ik verder niet van commentaar voorzie.

Bij de toelichting op vuistregel 15 ("kies de modelrand verder weg dan drie keer de spreidingslengte") plaatst Kick een kanttekening. De reden waarom de afstand tussen de modelrand en het onderzoeksgebied voldoende groot moet worden gekozen is niet alléén om de effecten van foute waarden van de randstijghoogten te elimineren: deze fouten behoren bij de kalibratie grotendeels te verdwijnen. Het is minstens even belangrijk om ervoor te zorgen dat de effecten van ingrepen in het onderzoeksgebied niet te veel door de gebruikte randvoorwaarden worden beïnvloed. (Toch nog een opmerking mijnerzijds: Als de modelrand zover weg ligt dat fouten geen invloed meer hebben op het interessegebied, dan is natuurlijk automatisch gewaarborgd dat ingrepen in het interessegebied geen invloed ondervinden van de randvoorwaarden).

De toelichting van Kick gaat verder: Wanneer het model wordt gebruikt om een ingreep te simuleren, dan laat men in het algemeen de randvoorwaarden onveranderd. Eigenlijk horen bij een nieuwe stromingssituatie ook nieuwe randvoorwaarden op die plaatsen waar watervoerende pakketten in werkelijkheid niet begrensd zijn. Deze correcties op de randvoorwaarden kunnen echter niet berekend worden met het bestaande model; ze kunnen in het algemeen ook niet worden gemeten (toekomstige situatie) en een praktische oplossing is om deze randen zover weg te kiezen dat de fout die ontstaat door het achterwege laten van de correctie, geen noemenswaardige fout in de modelresultaten oplevert. Neem als voorbeeld een onttrekking in een zeer uitgestrekt homogeen pakket met een deklaag, die wordt gemodelleerd op precies drie spreidingslengten afstand van een rechte vaste-stijghoogte-rand van een overigens zeer ruim opgezet model. De berekende verlagingen van de put zullen dan te klein zijn en de gemaakte fout komt precies overeen met het effect van een infiltratie-(spiegel)put die zich op afstand van zes

spreidingslengten bevindt. Indien een dichte rand zou zijn gemodelleerd, zou de fout even groot maar tegengesteld zijn: alle berekende verlagingen zijn dan te groot. Ook voor meerlagensystemen gaat een dergelijke redenering op. Is de modelrand in alle pakketten dicht, dan wordt een te grote verlaging berekend; zijn de randstijghoogten in alle pakketten vast, dan zijn de berekende verlagingen te klein en zal de berekende stroming over de rand groter zijn dan in werkelijkheid. Bij doorlopende pakketten zullen de werkelijke verlagingen en randstromingen altijd tussen deze twee uitersten liggen. Van deze eigenschappen kunnen we gebruik maken, zowel bij het kiezen van de randvoorwaarden als bij de controle op voldoende afstand van de modelrand. In numerieke modellen kunnen we de randen zodanig kiezen dat de fouten die als gevolg van de randvoorwaarden optreden elkaar grotendeels compenseren. In de vorm van een vuistregel luidt Kicks advies:

Vuistregel 19:

Kies de modelranden zodanig dat zowel vaste-stijghoogte-randen als dichte randen voorkomen.

De dichte randen kiest men langs stroomlijnen, de vaste randen boven- en benedenstrooms van het onderzoeksgebied. Bij meerlagen-systemen dienen de stroomlijnen in alle pakketten dan wel vrijwel gelijk te lopen. In een eenvoudige situatie ontstaat zo een vierhoekig model, maar in de praktijk wordt dit meestal verstoord, met name door bestaande onttrekkingen. (Ik breek nog één keer in; niet met kritiek maar met een aanvulling. Vuistregel 19 vind ik een goede tip, maar het blijft natuurlijk belangrijk om de modelranden ver weg te kiezen. Stroomlijnen zijn immers geen echte dichte randen, en hun loop wordt in het algemeen door ingrepen beïnvloed. Hetzelfde geldt voor een andere geliefde modelrand, de waterschei-

ding. En niet te vergeten: de grens tussen zoet en zout grondwater. Je zou ze de kost moeten geven die daar een ondoorlatende basis van maken. Ook hier geldt: als ingrepen er invloed op kunnen hebben, ligt hij te dichtbij om als rand te kunnen dienen).

Nogmaals terug naar de tekst van Kick. Het tegengestelde effect van beide randvoorwaarden maakt het mogelijk een eenvoudige test uit te voeren om te controleren of de modelrand wel voldoende ver van het onderzoeksgebied gekozen is.

Vuistregel 20:

Wanneer het type randvoorwaarde voor een belangrijk deel van de modelrand wordt veranderd, en dit heeft geen noemenswaardige invloed op het berekende effect van een ingreep, dan is deze rand voldoende ver van de ingreep verwijderd.

In het meest extreme geval kunnen de verschillen tussen modellen met rondom een volledig dichte rand en een vaste-stijghoogte-rand worden vergeleken: als de verschillen verwaarloosbaar zijn, ligt de rand zeker ver genoeg van het onderzoeksgebied. Willem Jan Zaadnoordijk stuurde dezelfde tip in.

Tenslotte geeft Kick Hemker een reactie op mijn voorstel bij vuistregel 17 om de rapportage van de modelresultaten tot het onderzoeksgebied te beperken. Die keren dat Kick een onderzoeksrapport onder ogen kreeg waarin een model werd gebruikt met veel te krap gekozen modelranden, bleek dat uit de isohypsekaarten van het hele modelgebied. Wat niet wordt gerapporteerd, kan ook niet worden gecontroleerd. Kick is het daarom alleen met mijn voorstel eens als de rapportage voor niet-hydrologen is bedoeld, die uitsluitend in de resultaten van het model geïnteresseerd zijn. Een dergelijke rapportage kan vaak beperkt blijven tot enkele

kaarten met toelichting en de nodige conclusies. Ter controle in het algemeen, en voor collega-hydrologen in het bijzonder, blijft een volledige rapportage gewenst.

Met deze opvatting van Kick stem ik in. Voor inhoudelijke kwaliteitsbewaking is een volledige rapportage onontbeerlijk. Maar ik maak — zoals waarschijnlijk de meeste lezers — vaak mee dat niet-hydrologen aan de haal gaan met rekenresultaten die betrekking hebben op het deel van het model dat tussen het interessegebied en de rand in ligt, ook al vermeldt het rapport honderd maal dat die resultaten onbetrouwbaar zijn. Ik wil daarom mijn advies nuanceren: Het zou een goede gewoonte zijn om in rapporten *die voor niet-hydrologen bestemd zijn* de resultaten over het gedeelte dat tussen het interessegebied en de modelrand ligt, weg te laten.

Tot besluit een erratum. In de vorige Hatsi-kD werd de formule van Mazure opgevoerd:

$$\varphi(x) = \varphi(0) \exp(-x \sqrt{k D c}) \quad (9)$$

Dit moet zijn:

$$\varphi(x) = \varphi(0) \exp(-x / \sqrt{k D c}) \quad (10)$$

Alle briefschrijvers worden hartelijk bedankt voor hun interesse. Het karakter van de rubriek Hatsi-kD is langzaam aan het veranderen, maar ik blijf eenieder stimuleren om vuistregels in te zenden aan

Kees Maas
Kiwa Onderzoek en Advies
Postbus 1070
3430 BB Nieuwegein

TU Delft, Sectie Hydrologie en Ecologie

kmaas@kiwaoa.nl