
Modellering van niet-stationaire grondwaterstroming

Vergeeten we iets?

Hans Leenen

Het uitvoeren van geohydrologisch onderzoek en advisering lijkt met de toenemende kracht van onze rekenruigen soms verheven tot een bijzondere tak van numerieke wiskunde. We kennen aan computermodellen vaak een niet ter discussie staande waarheid toe. Zonder afbreuk te willen doen aan het nut van de huidige computermodellen, kan het geen kwaad om af en toe eens even terug te keren naar de basis.

Wat is de basis? De basis is de fysica. Wat we met onze modellen doen is de fysica zo goed mogelijk beschrijven. Echter, soms lijkt het alsof we ons er niet meer druk om maken of die fysica wel goed wordt beschreven, zolang het model maar antwoorden genereert die een gevoel van betrouwbaarheid opwekken. Dit korte artikel gaat in op een fenomeen, dat voor zover mij bekend in geen enkel bestaand model wordt onderkend, doch een niet te verwaarlozen rol kan spelen.

Met in gedachten het redactioneel artikel van Harry Boukes in Jaargang 4, nummer 4, over communicerende hydrologen, wil ik graag een wijdverbreid misverstand uit de wereld te helpen. Dit misverstand betreft de opvatting dat het begrip 'slecht water doorlatend' identiek zou zijn met het slecht overdragen van drukveranderingen. Deze opvatting kwam ik zelfs in een recent proefschrift tegen. Echter, niets is minder waar. Drukveranderingen als gevolg van externe bovenbelasting op het freatisch grondwater worden in verticale richting instantaan doorgegeven, dwars door 'semi-permeabele' lagen heen, en in eerste instantie 'opgevangen' door de waterspanning in diepere watervoerende pakketten. Het is simpelweg het overbrengen van krachten. Als je op een stoel gaat zitten, moet de grond waarop die stoel staat ook onmiddellijk een tegenkracht leveren. Dit effect, dat ik gemakshalve maar het 'grondmechanisch effect' noem, kan belangrijke consequenties hebben voor de modellering van niet-stationaire grondwaterstroming. Het grondmechanisch effect wordt belangrijker naarmate een 'semi-permeabele' laag slechter waterdoorlatend is.

Voorzover mij bekend gaan de huidige grondwatermodellen voor niet-stationaire grondwaterbeweging merkwaardig genoeg geheel voorbij aan dit grondmechanisch effect. Op zijn minst moet het bestaan van dit effect worden onderkend en het belang ervan vooraf worden getoetst. In bepaalde gevallen kan je stellen dat het gebruik van een model waar dit effect niet in wordt meegenomen, volstrekt niet deugt omdat de fysica verre van volledig wordt beschreven.

Ir. J.D. Leenen is werkzaam bij DHV Consultants, Afdeling Water Resources and Environment, Postbus 1399, 3800 BJ Amersfoort, telefoon: (033) 468 25 32, e-mail: hans_leenen@compuserve.com.

Bestaande theorie: Verandering van freatische grondwaterstand en effect op de waterspanning in dieper gelegen watervoerende pakketten (gedeeltelijk ontleend aan collegedictaat geohydrologie F15B, TUD, 1995)

Door ophogingen (figuur 1), afgravingen, maar ook door peilvariatie van de grondwaterstand (figuur 2), treden veranderingen op in de gronddruk. Direct na het aanbrengen van zo'n (extra) bovenbelasting treedt er een verandering op in de waterspanning σ_w en de korrelspanning σ_k . De uitlevering van poriënwater is in eerste instantie nihil en de waterspanning zal de volledige druktoename moeten opnemen. Een toename van de bovenbelasting resulteert dus *instantaan* in een toename van de waterspanning $\Delta\phi$ in het dieper gelegen watervoerend pakket. Indien de toename van de waterspanning wordt veroorzaakt door een stijging Δh van de freatische grondwaterstand in een pakket met bergingscoëfficiënt μ , dan wordt afgeleid dat

$$\Delta\phi = \frac{K_w}{K_w + nK_{sk}} \mu \Delta h \tag{1}$$

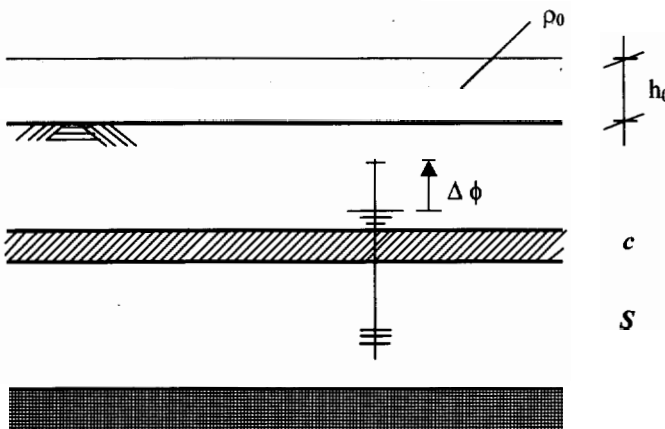
waarin

- K_w = compressiemodulus poriënwater
- K_{sk} = compressiemodulus van het korrelskelet
- n = porositeit watervoerend pakket

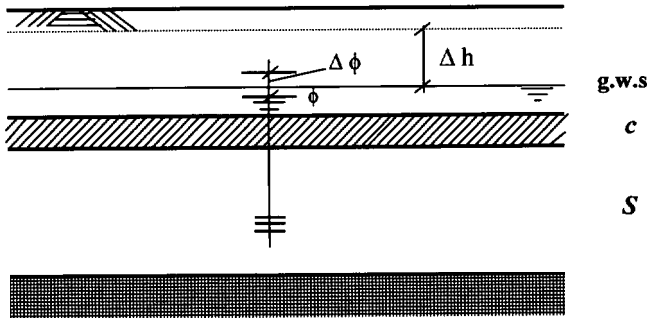
Voor praktisch gebruik kan men stellen dat de term nK_{sk} verwaarloosbaar is ten opzichte van K_w .

$$K_w = 2 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$$

$$K_{sk} \sim 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$



Figuur 1: Spanningsverandering ten gevolge van een extra grondbelasting



Figuur 2: Spanningsverandering ten gevolge van verandering van de freatische grondwaterstand

en gaat formule (1) over in

$$\Delta\phi = \mu \Delta h \quad (2)$$

Dit is een eenvoudig en begrijpelijk resultaat. De verhoging van de freatische grondwaterstand komt overeen met een gewichtsbelasting van een waterschijf met een equivalente dikte $\mu\Delta h$. Formule (2) stelt dat de toename van de waterdruk in het diepe watervoerend pakket bij benadering gelijk is aan die gewichtsbelasting.

Nadere analyse van de wateroverspanning in het diepe watervoerend pakket

In het voorgaande is aangenomen dat er geen uitlevering van poriënwater is. Indien er wel poriënwater kan wegstromen, horizontaal of verticaal, zal uiteindelijk de toename van de waterspanning tot nul afnemen en wordt de spanningstoename geheel door toename van de korrelspanning opgenomen. Van cruciaal belang voor een correcte modellering is inzicht in de snelheid ofwel de karakteristieke tijdschaal van dit nivelleringsproces. In de beschikbare literatuur wordt nauwelijks aandacht aan die tijdsafhankelijkheid besteed. Dit inzicht wordt hierna verder ontwikkeld. De vraag die moet worden gesteld is:

Wat is de tijdschaal van aanpassing van de wateroverspanning in het diepe watervoerend pakket aan de oorspronkelijke waterspanning?

Waarom zijn we eigenlijk in die tijdschaal geïnteresseerd? Om vast te kunnen stellen of het grondmechanisch effect wel of niet verwaarloosd mag worden, moet de tijdschaal van dit effect vergeleken worden met de tijdschaal waarop zich significante veranderingen in de freatische grondwaterstand voordoen. Indien de tijdschaal van het grondmechanisch effect verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de tijdschaal waarop de freatische grondwaterstand varieert, mag het hiervoor beschreven grondmechanisch effect worden verwaarloosd, anders niet.

Onder invloed van de neerslag verandert het freatisch peil continu en in ruimtelijke zin gelijktijdig over dermate grote afstanden dat we het semi-spanningswater in diepere

watervoerende pakketten voor het hiervoor beschreven verschijnsel als zijdelings volledig ingesloten mogen beschouwen. Het nivelleren van de toename van de waterspanning door middel van het uitreden van poriënwater uit het watervoerend pakket zal dan alleen in verticale richting, dus door de semipermeabele laag heen kunnen gebeuren. Er moet dus worden onderzocht hoe snel het poriënwater verticaal kan uitreden. Voor een volledige nivellering van de spanningstoename moet het 'overtollige' poriënwater geheel zijn uitgetreden. We willen weten op welke tijdschaal dit proces zich afspeelt. Deze tijdschaal volgt rechtstreeks uit de differentiaalvergelijking die de wateroverspanning beschrijft:

$$S \frac{d\varphi}{dt} - \frac{\varphi}{c} = 0 \quad (3)$$

waarin

S	=	elastische bergingscoëfficiënt
φ	=	wateroverspanning
t	=	tijd
c	=	weerstand semi-permeabele laag

Stel de tijdschaal waarop de wateroverspanning significant afneemt is τ en de initiële wateroverspanning is $\Delta\varphi$. Maak vergelijking (3) dimensieloos met behulp van karakteristieke schalen. Stel daarvoor

$$\bar{t} = \frac{t}{\tau} \text{ en } \bar{\varphi} = \frac{\varphi}{\Delta\varphi}, \text{ dan gaat (3) over in}$$

$$\frac{Sc}{\tau} \frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{t}} - \bar{\varphi} = 0 \quad (4)$$

Hieruit volgt voor de tijdschaal

$$\tau = Sc \quad (5)$$

Een andere, wellicht illustratievere, methode om de tijdschaal af te leiden, is de volgende. Stel voor het gemak even dat de overspanning gedurende het hele proces constant $\Delta\varphi$ is (in werkelijkheid neemt de overspanning af tot nul met het uitreden van het poriënwater volgens een 1e orde proces) en q dus ook constant, dan geldt

$$q = \frac{\Delta\varphi}{c} \quad (6)$$

waarin

q	=	specifiek debiet per oppervlakte eenheid
-----	---	--

De (elastische) bergingscoëfficiënt S van het watervoerend pakket is per definitie:

$$S = \frac{-\Delta V}{A\Delta\varphi} \quad (7)$$

waarin

$$\begin{aligned}\Delta V &= \text{volumeverandering (= hoeveelheid extra water die correspondeert} \\ &\quad \text{met de spanningstoename)} \\ A &= \text{het beschouwde grondvlak}\end{aligned}$$

De tijd τ die nodig is om het volume poriënwater ΔV uit te laten treden wordt gegeven door

$$q A \tau = \Delta V \quad (8)$$

Uit (6), (7) en (8) volgt dan voor de betreffende tijdschaal eveneens

$$\tau = S c.$$

Consequenties voor de modellering

Wat betekent het voorgaande nou eigenlijk? Met andere woorden, wat doen we met die wijsheid?

Zoals gezegd komt het in het kort hierop neer dat je uit een vergelijking van tijdschalen die een rol spelen in een geohydrologisch probleem, moet bepalen of het effect van wateroverspanning (of onderspanning) in diepere watervoerende pakketten mag worden verwaarloosd. Hierover doordenkend betekent dit dat het geheel afhangt van het snelste proces dat we willen modelleren of het grondmechanisch effect wel of niet mag worden verwaarloosd. We moeten de tijdschaal van het grondmechanisch effect dus vergelijken met de tijdschaal van de snelste verandering in freatisch en piëzometrisch niveau die we nog willen modelleren.

Processen met een jaarperiodiciteit

Laten we ons eens richten op een gangbare natuurlijke tijdschaal die het verloop van freatische grondwaterstanden beheerst, namelijk de tijdschaal die hoort bij een periodiciteit van een jaar. De bijbehorende tijdschaal τ_1 is

$$\tau_1 = \frac{1 \text{ jaar}}{2\pi}, \text{ ofwel circa 2 maanden}^* \quad (9)$$

Het fenomeen van waterover- en onderspanning in een dieper watervoerend pakket mag dan worden verwaarloosd indien

$$S c \ll 2 \text{ maanden}$$

waarin het symbool « betekent: 'veel kleiner dan'.

* N.B.: De tijdschaal van een functie van de tijd is gedefinieerd als de tijdsperiode waarover de functie significant van grootte verandert; hiervoor is een formele wiskundige definitie te geven (Logan, 1987); voor een sinusfunctie is de tijdschaal $\frac{\text{periode}}{2\pi}$.

Als we voor de praktijk aannemen dat 'veel kleiner dan' betekent kleiner dan 5% , dan betekent dit dat we het grondmechanisch fenomeen nog mogen verwaarlozen (let wel in relatie tot sinusvormige processen met een periodiciteit van een jaar) indien

$Sc < 3$ dagen.

Bij een relatief dik watervoerend pakket en grote weerstand van de semi-permeabele laag, is het goed mogelijk dat aan bovenstaande voorwaarde niet meer wordt voldaan. Niet-stationaire modellen waarin het grondmechanisch fenomeen niet wordt beschreven, deugen dan niet. Natuurlijk ligt het aan de modelgebruiker en de vraagstelling wat hij/zij bereid is aan fout te accepteren.

Voor de volledigheid nog het volgende: In het voorgaande is steeds gesproken van wateroverspanning. Hetzelfde geldt echter ook voor wateronderspanning.

Processen met een relatief kleine tijdschaal

Uit het voorgaande mag duidelijk zijn dat naarmate de tijdschaal van een variabele randvoorwaarde in het freatisch niveau kleiner is, het grondmechanisch effect belangrijker wordt. Bij processen die zich afspelen op een tijdschaal in de orde van een dag, zal blijken dat het grondmechanisch effect haast nooit verwaarloosbaar is.

Illustratie

Het beschreven verschijnsel doet zich o.a. voor in het stroomgebied van de Drentse Aa, waar een diep watervoerend voorkomt met artesisch grondwater, dat een gemiddelde stijghoogte heeft die ruim boven het freatisch niveau ligt. De variatie van de stijghoogte blijkt daar de variatie van het freatisch niveau te volgen met een factor 0,5. Deze factor zal altijd groter zijn dan de bergingscoëfficiënt van het freatisch pakket, omdat de hoeveelheid grondwater in de onverzadigde zone ook varieert, en het gewicht daarvan werkt immers ook door in de waterspanning in dieper gelegen pakketten. De semipermeabele lagen zijn hier zo slecht doorlatend dat Sc voldoende groot is om het grondmechanisch effect te laten overheersen.

Overige gedachtespinsels

De tijd ontbreekt me om meer aandacht aan een verdere uitwerking van dit grondmechanisch effect te besteden. Enige gedachtespinsels wil ik meegeven ter discussie en om nader te beschouwen voor wie daarin geïnteresseerd mocht zijn.

- De gemiddelde waterspanning in een diep watervoerend pakket, wordt doorgaans bepaald door randcondities op grote afstand. Indien deze randcondities niet veranderen blijkt uit het voorgaande dat de waterspanning toch kan variëren onder invloed van de

bovenbelasting. Dit effect is sterker aanwezig naarmate een 'semi-permeabele' laag slechter water doorlatend is. De tijdschaal van de aanpassing aan de gemiddelde evenwichtsstand wordt zelfs oneindig groot als de c-waarde van een dergelijke laag oneindig groot zou worden. Denk als experiment maar even aan een stalen plaat (volledig ondoorlatend) als scheidende laag. In dat geval volgt de variatie in deze waterspanning continu de variatie in het freatisch niveau vermenigvuldigd met een factor μ , de bergingscoëfficiënt van het freatisch pakket. In werkelijkheid zal deze factor zelfs groter zijn, onder invloed van de variatie van de grondwaterberging in de onverzadigde zone.

- Hoe zit het met de tijdstap in numerieke modellen in relatie tot de processen die worden beschreven? Normaal gesproken is een tijdstap van 5–10 % van de tijdschaal van het snelste proces een redelijk verantwoorde keus. Maar hoe zit het dan in relatie tot het grondmechanisch effect. Als je het grondmechanisch effect wil verwaarlozen, zal de tijdstap in een numeriek model niet in de buurt mogen komen van de tijdschaal van het grondmechanisch effect (moet klein zijn t.o.v. deze tijdschaal), anders modelleren we niet goed ...of misschien toch wel?
- Stel dat er sprake is van een gemiddelde waterspanning in een diep watervoerend pakket die ruim onder het freatisch niveau zit, kan er dan bij een toename van de bovenbelasting eigenlijk wel poriënwater uit het diepe watervoerend pakket verticaal uittreden om de spanningstoename als gevolg van het grondmechanisch effect te nivelleren? Het drukverschil is immers negatief.
- In de voorgaande beschouwingen is uitgegaan van een horizontaal dermate uitgestrekte variatie in freatische grondwaterstand, dat er in verticale richting een homogeen effect bestaat. Maar hoe zit het als er punteffecten zijn, bijvoorbeeld bij pompproeven?
- Een wellicht verrassend gevolg van het grondmechanisch effect is dat de reactie van de waterspanning van diep grondwater op verandering in neerslag sneller is dan die van het freatisch grondwater. Immers de druk van het diepe grondwater reageert instantaan op een gewichtstoename in de bovenste grondlaag, dus ook van water dat zich nog in de onverzadigde zone bevindt, terwijl het freatisch water pas reageert als het inzijgende grondwater dit werkelijk heeft bereikt, een aardig aspect nietwaar? Bij korte intense buien mag je dus verwachten instantane reacties in de druk van het diepe grondwater te kunnen waarnemen. (N.B.: De tijdschaal van het neerslagproces is dan relatief klein ten opzichte van de tijdschaal S_c van het grondmechanisch effect)

Om op de titel van dit artikel terug te komen, ik ben er stellig van overtuigd dat het antwoord "ja" luidt.

Literatuur

Logan, J.D. (1987) Applied Mathematics: A Contemporary Approach; John Wiley & Sons, Londen.

